Math. A.
16 p

Bauschinger

Math. A. 168

Die
Schule der Mechanik.

Für den Selbstunterricht,

besonders des

praktischen Mechanikers und Handwerkers,

sowie

für den Gebrauch an technischen Lehranstalten

gemeinfasslich dargestellt

und mit Zugrundlegung von Delaunay's „Elementarlehrbuch der theoretischen und angewandten Mechanik"

bearbeitet

von

[Johann]

J. Bauschinger,

Lehrer an der kgl. Gewerb- und Handelsschule in Fürth.

Bayerische Staatsbibliothek München

Mit über 600 Holzschnitten.

München.

R. Oldenbourg.

1861.

172 Gg.
147 D

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

VORWORT.

Delaunay's „Cours élémentaire de Mécanique théorique et appliquée“ (4. Aufl. Paris 1857) ist ein Buch, wie wir über denselben Gegenstand in der deutschen Literatur kein ähnliches besitzen. Es sucht die Mechanik, diese Wissenschaft, die als ein Zweig der Mathematik, wie sie vielfach betrachtet wird, wohl die meiste Schwierigkeit für ein solches Unternehmen darbietet, in ganz elementarer oder, wenn ich mich des vielfach missbrauchten Wortes in richtigem Sinne bedienen darf, in populärer Weise darzustellen; d. h. es entwickelt die Grundlehren der Mechanik blos unter Zuhülfenahme der allereinfachsten Vorkenntnisse aus der Mathematik und Physik, wie man sie heute bei Jedem, der nur einigermassen Anspruch auf Bildung macht, voraussetzen darf, und doch in wissenschaftlich strenger und klarer Behandlung. Zahlreiche Anwendungen der vorgetragenen Lehren auf Beispiele aus allen Zweigen der praktischen Mechanik, wobei die wichtigsten Maschinen und mechanischen Einrichtungen in vortrefflichen Abbildungen vorgeführt, beschrieben und erläutert werden, beleben und erhalten fortwährend das Interesse des Lesers. Es konnte daher nicht fehlen, dass das Delaunay'sche Buch, namentlich in Bezug auf seine Holzschnitte, schon vielfach auch von deutschen Schriftstellern benützt worden ist; auch ein Versuch, es in's Deutsche zu übertragen, wurde schon gemacht („Die reine und angewandte Elementar-Mechanik,“ zum Theil auf Grundlage von Delaunay's „Cours élémentaire de Mécanique“ bearbeitet von C. L. Moll, Braunschweig, Vieweg & Sohn, erste Lieferung 1857), dabei aber, meines Erachtens, der principielle Fehler begangen, es zu einem Lehrbuch umgestalten zu wollen, indem man es mit mathematischen Formeln und mit der unvermeidlichen streng systematischen Eintheilung versah; dadurch wurde aber offenbar der eigentliche Vorzug des Originals, die Allgemeinverständlichkeit, geopfert. Der Versuch ging auch nicht über das Erscheinen der ersten Lieferung hinaus.

Unter solchen Umständen entsprach ich dem Auftrage der Verlagshandlung, eine deutsche Bearbeitung der Delaunay'schen Mechanik zu übernehmen, mit Vergnügen. Dabei suchte ich natürlich dem Buche die grossen Vorzüge des Originals: Eleganz und Klarheit der Behandlung bei ächt populärer Darstellungsweise, sowie Reichthum an Anwendungen und Beispielen nicht blos zu

wahren, sondern dieselben noch zu erhöhen. Dass ich mich nicht auf eine blose Uebersetzung beschränkte, wird schon ein flüchtiger Vergleich meiner Arbeit mit dem Originale zeigen. In dem Kapitel über Zusammensetzung der Kräfte musste weiter als in dem französischen Werke gegangen werden, wenn der Beweis über die Gleichheit der Bewegungs- und Widerstandsarbeit (§. 90) strenger werden sollte; dann mussten die scharfen Begriffsbestimmungen von „Bewegungsgrösse“ und „Antrieb einer Kraft,“ von „lebendiger Potenz“ und „Arbeit“ (§§. 106—108), die wir namentlich der neueren Schule der französischen Mechaniker verdanken, und die so unerlässlich für das richtige Verständniss der Wirkungsweise der Maschinen und besonders des Schwungrads sind (§§. 151 und 154), aufgenommen werden; die Lehre vom Trägheitsmoment und von der Drehung um eine feste Axe (§. 131), so überaus wichtig in den Anwendungen, fehlte im Originale ganz. In gleicher Weise wurden neu bearbeitet die Kapitel über die Schraube (§. 72), über die Empfindlichkeit der Wage (§. 53), über die Standfestigkeit (§. 47), über das Gleichgewicht der Kräfte an Holzverbindungen (§. 76), über den Ausfluss der Flüssigkeiten durch grössere Seiten- (Schützen-) Oeffnungen (§§. 307—310), über die calorische Maschine (§§. 462—463), über Giffard's Dampfstrahlpumpe (§. 468), über elektrische Telegraphie (§. 471); das Kapitel über die Bewegung der Flüssigkeiten in Röhren (§§. 316—320) wurde berichtigt und vervollständigt u. s. w. f. Es kann natürlich meine Absicht hier nicht sein, alle die Stellen anzuführen, wo ich vom Original mehr oder weniger abgewichen bin und selbständig, verbessernd und vervollständigend, gearbeitet habe; ich hoffe, dass man überall die Liebe, mit welcher ich mich meiner Arbeit hingegeben, und den Fleiss, den ich darauf verwendet habe, erkennen wird. Dabei wurden natürlich die besseren einschlägigen Werke, so namentlich Jolly's „Principien der Mechanik,“ Weisbach's „Ingenieur- und Maschinen-Mechanik,“ Blum's „Lehrbuch der Physik und Mechanik“ gewissenhaft und selbständig benützt.

Wenn ich schliesslich noch hervorhebe, dass die Verlagshandlung kein Opfer scheute, die Ausstattung des Buches zu einer vorzüglichen zu machen, so wird diess sicher schon ein bloses Durchblättern desselben und eine Besichtigung der zahlreichen Holzschnitte, welche, sämmtlich neu geschnitten, denen des Originals gewiss nicht nachstehen, und deren Anzahl die des französischen Werkes um beinahe 60 übertrifft, gerechtfertigt erscheinen.

München, im September 1861.

J. B.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Einleitung: Allgemeine Eigenschaften der Körper §§. 1—7.

Erste Abtheilung.

§.

Erste Begriffe von der Bewegung.

Gleichförmige Bewegung, Geschwindigkeit 11
Veränderte Bewegung 12
Rotationsbewegung, Winkelgeschwindigkeit 13

Erste Begriffe v. d. Kräften.

Trägheit der Materie 14
Kräfte 15
Druck und Zug 16
Gewicht 17
Maass der Kräfte, Dynamometer . 18
Richtung einer Kraft 19

Zusammensetzung d. Kräfte.

Mittelkraft, Seitenkräfte 20
Gleichgewicht 21
Stabiles und labiles Gleichgew. 22—23
Kräfte, welche nach der nämlichen Richtung hin wirken 24
Parallele Kräfte 25—28
Vom Hebel 29—32
Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen hin an ein und demselben Punkt wirken . . . 33—37
Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen hin an verschiedenen Stellen eines festen Körpers wirken 38—39

Von d. Schwerpunkte eines Körpers.

Begriff des Schwerpunkts. . . . 40
Bestimmung d. Schwerpunkts eines Körpers durch den Versuch . . 41
Schwerpunkt eines homogenen Körpers 42
Schwerpunkt einer Fläche . . . 43
Schwerpunkt eines Körpers, der aus mehreren andern Körpern zusammengesetzt ist . . . 44—45
Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher auf einer horizontalen Ebene aufruht 46
Standfestigkeit 47

§.

Druck eines Körpers gegen seine Unterstützungspunkte . . . 48—49
Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher sich blos um eine horizontale Axe drehen kann . 50

Betrachtung einiger Maschinen unter dem Gesichtspunkt des Gleichgewichts der Kräfte, welche auf sie wirken.

Druck eines Hebels auf seinen Unterstützungspunkt 51
Die Wage 52
Empfindlichkeit einer Wage . . 53
Methode der doppelten Wiegung . 54
Die Brückenwage 55
Die Schnellwage 56
Die Zeigerwage 57
Die Rolle 58
Der Flaschenzug 59
Der Haspel oder die Winde . . . 60
Die Erdwinde 61
Das Sprossenrad 62
Der Riemen ohne Ende 63
Zahnräder oder Verzahnungen . . 64
Die Wagenwinde 65
Der Hebebock 66
Der Krahn 67—68
Die schiefe Ebene 69—70
Das Haquet 71
Die Schraube 72
Der Keil 73
Gleichgewicht an Seilen oder Ketten, an welchen schwere Körper aufgehängt sind 74
Kettenbrücken 75
Gleichgewicht der Kräfte an Holzverbindungen 76

Betrachtung der Maschinen im Zustande der gleichförmigen Bewegung.

Was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit verloren 78—80
Die Schraubenpresse 81
Schraube ohne Ende 82
Die Gegenwinde 83
Die Roberval'sche Wage 84

§.
Arbeit der Kräfte 85—86
Einheit der Arbeit, Kilogrammeter 87
Pferdekraft 88
Bewegungsarbeit, Widerstandsarbeit 89
Die Bewegungsarbeit ist gleich der Widerstandsarbeit 90

Erzeugung u. Veränderung der Bewegung durch die Kräfte.

Fall der Körper 92
Galilei's schiefe Ebene 93
Die Atwood'sche Fallmaschine . . 94
Gesetze des Falls der Körper 95—100
Der Morin'sche Apparat 101
Bewegende Kraft 102—104
Masse eines Körpers; Grösse der bewegenden Kraft 105
Bewegungsgrösse eines Körpers und Antrieb einer Kraft . . . 106
Lebendige Potenz und Arbeit 107—108
Bewegung eines schweren Körpers auf einer schiefen Ebene . . . 109
Bewegung eines schweren Körpers auf einer krummen Linie . . . 110
Das Pendel 111—114
Die Bewegung der Schaukel . . 115
Krummlinige Bewegung eines ganz freien Körpers 116
Zusammensetzung der Geschwindigkeiten 117
Bewegung geworfener Körper 118—121
Bewegung d. Himmelskörper 122—124
Kreisbeweg., Centrifugalkraft 125—130
Drehung eines Körpers um eine feste Axe; Trägheitsmoment 131—132
Fortpflanzung der Bewegung in den Körpern 133
Vom Stoss zweier Körper . 134—141

Von den passiven Widerständen.

Reibung 143—145
Widerstand des Rollens 146
Steifigkeit der Seile 147
Widerstand des Mittels 148

Betrachtung der Maschinen im Zustande der ungleichförmigen Bewegung.

Das Schwungrad 151
Der Centrifugalregulator 152
Uebertragung der Arbeit in einer Maschine 153
Wirkung des Schwungrads bei der Uebertragung der Arbeit . . . 154
Einfluss der passiven Widerstände 155
Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermindern 156—158
Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermehren 159—161
Verlust an Arbeit durch den Stoss 162
Allgemeine Schlussfolgerungen aus dem Vorhergehenden 163

Anwendung d. vorhergehenden Lehren auf die Betrachtung einiger Maschinen.

Umlegung, Transport u. Aufrichtung d. Obelisken v. Luxor 164—167
Mahlmühlen 168—169
Sägewerke 170—171
Hammerwerke 172—175
Stampf- oder Pochwerke 176
Rammen 177—178
Prägmaschinen 179—180
Die Uhren 181—196

Einiges über den Transport von Lasten.

Direkter Transport durch Menschen oder Thiere 198
Transport durch Gleiten 199
Transport durch Rollen 200
Transport auf Rädern 201
Standfestigkeit der Wägen . . . 202
Zugkraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens erforderlich ist . 203
Transport auf geneigter Bahn . . 204
Eisenbahnen 205—213
Selbstwirkende schiefe Ebenen . . 214
Drops 215

Allgemeine Betrachtungen über die Motoren.

Bremsdynamometer 218
Thierische Motoren . . . 219—220
Perpetuum mobile 221—222

Zweite Abtheilung.

§.

Gesetze des Gleichgewichts d. flüssigen u. luftförmigen Körper.

Fortpflanzung des Drucks in flüssigen Körpern 224—227
Druck in d. verschiedenen Punkten innerhalb einer Flüssigkeitsmasse; Gleichheit dieses Drucks nach allen Richtungen hin 228
Drückungen in schweren Flüssigkeiten 229—235

§.
Freie Oberfläche einer schweren Flüssigkeit 236—237
Druck auf die Wände . . . 238—243
Grenzfläche zweier Flüssigkeiten . 244
Communicirende Gefässe . . 245—246
Flüssigkeiten, welche der Wirkung beliebiger Kräfte unterworfen sind 247—250
Kapillarerscheinungen . . . 251—253
Fortpflanzung des Drucks in den Gasen 254
Die Gase sind schwer 255
Drückungen in schwerenGasen 256—258
Atmosphäre 259
Druck der atmosphärischen Luft . 260
Das Barometer 261—265
Das Mariotte'sche Gesetz 266
Ausdehnung der Gase durch die Wärme; Gay-Lussac'sches Gesetz 267
Einfluss des Druckes der atmosphärischen Luft auf die Resultate für d. Gleichgewicht d. Flüssigk. 268
Communicirende Gefässe mit ungleichem Druck auf die freien Oberflächen 269—271
Mittel, um ein constantes Niveau zu erhalten 272
Sicherheitsröhren 273
Manometer 274—275
Zusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten 276
Gleichgewicht der flüssigen und fuftförmigen Körper, deren verschiedene Theile ungleiche Temperatur besitzen 277—278
Luftwechsel in Bergwerken . . . 279
Zug in den Schornsteinen . . . 280
Das Archimedische Princip . 281—283
Schwimmende Körper . . . 284—286
Anwendung des Archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichtes fester u. flüssiger Körper 287
Aräometer 288—289
Schiffe und Kähne 290—292
Kanäle 293—294
Einfluss der atmosphärischen Luft auf das Gewicht eines Körpers . 295
Der Luftballon 296—298

Gesetze d. Bewegung flüssiger u. luftförmiger Körper.

Ausfluss einer Flüssigkeit durch eine kleine Oeffnung . . 299—303
Einfluss der Ansatzröhrchen auf die Ausflussmenge . . . 304—306
Ausfluss einer Flüssigkeit durch eine grössere Oeffnung in einer Seitenwand 307—310
Der Saugheber 311
Constanter Ausfluss 312
Intermittirender Ausfluss . . 313—314
§.
Heronsbrunnen 315
Bewegung der Flüssigkeiten in Röhren 316—320
Wirkungen der Kniee und der Verengerungen 321—322
Springbrunnen 323
Artesische Brunnen 324—326
Bewegung des Wassers in den Kanälen 327—328
Beweg. d. Wassers in Flüssen 329—330
Messung der Geschwindigkeit des Wassers 331—333
Aichen eines fliess. Wassers 334—335
Ausfluss eines Gases durch eine Oeffnung 336—337
Bewegung d. Gase in Röhren 338—339
Messung der Geschwindigkeit eines Luftstroms 340
Druck eines Flüssigkeitsstrahls gegen eine Fläche . . . 341—344
Druck, welchen ein Körper erleidet, der in eine in Bewegung begriffene Flüssigkeit eingetaucht ist 345—346
Druck eines bewegten Gases auf einen Körper 347
Widerstand der Luft beim Fall der Körper 348
Wirkung des Steuerruders bei der Bewegung eines Schiffes . . . 349
Fortbewegung der Schiffe mittelst Ruder, Räder od. Schrauben 350—354
Luftschifffahrt 355

Maschinen zum Heben der Flüssigkeiten.

Paternosterwerk 357
Noria 358
Die Archimedische Wasserschraube 359
Die Holländische Wasserschraube 360
Das Wurfrad 361
Schöpfräder 362
Das Tympanum 363
Eimer 364
Göpel 365
Pumpen 366—373
Die Feuerspritze 374
Die Rotationspumpe 375
Bergwerkspumpen 376
Die Pumpen von Marly 377
Die Centrifugalpumpe 378
Wasserzoll 379
Mess- und Vertheilungsbecken . . 380
Verschied. Systeme v. Lampen 381—386
Die hydraulische Presse . . 387—388

Anwendung des Wassers als Motor.

Herstellung eines Wassergefälls . 389
Totaleffekt einer Wasserkraft . . 390
Bedingungen, welche die hydraulischenMotoren zu erfüllen haben 391

§.
Unterschlächtiges Wasserrad mit ebenen Schaufeln 392
Oberschlächtiges oder Zellenrad . 393
Mittel- oder Rückenschlächtiges Wasserrad 394
Ponceletrad 395
Räder, welche frei in einem weiten Kanal oder Fluss hängen . . . 396
Löffelrad 397
Kufenrad 398
Reaktionsräder 399
Fourneyron'sche Turbine 400
Callon'sche Turbine 401
Fontaine'sche Turbine 402
Henschel-Jonval-Köchlin'sche Turb. 403
Hydropneumatische Turbinen. . . 404
Allgemeine Betrachtungen über die Anlage eines Wasserrades . . 405
Einfach wirkende Wassersäulenmaschine 406
Doppelt wirkende Wassersäulenmaschine 407
Der hydraulische Widder 408

Maschinen, welche zur Bewegung der Gase dienen.

Die Luftpumpe 410
Atmosphärische Eisenbahn . . . 411
Saugmaschinen 412
Compressionspumpen 413
Blasbälge 414
Gebläse 415
Ventilatoren 416
Pneumatische Schraube 417
Wassertrommelgebläse 418

Anwendung des Windes als Motor.

Segelschiffe 420
Windmühlen 421—423

Anwendung des Dampfes als Motor.

§.
Eigenschaften d. Wasserdampf. 425—429
Geschichte d. Erfindung der Dampfmaschinen 430—434
Einfach wirkende Watt'sche Dampfmaschine, Condensator . . 435—436
Expansion des Dampfes 437
Cornwaller Dampfmaschine . 438—440
Das Watt'sche Parallelogramm . . 441
Doppelt wirkende Watt'sche Dampfmaschine 442
Metallkolben 443
Dreieckige Excentrik 444
Expansions-Excentrik 445
Verschiedene Expansionsarten . . 446
Die Woolf'sche Dampfmaschine mit zwei Cylindern 447
Veränderliche Expansion 448
Beseitigung des Condensators . . 449
Vortheile der Hochdruckmaschinen 450
Uebertragung der Bewegung des Kolbens auf eine rotirende Welle 451
Dampfkessel 452—456
Der Watt'sche Indicator 457
Einiges über den Verbrauch und die zweckmässigste Benützung d. Brennmaterials bei d. Dampfmaschinen 458—460
Masch. mit combinirten Dämpfen 461
Die calorische Maschine . 462—463
Dampfschiffe 464
Lokomotiven 465—466
Lokomobilen 467
Giffard's Dampfstrahlpumpe . . . 468

Anwendung der Electricität als bewegende Kraft.

Elektromagnete 470
Elektrische Telegraphen 471
Elektromagnetische Maschine . . 472

Einleitung.

§. 1. Die Mechanik ist die Wissenschaft von den Kräften und von der Bewegung; es ist der Zweck des vorliegenden Werkes, die Prinzipien dieser Wissenschaft zu entwickeln und dieselben auf das Studium der Maschinen und der verschiedenen, rein mechanischen Erscheinungen, welche wir um uns her beobachten, anzuwenden.

Vorerst werden wir jedoch mit wenigen Worten an die allgemeinen Eigenschaften der Körper erinnern, da es nothwendig ist, dass dieselben im Geiste stets gegenwärtig sind.

§. 2. **Theilbarkeit.** — Die Materie, wie sie in der Natur vorkommt, besitzt einen sehr hohen Grad von Theilbarkeit. Alle Körper können in ausserordentlich kleine Theile getheilt werden, jeder dieser Theile seinerseits wieder in mehrere andere u. s. w. Aber obgleich man annehmen muss, dass die kleinsten Theilchen welche man auf diesem Wege erhält, immer wieder zerlegt werden können, so darf man doch nicht voraussetzen, dass sich die Materie bis ins Unendliche theilen lasse. Man hat im Gegentheile gewichtige Gründe zu glauben, dass die Körper aus kleinsten Theilchen zusammengesetzt sind, die nicht mehr getheilt werden können.

Diese kleinsten Theilchen nennt man A t o m e. Die Dimensionen dieser Atome müssen als ausserordentlich klein vorausgesetzt werden. Man erhält eine Vorstellung von ihnen, wenn man bedenkt, dass es Thierchen gibt, die so klein sind, dass sie nur mit den stärksten Mikroskopen bemerkt werden können; und doch haben diese Thierchen noch Gliedmassen und andere Organe, die selbst wieder noch aus einer grossen Anzahl von Atomen bestehen.

Die Ausdrücke Moleküle und Theilchen werden angewendet, um sehr kleine Theilchen der Körper zu bezeichnen, die jedoch selbst noch eine grosse Anzahl von Atomen enthalten können.

§. 3. **Porosität.** — Die Moleküle eines Körpers berühren sich nicht, sondern sind noch in grösserer oder kleinerer Entfernung von einander. Die in Folge dessen zwischen ihnen vorhandenen leeren Räume nennt man Poren. Solche Poren besitzen selbst die anscheinend dichtesten Körper. Diess zeigt am besten der Versuch, den die Akademiker in Florenz im Jahre 1661 anstellten. Sie füllten nämlich eine hohle Kugel von Gold mit Wasser, und als dasselbe stark hineingepresst wurde, sahen sie auf der Oberfläche der Kugel durchgesickertes Wasser in Gestalt von feinen Tropfen erscheinen; es hatte die Poren des Goldes durchdrungen. Nun kann zwar nicht für alle Körper die Porosität auf eine solche unzweideutige Weise nachgewiesen werden; das Glas z. B. ist undurchdringlich für alle Flüssigkeiten. Aber die Aenderung des Volumens der Körper durch Aenderungen in der Temperatur, seine Vergrösserung bei Erhöhung und seine Verminderung dagegen bei Erniedrigung der Temperatur, lassen sich auf keine andere Weise erklären, als durch die Annahme, dass sich die Moleküle einander nähern, oder von einander entfernen, je nachdem die Temperatur erniedrigt oder erhöht wird. Daraus folgt aber nothwendig, dass in den in der Natur vorkommenden Körpern die Moleküle nicht schon in Berührung sein können.

Die Grösse und Anzahl der Poren zwischen den Molekülen eines Körpers ist natürlich bei verschiedenen Körpern verschieden und es bestimmt sich hiernach das, was man unter der Dichtigkeit eines Körpers versteht. Zwei verschiedene Körper von gleichem Volumen werden im Allgemeinen eine ungleiche Menge von Materien (Masse) enthalten, und da sich uns die Masse eines Körpers durch sein Gewicht zu erkennen gibt, so werden jene beiden Körper ein verschiedenes Gewicht zeigen. Das Verhältniss des Gewichts eines Körpers zu dem eines gleichgrossen Volumens reinen Wassers von der Temperatur 4 Grad nach dem Celsius'-schen Thermometer nennt man die Dichtigkeit, oder das specifische Gewicht dieses Körpers. Unter dem specifischen Gewicht eines Körpers hat man also die Zahl zu verstehen, welche angibt, wie vielmal irgend ein Stück desselben schwerer ist, als ein gleichgrosses Volumen reines Wasser von der Temperatur 4° C. Folgende kleine Tabelle enthält des specifischen Gewichte von einigen der bekanntesten Körper.

Körper.	sp. Gew.	Körper.	sp. Gew.
Eis	0,93	Kupfer	8,88
Ebenholz . .	1,23	Platin	21,31
Buchenholz .	0,78	Silber	10,5
Eichenholz .	0,73—1,17	Zink	7,2
Fichtenholz .	0,45	Zinn	7,3
Pappel . . .	0,38	Quecksilber . .	13,59
Kork. . . .	0,24	Schwefelsäure . .	1,85
Granit . . .	2,78	Baumöl	0,92
Marmor. . .	2,77	wasserfreier Weingeist	0,79
Glas	2,5—2,73	atmosphärische Luft	0,0013
Sandstein . .	2,5	Sauerstoff[atm.Luft=1]	1,10
Schwefel . .	2,01	Wasserstoff, id. .	0,069
Blei	11,35	Chlorgas, id. . .	2,47
Schmiedeisen .	7,79	Stickstoff, id. . .	0,97
Gusseisen . .	7,25	Kohlensäure, id. .	1,52
Gold	19,36		

§. 4. **Aggregatzustände der Körper.** — Alle Körper haben die Fähigkeit, drei verschiedene Zustände anzunehmen, nämlich einen festen, flüssigen und luftförmigen, welche drei Zustände man Aggregatzustände nennt. Einer der in der Natur am weitesten verbreiteten Körper, das Wasser, zeigt sich gewöhnlich in flüssigem Zustande; es geht in den festen über, wenn es sich in Eis, und in den luftförmigen, wenn es sich in Dampf verwandelt. Ebenso wie das Wasser kann noch eine grosse Anzahl von andern Körpern in jedem dieser drei Zustände dargestellt werden, und die Analogie berechtigt uns zu dem Schlusse, dass diess bei allen Körpern möglich wäre, wenn man nur hinreichend kräftige Mittel anwenden würde oder könnte.

§. 5. **Feste Körper.** — In den festen Körpern haben die Moleküle eine bestimmte Lage gegeneinander, in der sie zu verharren streben; wenn man daher ihre gegenseitige Stellung, oder mit anderen Worten, die Gestalt des Körpers zu verändern sucht, so erfährt man einen gewissen Widerstand. Nichtsdestoweniger bringt jede auf einen Körper einwirkende Kraft wirklich eine Veränderung der gegenseitigen Lage der Moleküle oder eine Veränderung der Gestalt des Körpers hervor, die, je nach Umständen, grösser oder geringer sein kann. Eine dünne Stange von Stahl, oder ein Streifen Glas werden schon unter der Anwendung einer geringen Kraft etwas gebogen. Aber wenn dann die

Kraft aufhört zu wirken, nehmen die Stahlstange oder der Glasstreifen ihre Gestalt wieder an, die sie vorher hatten. Diese Eigenschaft der festen Körper, in ihre ursprüngliche Form wieder zurückzukehren, wenn sie der Einwirkung der Kraft entzogen werden, welche dieselbe abgeändert hatte, nennt man Elasticität. Wenn die auf einen Körper ausgeübte Kraft zu gross wird, so wird er entweder zerbrechen, oder es wird seine Gestalt so abgeändert werden, dass er seine ursprüngliche Form nicht mehr anzunehmen vermag, nachdem die Kraft wieder zu wirken aufgehört hat. In beiden Fällen sagt man dann, es sei die Elasticitäts-Grenze überschritten worden. Alle festen Körper sind elastisch, aber in sehr verschiedenem Grade. Manche sind es so wenig, dass es schwer ist, eine Kraft anzuwenden, die schwach genug wäre, um die Elasticitätsgrenze nicht überschreiten zu machen, und dass man sie in fast allen Fällen als vollständig unelastisch betrachten darf; diess ist z. B. der Fall bei Blei, Wachs etc. Andere dagegen sind sehr elastisch, wie Stahl, Kautschuk u. s. w.

§. 6. **Tropfbar flüssige Körper oder nicht zusammendrückbare Flüssigkeiten.** — Bei den flüssigen, sowie bei den luftförmigen Körpern oder Gasen sind die Moleküle ausserordentlich leicht gegeneinander verschiebbar. Die geringste Kraft reicht aus, um ihre gegenseitige Stellung zu verändern. Wegen dieser gemeinschaftlichen Eigenschaft begreift man jene beiden Arten von Körpern auch zuweilen unter dem gemeinschaftlichen Namen Flüssigkeiten (Fluida). Um dann die gewöhnlich flüssig genannten Körper daraus hervorzuheben, nennt man dieselben tropfbare Flüssigkeiten, wegen ihrer Eigenschaft, in kleinen Mengen kugelförmige Gestalten oder Tropfen zu bilden.

Wenn man einen tropfbar flüssigen Körper in einem vollständig verschlossenen Gefäss zusammenzudrücken sucht, so erfährt man einen sehr grossen Widerstand und kann doch kaum eine Verminderung seines Volumens erkennen. Diese Verminderung ist so gering, dass man lange gezweifelt hat, ob es überhaupt möglich ist, eine solche hervorzubringen und hat desshalb auch die tropfbar flüssigen Körper mit dem Namen unzusammendrückbare Flüssigkeiten bezeichnet. Wir werden diese Vorstellung von der Unzusammendrückbarkeit der tropfbar flüssigen Körper beibehalten, obgleich es sich gezeigt hat, dass sie nicht ganz richtig ist. In den Anwendungen kann ein merkbarer Fehler daraus nicht entstehen.

§. 7. **Gase oder elastische Flüssigkeiten.** — Während man bei den tropfbar flüssigen Körpern schon auf sehr grosse

Schwierigkeiten stösst, wenn man ihr Volumen nur um eine unbedeutende Grösse zu vermindern sucht, reicht schon eine geringe Kraft aus, um ein in einem geschlossenen Gefäss enthaltenes Gas in sehr merklichem Grade zusammenzudrücken. Eine mit Luft gefüllte Blase, deren Oeffnung luftdicht verschlossen ist, vermindert merklich ihr Volumen, wenn man sie zwischen beiden Händen zusammenpresst. Wenn man in eine Glasröhre (Fig. 1.), die an dem einen Ende geschlossen ist, einen Kolben einbringt, welcher an die Wände derselben luftdicht anschliesst, so dass die im Innern der Röhre enthaltene Luft nicht entweichen kann, und man drückt den Kolben vermittelst des an ihm befindlichen Stieles in die Röhre immer mehr hinein, so wird man sehen, dass sich das Volumen der Luft mehr und mehr vermindert, und dass man es auf diese Weise auf einen kleinen Bruchtheil seiner ursprünglichen Grösse reduciren kann. Wenn man alsdann den Kolben loslässt, so wird ihn die Luft wieder bis ans Ende der Röhre zurückschieben, und also ihr ursprüngliches Volumen vollständig wiederherstellen. Die Luft ist also in hohem Grade zusammendrückbar und elastisch. Dasselbe gilt für alle Gase, wesshalb dieselben auch den Namen elastische Flüssigkeiten erhalten haben.



Fig. 1.

Wenn die Luft in dem eben beschriebenen Versuch schnell sehr stark zusammengedrückt wird, so erhöht sich ihre Temperatur bedeutend; und wenn man auf die untere Fläche des Kolbens etwas Feuerschwamm legt, so kann derselbe dadurch so stark erhitzt werden, dass er sich entzündet. Man nennt desshalb auch den in Fig. 1 dargestellten Apparat pneumatisches oder Luft-Feuerzeug.

Ein Liter Wasser, durch Kochen in einem verschlossenen Gefäss in Dampf verwandelt, gibt 1696 Liter Dampf. Denkt man sich nun, dass beim Uebergang aus dem flüssigen in den luftförmigen Zustand die Moleküle des Wassers einfach ihre Entfernung vergrössern, so ist dieselbe Menge von Molekülen, die beim Dampf in 1696 Liter enthalten ist, beim Wasser in einem Liter zusammengedrängt. Man sieht daraus, dass in dem dampfförmigen Zustand die Moleküle eine im Vergleich zu den Entfernungen, durch welche sie getrennt sind, sehr geringe Grösse haben müssen. Das Gleiche gilt für alle luftförmigen Körper.

Erste Abtheilung.

Allgemeine Principien der Mechanik.

Erste Begriffe von der Bewegung.

§. 8. Wenn ein Körper nach und nach verschiedene Orte des Raums einnimmt, so sagt man, er sei in Bewegung. Eine Kugel, welche auf dem Boden fortrollt, ein Pferd, welches auf einer Strasse geht, ein Schiff, das einen Fluss hinabfährt, sind Körper in Bewegung.

Wir können die Veränderungen in den Stellungen der Kugel, des Pferdes, des Schiffes nur dadurch erkennen, dass wir dieselben mit benachbarten Gegenständen vergleichen, welche uns als Anhaltspunkte dienen. Solche Anhaltspunkte sind z. B. die Unebenheiten des Bodens, die Krümmungen der Strasse oder des Flusses, oder die Bäume, welche zur Seite der letzteren stehen. Unser eigener Körper dient uns oft als Anhaltspunkt, um die Bewegung der Körper in unserer Nachbarschaft zu erkennen.

Wenn wir nirgends ein Merkmal haben, um die Bewegung eines Körpers zu beurtheilen, so halten wir ihn für unbewegt. Diess ist z. B. der Fall, wenn wir uns in der Kajüte eines Dampfschiffes befinden, das auf einem Fluss fährt, und die herabgelassenen Vorhänge an den Fenstern uns die Aussicht auf die aussen befindlichen Gegenstände benehmen. Alles, was uns umgibt, erscheint uns dann als unbewegt, und diese Vorstellung der Ruhe setzt sich so fest in uns, dass der erste Eindruck, den wir, auf's Verdeck zurückgekehrt, erfahren, der ist, dass wir glauben, die Ufer des Flusses, die Bäume, die Häuser seien in Bewegung; und nur dadurch, dass wir uns selbst dazu zwingen, können wir zu der Vorstellung zurückkehren, dass sich die Bäume und Häuser in Ruhe befinden, und das Schiff mit Allem, was es trägt, in Bewegung ist.

Wenn die Anhaltspunkte, mit deren Hülfe wir die Ortsveränderung eines Körpers beurtheilen, selbst in Bewegung sind, so heisst die Bewegung des Körpers eine relative. Ein Beispiel einer solchen relativen Bewegung ist die Bewegung einer Kugel, welche

auf dem Verdeck eines in Gang befindlichen Schiffes dahin rollt. Wenn wir diese Kugel mit den festen Punkten an den Ufern des Flusses vergleichen würden, anstatt mit den Gegenständen, die sich auf dem Schiffe selbst befinden, so würden wir eine ganz andere Bewegung erhalten. Es könnte selbst stattfinden, dass die Kugel in Bezug auf jene festen Punkte in Ruhe bliebe, was offenbar dann der Fall ist, wenn sie vom Vorder- nach dem Hintertheil des Schiffes mit solcher Geschwindigkeit geworfen wird, dass sie stets denselben Punkten des Ufers gegenüber bleibt. Es würde dann gerade so sein, als wenn das Schiff unter ihr weggleiten würde, ohne sie mit fortzunehmen.

Alle Bewegungen, welche wir um uns beobachten, sind relative Bewegungen. Denn die Erde bewegt sich ja jährlich einmal um die Sonne in einer Bahn, die nahezu ein Kreis ist, dessen Halbmesser 150 Millionen Kilometer beträgt; diese eine Bewegung reicht, abgesehen von den andern Bewegungen, die die Erde noch besitzt, schon aus, um darzuthun, dass keiner der Anhaltspunkte, welche wir auf ihrer Oberfläche nehmen können, unbewegt ist. Indessen können wir für die Betrachtung der Maschinen und der mechanischen Erscheinungen überhaupt, die auf unserer Erdoberfläche stattfinden, fast immer die Bewegungen, auf welche wir später zu sprechen kommen werden, als absolute annehmen, d. h. voraussetzen, dass die Erde still stehe. In den meisten Fällen hat die Bewegung der Erde auf jene Bewegungen keinen merkbaren Einfluss.

§. 9. Wenn man von der Bewegung eines Körpers spricht, so abstrahirt man häufig von seiner Ausdehnung und behält nur einen bestimmten Punkt desselben im Auge, in welchem man sich seine ganze Masse concentrirt denkt. Vergegenwärtigt man sich alsdann im Geiste die Aufeinanderfolge der Orte, welche dieser Körper, oder vielmehr der an seine Stelle gesetzte Punkt, nach und nach einnimmt, so erhält man eine gerade oder krumme Linie, die der Körper durchlaufen hat, und welche man seine B a h n oder den von ihm zurückgelegten W e g nennt. So sagt man z. B., wenn eine Kanonenkugel in schiefer Richtung hinausgeworfen wird, sie beschreibe eine krumme Linie und denkt dabei nur an das Centrum der Kugel. Wenn wir oben sagten, die Erde bewege sich in einer nahezu kreisförmigen Bahn um die Sonne, so abstrahirten wir gleichfalls von der Ausdehnung der Erde und dachten uns ihre ganze Masse in ihrem Mittelpunkt vereinigt. In den Fällen freilich, wo man sich die Masse eines Körpers nicht mehr in e i n e m Punkt concentrirt denken darf, wie z. B.

da, wo sich ein Körper um eine feste Axe dreht, welche durch ihn hindurchgeht, kann von einer Bahn des ganzen Körpers in der obigen Bedeutung keine Rede mehr sein; in diesen Fällen müssen die Bahnen der verschiedenen Punkte des Körpers gesondert betrachtet werden. Wo also in der Folge von der Bahn eines Körpers gesprochen wird, setzen wir stillschweigend voraus, dass man sich die Masse des ganzen Körpers in einem Punkt concentrirt denken darf.

Die Bewegung eines Körpers heisst gerad- oder krummlinig, je nachdem die Linie, welche er beschreibt, oder seine Bahn, eine gerade oder krumme Linie ist. Die krummlinigen Bewegungen selbst unterscheiden sich wieder nach der Art der krummen Linie von einander, welche der Körper beschreibt. Eine Bewegung heisst kreisförmig, wenn die Bahn des Körpers eine Kreislinie, parabolisch, wenn diese Bahn eine Parabel ist, u. s. w.

§. 10. Die Bewegung eines Körpers würde jedoch nur unvollständig erkannt werden, wenn man sich damit begnügen würde, die Form der Linie, welche er beschreibt, zu beobachten. Es ist vielmehr noch nöthig, die Bewegung auch im Verhältniss zu der Zeit aufzufassen, welche der Körper braucht, um die verschiedenen Theile jener Linie zu durchlaufen.

Die Instrumente, welche zum Messen der Zeit dienen, sind bekanntlich die Uhren. Das eigentliche Zeitmass aber entnehmen wir den astronomischen Erscheinungen. Die Umdrehung der Erde um ihre Axe bestimmt die aufeinanderfolgenden, unter sich gleichen Zeitintervalle, welche man Tage nennt. Der Zweck der Uhren ist nur der, den Tag in eine grosse Anzahl gleicher Theile zu theilen, und mittelst eines Zeigers, der sich über ein Zifferblatt bewegt, in jedem Augenblick anzugeben, wie viel solcher Theile seit dem Beginn des Tages verstrichen sind. Der Tag wird in 24 Stunden, die Stunde in 60 Minuten, die Minute in 60 Secunden eingetheilt. Die Stunde hat also 3600, und der Tag 86400 Secunden.

Um die Bewegung eines Körpers vollständig kennen zu lernen, kann man z. B. so verfahren, dass man den Weg beobachtet, den er während einer Secunde in seiner Bahn zurücklegt: hierauf denjenigen, welchen er in der zweiten Secunde durchläuft, dann den in der dritten Secunde u. s. f. durch die ganze Dauer der Bewegung.

§. 11. **Gleichförmige Bewegung, Geschwindigkeit.** — Wenn die Wege, welche in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen durchlaufen werden, unter sich gleich sind,

welches auch jene Zeitintervalle seien, Minuten, Secunden, Viertelsecunden u. s. w., so heisst die Bewegung gleichförmig. Es ist in dieser Erklärung wichtig, dass man besonders auf die Bedingung achtet, dass die in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen durchlaufenen Wege gleich sein sollen, welches auch die Grösse jener Zeitintervalle ist. Denn wenn man z. B. bei irgend einer Bewegung finden würde, dass zwar die in den aufeinanderfolgenden ganzen Secunden durchlaufenen Wege gleich wären, dass aber in jeder ersten halben Secunde ein grösserer Weg beschrieben würde, als in der zweiten, so wäre diese Bewegung keine gleichförmige. So durchläuft der Secundenzeiger einer Uhr in den aufeinanderfolgenden Secunden gleiche Theile seines Zifferblattes; aber nachdem er irgend einen dieser Theile mit grosser Schnelligkeit durchlaufen hat, bleibt er eine gewisse Zeit lang auf dem Strich am Ende dieses Theiles stehen, um darauf den folgenden Theil mit eben solcher Schnelligkeit zu durchlaufen und am Ende desselben wieder eine kleine Zeit stehen zu bleiben u. s. f. Seine Bewegung ist keine gleichförmige.

Man nennt solche Bewegungen, wie wir sie zuletzt beschrieben haben, wo zwar in gewissen, aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen gleiche, aber in den Unterabtheilungen dieser Intervalle verschiedene Wege durchlaufen werden, regelmässige oder gleichförmig periodische Bewegungen. Sie können, so lange man nicht auf kleinere Zeitabschnitte eingeht, als jene Intervalle sind, gewissermassen als gleichförmige Bewegungen betrachtet werden.

Indem man verschiedene gleichförmige Bewegungen miteinander vergleicht, bemerkt man sehr leicht, dass sie sich durch einen mehr oder weniger grossen Grad von Schnelligkeit oder Langsamkeit voneinander unterscheiden. So hat ein Eisenbahnzug eine schnellere Bewegung als ein Dampfschiff, das einen Fluss abwärts fährt; dieses seinerseits hat wieder eine schnellere Bewegung als ein Wagen, der durch ein Pferd, welches im Schritt geht, gezogen wird. Der grössere oder geringere Grad von Schnelligkeit oder Langsamkeit einer gleichförmigen Bewegung wird aber durch den Weg gemessen, der in der Zeiteinheit durchlaufen wird; diesen Weg nennt man die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung. Man sagt z. B. ein Eisenbahnzug lege 10 Meter in der Secunde oder 36 Kilometer in der Stunde zurück. Jede der Zahlen 10 oder 36 repräsentirt dann die Geschwindigkeit des Zuges. Dieselbe Geschwindigkeit kann also

durch verschiedene Zahlen ausgedrückt werden, je nach der Einheit, welche man dem Längenmasse sowohl als dem Zeitmasse zu Grunde legt. Man muss also, wenn man eine Zahl für die Geschwindigkeit angibt, immer die Einheiten der Länge und der Zeit hinzufügen, auf welche sie sich bezieht. Man wird also niemals von einer Geschwindigkeit 10 reden, auch nicht von einer Geschwindigkeit von 10 Meter, sondern von einer Geschwindigkeit von 10 Meter in der Secunde.

§. 12. **Veränderte Bewegung.** — Wenn die Wege, welche in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen durchlaufen werden, ungleich sind, so nennt man die Bewegung eine ungleichförmige oder veränderte. So ist die Bewegung eines fallenden Körpers eine veränderte; ebenso die Bewegung eines Eisenbahnzuges wenn er sich einer Anhaltstelle nähert.

In einer veränderten Bewegung wechselt die Schnelligkeit von einem Augenblick zum andern. Wenn man sich nun denkt, dass von einem bestimmten Moment an die Bewegung fortgesetzt würde, ohne ihre Schnelligkeit zu ändern, so würde von da ab die Bewegung gleichförmig sein; die Geschwindigkeit dieser gleichförmigen Bewegung heisst dann die Geschwindigkeit der veränderten Bewegung in jenem bestimmten Moment. Wenn man z. B. in einem Eisenbahnzug sitzt, der sich einer Haltstelle nähert, so merkt man recht gut, wie die Bewegung nach und nach immer langsamer wird; man sagt, die Geschwindigkeit nimmt ab, und denkt sich dabei, dass sie, wenn sie z. B. ursprünglich 10 Meter in der Secunde betrug, allmälig bis 9 Meter, 8 Meter u. s. f. bis auf einen Meter in der Secunde herabsinkt, um zuletzt ganz Null zu werden, wenn der Zug vollständig still steht. Wenn man hiebei sagt, dass die Geschwindigkeit in einem bestimmten Augenblick 4 Meter in der Secunde betrage, so bedeutet das nicht etwa, dass der Zug in einer Secunde einen Weg von 4 Meter wirklich durchläuft, sondern dass er diesen Weg in der Secunde durchlaufen würde, wenn die Schnelligkeit seiner Bewegung von dem betrachteten Augenblick an gleichbliebe.

Man nennt eine veränderte Bewegung beschleunigt, so lange ihre Geschwindigkeit zunimmt, verzögert dagegen, so lange sich ihre Geschwindigkeit vermindert.

§. 13. **Rotationsbewegung, Winkelgeschwindigkeit.** — Viele Maschinentheile können keine andere Bewegung annehmen, als dass sie sich um eine feste Axe drehen. Diess ist z. B. der Fall bei den Schleifsteinen, bei verschiedenen Arten von Haspeln und Winden, bei den Rollen und Zahnrädern, die

zur Uebertragung der Bewegung an vielen Maschinen dienen u. s. w. Eine solche Bewegung heisst Rotationsbewegung. Dabei beschreiben alle Punkte des sich drehenden Körpers Kreise, deren Ebenen alle unter sich parallel sind und senkrecht auf der Drehungsaxe stehen. Die Kreisbögen aber, welche von den verschiedenen Punkten des Körpers in der nämlichen Zeit beschrieben werden, sind um so grösser, je weiter diese Punkte von der Drehungsaxe entfernt sind.

Wenn man sich von irgend einem Punkte des rotirenden Körpers eine Senkrechte auf die Drehungsaxe gefällt denkt, so wird diese Senkrechte während der Bewegung nach und nach verschiedene Winkel mit ihrer ursprünglichen Lage bilden; diese Winkel sind offenbar für alle die Senkrechten, die von den verschiedenen Punkten des Körpers auf die Drehungsaxe gezogen werden können, in demselben Augenblick einander gleich; es sind die Winkel, um welche sich, wie man sagt, der Körper seit dem Beginn der Bewegung gedreht hat. Wenn die so von dem Körper beschriebenen Winkel in aufeinander folgenden gleichen Zeitintervallen einander gleich sind, welches auch jene Zeitintervalle seien, so sagt man, die Rotationsbewegung sei eine gleichförmige. In diesem Falle durchlaufen alle Punkte des Körpers die Peripherien von Kreisen mit gleichförmiger Bewegung, und ihre Geschwindigkeit in diesen Kreisen ist offenbar proportional ihrem Abstand von der Drehungsaxe. Wenn man daher die Geschwindigkeit eines dieser Punkte kennt, der in bestimmter Entfernung von der Drehungsaxe gelegen ist, so kann man daraus die aller übrigen Punkte des Körpers leicht finden. Gewöhnlich gibt man die Geschwindigkeit desjenigen Punktes an, der um die Längeneinheit von der Rotationsaxe entfernt ist, und nennt diese die Winkelgeschwindigkeit des ganzen Körpers. Es ist klar, dass man dann die Geschwindigkeit irgend eines Punktes des Körpers erhält, wenn man die Winkelgeschwindigkeit mit der Entfernung dieses Punktes von der Drehungsaxe multiplicirt. Manchmal versteht man auch unter der Winkelgeschwindigkeit des ganzen Körpers den Winkel, um welchen sich derselbe in der Einheit der Zeit dreht. So sagt man, die Erde habe bei ihrer Umdrehung um ihre Axe, d. h. um die Linie, welche durch ihre Pole geht, eine Winkelgeschwindigkeit von 15 Grad in der Stunde, und versteht darunter, dass eine Linie, welche im Innern der Erde senkrecht auf ihre Axe gezogen ist, in jeder Stunde einen Winkel von 15 Grad beschreibt.

Bei sehr raschen Rotationsbewegungen, wie sie besonders bei

Maschinen vorkommen, drückt man die Winkelgeschwindigkeit durch die Zahl der Umdrehungen aus, die in der Zeiteinheit gemacht werden. So spricht man z. B. von einer Geschwindigkeit von 300 Umdrehungen in der Minute, oder 5 Umdrehungen in der Sekunde.

Wenn bei einer Rotationsbewegung zwar die in gewissen aufeinanderfolgenden, gleichen Zeitintervallen beschriebenen Winkel einander gleich sind, nicht aber die in den Unterabtheilungen jener Intervalle beschriebenen, so heisst die Bewegung eine periodische Rotationsbewegung; sie kann, ähnlich wie oben (§. 11), so lange man nicht auf kleinere Zeitabschnitte eingeht, gewissermassen als gleichförmige Rotationsbewegung betrachtet werden.

Wenn ein Körper, der sich um eine Axe dreht, in aufeinanderfolgenden gleichen Zeitintervallen ungleiche Winkel beschreibt, so heisst die Rotationsbewegung eine ungleichförmige oder veränderte. Man kann alsdann natürlich nicht mehr von Winkelgeschwindigkeit überhaupt, sondern nur von der reden, die in irgend einem gegebenen Augenblick stattfindet, und versteht darunter die Winkelgeschwindigkeit derjenigen gleichförmigen Rotationsbewegung, welche der Körper annehmen würde, wenn sich von dem gegebenen Augenblick an seine Bewegung weder beschleunigen noch verzögern würde.

Erste Begriffe von den Kräften.

§. 14. **Trägheit der Materie.** — Ein Körper, der in Ruhe ist, kann nicht von selbst anfangen sich zu bewegen.

Ein Körper, der in Bewegung ist, kann diese Bewegung nicht aus sich selbst abändern.

Diese beiden Sätze enthalten das Gesetz der Trägheit, ein Gesetz von grösster Wichtigkeit, da es der ganzen Mechanik zu Grunde liegt. Der erste ist klar genug, und wird von Jedermann leicht zugegeben werden. Zwar weiss man, dass die Menschen und Thiere willkürlich aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen können, aber diese Eigenschaft, welche sie besitzen, gehört nicht wesentlich der Materie an, aus der sie bestehen; sie hängt von jenem nichtmateriellen Theil ihres Seins ab, der ihnen das Leben gibt. Wenn dieses Leben aufhört, so befinden sich ihre Körper unter denselben Bedingungen, wie der Stein, das Wasser u. s. w.; sie sind nicht mehr fähig, von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung überzugehen.

Den zweiten Satz müssen wir etwas näher erörtern, damit er von Jedermann gehörig verstanden und vollständig zugegeben werde. Wenn ein Körper, den wir uns in Gedanken auf einen materiellen Punkt reducirt denken, eine gewisse Bewegung besitzt, und es ist keinerlei innere oder äussere Ursache vorhanden, die diese Bewegung abzuändern sucht, so folgt aus unserem Prinzip, dass der Körper nothwendig eine gerade Linie beschreiben muss, und dass die Stücke dieser geraden Linie, welche er in gleichen Zeiten durchläuft, gleich sind, d. h. dass seine Bewegung gleichförmig ist. Denn denken wir uns das kleine Wegstückchen, das der Körper während einer sehr kurzen Zeit beschreibt, so kann dasselbe jedenfalls als gerade Linie betrachtet werden, und es ist kein Grund vorhanden, warum der Körper bei der Fortsetzung seiner Bewegung in einem Sinn mehr als in einem andern von der Richtung dieser geraden Linie abweichen sollte. Wenn man eine Kugel auf gut geebneten, horizontalem Boden in Bewegung setzt, so ist ihre Bahn eine gerade Linie; sie wird von dieser geraden Linie nur dann abweichen, wenn sie einem Hinderniss begegnet, welches sich der Fortsetzung ihrer Bewegung in dem ursprünglichen Sinne entgegensetzt. Das andere, dass ein in Bewegung gesetzter und hierauf sich selbst überlassener Körper fortwährend dieselbe Geschwindigkeit behält, ist vielleicht schwieriger einzusehen; denn in dem Beispiel, das wir eben angeführt haben, wo eine Kugel über den horizontalen Boden rollt, sieht man stets, wie die Bewegung nach und nach immer langsamer wird, und endlich ganz aufhört. Aber man wird auch bemerken, dass die Kugel bei demselben Aufwand von Kraft, mit der sie in Bewegung gesetzt wird, um so weiter auf dem Boden fortrollt, je glatter derselbe ist. Die Ursache der Verzögerung der Bewegung liegt also nicht in der Kugel selbst, sondern die Unebenheiten des Bodens und der Widerstand der Luft, welche die Kugel zu durchschneiden hat, sind es, welche, indem sie sich der Bewegung entgegensetzen, dieselbe mehr und mehr verzögern und endlich gänzlich vernichten.

Aus dem in Rede stehenden Gesetz der Trägheit folgt auch, dass ein Körper, der sich um eine feste Axe dreht, seine Bewegung ohne Unterlass mit der nämlichen Winkelgeschwindigkeit fortsetzen wird, vorausgesetzt, dass keine Ursache auf ihn wirkt, die seine Bewegung abzuändern sucht. Diess ist z. B. der Fall bei einem Schleifstein, der, einmal in Bewegung gesetzt, fortwährend eine gleichförmige Rotationsbewegung behalten würde, wenn die äussern Einwirkungen, wie die Reibung seiner Axe,

in ihren Lagern, der Luftwiderstand, sowie der Widerstand, der durch die Körper hervorgebracht wird, welche an ihm geschliffen werden, nicht vorhanden wären.

§. 15. **Kräfte.** — Um einen Körper in Bewegung zu setzen, oder um die Bewegung, die er bereits hat, abzuändern, ist also eine Ursache nöthig. Diese Ursache, welcher Art sie auch sei, nennt man Kraft. Eine Kraft ist also jede Ursache einer Bewegung oder Bewegungsänderung.

Die Kräfte, mit denen wir uns beschäftigen werden, sind verschiedener Art:

1) Wenn man einen Körper, den man in der Hand hält, loslässt, so fällt er zur Erde. Die Kraft, welche diese Bewegung hervorbringt, heisst Schwerkraft oder die Schwere. Ihrer Wirkung sind alle Körper, welche sich um uns befinden, unterworfen. Sie ist es auch, welche die Bewegung des Wassers in den fliessenden Gewässern, Bächen, Flüssen und Strömen bestimmt.

2) Wenn man die Gestalt eines festen Körpers, einer Stahlklinge z. B., abändert, ohne die Elasticitätsgrenze zu überschreiten, so nimmt der Körper, wenn er sich selbst überlassen wird, seine vorige Gestalt wieder an. Dabei bewegen sich die Moleküle des Körpers in Folge gewisser innerer Kräfte, die sie wieder in ihre ursprüngliche gegenseitige Lage zurückzuführen suchen, indem sie sie entweder von einander zu entfernen oder einander zu nähern streben. Wenn man z. B. in einem allseitig geschlossenen Raum ein Gas zusammendrückt, und gibt ihm hierauf Gelegenheit, sich wieder auszudehnen, so dehnt es sich in der That aus; in Folge jener inneren Kräfte entfernen sich seine Moleküle von einander. Man nennt jene inneren Kräfte, da sie zwischen den Molekülen thätig sind, Molekularkräfte und unterscheidet zwischen attractiven oder anziehenden und repulsiven oder abstossenden; erstere nennt man auch wohl Cohäsions-, letztere Depressionskräfte. Die Kraft, welche durch die Dampfmaschinen nutzbar gemacht wird, hat ihren Ursprung lediglich in diesen Molekularkräften.

3) Bei den elektrischen und magnetischen Erscheinungen beobachtet man ebenfalls anziehende und abstossende Kräfte. Eine Siegellackstange, mit Tuch oder Wolle gerieben, zieht kleine, leichte Hollundermarkstückchen, ein Magnet ein Stückchen Eisen an. Die Kräfte, welche diese Bewegungen hervorbringen, sind die elektrischen und magnetischen Kräfte. Wir werden ihre Anwen-

dung bei der Betrachtung der Telegraphen und der elektromagnetischen Maschinen kennen lernen.

4) Eine vierte Art von Kräften endlich sind diejenigen, welche von Menschen und Thieren, die man zusammen unter dem Namen der thierischen Motoren begreift, entwickelt werden.

§. 16. **Druck und Zug.** — Eine Kraft, welche an einem Körper wirkt, ist nicht immer im Stande, denselben in Bewegung zu setzen. Wenn z. B. ein Stein auf einen Tisch gelegt wird, so bleibt er ruhig darauf liegen. Gleichwohl ist er noch immer der Einwirkung der Schwere unterworfen; denn wenn man sich denkt, dass der Tisch plötzlich verschwände, so würde der Stein alsbald zu Boden fallen. Ein Stein, welcher an dem untern Ende einer Schnur befestigt ist, deren oberes Ende mit einem festen Punkt verbunden wurde, bleibt gleichfalls in Ruhe. Er fällt aber zu Boden, so wie man die Schnur durchschneidet. Allemal nun, wenn eine Kraft dem Körper, auf welchen sie wirkt, keine Bewegung mittheilen kann, bringt sie einen Druck oder einen Zug hervor. Der Stein, welcher auf dem Tisch liegt, übt einen Druck auf denselben aus; der Stein, welcher an einer Schnur aufgehängt ist, bringt einen Zug oder eine Spannung an derselben hervor. Wenn ein Mann eine Last aufzuheben sucht, die zu schwer für ihn ist, so übt er an den Punkten, wo er sie mit den Händen berührt, einen Druck gegen sie aus.

§. 17. **Gewicht.** — Wenn ein Körper, auf den blos die Schwerkraft einwirkt, durch irgend ein Mittel am Fallen gehindert wird, so nennt man den Druck oder Zug, den er dabei ausübt, sein Gewicht. Hiebei mag sogleich bemerkt werden, dass man sich hüten muss, die Worte Schwere und Gewicht mit einander zu verwechseln: das Wort Schwere bezeichnet die allgemeine Ursache, welche das Fallen der Körper an der Erdoberfläche veranlasst; Gewicht hingegen bezeichnet nur eine Wirkung jener allgemeinen Ursache, ausgeübt auf einen einzelnen Körper.

Das Gewicht eines Körpers kann mit Hülfe des in Fig 2 dargestellten Instrumentes anschaulich gemacht werden. Dieses Instrument besteht aus einer Stahlschiene, die in der Mitte umgebogen ist und einen gewissen Grad von Biegsamkeit besitzt. Am Ende des untern Arms ist ein Bogen von Eisen befestigt, welcher frei durch eine Oeffnung des obern Arms hindurchgeht und in einem Ring endigt. Nahe am Ende des obern Arms ist ein zweiter Bogen von Eisen befestigt, der durch eine Oeffnung des untern Arms frei hin-



Fig. 2.

durchgeht und in einem Hacken endigt. Wenn man dieses Instrument an dem Ring festhält, und an dem Hacken einen Körper aufhängt, so wird das Gewicht dieses Körpers die durch die Stahlschiene gebildete Feder biegen; die Enden beider Arme werden sich nähern, und das Instrument die in Fig. 3 abgebildete Form annehmen.


Fig. 3.

Indem man auf diese Weise nach und nach verschiedene Körper an dem Hacken aufhängt, wird man sehen, dass sich die beiden Enden der Feder bald mehr, bald weniger nähern. Wenn sie sich aber unter dem Einfluss der Gewichte verschiedener Körper bis auf dieselbe Entfernung nahe kommen, so wird man daran erkennen, dass die Gewichte dieser Körper einander gleich sind. Hängt man alsdann zwei von diesen Körpern mit gleichen Gewichten zugleich an den Hacken, so wird natürlich die Feder mehr gebogen, als unter dem Einfluss eines einzigen derselben; und wenn dann ein Körper für sich allein dieselbe Biegung hervorbringt, als jene zwei zusammen, so muss ihm offenbar das doppelte Gewicht von jedem der beiden ersteren zugeschrieben werden. Ebenso wird man sagen, ein Körper habe das dreifache, vierfache etc. Gewicht von jedem der ersteren Körper, wenn er an der Feder die nämliche Biegung hervorbringt, als drei, vier etc. von jenen Körpern zusammen.

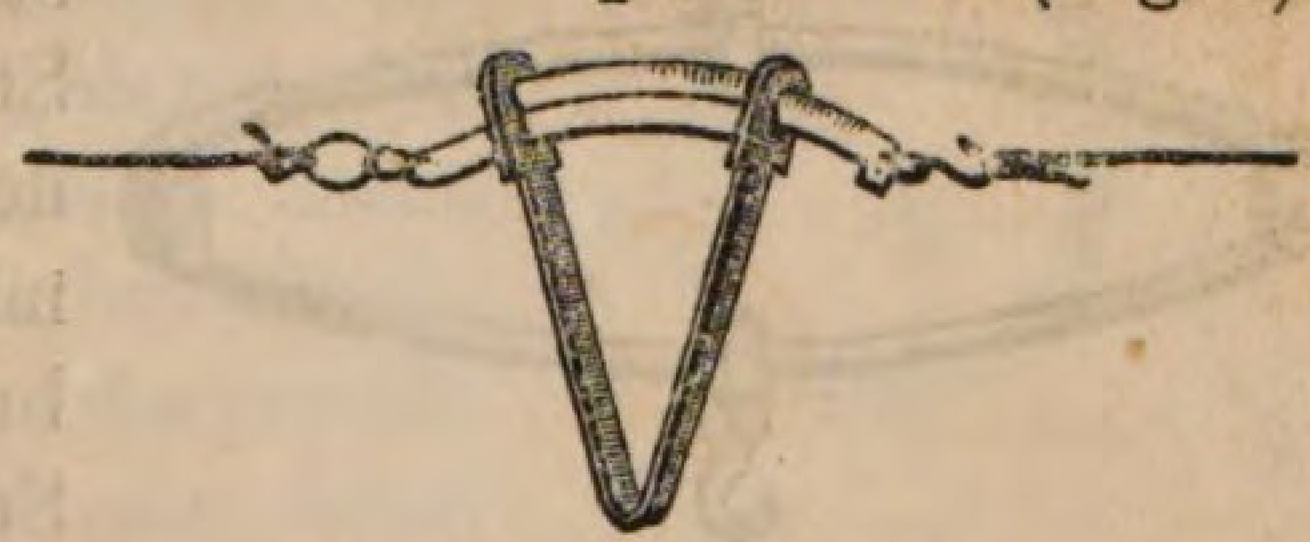
Wenn als Einheit des Gewichtes das Gramm, d. h. das Gewicht eines Cubik-Centimeters reinen Wassers bei der Temperatur von 4 Grad Celsius, wo es seine grösste Dichtigkeit hat, genommen wird, so ist es leicht, mit Hülfe des in Fig. 2 abgebildeten Instrumentes zu ermitteln, wie viel Gramm irgend ein Körper wiegt. Der grösseren Bequemlichkeit halber markirt man sich auf dem äussern Bogen, der oben in den Ring endigt, die Punkte, bis zu welchen das Ende des obern Armes herabgebogen wird, wenn man an dem Hacken nach und nach Gewichte von 1 Gramm, 2 Gramm, 3 Gramm etc. aufhängt. Wenn man dann irgend einen Körper an den Hacken hängt und zusieht, bis zu welchem Punkte des äussern Bogens das Ende des oberen Armes herabgebogen wird, so erfährt man dadurch unmittelbar das Gewicht des aufgehängten Körpers.

Es ist wohl klar, dass eine einzige Feder nicht hinreicht, um sehr leichte, sowie auch sehr schwere Körper damit zu wiegen. Das Gewicht, welches man an dem Hacken aufhängt, darf niemals so gross sein, dass die Elasticitätsgrenze der Feder über-

schritten wird, da hiedurch das Instrument verdorben würde. Man wird sich daher sehr biegsamer Federn nur für leichte Körper bedienen, und dagegen Federn von um so geringerer Biegsamkeit anwenden, je schwerer die zu wiegenden Körper sind. Die Art und Weise des Messens bleibt natürlich bei den verschiedenen Federn dieselbe.

Wenn das Gewicht eines Körpers eine sehr grosse Zahl von Grammen beträgt, so drückt man es gewöhnlich in Kilogrammen aus (ein Kilogramm gleich 1000 Gramm). Wir werden uns in der Folge am häufigsten des Kilogrammes als Einheit des Gewichtes bedienen. Manchmal gebraucht man noch eine grössere Einheit, die Tonne, welche gleich 1000 Kilogramm ist.

§. 18. **Maass der Kräfte, Dynamometer.** — Welches auch die Kraft ist, die einen gewissen Druck oder Zug hervorbringt, so wird man diesen Druck oder Zug doch immer mit dem Gewichte eines Körpers vergleichen und in Kilogrammen ausdrücken können. Wenn ein Pferd an einem Seil zieht, welches an einem in Bewegung zu setzenden Körper befestigt ist, so kann man sich das Seil an einer Stelle durchschnitten und die dadurch erhaltenen Enden, das eine mit dem Ring, das andere mit dem Hacken des oben beschriebenen Instrumentes verknüpft denken (Fig. 4). Die Zugkraft wird alsdann erst durch Vermittelung dieses Instruments auf den Körper ausgeübt; die Feder wird gebogen, und die Spannung des Seils wird dem Gewichte jenes Körpers gleichzusetzen sein, der, an dem Hacken aufgehängt, dieselbe Biegung der Feder hervorbringt. Diese Spannung kann also durch eine gewisse Anzahl von Kilogrammen ausgedrückt werden.


Fig. 4.

Man nimmt für das Maass einer Kraft die Grösse des Drucks oder Zugs, welchen sie hervorbringt, wenn der Körper, auf welchen sie wirkt, in Ruhe bleibt. So wurde schon oben die Kraft, in Folge deren die Körper fallen, durch das Gewicht dieser Körper gemessen; so wird auch in dem eben betrachteten Beispiel die Zugkraft des Pferdes durch die Spannung des Seiles gemessen. Es kann also jede Kraft durch eine gewisse Anzahl von Kilogrammen ausgedrückt werden.

Um die Zahl der Kilogramme zu finden, durch welche eine Kraft gemessen wird, darf man sie nur auf eine Feder, ähnlich der in Fig. 2 abgebildeten, wirken lassen. Es können aber auch

noch andere Federn von verschiedenen Formen zu diesem Zweck gebraucht werden, so z. B. die in Fig. 5 und 6 dargestellten. Die erste, Fig. 5, ist eine schraubenförmig gewundene, oder wie sie auch genannt wird, eine Spiralfeder, die in einen hohlen Cylinder eingeschlossen ist. Mitten durch sie hindurch geht ihrer ganzen Länge nach ein Stab, der mit der Axe des Cylinders zusammenfällt und unten in einem Knopf endigt, an dem das untere Ende der Feder befestigt ist. Das obere Ende des Stabs ist mit einem Ring versehen, an welchem das Instrument aufgehängt werden kann. Der Cylinder, welcher sich mit seinem obern Theil gegen das oberste Ende der Spiralfeder stützt, trägt unten einen Hacken, an welchem die Kraft angebracht werden kann, die gemessen werden soll. Es ist klar, dass der Stab mehr oder weniger aus dem Cylinder heraustreten wird, je nachdem derselbe unter dem Einfluss einer grösseren oder geringeren Kraft steht. Man kann diesen Stab vorher mit einer Eintheilung versehen, indem man an dem Hacken des Cylinders nach und nach verschiedene Körper von bekanntem Gewicht aufhängt.



Fig. 5.

Die Figur 6 stellt zwei Stahlschienen dar, deren Enden in zwei Stücken, die eine Art Zwingen bilden, und hier Federhaupt heissen, mittelst Bolzen mit einander verbunden sind. An der einen dieser Schienen ist wieder ein Ring, an der andern ein Hacken befestigt. Die Mitten dieser Schienen entfernen sich offenbar mehr oder weniger von einander, je nachdem die Zugkraft, welche an dem Hacken wirkt, grösser oder kleiner ist.

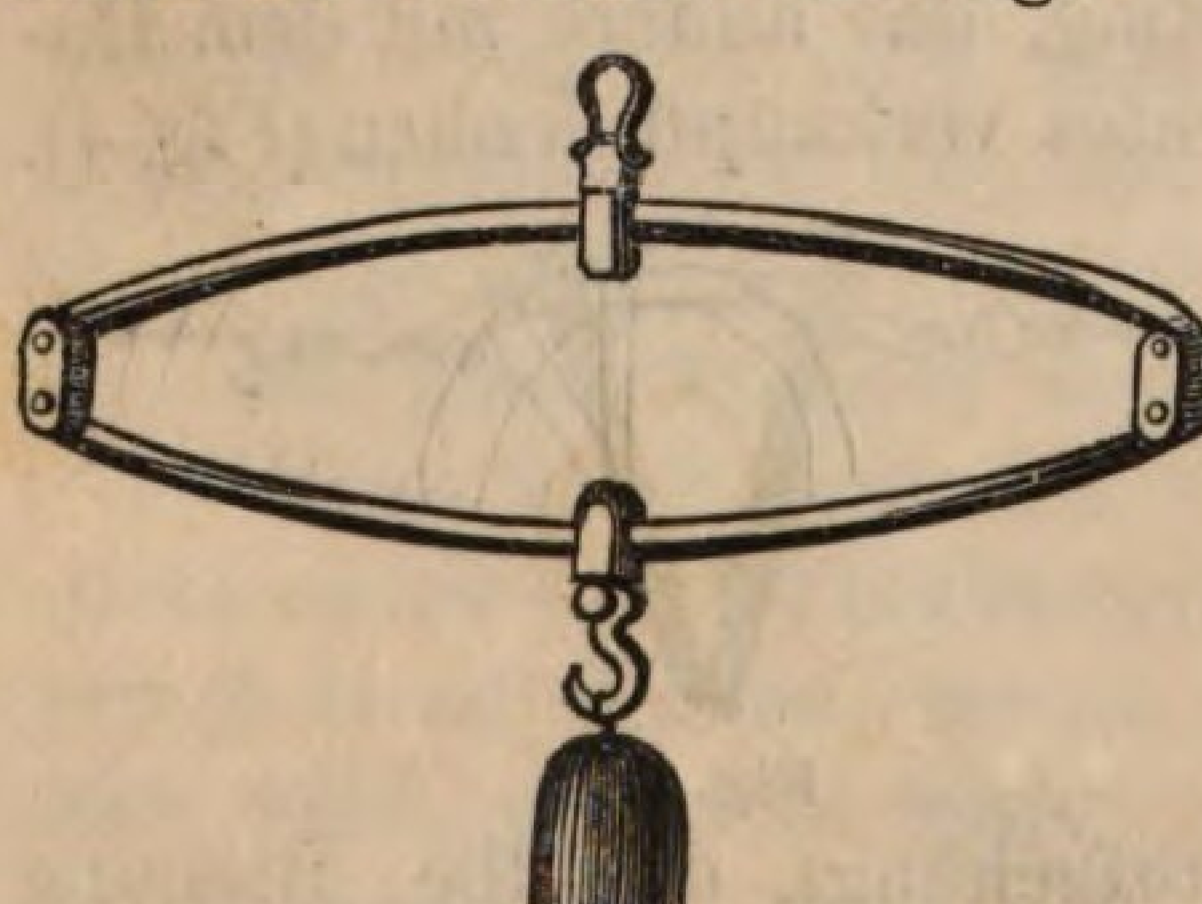


Fig. 6.

Alle diese Instrumente, Fig. 2, 5 und 6, tragen den Namen Dynamometer (von δυναμις, Kraft und μετρον, messen). Das letzte, Fig. 6, das von *Poncelet* zuerst angegeben wurde, besitzt eine, für experimentelle Untersuchungen über die Grösse von Kräften, die unter verschiedenen Umständen entwickelt werden, sehr schätzbare Eigenschaft. Diese besteht darin, dass die Vergrösserung der Entfernung der Mittelpunkte der beiden Schienen proportional der Grösse der auf das Dynamometer wirkenden Kraft ist. Wenn eine Kraft von 1 Kilogramm die Entfernung dieser Punkte um einen Millimeter vermehrt, so vergrössert eine Kraft

von 2 Kilogramm ihre Entfernung um 2 Millimeter, eine Kraft von 3 Kilogramm um 3 Millimeter u. s. f. bis zu einer gewissen Grenze, welche die Grösse der Kraft nicht überschreiten darf.

§. 19. **Richtung einer Kraft.** — Man versteht unter der Richtung einer Kraft die Richtung der Bewegung, welche sie einem Körper in dem Falle ertheilt, wo er, ursprünglich in Ruhe, der Wirkung der Kraft frei überlassen ist, ohne durch ein Hinderniss in seiner Bewegung gestört zu werden. Ein Körper, den man in der Hand hält, fällt, wenn er losgelassen wird, herab, und beschreibt dabei eine gerade vertikale Linie; diese Vertikale ist die Richtung der Kraft, welche den Körper fallen macht.

Um die verschiedenen Kräfte, welche auf einen Körper oder auf eine Zusmmensetzung von Körpern wirken, in anschaulicher Weise darzustellen, zieht man aus dem Angriffspunkte von jeder derselben eine gerade Linie in der Richtung, in welcher die entsprechende Kraft wirkt. Auf diese verschiedenen geraden Linien trägt man dann, von dem Angriffspunkt aus und im Sinne der Wirkung der Kräfte, Stücke auf, welche diesen Kräften proportional sind. Wenn man z. B. übereinkommt, eine Kraft von 1 Kilogramm durch eine Länge von 1 Centimeter darzustellen, so bezeichnet die Figur 7, dass der Körper M von 3 Kräften P, Q, R angegriffen wird, welche bezüglich gleich 2^k, 3^k, 1^k, sind, deren Angriffspunkte in A, B, C liegen, und deren Richtungen durch die von diesen drei Punkten ausgehenden geraden Linien dargestellt werden. Um den Sinn, in welchem eine Kraft wirkt, genau festzustellen, versieht man gewöhnlich das Ende der geraden Linie, durch welche sie dargestellt wird, mit einem Pfeil, wie es die Fig. 7 zeigt.



Fig. 7.

Zusammensetzung der Kräfte.

§. 20. **Mittelkraft, Seitenkräfte.** — Wenn mehrere Kräfte auf ein und denselben festen Körper wirken, so ist es häufig möglich, eine andere Kraft zu finden, welche, wenn sie allein auf den Körper wirkt, genau dieselbe Wirkung, wie jene, hervorbringt. So sieht man leicht, dass mehrere Pferde, welche an einen Wagen gespannt sind, durch einen einzigen Motor, eine Locomotive z. B., welche, an dem Wagen ziehend, ihm dieselbe Bewegung ertheilt, ersetzt werden können; die Zugkraft der Locomotive bringt also dieselbe Wirkung hervor, wie die verschiedenen gleichzeitig wirkenden Kräfte der Pferde.

Die eine Kraft, welche für mehrere andere, gleichzeitig an einen Körper angreifenden Kräfte gesetzt werden kann, ohne dass die auf den Körper ausgeübte Wirkung geändert wird, heisst die Mittelkraft (Resultante) dieser Kräfte; diese ihrerseits heissen die Seitenkräfte (Componenten oder Composanten). Unter der Zusammensetzung der Kräfte versteht man die Aufsuchung der Mittelkraft, wenn die Seitenkräfte gegeben sind.

§. 21. **Gleichgewicht.** — Es ist klar, dass mehrere Kräfte, welche auf einen Körper oder auf eine Zusammensetzung von Körpern wirken, möglicherweise auch so beschaffen sein können, dass sie sich gegenseitig aufheben, vernichten; dass sich der Körper ganz ebenso verhält, als wenn diese Kräfte gar nicht vorhanden wären. In diesem Falle sagt man, die Kräfte halten sich das Gleichgewicht, oder auch wohl, der Körper oder die Zusammensetzung von Körpern, auf welche jene Kräfte wirken, sind im Gleichgewicht.

Man muss dabei zwischen den Worten Ruhe und Gleichgewicht wohl unterscheiden. Das erste bezeichnet einfach jenen Zustand eines Körpers, wo er seinen Ort nicht verändert, gleichgültig, ob dabei Kräfte auf ihn wirken oder nicht. Das zweite dagegen bezeichnet den Zustand eines Körpers, welcher sich, obwohl er unter der Einwirkung mehrerer Kräfte steht, unter denselben Umständen befindet, als wenn diese Kräfte nicht vorhanden wären. Ein Körper kann bekanntlich in Bewegung sein, ohne dass irgend eine Kraft auf ihn wirkt (§. 14); wenn man an einem solchen Körper Kräfte anbringt, welche sich das Gleichgewicht halten, so wird seine Bewegung nicht im geringsten gestört, weil diese Kräfte sich gegenseitig aufheben. Das Gleichgewicht der Kräfte, welche auf einen Körper wirken, erfordert daher nicht nothwendig, dass man sich dabei den Körper als unbewegt vorstelle. Die Worte Ruhe und Gleichgewicht haben also wesentlich verschiedene Bedeutung.

§. 22. **Stabiles und labiles Gleichgewicht.** — Im gewöhnlichen Leben legt man dem Worte Gleichgewicht eine andere Bedeutung bei, als wir ihm hier zugeschrieben haben. Man sagt, dass man einen Körper in's Gleichgewicht gebracht habe, wenn es gelungen ist, ihm eine solche Stellung zu geben, in der er in Ruhe bleibt, aus welcher er sich aber durch die Einwirkung der geringfügigsten äusseren Ursache alsbald entfernt, ohne wieder dahin zurück zu kehren. Wenn man es z. B. dahin gebracht hat, einen Kegel so auf den Tisch zu stellen, dass er blos auf seiner Spitze steht (Fig. 8), ohne nach der einen oder

andern Seite umzufallen, so sagt man, dass man ihn in's Gleichgewicht gebracht habe. Für uns ist der Kegel eben so gut im Gleichgewicht, ob er mit seiner Basis auf dem Tische aufruht (Figur 9), oder mit seiner Spitze. In dem einen wie in dem andern Fall wird die Kraft, welche den Kegel fallen zu machen sucht, und in Folge deren er in der That herabfallen würde, wenn ihn der Tisch nicht davon zurückhielte, durch den Druck des Tisches im Gleichgewicht gehalten, den derselbe von unten nach oben auf den untersten Theil des Kegels ausübt. Beide Fälle unterscheiden sich aber dadurch von einander, dass wenn man in dem einen, Fig. 8, den Kegel etwas aus seiner Lage bringt, derselbe nicht mehr in diese Lage zurückkehrt, sondern umfällt; das Gleichgewicht ist *unhaltbar* oder *labil*. In dem andern Fall dagegen kehrt der Kegel, wenn man seine Lage verändert, indem man die Spitze etwas zur Seite zieht, alsbald von selbst in seine ursprüngliche Stellung zurück; das Gleichgewicht ist *haltbar* oder *stabil*. Es ist also das, was man im gewöhnlichen Leben Gleichgewicht nennt, für uns das labile Gleichgewicht.

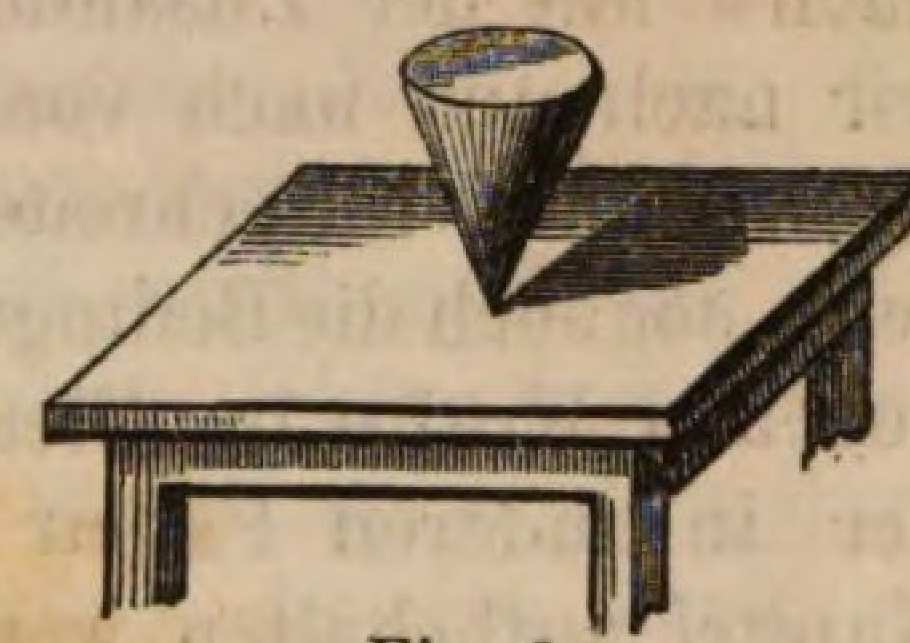


Fig. 8.

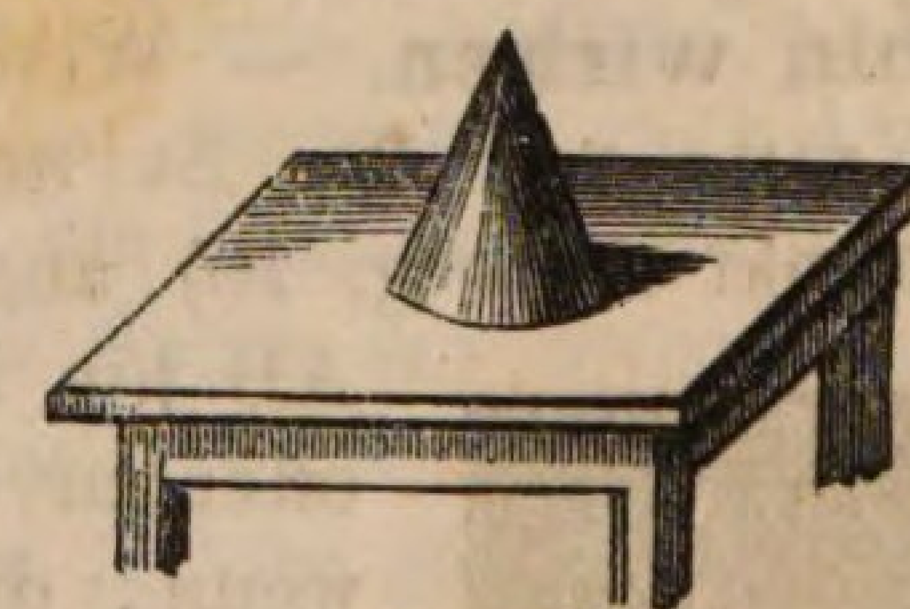


Fig. 9.

§. 23. Denken wir uns einen Körper oder eine Zusammensetzung von Körpern von irgend einer Anzahl beliebig wirkender Kräfte angegriffen, die sämmtlich, wie oben angegeben (§. 19), ihrer Grösse und Richtung nach durch gerade Linien dargestellt werden, so besteht die allgemeinste Aufgabe der Mechanik darin, das Verhalten des Körpers unter dem Einfluss dieser Kräfte zu bestimmen. Im Allgemeinen wird offenbar eine Bewegung des Körpers eintreten, und es ist dann die Aufgabe desjenigen Theils der Mechanik, den man *Dynamik* (Bewegungslehre) nennt, die Gesetze dieser Bewegung zu erforschen. In besonderen Fällen werden aber jene Kräfte auch im Gleichgewicht sein können, und man nennt gewöhnlich den Theil der Mechanik, der sich mit der Aufstellung der Bedingungen beschäftigt, welche die Kräfte in diesen Fällen zu erfüllen haben, die *Statik* (Gleichgewichtslehre). Beide aber, die Untersuchungen über das Gleichgewicht, wie über die Bewegung, werden wesentlich vereinfacht, wenn man die gegebenen Kräfte durch eine Mittelkraft, oder doch durch eine möglichst geringe Anzahl von Kräften, zu ersetzen sucht, welche die

nämliche Wirkung ausüben, wie sie. Wir werden uns daher zunächst mit der Zusammensetzung der Kräfte beschäftigen, wobei wir nach und nach von den einfacheren zu den zusammengesetzteren Fällen fortschreiten werden. Dabei wird es nicht schwierig sein, sogleich die Bedingungen herauszuheben, unter welchen die gegebenen Kräfte im Gleichgewicht sind, wogegen die Untersuchung der in anderen Fällen stattfindenden Bewegung einem späteren Kapitel aufbehalten werden muss.

§. 24. **Kräfte, welche nach der nämlichen Richtung hin wirken.** — Wenn ein Körper unter dem Einfluss dreier Kräfte von 3k, 5k und 6k steht, welche sämmtlich in dem Punkt A (Fig. 10) angreifen, und nach der nämlichen Richtung AB hin in demselben Sinne wirken, so befindet sich offenbar der Körper unter denselben Umständen, als wenn, die Linie AB als vertikal angenommen, in dem Punkte A drei Gewichte von 3k, 5k und 6k aufgehängt wären. Dieselben üben aber nach dem, was oben (§ 17) gesagt wurde, die nämliche Wirkung aus, als ein einziges Gewicht von 14k, gleich der Summe von 3, 5 und 6k. Daraus folgt also, dass beliebig viele Kräfte, die alle in demselben Punkt angreifen, und in gleichem Sinne nach der nämlichen Richtung hin wirken, eine Resultante haben, die gleich ihrer Summe ist, und die in derselben Richtung und auch in dem nämlichen Sinne wirkt, wie die Seitenkräfte.



Fig. 10.

Wenn auf einen Körper zwei gleichgrosse Kräfte wirken, die in dem nämlichen Punkt angreifen und nach derselben Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne wirken, so halten sich diese Kräfte offenbar das Gleichgewicht.

Betrachten wir nun einen Körper, der einmal unter der Wirkung von 3 Kräften steht, einer von 3k, einer andern von 5k und einer dritten von 6k, die sämmtlich auf den Punkt A (Fig. 11), und in dem Sinne AB wirken; und dann noch unter der Wirkung von zwei Kräften von 4k und 7k, die an demselben Punkt A aber im entgegengesetzten Sinne angreifen. Die drei ersten Kräfte kann man durch eine Kraft von 14k, die in dem Sinne AB wirkt, und die beiden letzten durch eine Kraft von 11k in entgegengesetztem Sinne AC ersetzen. Die Kraft von 14k kann aber betrachtet werden, als ob sie aus der Zusammensetzung einer



Fig. 11.

Kraft von 11^k und einer andern von 3^k hervorgegangen wäre, die alle beide nach AB hin wirken. Die erstere von diesen beiden Seitenkräften wird durch die gleichgrosse Kraft, die im entgegengesetzten Sinne wirkt, aufgehoben, und es bleibt bloss noch die Kraft von 3^k, die im Sinne AB wirkt und die fünf gegebenen Kräfte vollständig ersetzt. Daraus folgt, dass man, um mehrere Kräfte, die auf denselben Punkt nach derselben Richtung, aber in verschiedenem Sinne wirken, in eine Kraft zu vereinigen, alle Kräfte, die in dem einen Sinne, und hierauf alle Kräfte, die in dem entgegengesetzten Sinne wirken, addiren und die kleinere von den so erhaltenen beiden Summen von der grösserern abziehen muss: die Differenz ist die Resultante der gegebenen Kräfte, welche Resultante in dem Sinne der grösseren der beiden Summen, welche man vorhin erhielt, wirkt. Wenn die Summe der in dem einen Sinn wirkenden Kräfte gleich ist der Summe der im entgegengesetzten Sinn wirkenden, so findet Gleichgewicht statt.

Offenbar bleibt die Wirkung einer Kraft ganz unverändert, wenn man ihren Angriffspunkt in ihrer eigenen Richtung beliebig verlegt. So ist es z. B. in der Wirkung gewiss einerlei, ob Jemand an einem Schlitten vorn zieht oder hinten mit derselben Kraft schiebt, wenn nur die Angriffspunkte beidesmal in der Richtung liegen, in welcher der Zug und Druck erfolgt. Wenn daher auf einen Körper mehrere Kräfte, alle nach ein und derselben geraden Linie, aber in verschiedenen Punkten angreifen, so kann man die Angriffspunkte aller dieser Kräfte in einen gemeinschaftlichen Punkt jener geraden Linie verlegen. Somit ist dieser allgemeine Fall auf einen der bereits behandelten zurückgeführt, wo wir vorausgesetzt haben, dass sämmtliche Kräfte in dem nämlichen Punkt angreifen.

§. 25. **Parallele Kräfte.** — Um die Zusammensetzung von Kräften zu zeigen, die nach parallelen Richtungen hin wirken, bedienen wir uns des folgenden Apparats: Ein prismatischer Stab AB (Fig. 12) von Holz kann sich um eine, durch seine Mitte gehende Axe drehen, welche durch die nach unten gerichtete Kante eines kleinen Stahlprisma's gebildet wird, das quer durch den Stab gesteckt ist und auf beiden Seiten etwas hervorragt. Die beiden Seitenflächen des Stahlprisma's, die sich in jener Kante schneiden, sind sorgfältig zugeschliffen, so dass sie eine gute Schneide bilden. Diese Schneide stützt sich auf beiden Seiten auf zwei ebene, durch kleine Stahlstückchen gebildete Unterlagen, die in eine Art Zwinge eingelassen sind.

Diese Zwinge ist an einer Säule CD so befestigt, dass sich der Stab AB frei um seine Axe drehen kann. Auf der andern Seite des Stabs sind zu beiden Seiten des Aufhängepunktes 10 Theile von gleicher Länge aufgetragen und unter den Theilstrichen kleine Ringe befestigt, an welchen Gewichte aufgehängt werden können. Diese Gewichte sind so gemacht, dass sie auch auf ihrer untern Seite einen kleinen Hacken tragen, um unter jedes derselben ein zweites, unter dieses dann wieder ein drittes aufhängen zu können.

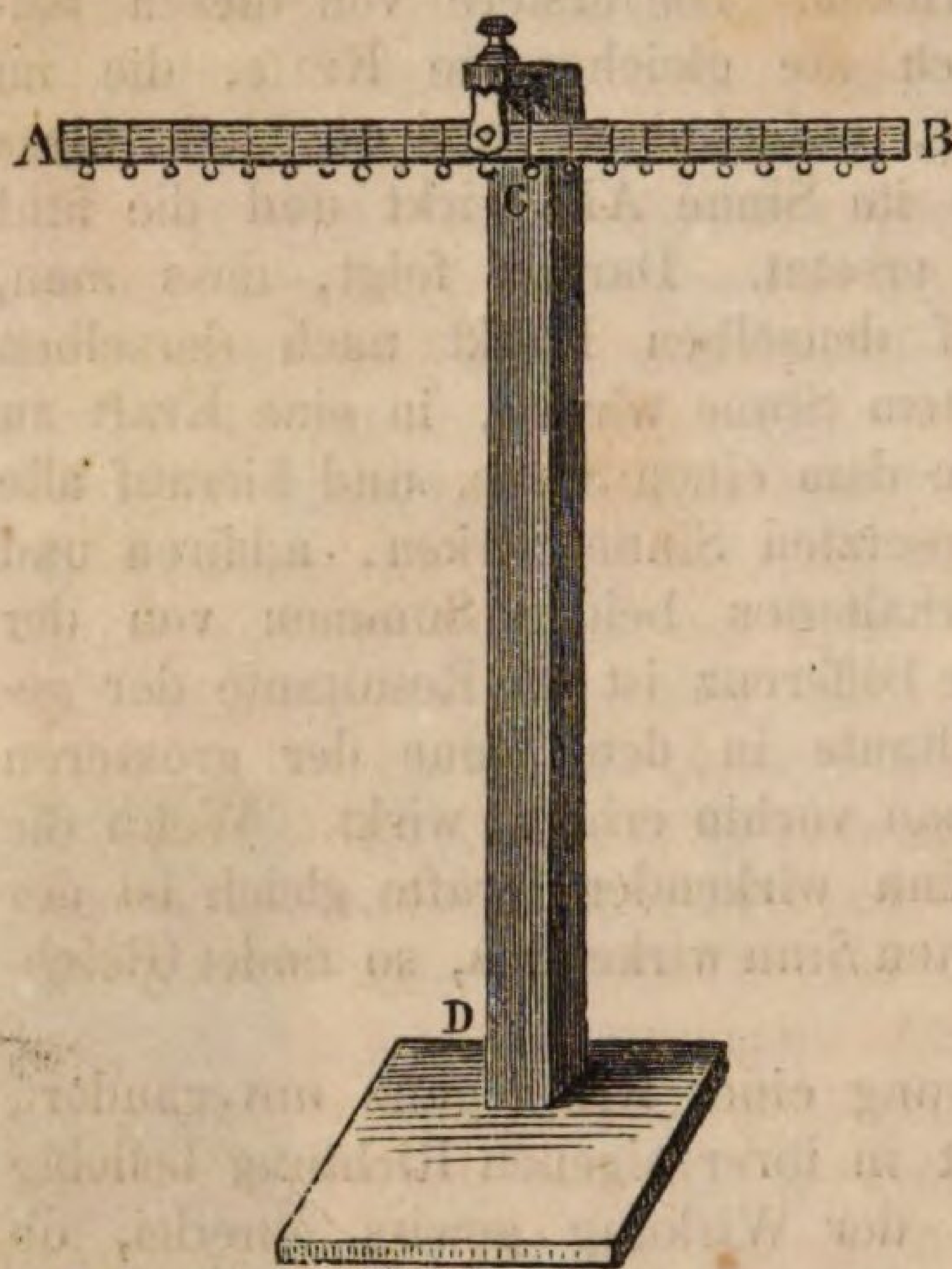
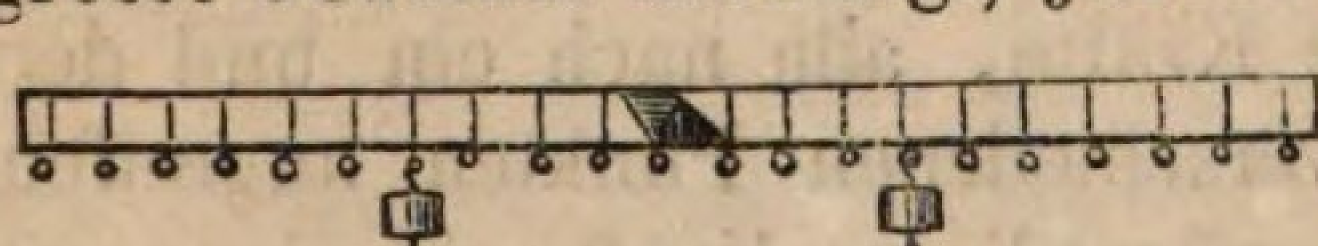
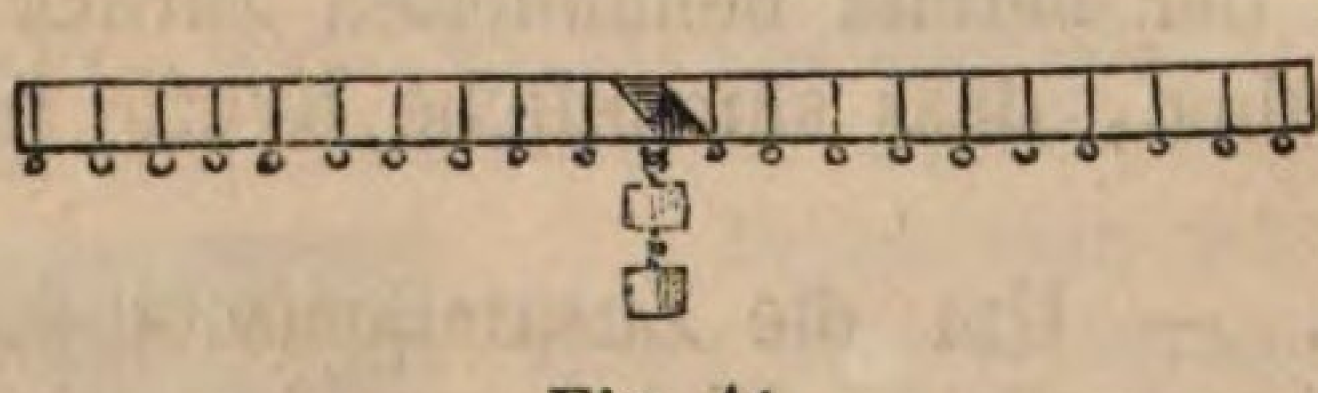


Fig. 12.

Wenn man nun zunächst an zwei Punkten des Stabes, die gleichweit von der Mitte entfernt sind, zwei gleich grosse Gewichte aufhängt, jedes z. B. von 100 Gramm (Fig. 13), so sieht man leicht, dass der Stab horizontal bleiben wird. Wenn man alsdann die beiden Gewichte wieder aushebt, und sie unter einander in der Mitte des Stabs aufhängt (Fig. 14), so bleibt derselbe noch horizontal, und man wird leicht zugeben, dass in dem einen, wie in dem andern Fall die Schneide ganz denselben Druck auf die kleinen Stahlplatten ausübt, auf welchen sie aufruht. Wenn man einigen Zweifel darüber hegen sollte, so dürfte man nur die Zwinge, welche jene Stahlplättchen trägt, an einer Dynamometerfeder aufhängen, und man würde sehen, dass diese in beiden Fällen gleich stark gebogen würde. Die Fig. 13 stellt den Stab unter der Einwirkung zweier gleicher und paralleler Kräfte dar; aus dem Vorhergehenden folgt, dass diese zwei Kräfte durch eine einzige Kraft ersetzt werden können, die doppelt so gross als jede von ihnen und parallel zu ihnen ist, und deren


Fig. 13.


Fig. 14.

Angriffspunkt in der Mitte der geraden Linie liegt, welche ihre Angriffspunkte verbindet.

Denken wir uns nun, dass längs des Stabes AB (Fig. 12) 11 Gewichte, jedes von 1 Hektogramm in gleichen Zwischenräumen so aufgehängt werden, dass das mittelste von ihnen gerade unter die Drehungsaxe des Stabs zu hängen kommt, wie es Fig. 15 zeigt. Der in solcher Weise ganz regelmässig belastete Stab wird offenbar in horizontaler Lage verharren. Aber nach dem, was oben gesagt wurde, kann man zwei Gewichte, die sich in gleicher Entfernung vom Mittelpunkt befinden, ausheben und unter der Mitte aufhängen, ohne dass ihre Wirkung auf den Stab, der natürlich als vollkommen unbiegsam vorausgesetzt wird, sich ändert: derselbe wird nach wie vor horizontal bleiben und den nämlichen Druck auf die ihn tragende Zwinge ausüben. Wenn man auf diese Weise nach und nach je zwei der sämmtlichen Gewichte, welche gleichmässig über die Länge des Stabs vertheilt sind, in die Mitte desselben versetzt, so wird man zuletzt die Anordnung erhalten, wie sie die Fig. 16 darstellt; und man wird daraus schliessen, dass sich der Stab AB, wenn er mit 11 Gewichten, jedes von 1 Hektogramm, belastet ist, die gleichmässig über seine ganze Länge vertheilt sind, unter denselben Bedingungen befindet, als wenn ein einziges Gewicht von 11 Hektogramm in seiner Mitte aufgehängt wäre.

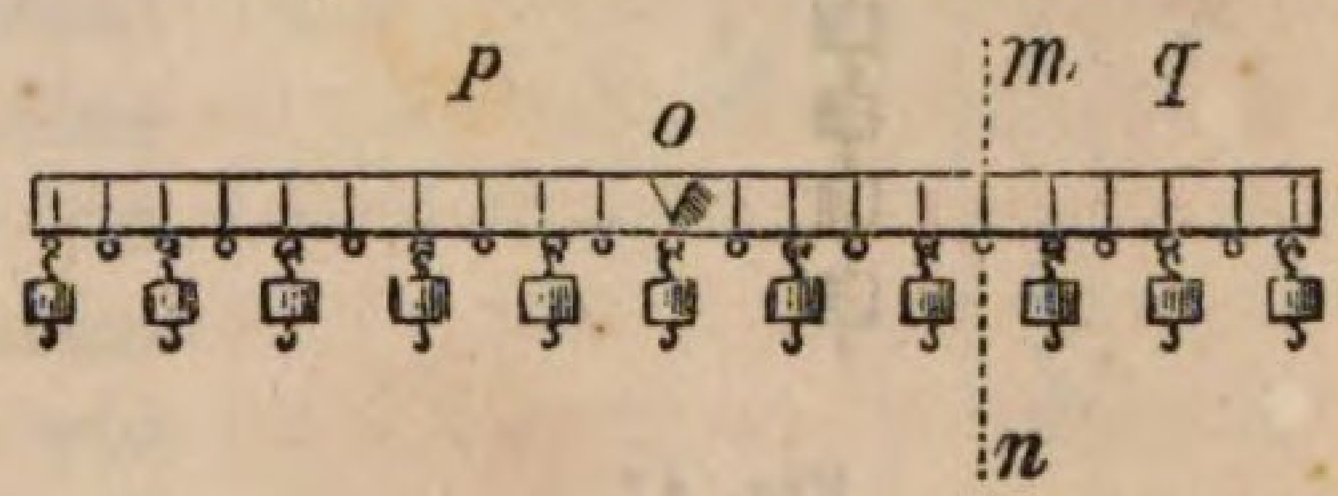
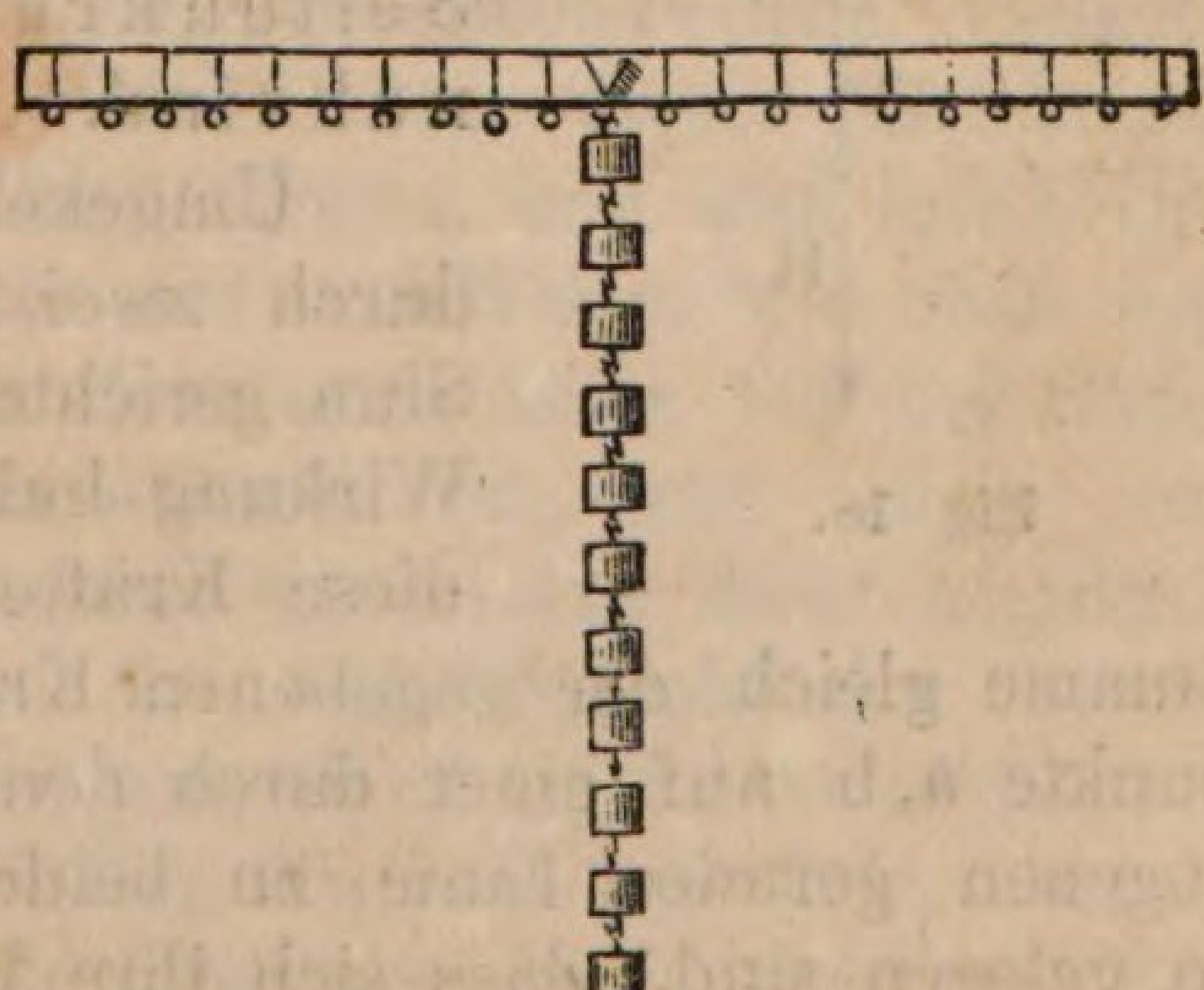


Fig. 15.


Fig. 16.

Kehren wir nun wieder zu dem gleichmässig belasteten Stab der Fig. 15 zurück, und theilen die 11 Gewichte, welche er trägt, durch die Linie mn in zwei Gruppen, so dass sich 8 dieser Gewichte auf der Linken und 3 auf der rechten Seite dieser Linie befinden. Die 8 Gewichte zur Linken können, wie eben gezeigt wurde, in dem Punkte p vereinigt werden, der sich in der Mitte der Länge befindet, über welche sie gleichmässig vertheilt sind; eben so kann man die drei Gewichte zur Rechten in dem Punkte q vereinigen. Dadurch erhalten die Gewichte an dem Stab die

in Fig. 17 dargestellte Anordnung, ohne dass sich ihre Wirkung auf den Stab geändert hätte.

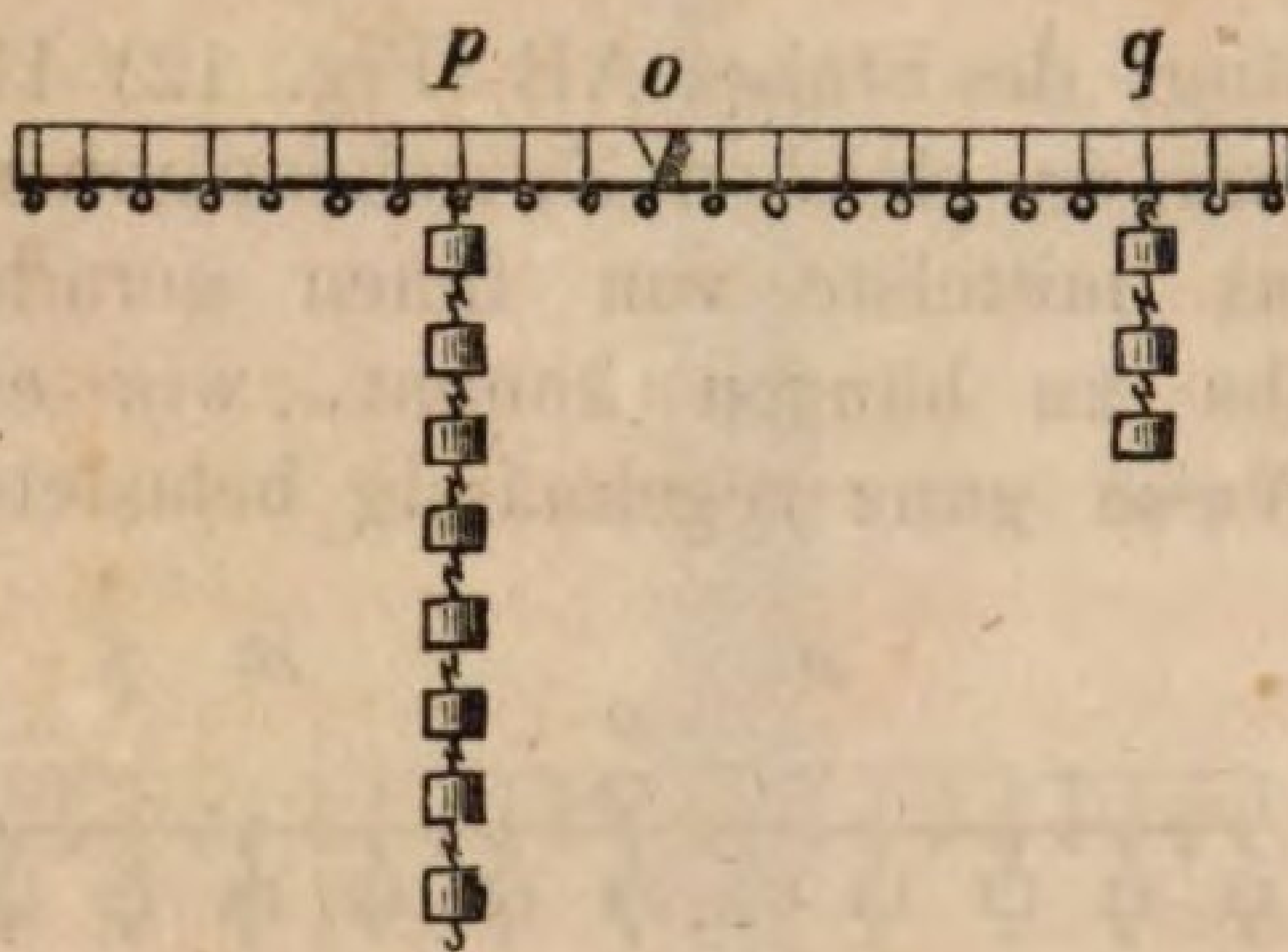


Fig. 17.

Zwei Gewichte also, das eine von 8, das andere von 3 Hektogramm, von denen das erste in p, das zweite in q aufgehängt ist, bringen dieselbe Wirkung hervor, als ein einziges Gewicht von 11 Hektogramm, das im Punkt o aufgehängt ist. Beachtet man nun noch, dass op drei, oq aber 8 Theile des Stabs enthält, so ergibt sich hieraus, wie man leicht sieht, ganz allgemein der folgende Satz: Zwei parallele, in dem nämlichen Sinn gerichtete Kräfte P, Q (Fig. 18) welche an einen festen Körper M angreifen, haben eine Resultante R gleich ihrer Summe und parallel zu ihnen, deren Angriffspunkt c die Entfernung der Angriffspunkte a, b der beiden Seitenkräfte in 2 Theile theilt, welche den Grössen dieser Seitenkräfte umgekehrt proportional sind.

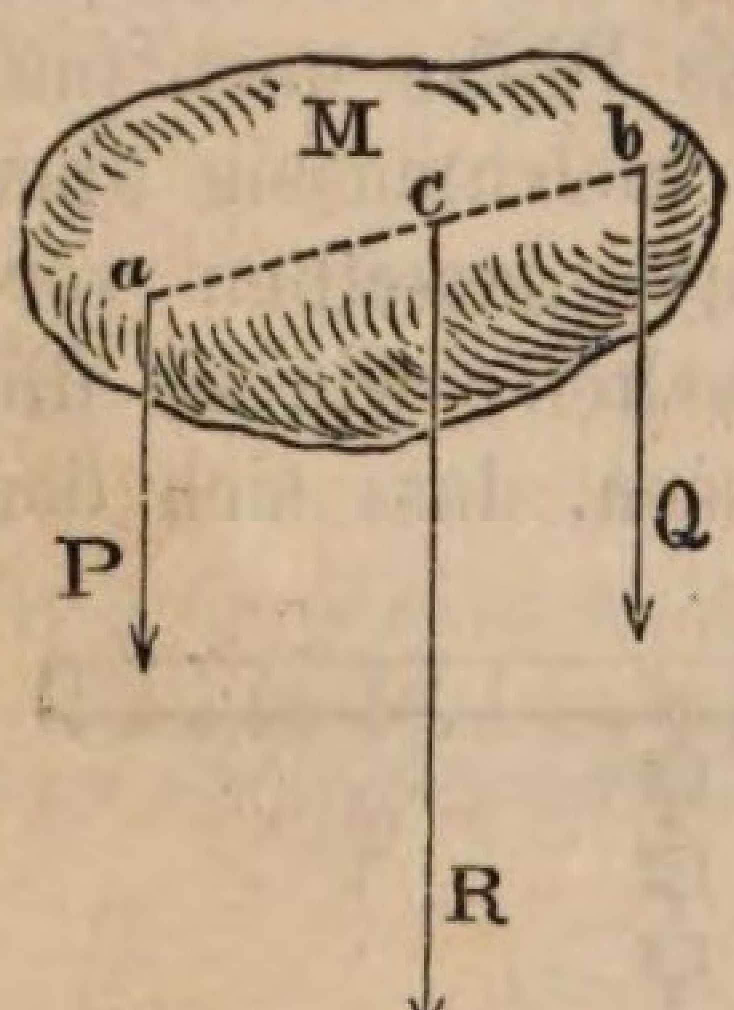


Fig. 18.

Umgekehrt kann nun auch jede Kraft durch zwei ihr parallele und in ungleichem Sinn gerichtete Kräfte P, Q, die ganz dieselbe Wirkung haben, ersetzt werden. Man darf diese Kräfte nur so annehmen, dass ihre Summe gleich der gegebenen Kraft ist, und dass ihre Angriffspunkte a, b auf einer durch den Angriffspunkt c jener Kraft gezogenen geraden Linie zu beiden Seiten dieses Angriffspunktes so gelegen sind, dass sich ihre Entfernungen von demselben umgekehrt verhalten, wie die Kräfte selbst. Man sagt in diesem Fall, die gegebene Kraft sei in die beiden Seitenkräfte zerlegt worden. Da jede dieser beiden Seitenkräfte auf dieselbe Weise in 2 weitere zerlegt werden kann u. s. f., so ist klar, dass man jede gegebene Kraft durch eine beliebige Anzahl paralleler Kräfte ersetzen kann, deren Mittelkraft sie ist.

§. 26. Der Körper M (Fig. 19) wird von 4 parallelen und in dem nämlichen Sinn wirkenden Kräften angegriffen. Die eine von 3k hat ihren Angriffspunkt im Punkte A, die andere von

5^k in B., die dritte von 4^k in C, und die vierte von 1^k im Punkte D. Die zwei Kräfte, welche in den Punkten A und B angebracht sind, können durch eine Kraft von 8^k ersetzt werden, welche in dem Punkte O angreift, der so gelegen ist, dass sich OA zu OB wie 5 zu 3 verhält. Diese Kraft von 8^k kann nun mit der in dem Punkte C wirkenden Kraft vereinigt werden, woraus eine Kraft von 12^k hervorgeht, die im Punkte O′ angreift, vorausgesetzt, dass sich O′O zu O′C wie 4 zu 8, also wie 1 zu 2 verhält. Diese Mittelkraft endlich setzt sich noch mit der in D wirkenden Kraft in ähnlicher Weise zusammen, und man erhält so schliesslich eine Kraft von 13^k, welche in dem Punkte O″ angreift und die Mittelkraft von sämmtlichen Kräften ist. Man sieht, dass auf diese Weise beliebig

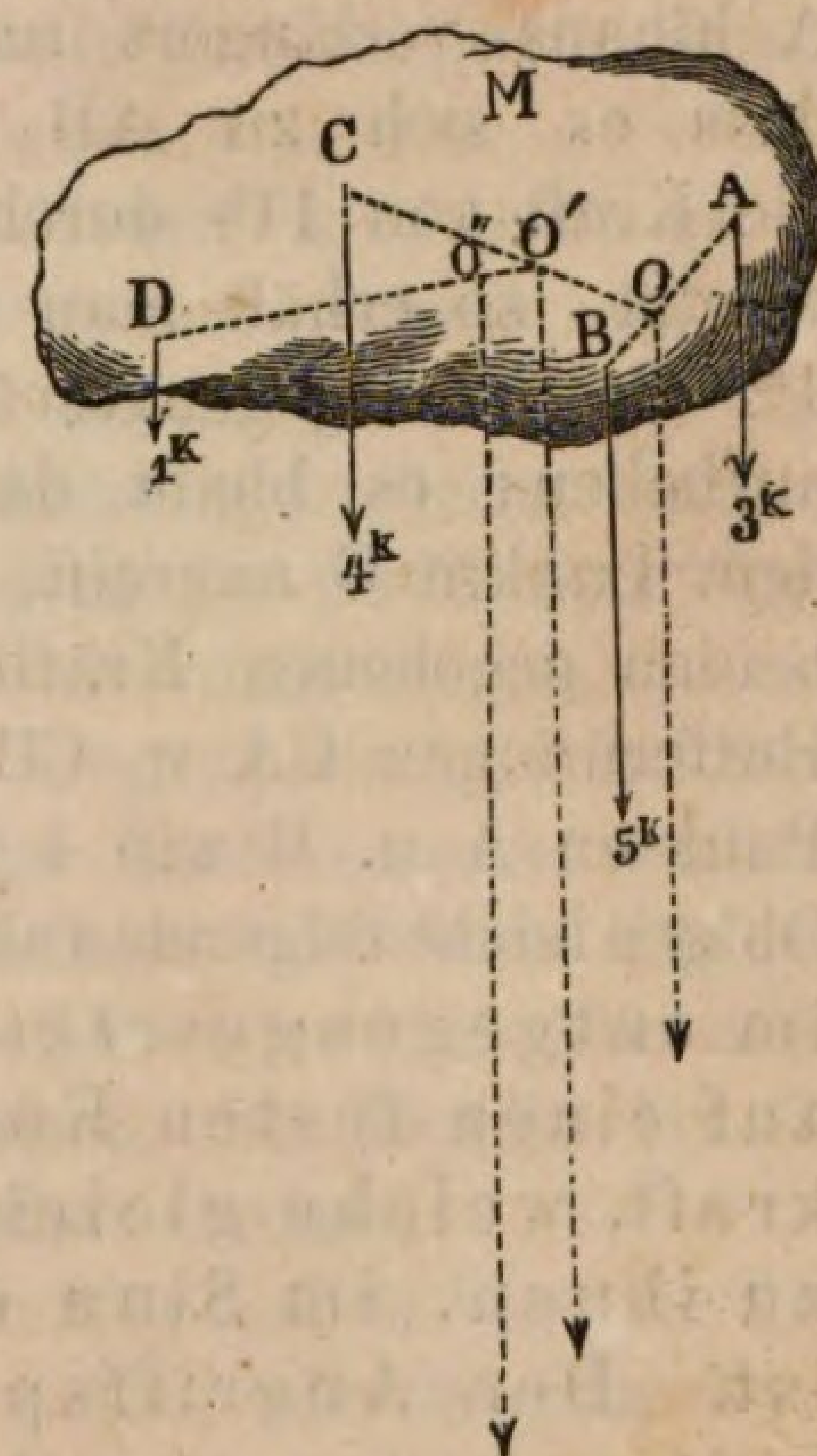


Fig. 19.

viele parallele und in dem nämlichen Sinn gerichtete Kräfte in eine Mittelkraft vereinigt werden können, auch wenn sie nicht gerade, wie in dem obigen Beispiele angenommen wurde, sämmtlich in einer Ebene gelegen sind. Die Grösse dieser Mittelkraft ist immer gleich der Summe der Seitenkräfte, und was ihren Angriffspunkt betrifft, so geht aus der Art und Weise, wie oben der Punkt O″ gefunden wurde, hervor, dass seine Lage von der Richtung der Seitenkräfte ganz unabhängig ist, und allein von der Grösse derselben und der gegenseitigen Lage ihrer Angriffspunkte abhängt. Desshalb heisst der Angriffspunkt der Resultante auch der **Mittelpunkt der parallelen Seitenkräfte.**

§. 27. Wenn auf den Körper M (Fig. 20) zwei parallele, aber in entgegengesetztem Sinne gerichtete Kräfte wirken, eine von 11^k in dem Punkte A, die andere von 4^k in dem Punkte B, so findet man ihre Resultante auf folgende Weise: Man betrachtet die grössere von den beiden Kräften, also hier die von 11^k, wie durch die Zusammensetzung zweier mit ihr paralleler und in demselben Sinn gerichteter Kräfte entstanden. Die eine von diesen Kräften habe eine Grösse von 4^k und greife im Punkte B an. Dann muss die an-

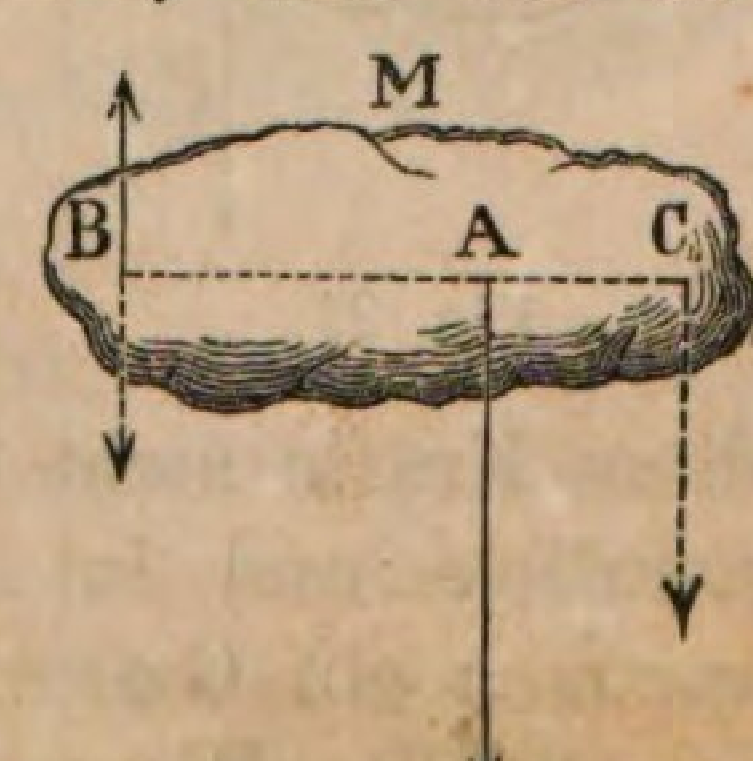


Fig. 20.

dere eine Grösse von 7^k haben und in einem Punkt C angebracht werden, welchen man leicht dadurch erhält, dass man BA über A hinaus verlängert und in dieser Verlängerung AC so nimmt, dass es sich zu AB verhält wie 4 zu 7. Wenn man nun die Kraft von 11^k durch die beiden eben gefundenen Seitenkräfte ersetzt, so erhält man in dem Punkte B zwei Kräfte, jede von 4^k, die in entgegengesetztem Sinne wirken, sich also gegenseitig aufheben; es bleibt daher nur noch eine Kraft von 7^k, die in dem Punkte C angreift, und diese ist offenbar die Mittelkraft der beiden gegebenen Kräfte. Beachtet man nun noch, dass sich die Entfernungen CA u. CB des Punktes C von den beiden gegebenen Punkten A u. B wie 4 zu 11 verhalten, so kann man aus dem Obigen leicht folgenden allgemeinen Satz folgern: Zwei parallele, im entgegengesetzten Sinn gerichtete Kräfte, welche auf einen festen Körper angreifen, haben eine Mittelkraft, welche gleich ihrer Differenz ist und parallel zu ihnen, im Sinn der grössern von beiden gerichtet ist. Der Angriffspunkt dieser Mittelkraft wird erhalten, wenn man die Verbindungslinie der Angriffspunkte der beiden Seitenkräfte über den Angriffspunkt der grössern Kraft hinaus verlängert und in dieser Verlängerung einen Punkt so nimmt, dass sich seine Entfernungen von jenen Angriffspunkten umgekehrt verhalten, wie die diesen zugehörigen Seitenkräfte.

Wenn die zwei parallelen und in entgegengesetztem Sinn gerichteten Kräfte einander gleich sind (Fig. 21), so findet man nach dem obigen Verfahren keine Mittelkraft für sie. Man überzeugt sicht leicht, dass es überhaupt nicht möglich ist, solche zwei Kräfte durch eine einzige Kraft in ihrer Wirkung zu ersetzen. Sie sind aber auch nicht im Gleichgewicht, sondern suchen vielmehr dem Körper eine Drehung zu ertheilen. Wir stossen hier also auf einen Fall, wo es nicht möglich ist, die Wirkung zweier Kräfte auf einen Körper durch eine einzige Kraft zu ersetzen, obwohl diese Kräfte nicht im Gleichgewicht sind. Man nennt zwei solche parallele und im entgegengesetzten Sinn gerichtete Kräfte zusammen ein Gegenpaar.

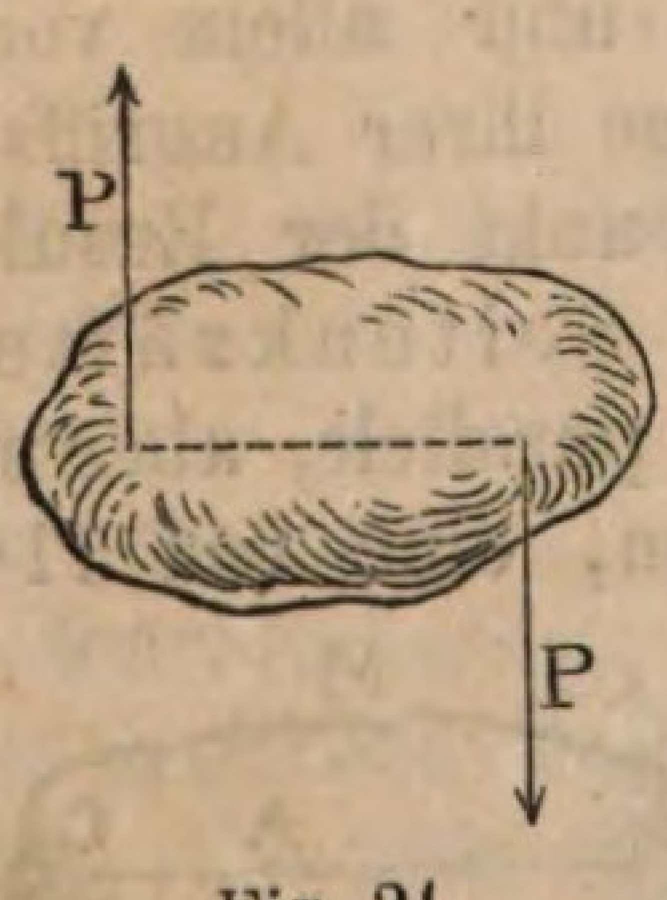


Fig. 21.

§. 28. Wenn auf einen Körper beliebig viele parallele Kräfte wirken, von denen ein Theil in einem, der andere im entgegen-

gesetzten Sinn gerichtet ist, so sucht man von jeder dieser beiden Gruppen für sich die Mittelkraft (§. 26). Man erhält dadurch zwei Kräfte, die in parallelen aber in entgegengesetztem Sinne gehenden Richtungen an den Körper angreifen.

Liegen die Richtungen dieser beiden Kräfte in einer geraden Linie, so haben sie entweder eine Resultante, wenn sie ungleich sind, oder sie sind, im Falle sie gleich gross sind, im Gleichgewicht (§. 24). Wenn aber die Richtungen jener beiden Kräfte nicht in einer geraden Linie liegen, so findet man eine Mittelkraft für dieselben nur dann, wenn sie ungleich gross sind (§. 27); im andern Falle bilden sie ein Gegenpaar und können in ihrer Wirkung nicht durch eine einzige Kraft ersetzt werden. Beliebig viele parallele, in verschiedenem Sinn auf einen Körper wirkende Kräfte können also entweder im Gleichgewicht sein, oder sie können in ihrer Wirkung entweder durch eine einzige Mittelkraft, oder nur durch ein Gegenpaar ersetzt werden.

§. 29. **Vom Hebel.** — Bevor wir in der Lehre von der Zusammensetzung der Kräfte weiter gehen, wollen wir nun das Vorhergehende dazu anwenden, das Princip des Hebels kennen zu lernen, welches Princip uns wieder später dazu dienen wird, die Resultante zweier Kräfte zu finden, die, an demselben Punkt angreifend, nach verschiedenen Richtungen hin wirken.

Unter einem Hebel versteht man eine Stange AB, Fig. 22, mit deren Hülfe ein schwerer Körper M, der auf ihrem einen Ende A aufliegt, gehoben wird, indem man auf das andere Ende B eine Kraft ausübt. Diese Stange stützt sich in C gegen die Kante einer Unterlage und kann sich um dieselbe frei drehen, wenn

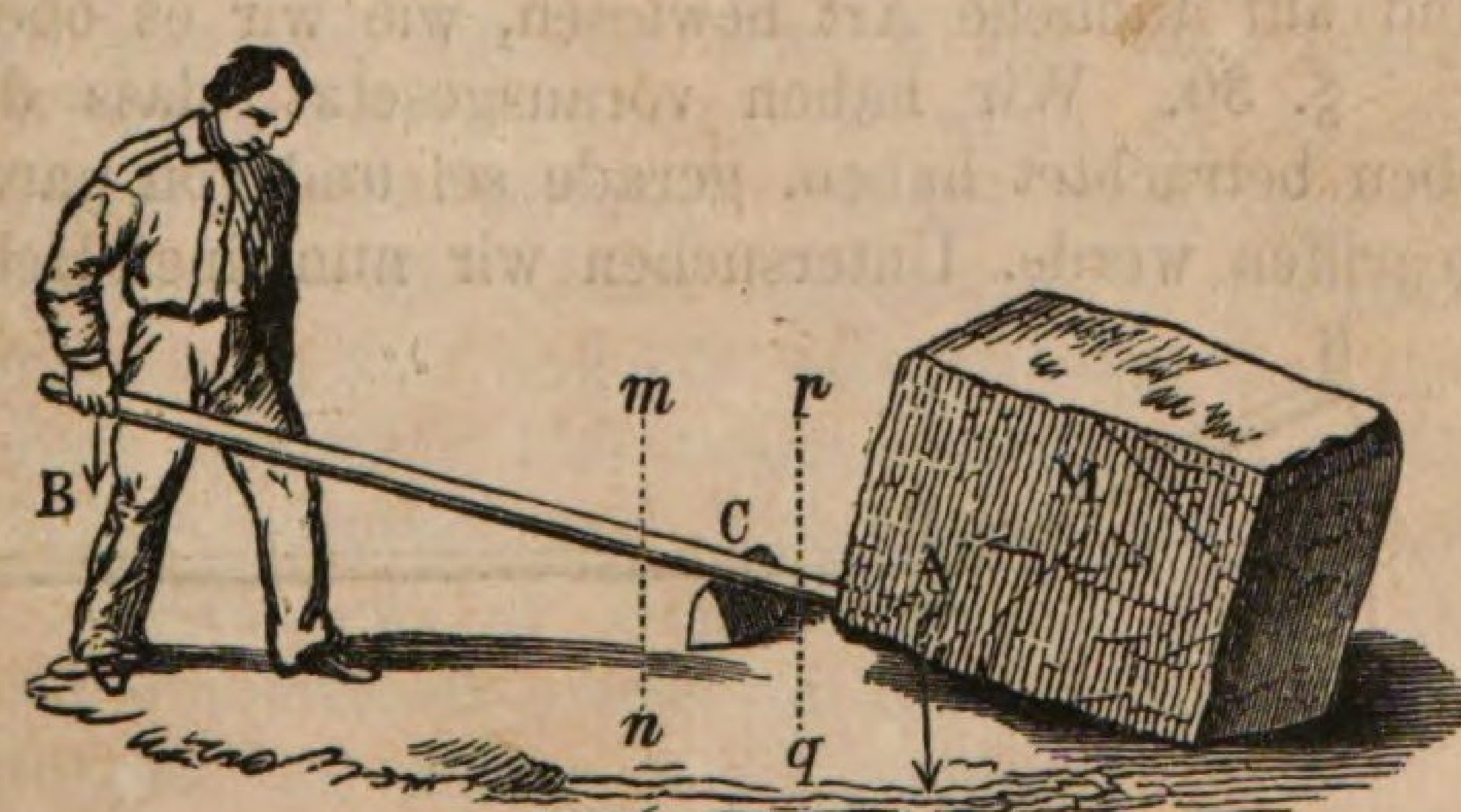


Fig. 22.

die in Anwendung gebrachte Kraft gross genug ist. Setzen wir voraus, dass der Körper M, nachdem er ein wenig gehoben worden ist, in seiner neuen Lage mit Hülfe des Hebels im Gleichgewicht gehalten wird, so befindet sich der Hebel unter der Einwirkung zweier Kräfte; die eine derselben ist der Druck, welchen der Körper M in A ausübt, und die andere ist die Kraft, welche in B angewen-

det werden muss, um den Körper M am Zurückfallen zu hindern.

Diese beiden Kräfte, welche wir als parallel betrachten können, können nach dem Vorhergehenden durch eine einzige Kraft ersetzt werden, welche dieselbe Wirkung, wie sie, auf den Hebel hervorbringt. Diese eine Kraft muss aber durch den Punkt C gehen; denn wäre diess nicht der Fall, ginge ihre Richtung links oder rechts, nach der Linie mn oder pq von C vorbei, so müsste sich der Hebel unter der Wirkung dieser einzigen an ihm angebrachten Kraft nach links oder rechts um den Punkt C drehen. Das Gleichgewicht des Hebels unter der gleichzeitigen Einwirkung der beiden Kräfte, welche in A und B an ihm wirken, erfordert also, dass die Mittelkraft dieser zwei Kräfte durch C gehen muss. Dazu ist es aber, wie wir jetzt wissen, nöthig, dass die beiden Kräfte den Entfernungen AC und BC, welche man ihre Hebelarme nennt, umgekehrt proportional sind. Wenn also BC 10 oder 100 oder 1000 mal grösser ist, als AC, so darf die in B ausgeübte Kraft 10 oder 100 oder 1000 mal kleiner sein, als der in A auf den Hebel wirkende Druck, welchem das Gleichgewicht gehalten werden soll. Daraus folgt der natürlich zunächst für parallele Kräfte und einen Hebel von der beschriebenen Form gültige Satz: Zwei an einem Hebel wirkende Kräfte sind im Gleichgewichte, wenn sie sich umgekehrt verhalten, wie die Hebelarme, an deren Enden sie wirken. Dieses Gesetz wurde schon von Archimedes entdeckt und auf ähnliche Art bewiesen, wie wir es oben gethan haben.

§. 30. Wir haben vorausgesetzt, dass der Hebel, den wir oben betrachtet haben, gerade sei und von parallelen Kräften angegriffen werde. Untersuchen wir nun einen Hebel, der eine, an seinem Unterstützungspunkte C gebrocheneLinie ACB (Fig. 23) bildet und gewöhnlich Winkelhebel genannt wird. An den Endpunkten dieses Hebels sollen zunächst zwei Kräfte wirken, die zu den Hebelarmen AC und BC senkrecht gerichtet sind. Denken wir uns den Hebelarm BC weggenommen und durch einen andern B'C von derselben Länge, der aber in der Verlängerung des Hebelarms AC liegt, ersetzt, so erhalten wir statt des Winkelhebels

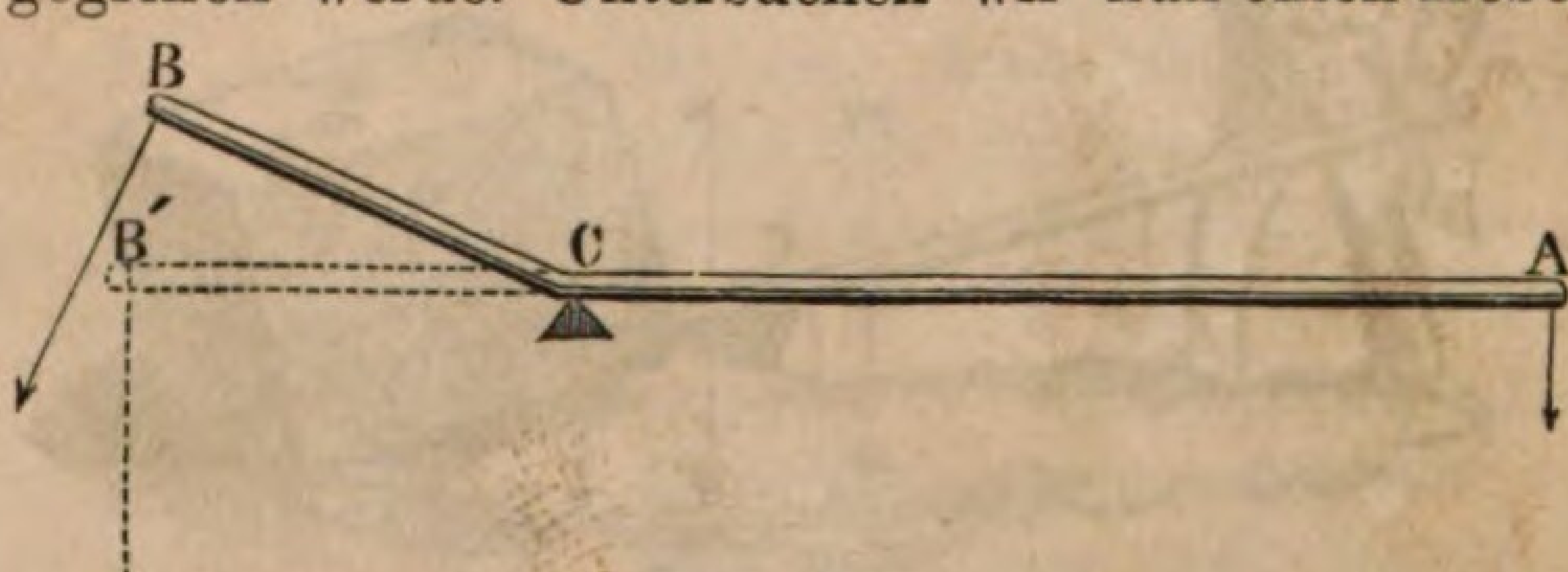


Fig. 23.

ACB einen geraden Hebel ACB'. Wenn man sich nun in dem Punkte B', senkrecht auf B'C, die Kraft angebracht denkt, welche vorher in dem Punkte B angebracht war, so wird man leicht einsehen, dass sie die nämliche Wirkung ausübt, um den Hebel um den Punkt C zu drehen, wie vorhin, und dass sie in dem einen wie in dem andern Fall die nämliche Grösse haben muss, um der Kraft, welche in dem Punkte A angreift, das Gleichgewicht zu halten. Wir haben aber oben gefunden, dass ein gerader Hebel, auf welchen zwei parallele Kräfte wirken, im Gleichgewicht ist, wenn sich diese Kräfte umgekehrt verhalten, wie die Hebelarme, an deren Enden sie angreifen; dasselbe Gesetz gilt also auch für einen Winkelhebel, auf welchen zwei Kräfte wirken, welche senkrecht zu den Armen dieses Hebels gerichtet sind.

Es kommt häufig vor, dass in dem Falle eines geraden Hebels die Kräfte nicht parallel zu einander, und im Falle eines Winkelhebels nicht senkrecht gegen die Hebelarme desselben gerichtet sind. Wenn man sich in diesen beiden Fällen, von denen wir nur den letzteren, als den allgemeineren herausheben (F. 24), die Senkrechten CA', CB' von dem Unterstützungspunkt C auf die Richtungen der beiden Kräfte gefällt denkt, so kann man sich offenbar diese Kräfte ohne Beeinträchtigung ihrer Wirkung so vorstellen, als wenn sie an den Enden des Winkelhebels A'CB' wirkten. Daraus folgt, dass für den Fall des Gleichgewichts die Kräfte umgekehrt proportional den Längen der Senkrechten CA' und CB' sein müssen. Um also das oben nur für einen speciellen Fall ausgesprochene Gesetz des Hebels allen den bisher besprochenen Fällen anzupassen, darf man nur unter den Hebelarmen, an deren Enden die Kräfte angreifen, die Senkrechten verstehen, welche von dem Unterstützungspunkt auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden.

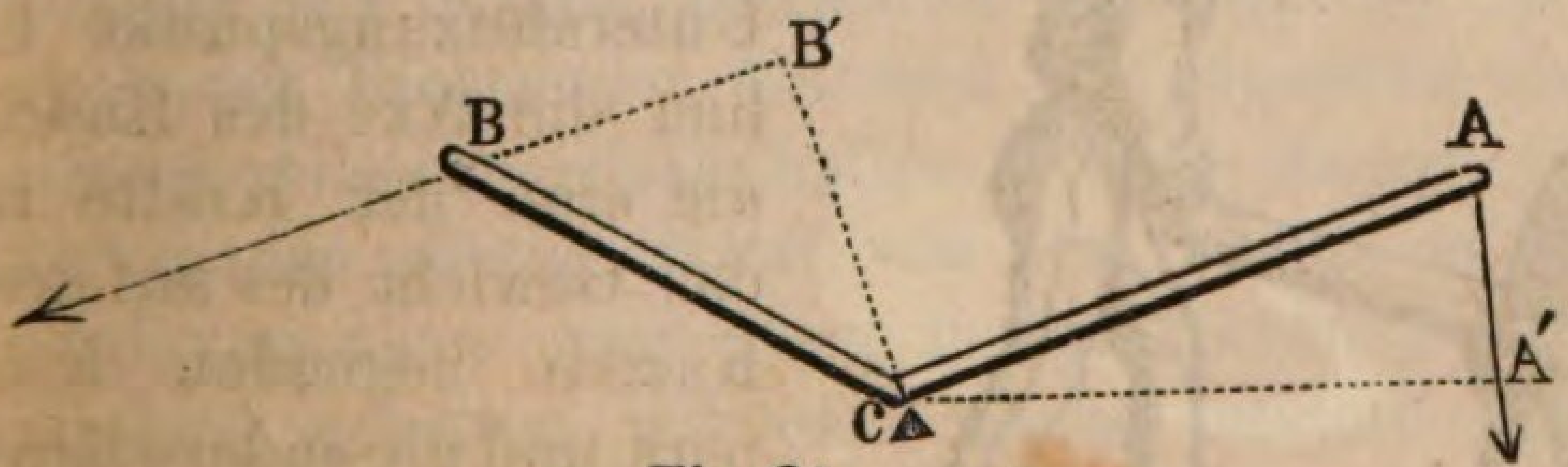


Fig. 24.

§. 31. Wenn sich der Unterstützungspunkt eines Hebels ABC (Fig. 25) an einem seiner Endpunkte C befindet, und es wirken in den Punkten A und B zwei parallele, aber in entgegengesetztem Sinne gerichtete

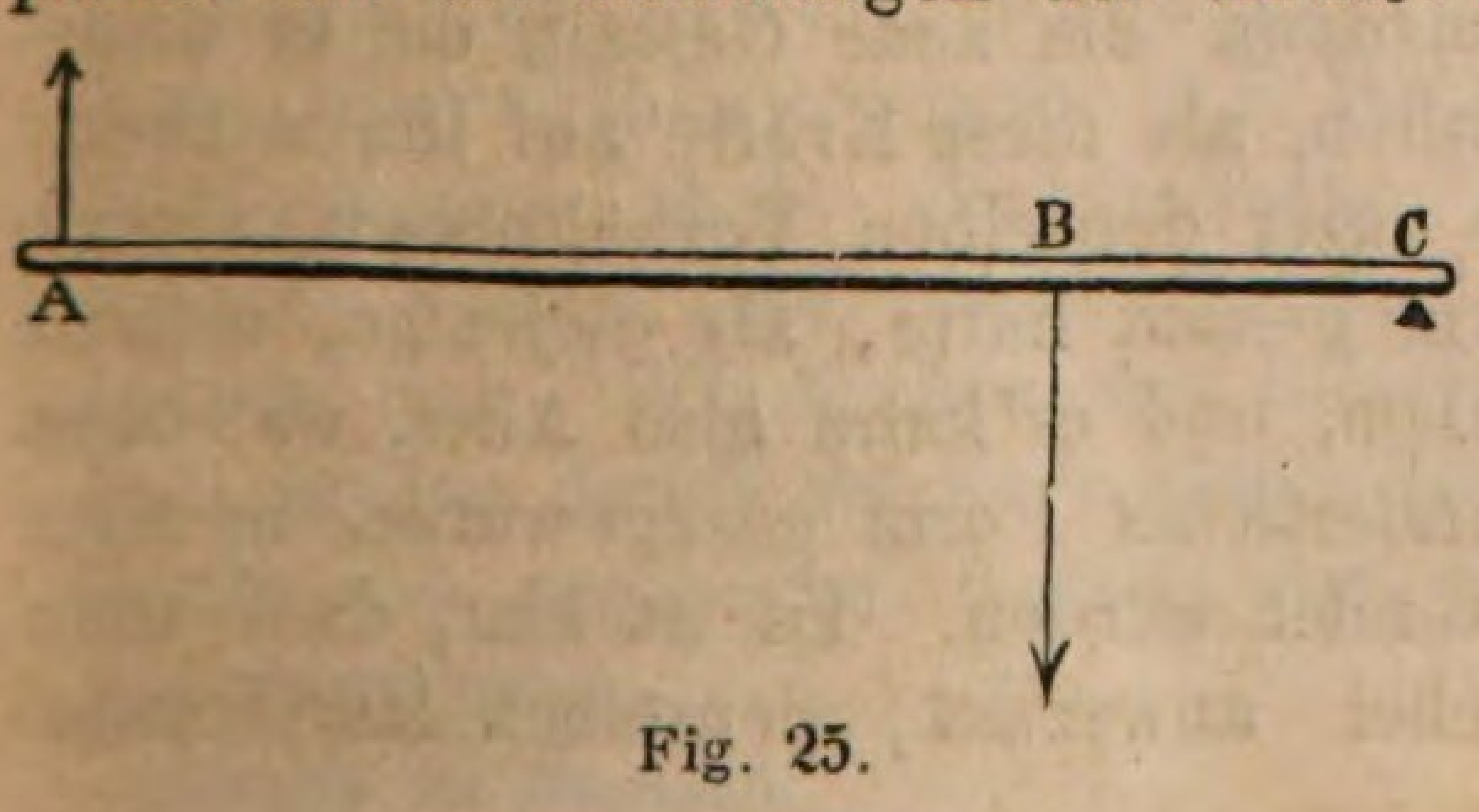


Fig. 25.

Kräfte auf ihn, so hat man CA und CB als die beiden Hebelarme zu betrachten, an deren Endpunkten jene Kräfte angreifen. Nun kann in diesem Falle, ganz so wie oben, leicht eingesehen werden, dass die beiden Kräfte nur dann im Gleichgewichte sein können, wenn ihre Mittelkraft durch den Unterstützungspunkt C geht, und es folgt daraus nach §. 27, dass sich die beiden Kräfte umgekehrt verhalten müssen, wie die Hebelarme, an deren Endpunkten sie angreifen. Wenn die beiden Kräfte nicht mehr parallel zu einander wirken und der Hebel kein gerader mehr ist, so kommt man ganz auf demselben Wege, wie oben, zur Ueberzeugung, dass dieses Gesetz auch hier noch gilt, wenn man nur wieder den Hebelarmen die oben angegebene Bedeutung gibt. Das zu Ende des §. 29 ausgesprochene Hebelgesetz hat also für alle Formen des Hebels Geltung. Als Beispiel für die zuletzt betrachtete Art des Hebels kann der Schubkarren (Fig. 26) genommen werden. Der Unterstützungspunkt ist hier die Axe des Rades, die eine der Kräfte ist das Gewicht des auf dem Karren liegenden Körpers, und die andere Kraft ist die Resultante der beiden Kräfte, welche durch die Hände des Mannes, der den Schubkarren an seinen Handhaben hält, von unten nach oben ausgeübt werden.



Fig. 26.

§. 32. Bei Allem, was wir bisher in Bezug auf den Hebel sagten, haben wir ihn als einen festen Körper von unveränderlicher Form betrachtet. Diess findet in Wirklichkeit nie statt; jede Kraft, wie klein sie auch sei, bringt eine Veränderung der Gestalt des Körpers hervor, auf welchen sie wirkt. Wenn ein Hebel dem Einfluss von Kräften unterworfen ist, so wird er sich anfangs biegen und alsdann die neue Gestalt, die er angenommen hat, so lange behalten, als diese Kräfte auf ihn wirken; er befindet sich dann also unter denselben Verhältnissen, als ob er niemals eine andere Form gehabt hätte, als diejenige, welche ihm die Kräfte gegeben haben, und es kann also Alles, was oben für einen Hebel von unveränderlicher Form gesagt wurde, in aller Strenge auch auf ihn angewendet werden. Es ist klar, dass man überall, wo man einen Hebel anwendet, denselben hinreichend

solid nehmen wird, dass die Veränderungen, welche seine Gestalt unter der Einwirkung der Kräfte erfährt, die Elasticitätsgrenze nicht überschreiten.

§. 33. **Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen hin an ein und demselben Punkt wirken.** — Es ist leicht einzusehen, dass zwei Kräfte, welche an demselben Punkt nach zwei verschiedenen Richtungen hin angreifen, eine Mittelkraft haben müssen. Denken wir uns, dass eine Schnur, ACB (Fig. 27) mit ihren beiden Enden an zwei festen Punkten A und B festgemacht sei, und dass man in dem Punkte C mittelst einer anderen Schnur CD ein Gewicht von 10^k aufgehängt habe. Dieses Gewicht wird sich offenbar so stellen, dass die Schnur CD vertikal ist; die Theile AC und BC der ersten Schnur werden gespannt, und ihre Spannungen können als Kräfte betrachtet werden, welche in dem Punkte C nach den Richtungen CA und CB angreifen und das Gewicht von 10^k im Gleichgewicht halten. Aber dieses Gewicht kann auch durch eine einzige Kraft von 10^k, welche in dem Punkte C vertikal von unten nach oben in der Richtung CD′ wirkt, im Gleichgewicht gehalten werden. Diese letztere Kraft bringt also für sich allein die nämliche Wirkung hervor, wie die nach CA und CB wirkenden Kräfte zusammen, sie ist also ihre Mittelkraft, und man sieht leicht, dass sie stets in der Ebene der beiden Seitenkräfte zwischen denselben gelegen sein muss.

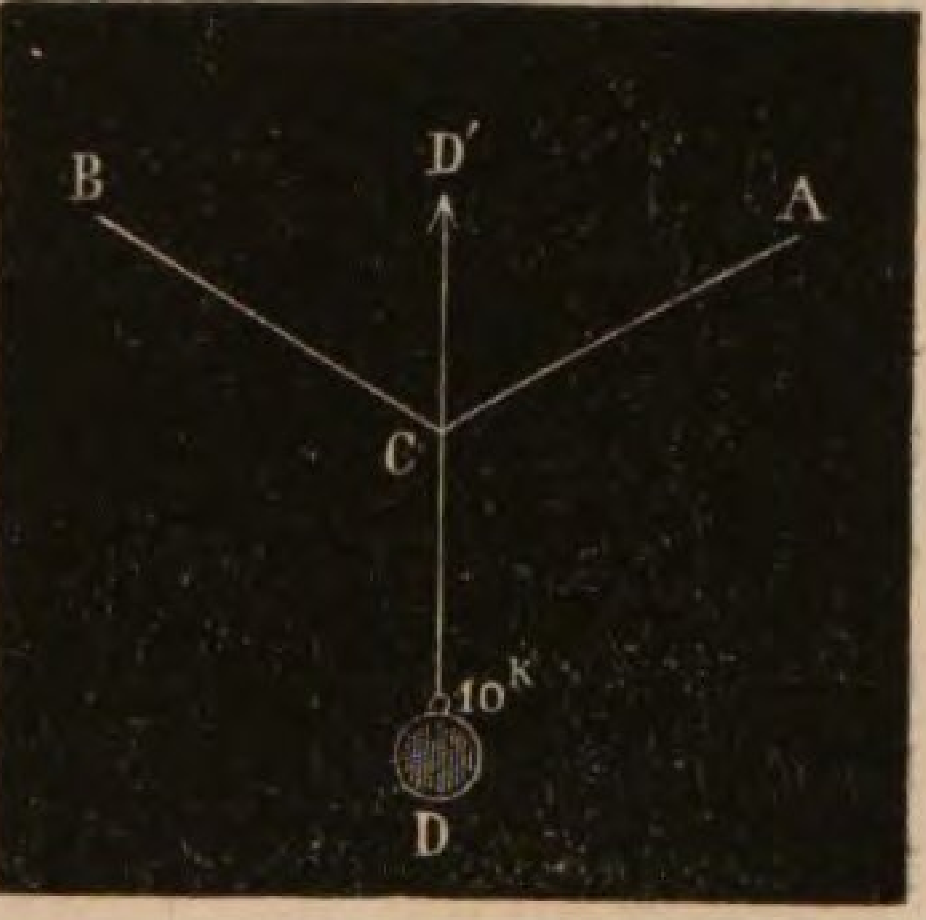


Fig. 27.

§. 34. Es sei M (Fig. 28) ein Körper, auf welchen zwei in dem Punkte A angreifende Kräfte, die eine von drei, die andere von 5 Kilogrammen wirken, die ihrer Grösse und Richtung nach durch die beiden geraden Linien AB und AC dargestellt sein sollen. Um die Mittelkraft dieser Kräfte zu finden, construirt man das Parallelogramm ABDC; die Diagonale AD desselben stellt dann diese Mittelkraft der Grösse und Richtung nach vor. Wir theilen den Beweis dieses Satzes in zwei Theile und fangen damit an, darzuthun, dass die Richtung der Mittelkraft der gegebenen Kräfte mit derjenigen der Diagonale AD übereinstimmt.

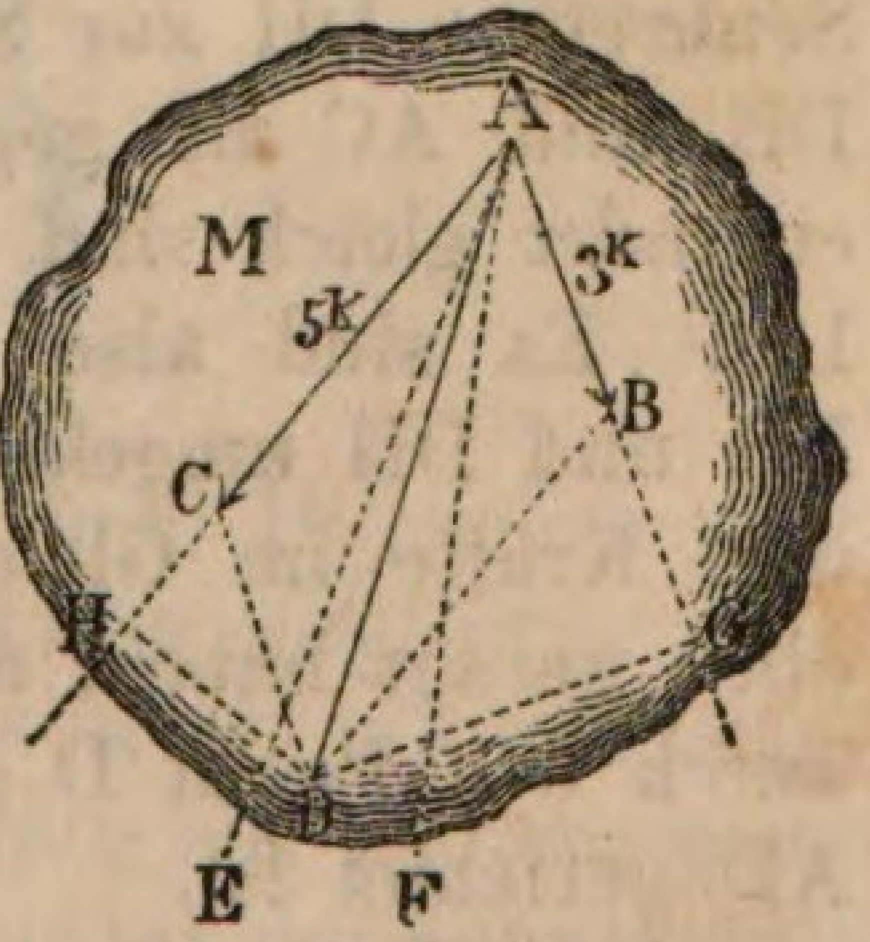


Fig. 28.

Wir haben aber ein sehr einfaches Mittel, um zu erkennen, ob die Mittelkraft der Kräfte AB und AC nach der Linie AD gerichtet ist; wir dürfen nur voraussetzen, dass der Punkt D des Körpers fest sei, und dass sich der Körper nur um diesen Punkt drehen könne. Wenn die Resultante in der That durch den Punkt D geht, so zerstört die Festigkeit dieses Punktes ihre Wirkung vollständig und der Körper bleibt im Gleichgewicht; er wird also auch dann noch im Gleichgewichte sein, wenn an der Stelle der Mittelkraft die Seitenkräfte AB und AC auf ihn wirken. Wenn im Gegentheil die Mittelkraft der gegebenen Kräfte links oder rechts von dem Punkte D vorbeiginge, wenn sie z. B. die Richtung AE oder AF hätte, so könnte man den Körper dadurch, dass man den Punkt D festmachen würde, nicht mehr ins Gleichgewicht setzen; denn jene Mittelkraft würde ihn nach links oder nach rechts zu drehen suchen, und da sich der wirklichen Ausführung dieser Drehung nichts entgegen setzen würde, so könnte sich der Körper unter dem Einfluss der beiden Kräfte AB und AC, welche dieselbe Wirkung ausüben, wie ihre Mittelkraft, nicht im Gleichgewicht befinden. Wenn wir nun von dem als fest vorausgesetzten Punkte D, der Ecke des Parallelogramms ABDC, Senkrechte DG und DH auf die Richtungen der beiden Kräfte fällen, so können wir diese Kräfte, ohne an ihrer Wirkung auf den Körper etwas zu ändern, so ansehen, als ob sie einen Winkelhebel angriffen, dessen Arme DG und DH sind. Nun sind die zwei Dreiecke DBG und DCH einander ähnlich, weil sie beide rechtwinkelig sind und ausserdem die Winkel bei B und C gleich haben. Es verhält sich also die Seite DC zur Seite DB, wie die Senkrechte DH zur Senkrechten DG; da aber DC und AB, sowie DB und AC als gegenüberliegende Seiten eines Parallelogramms einander gleich sind, so verhält sich auch AB zu AC wie DH zu DG. Es sind also die Kräfte AB und AC ihren Hebelarmen DG und DH umgekehrt proportionirt und folglich sind diese beiden Kräfte im Gleichgewicht. Daraus folgt nach dem, was wir oben gesagt haben, dass die Resultante der zwei gegebenen Kräfte durch den Punkt D gehen muss, dass sie also nach der Diagonale AD gerichtet ist.

Für die vorhergehende Beweisführung wurde in Fig. 28 die Voraussetzung gemacht, dass der Punkt D noch innerhalb des Körpers M fällt, an welchem die Kräfte AB und AC wirken. Es ist klar, dass man sich da, wo diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, den Punkt D allemal in fester unabänderlicher Verbindung mit dem Körper M denken kann, so dass also die Richtung der

Resultante der beiden gegebenen Kräfte in keiner Weise weder von der Form noch von den Dimensionen des Körpers abhängt, auf welchen dieselben wirken. Es ist also in jedem Fall die Richtung der Mittelkraft diejenige der Diagonale des Parallelogramms, welches über den beiden Linien construirt wird, welche die Seitenkräfte der Grösse und Richtung nach vorstellen.

§. 35. Gehen wir nun zu dem zweiten Theil des am Anfang des §. 34 aufgestellten Satzes über, zu der Behauptung nämlich, dass die Resultante der beiden Kräfte AB und AC auch der Grösse nach durch die Diagonale AD dargestellt wird. Dabei bemerken wir zunächst, dass, wenn die Richtung von zwei Kräften, welche an einem Punkt angreifen, die Richtung ihrer Resultante und die Grösse der einen Seitenkraft gegeben ist, die Grösse der andern Seitenkraft durch das Vorhergehende gefunden werden kann. Es sei ACB (Fig. 29) eine Schnur, deren eines Ende in dem Punkte

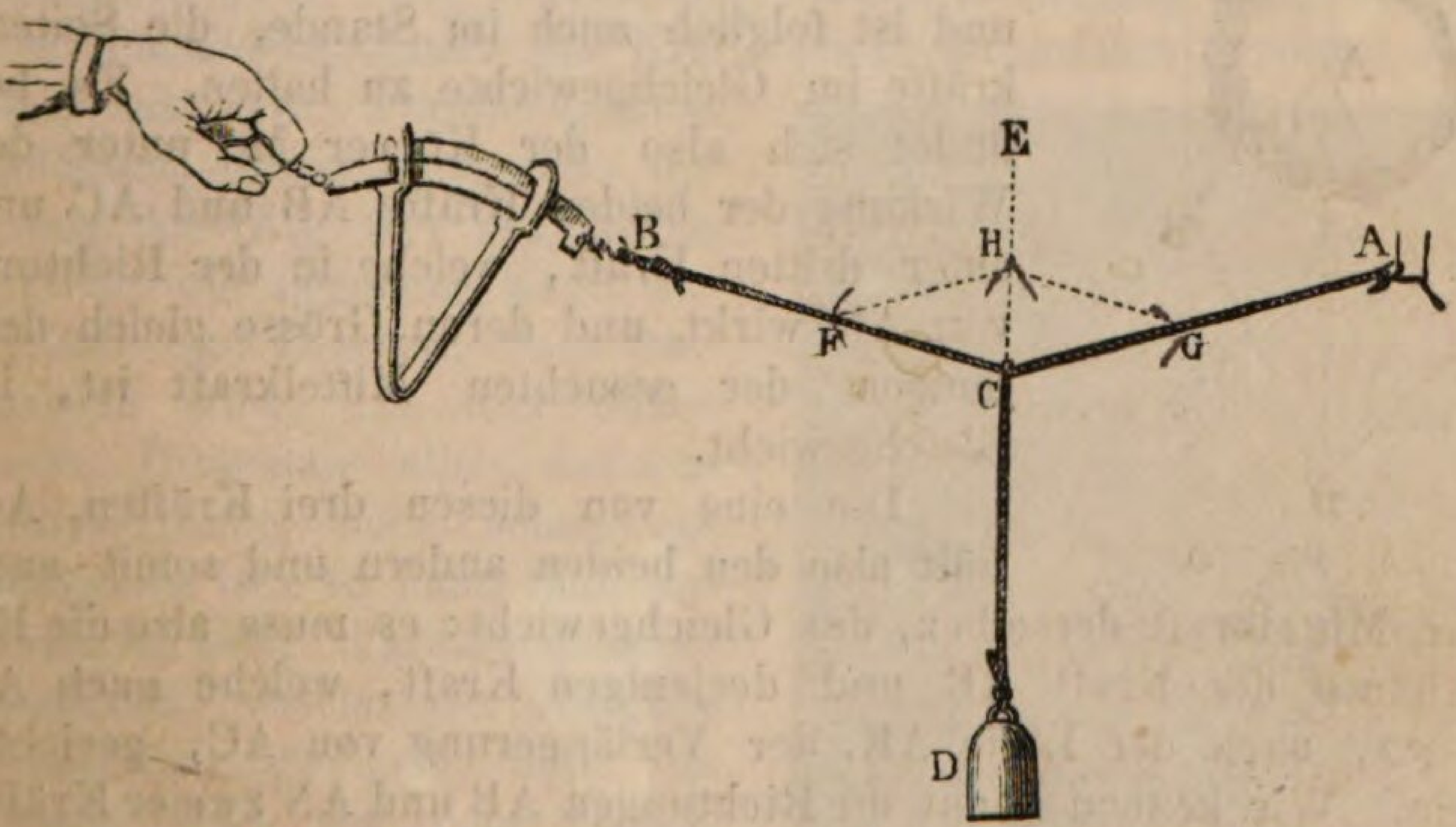


Fig. 29.

A festgemacht ist, während an dem andern Ende B gezogen wird; in dem Punkte C dieser Schnur sei ein Gewicht aufgehängt, und die Zugkraft, die in dem Punkte B ausgeübt wird, um dieses Gewicht im Gleichgewicht zu halten, werde durch ein Dynamometer gemessen. Nun weiss man, dass die Spannungen der Schnurtheile CA und CB eine Resultante haben, welche nach der Vertikalen CE gerichtet ist; ebenso kennt man durch das Dynamometer die Spannung der Schnur CB. Die Grösse dieser Spannung sei durch die Linie CF dargestellt. Man ziehe nun durch den Punkt F eine Parallele FH zu CA bis zu dem Punkt H, wo diese Parallele die Richtung CE der Resultante schneidet; alsdann ziehe man

durch den Punkt H eine Parallele HG zu BC, so stellt die Länge CG die Grösse der Spannung des Schnurtheiles AC vor. Denn wäre diess nicht so, würde diese Spannung durch eine grössere oder kleinere Länge als CG repräsentirt, so wäre die in der Richtung CE wirkende Mittelkraft nicht nach der Diagonale des Parallelogrammes gerichtet, das über den beiden Linien construirt wird, durch welche die Seitenkräfte dargestellt werden.

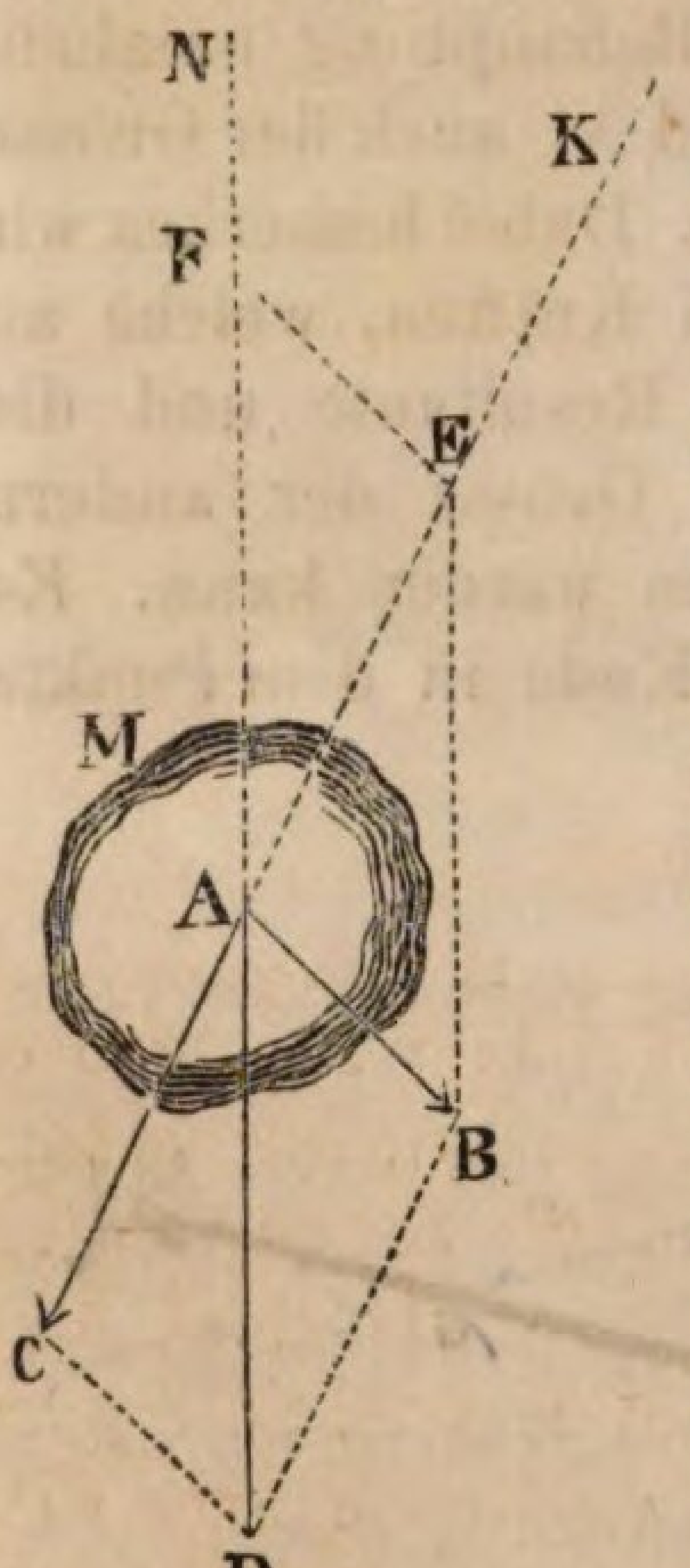


Fig. 30.

Wenn auf einen Körper M (Fig. 30) zwei Kräfte AB, AC wirken, so haben diese beiden Kräfte eine Mittelkraft, welche, wie oben gezeigt wurde, nach der Diagonale AD des Parallelogrammes ABDC gerichtet ist. Wenn wir also an dem Körper in der Richtung AF eine der Mittelkraft gleiche, aber ihr gerade entgegengesetzte Kraft anbringen, so hält diese der Resultante das Gleichgewicht, und ist folglich auch im Stande, die Seitenkräfte im Gleichgewichte zu halten. Es befindet sich also der Körper M unter der Wirkung der beiden Kräfte AB und AC und einer dritten Kraft, welche in der Richtung von AN wirkt, und deren Grösse gleich derjenigen der gesuchten Mittelkraft ist, im Gleichgewicht.

Die eine von diesen drei Kräften, AC, hält also den beiden andern und somit auch der Mittelkraft derselben, das Gleichgewicht: es muss also die Resultante der Kraft AB und derjenigen Kraft, welche nach AN wirkt, nach der Linie AK, der Verlängerung von AC, gerichtet sein. Wir kennen somit die Richtungen AB und AN zweier Kräfte, die Richtung AK ihrer Resultante und die Grösse AB der einen von ihnen, und können daher, wie oben gezeigt wurde, die Grösse der in der Richtung von AN wirkenden zweiten Seitenkraft bestimmen. Zu diesem Behufe ziehen wir durch den Punkt B eine Parallele BE zu AN, bis die Linie AK in E geschnitten wird; hierauf ziehen wir durch den Punkt E eine Parallele zu AB, bis AN in F geschnitten wird, so repräsentirt die so erhaltene Länge AF die Grösse der nach dieser Linie wirkenden Kraft, und also auch die Grösse der Resultante, welche wir suchen, weil diese der Kraft AF gleich und entgegengesetzt ist. Nun ist ABEF ein Parallelogramm, also AF gleich BE; ebenso ist ADBE ein Parallelogramm, und daher die Seite BE gleich der Seite AD; also ist AD gleich

AF und daraus folgt, dass die Diagonale AD auch der Grösse nach die Mittelkraft der beiden Kräfte AB und AC vorstellt.

Der vorhergehende Beweis setzt uns somit in den Stand, folgenden Satz aufzustellen: Die Resultante von zwei in dem nämlichen Punkte eines Körpers angreifenden Kräften, welche nach verschiedenen Richtungen hin wirken, wird ihrer Grösse und Richtung nach durch die Diagonale des Parallelogramms dargestellt, welches man über den geraden Linien construirt, durch welche die Seitenkräfte repräsentirt werden. Dieser Satz wird gewöhnlich kurz als der Satz vom Parallelogramm der Kräfte bezeichnet.

§. 36. Es kommt häufig vor, dass eine Kraft durch zwei andere, in demselben Punkt angreifende Kräfte ersetzt werden soll, deren Resultante sie ist; man nennt diess das Zerlegen der gegebenen Kraft in zwei Seitenkräfte. Diese Zerlegung kann mittelst des Parallelogrammes der Kräfte leicht ausgeführt werden. Man darf nur ein Parallelogramm zeichnen, dessen Diagonale die Linie AB (Fig. 31) ist, durch welche die gegebene Kraft der Grösse und Richtung nach dargestellt wird. Da aber durch seine Diagonale allein das Parallelogramm noch keineswegs bestimmt ist, so kann man unendlich viele Parallelogramme zeichnen, welche der Aufgabe sämmtlich genügen, und von denen jedes ein paar Seitenkräfte liefert, die die gegebene Kraft zur Mittelkraft haben. Einige von diesen Parallelogrammen sind in Fig. 31 angedeutet, und ihnen entsprechen die Kräftepaare AC und AD, AC′ und AD′, AC″ und AD″, welche alle die obige Bedingung erfüllen. Aus dieser Unbestimmtheit unserer Aufgabe geht hervor, dass über die zu suchenden Seitenkräfte noch willkührliche Bestimmungen getroffen werden können; man kann in dieser Beziehung folgende drei Fälle unterscheiden: 1) Es sind die Richtungen AC und AD (Fig. 32) der beiden Seitenkräfte, in welche die der Grösse und Richtung nach durch die gerade Linie AB dargestellte Kraft zerlegt werden soll, gegeben. Man ziehe durch den Punkt B die

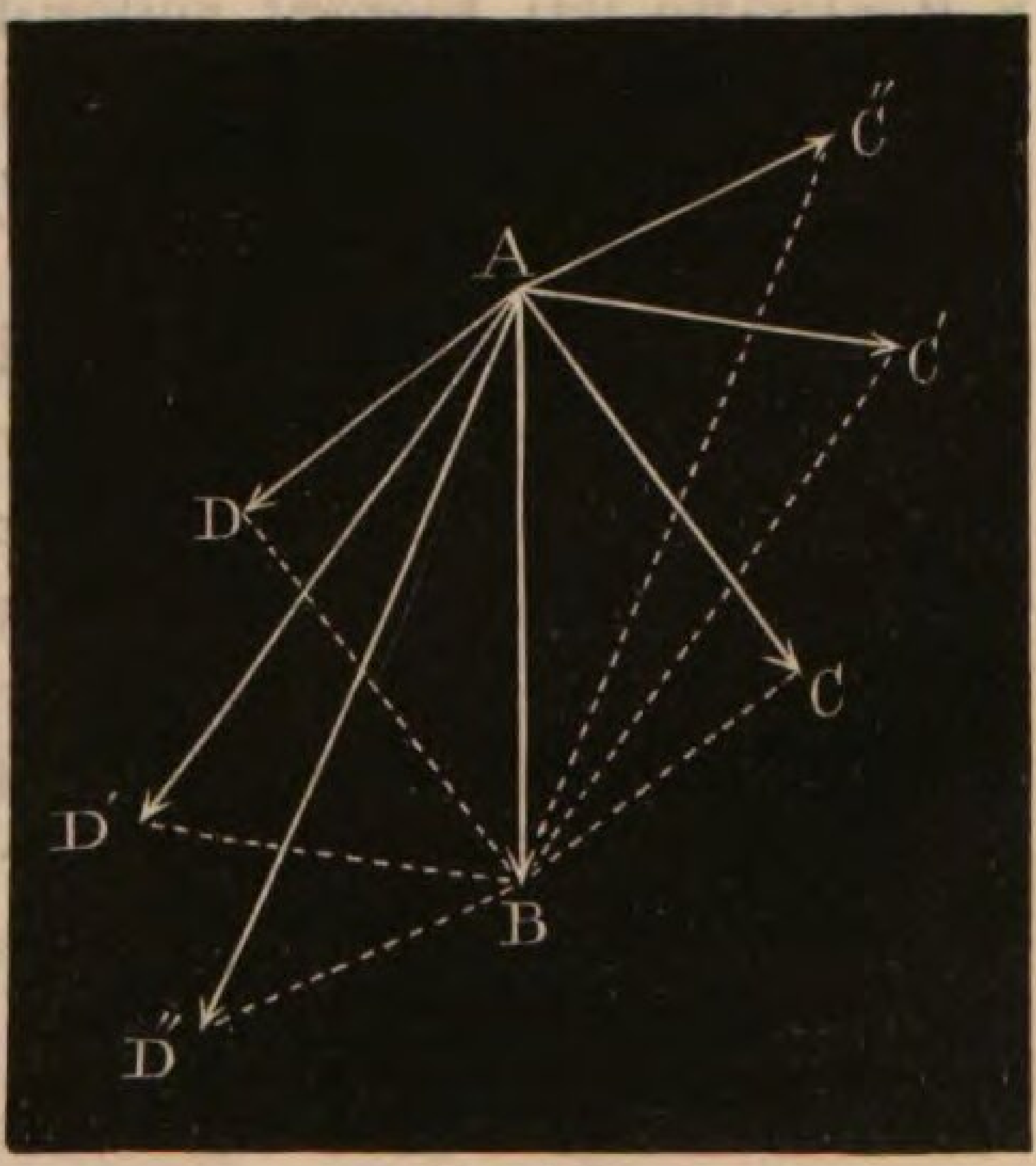


Fig. 31.

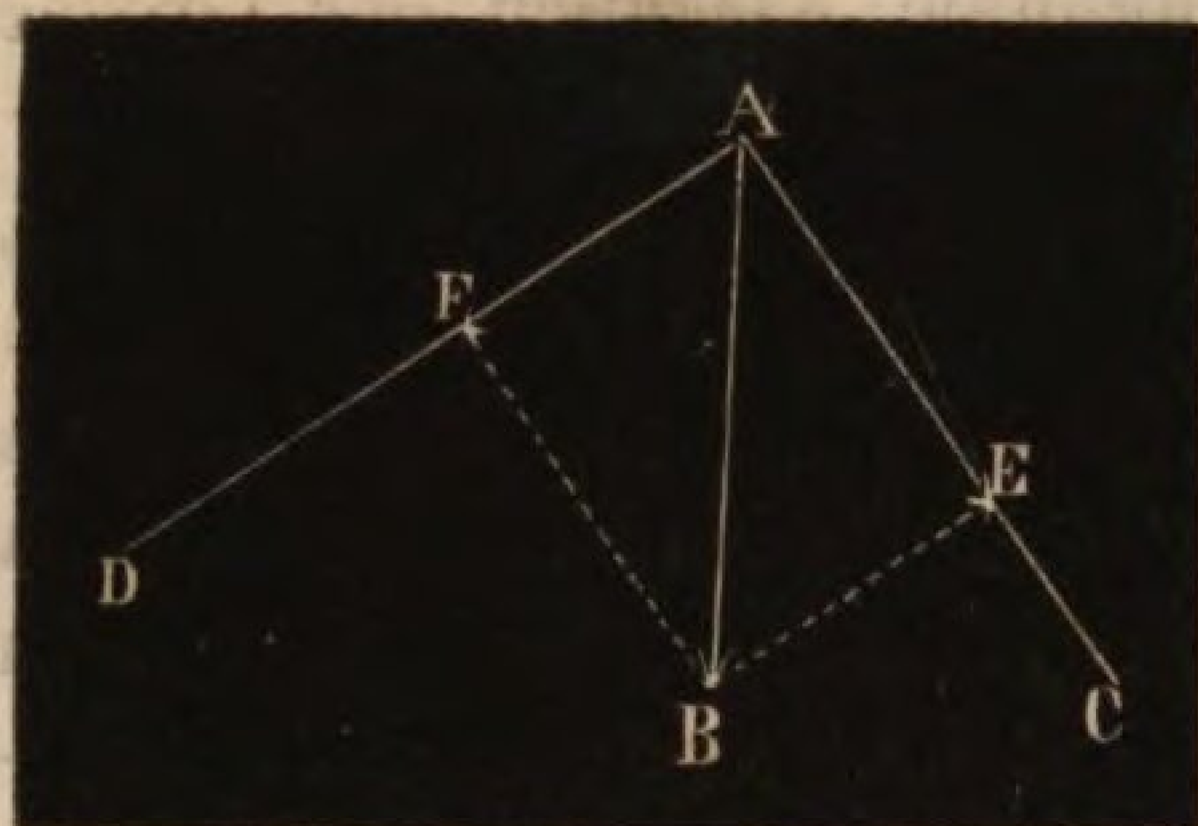


Fig. 32.

Linie BE parallel zu AD und die Linie BF parallel zu AC, so erhält man die Linien AE und AF, welche die Grösse der gesuchten Seitenkräfte repräsentiren. 2) Die eine der Seitenkräfte, AE, in welche die gegebene Kraft AB zerlegt werden soll, ist der Grösse und Richtung nach gegeben. Man ziehe die Linie BE und vollende hierauf das Parallelogramm AEBF, indem man AD parallel zu BE und BF parallel zu AE zieht, so stellt die so erhaltene Linie AF die zweite Seitenkraft der Grösse und Richtung nach vor. 3) Es sind die Grössen der beiden Seitenkräfte gegeben, in welche die gegebene Kraft AB zerlegt werden soll; gesucht also ihre Richtungen. Man construire über AB das Dreieck AEB so, dass die Seite AE gleich der einen, die Seite BE gleich der andern der beiden gegebenen Seitenkräfte ist; hierauf vollende man das Parallelogramm AEBF, so sind AE und AF die gesuchten Richtungen der beiden Seitenkräfte, deren Grössen offenbar zugleich durch die Linie AE und AF dargestellt sind.

Da für jede der beiden Seitenkräfte, in welche man eine gegebene Kraft zerlegen kann, durch Anwendung desselben Verfahrens zwei neue Seitenkräfte erhalten werden können, deren Mittelkraft sie ist, so ist klar, dass man durch Wiederholung des beschriebenen Verfahrens jede gegebene Kraft in eine beliebige Anzahl von Seitenkräften, deren Resultante sie ist, zerlegen kann.

§. 37. Wenn ein Körper der Wirkung von mehr als zwei Kräften unterworfen ist, welche alle an dem nämlichen Punkte nach verschiedenen Richtungen hin wirken, so findet man die Mittelkraft aller dieser Kräfte auf folgende Art: Man setzt zuerst zwei von den gegebenen Kräften in eine einzige Mittelkraft zusammen; diese erste Mittelkraft vereinigt man dann mit einer dritten der gegebenen Kräfte, die neue Mittelkraft mit einer vierten, und so fährt man fort, bis man nach und nach alle Kräfte in eine einzige zusammengesetzt hat, welche die Mittelkraft sämmtlicher gegebenen Kräfte ist.

Wenn die gegebenen Kräfte im Gleichgewichte sein sollen, so ist klar, dass ihre Mittelkraft gleich Null sein muss, denn so lange diese Mittelkraft irgend einen Werth hat, heben sich die Kräfte nicht auf, sondern üben eine Wirkung auf den Körper aus, welche jenem Werthe der Mittelkraft entspricht. Wenn man aber

das oben angegebene Verfahren zur Auffindung der Mittelkraft aufmerksam verfolgt, so sieht man leicht, dass diese Mittelkraft nur dann Null wird, wenn die Mittelkraft aus allen Kräften mit Ausnahme der letzten, mit dieser letzten im Gleichgewicht, also ihr gleich und entgegengesetzt ist. Daraus folgt: Beliebig viele, an dem nämlichen Punkt eines Körpers nach verschiedenen Richtungen hin wirkende Kräfte, sind im Gleichgewicht, wenn ihre Mittelkraft gleich Null ist, oder wenn die Mittelkraft aus allen, mit Ausnahme einer, gleich und entgegengesetzt dieser einen ist.

Von besonderer Wichtigkeit ist hier der einfache Fall, wo nur drei Kräfte an dem nämlichen Punkt eines Körpers nach verschiedenen Richtungen hin wirken. Da die Mittelkraft irgend zweier dieser Kräfte in der Ebene dieser Kräfte gelegen ist (§. 33) und im Falle des Gleichgewichts gleich und entgegengesetzt der dritten sein muss, so ist klar, dass solche drei Kräfte nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn sie alle drei in der nämlichen Ebene gelegen sind.

§. 38. **Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen hin an verschiedenen Stellen eines festen Körpers wirken.** — Wir haben bisher vorausgesetzt, dass die Kräfte, welche nach verschiedenen Richtungen hin auf einen Körper wirken, ihren Angriffspunkt in ein und demselben Punkt dieses Körpers haben. Es bleibt uns noch übrig, den Fall etwas näher zu betrachten, wo solche Kräfte in verschiedenen Punkten des Körpers angreifen.

Nehmen wir zunächst zwei Kräfte P und Q (Figur 33), welche nach verschiedenen Richtungen hin, die eine in dem Punkt A, die andere in dem Punkt B auf den Körper wirken. Wenn wir voraussetzen, dass die beiden Kräfte in der nämlichen Ebene gelegen sind, so müssen sich ihre Richtungen, gehörig verlängert, in einem Punkte C schneiden. Nun kann man den Angriffspunkt einer Kraft in ihrer eigenen Richtung beliebig verlegen, ohne dass ihre Wirkung auf den Körper eine andere wird. Verlegen wir daher die Angriffspunkte unserer beiden Kräfte in den Punkt C, und tragen von diesem Punkt aus die Kräfte als durch die Linien CD und CE repräsentirt auf, so haben wir jetzt zwei Kräfte, die in einem Punkt C an den Körper angreifen (wenn der Punkt C, wie im Fall unserer Figur, nicht

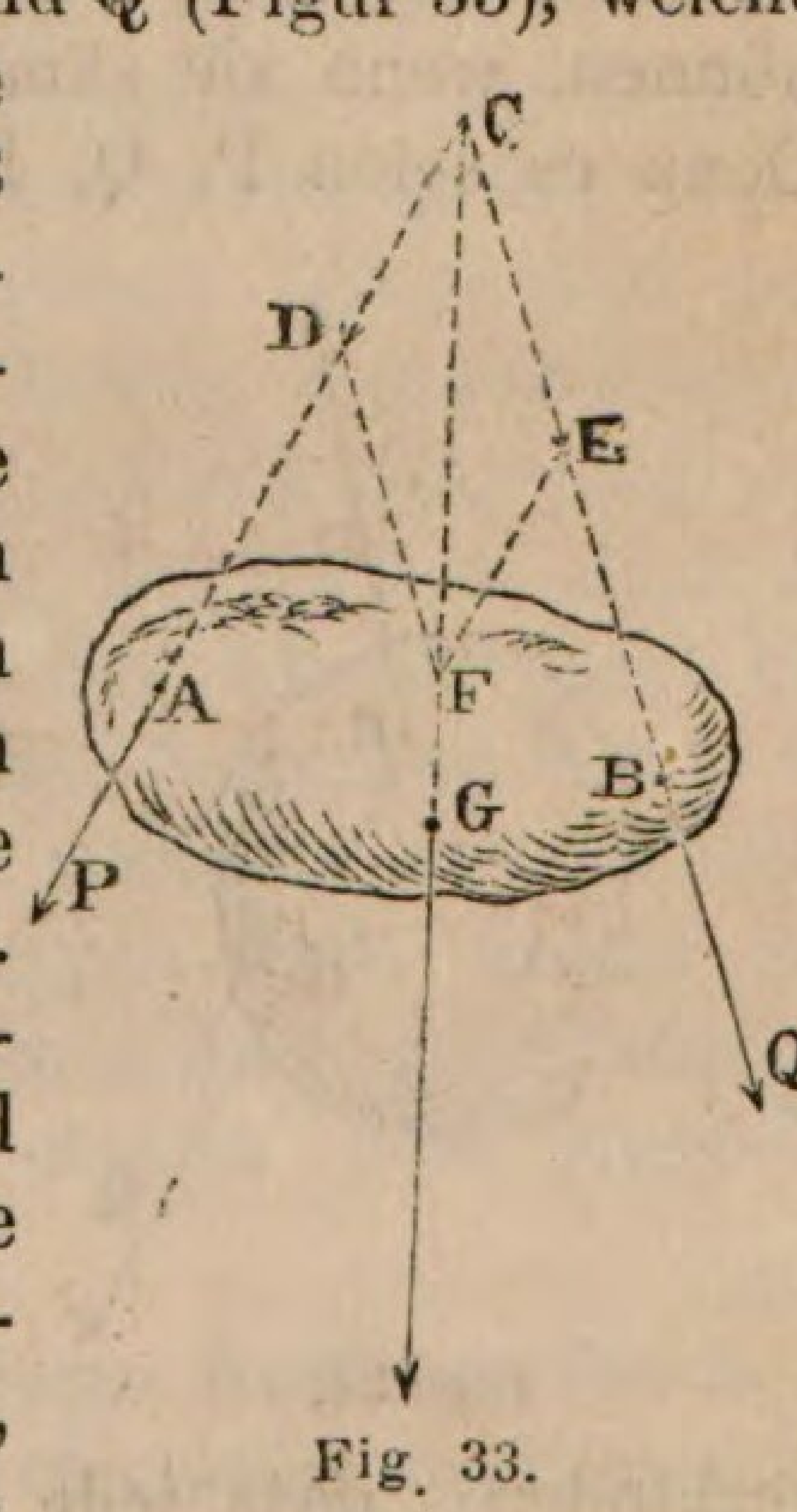


Fig. 33.

mehr innerhalb des Körpers fällt, so darf man sich ihn nur mit dem Körper in fester Verbindung denken). Die Mittelkraft dieser Kräfte wird folglich durch die Diagonale CF des Parallelogramms CDFE vorgestellt. Der Angriffspunkt derselben kann natürlich auch in irgend einem Punkt G des Körpers, der in ihrer Richtung gelegen ist, genommen werden.

Wenn mehr als zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen hin, und in verschiedenen Punkten auf einen Körper wirken, aber sämmtlich in derselben Ebene gelegen sind, so ist klar, dass man durch Wiederholung des eben angegebenen Verfahrens zuerst die Mittelkraft zweier derselben, alsdann die Resultante zwischen dieser und der dritten Kraft u. s. w. finden kann.

Wenn zwei Kräfte welche in verschiedenen Punkten eines Körpers nach verschiedenen Richtungen hin wirken, nicht in der nämlichen Ebene gelegen sind, so lässt sich das obige Verfahren nicht mehr anwenden, da man hier keinen Durchschnittspunkt C mehr findet. Es lässt sich in diesem Falle aber nicht schwer einsehen, dass die beiden Kräfte überhaupt nicht mehr in eine Mittelkraft vereinigt werden können. Denn gesetzt, diess wäre der Fall, so müsste eine Kraft, gleich und entgegengesetzt dieser Mittelkraft, an dem Körper angebracht, den beiden gegebenen Kräften das Gleichgewicht halten können. Nun lässt sich aber nachweisen, dass, wie oben drei Kräfte, die in ein und demselben Punkte angreifen, nun auch drei Kräfte, die in verschiedenen Punkten des Körpers angreifen, nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn sie sämmtlich in der nämlichen Ebene gelegen sind. Denn es seien P, Q, R (Fig. 34) drei Kräfte, die, in den Punkten A, B, C angreifend, im Gleichgewicht sind, so ist klar, dass dieses Gleichgewicht nur durch die feste Verbindung, welche zwischen den drei Punkten A, B, C stattfindet, möglich, dass es aber von der Art und Weise dieser Verbindung unabhängig ist. Wir können uns offenbar den Körper ganz wegdenken, und jene drei Punkte nur durch starre gerade Linien AB, BC, AC verbunden denken, ohne dass dadurch das Gleichgewicht gestört wird. In diesem Fall ist aber klar, dass diese drei Linien Spannungen unterworfen sind, die die Kräfte P, Q, R verhindern, dass jede ihren Angriffspunkt mit sich fortführt. Daraus folgt aber, dass es eigentlich z. B. die Spannungen in AC und

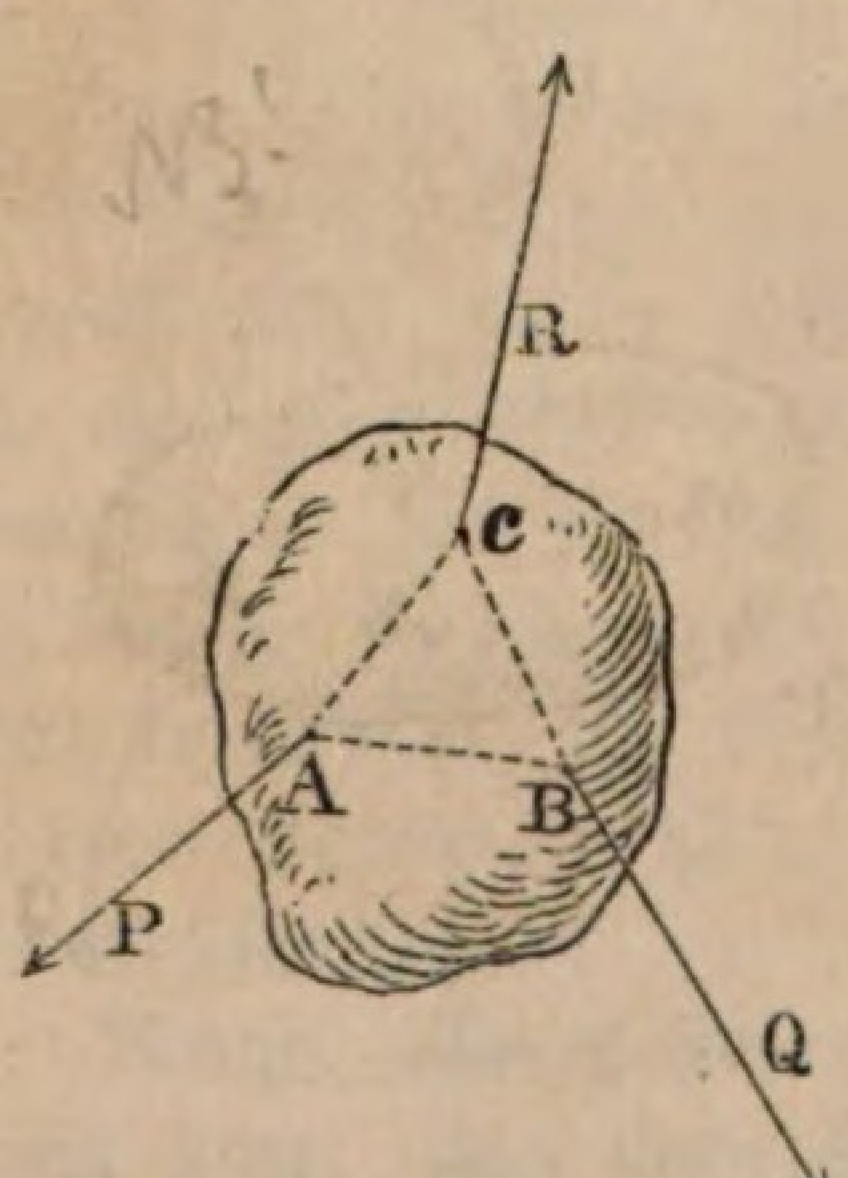


Fig. 34.

AB sind, welche die Kraft P im Gleichgewicht halten, was aber nach den vorhergehenden Paragraphen nur möglich ist, wenn P mit diesen zwei Spannungen, und folglich mit der Linie AB und AC in einer Ebene, in der Ebene der drei Angriffspunkte A, B, C gelegen ist. Ganz so lässt sich nachweisen, dass auch Q und R in der Ebene des Dreiecks ABC gelegen sein müssen. Es können daher die drei Kräfte P, Q, R nur dann im Gleichgewicht sein, wenn sie in einer Ebene, in derjenigen, welche durch ihre drei Angriffspunkte gelegt werden kann, gelegen sind. — Wenn folglich zwei Kräfte P und Q nicht in einer Ebene liegen, so gibt es keine Kraft R, die ihnen das Gleichgewicht halten, und also auch keine Mittelkraft, die sie in ihrer Wirkung ersetzen kann.

§. 39. Wenn mehr als zwei Kräfte in verschiedenen Punkten nach verschiedenen Richtungen hin auf einen Körper wirken, so brauchen sie nicht gerade sämmtlich in einer Ebene gelegen zu sein, um in eine Mittelkraft vereinigt werden zu können. Man kann sich vorstellen, dass zunächst zwei derselben in einer Ebene gelegen sind und folglich in eine Mittelkraft zusammengesetzt werden können; wenn dann diese Mittelkraft mit einer dritten der Kräfte in einer Ebene gelegen ist, so kann sie wieder mit dieser vereinigt werden, und wenn diese Mittelkraft wieder eine vierte der Kräfte, wenn auch erst gehörig verlängert, schneidet, so sucht man wieder die Mittelkraft dieser beiden Kräfte u. s. w. Unter diesen Voraussetzungen ist es offenbar möglich, alle gegebenen Kräfte, auch wenn sie nicht sämmtlich in einer Ebene gelegen sind, in eine Resultante zusammenzusetzen. Diese Resultante kann natürlich dann auch wieder umgekehrt in die Seitenkräfte, zu welchen sie gehört, zerlegt werden, indem man ganz denselben Weg, den wir eben angegeben haben, rückwärts wieder verfolgt. Wenn man ferner eine Kraft gleich und entgegengesetzt der Mittelkraft, an dem Körper anbringt, so ist klar, dass dieselbe den sämmtlichen gegebenen Kräften das Gleichgewicht hält, und es ist offenbar möglich, diese Kraft auf demselben Wege, wie die Mittelkraft selbst, so in Seitenkräfte zu zerlegen, dass dieselben immer gleich und entgegengesetzt denjenigen sind, welche man bei der Zerlegung der Mittelkraft erhalten hätte, dass man also schliesslich Seitenkräfte erhält, welche einzeln den gegebenen Kräften gleich und entgegengesetzt sind.

Wenn also eine Kraft mehreren anderen Kräften, die in beliebigen Punkten eines Körpers nach verschiedenen Richtungen hin wirken, das Gleichgewicht hält, so kann sie in Seitenkräfte

zerlegt werden, die einzeln jenen gegebenen Kräften das Gleichgewicht halten.

Von dem Schwerpunkte eines Körpers.

§. 40. **Begriff des Schwerpunkts.** — Ein fester Körper wird durch die Vereinigung einer grossen Anzahl von Molekülen gebildet, die eine bestimmte Lage gegeneinander annehmen. Jedes dieser Moleküle ist schwer; es ist der Einwirkung einer Kraft unterworfen, welche vertikal von oben nach unten wirkt, und welche sein Gewicht genannt wird. Die Gewichte der verschiedenen Moleküle, aus denen ein Körper besteht, sind also ebensoviele Kräfte, welche in den Punkten, wo sich die Moleküle befinden, auf den Körper einwirken. Die Vertikallinien, welche durch diese Punkte gezogen werden, kann man, wenigstens in den Fällen, wo der Körper nicht sehr grosse Dimensionen hat, als unter sich parallel ansehen; alle die Kräfte also, von denen wir eben gesprochen haben, sind unter sich parallel und in dem nämlichen Sinn gerichtet; sie haben folglich eine Mittelkraft, und diese Mittelkraft, gleich der Summe sämmtlicher Seitenkräfte, ist es, die wir das Gewicht des ganzen Körpers genannt haben.

Um die Mittelkraft der Gewichte der einzelnen Moleküle eines festen Körpers zu finden, vereinigt man diese Gewichte ganz in derselben Weise, wie es in §. 26 von einer beliebigen Anzahl paralleler Kräfte gezeigt wurde, die in dem nämlichen Sinne auf einen festen Körper wirken. Denken wir uns, um die Betrachtung zu vereinfachen, der in Rede stehende feste Körper bestehe nur aus 4 Molekülen A, B, C, D (Fig. 35), deren Gewichte unter sich gleich, und gleich einem Milligramm seien.

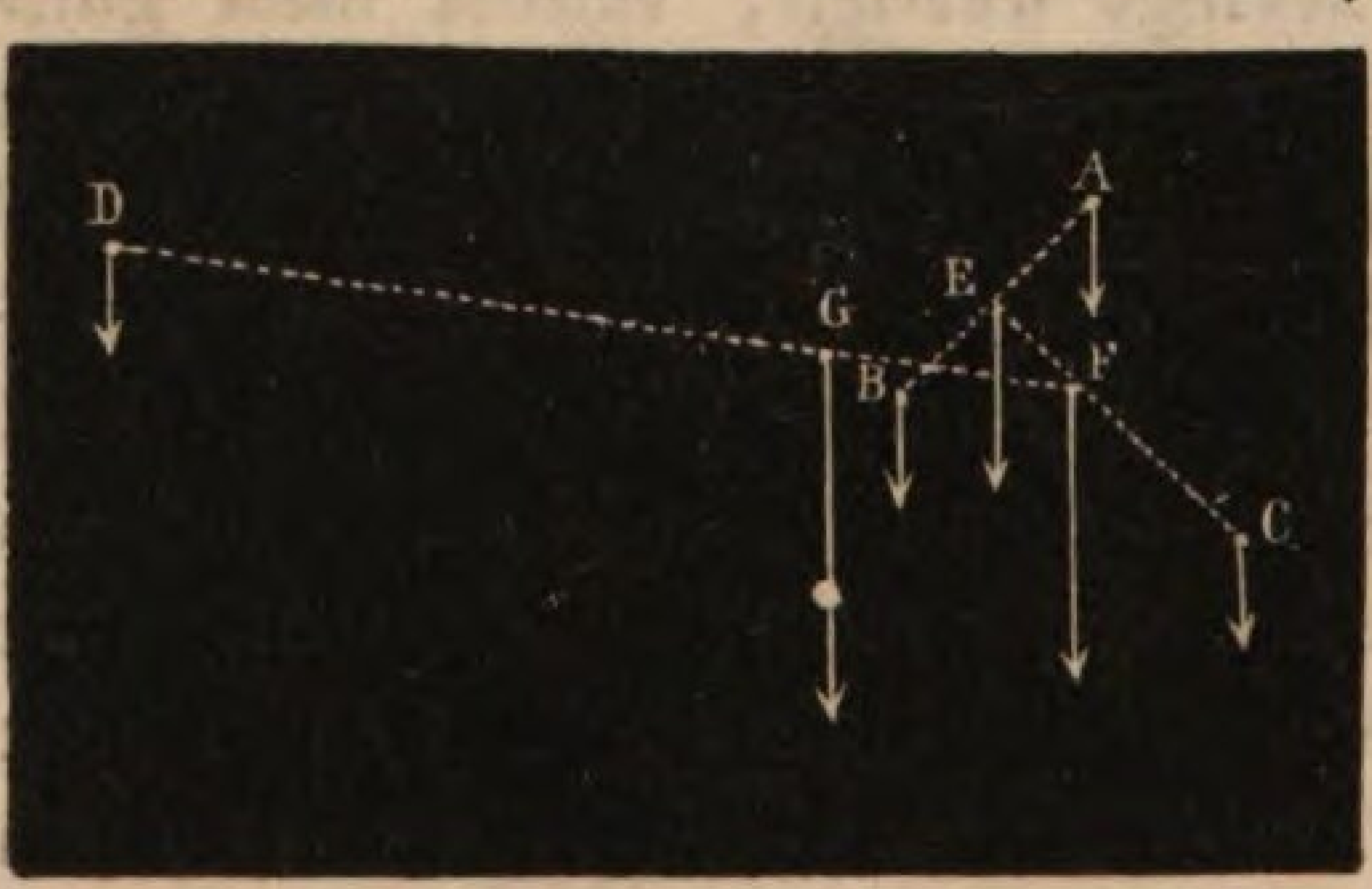


Fig. 35.

Die Kräfte welche in A und B angreifen, vereinigen sich in eine einzige Kraft von 2 Milligrammen, die in dem Punkte E, der in der Mitte zwischen A u. B liegt, angebracht werden muss. Diese erste Mittelkraft setzt sich nun ihrerseits wieder mit der in C wirkenden dritten Kraft in eine Mittelkraft von 3 Milligrammen zusammen, welche in dem Punkt F angreift, der zwischen E und C auf der Linie EC so liegt, dass EF die Hälfte von FC oder, was auf dasselbe hinauskommt, der dritte

Theil von EC ist. Die so erhaltene zweite Mittelkraft von 3 Milligrammen vereinigt sich endlich mit der in dem Punkte D wirkenden Kraft, und man erhält dadurch die Mittelkraft aller 4 Kräfte, deren Grösse gleich 4 Milligrammen und deren Angriffspunkt G auf der Linie FD so gelegen ist, dass seine Entfernung von F den vierten Theil dieser Linie beträgt.

Denken wir uns nun, dass man den aus den Molekülen A, B, C, D bestehenden Körper drehe, um ihm eine andere Lage zu geben, ohne jedoch dabei seine Gestalt, d. h. die gegenseitige Lage seiner Moleküle zu verändern. An dem so gedrehten Körper können wir nun die Zusammensetzung der Gewichte der einzelnen Moleküle ganz eben so wiederholen, wie es so eben in der ersten Lage des Körpers geschehen ist; und wenn wir Sorge tragen, die Kräfte auch in derselben Ordnung mit einander zu vereinigen, wie es Fig. 36 zeigt, so ist klar, dass wir für die Angriffspunkte der einzelnen Mittelkräfte und der Hauptmittelkraft dieselben Angriffspunkte E, F, G wieder finden, die wir schon oben gefunden hatten.

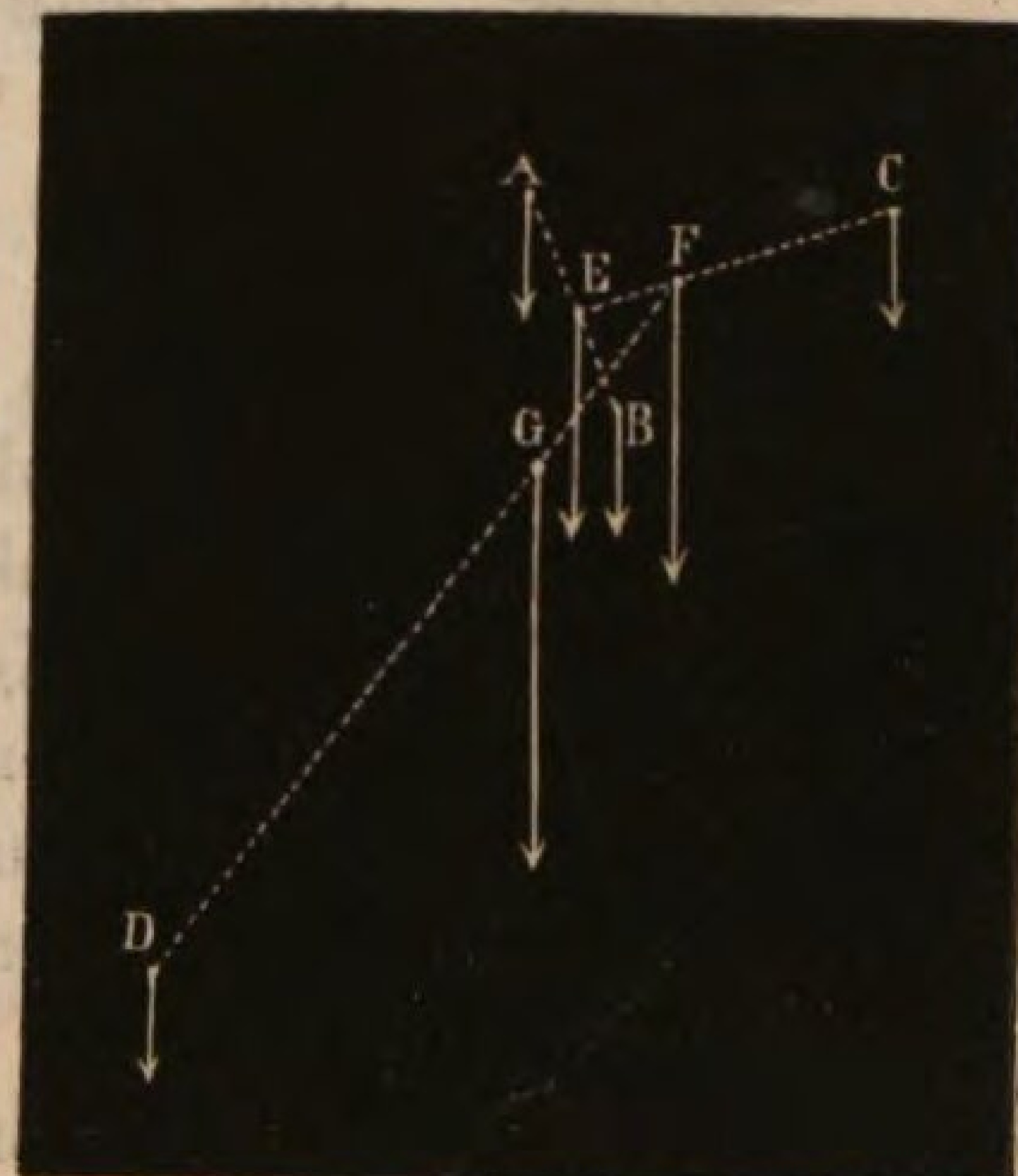


Fig. 36.

Das Resultat, welches wir erhalten haben, bleibt offenbar dasselbe, welches auch die Anzahl der Moleküle eines Körpers ist, und welche Gewichte diese Moleküle auch haben mögen; ob sie durchweg gleich sind oder ob sie ungleiche Grösse haben. Wir haben nur der klareren Darstellung halber die Zahl der Moleküle auf vier beschränkt und vorausgesetzt, dass sie alle gleich schwer seien. In jedem Falle ist der Angriffspunkt der Resultante der Gewichte aller einzelnen Moleküle eines Körpers in keiner Weise von der Lage, welche man dem Körper gibt, abhängig; er wird stets dieselbe Stellung gegen die Moleküle des Körpers einnehmen.

Der Punkt, dessen Existenz wir so eben nachgewiesen haben, und durch welchen stets die Mittelkraft der Gewichte der verschiedenen Moleküle des Körpers hindurchgeht, welches auch die Lage des Körpers sein mag, ist nach der am Ende des §. 26 gegebenen Erklärung nichts anderes als der Mittelpunkt der auf die einzelnen Moleküle des Körpers wirkenden Schwerkräfte. Er heisst kurzweg der **Schwerpunkt** dieses Körpers.

§. 41. **Bestimmung des Schwerpunkts eines Körpers durch den Versuch.** — Wenn ein Körper in einem Punkte A (Fig. 37) seiner Oberfläche mittelst einer Schnur aufgehängt ist, so nimmt er eine gewisse Gleichgewichtslage an. Die Kraft, welche ihn dabei herabfallen zu machen sucht, ist sein Gewicht, und der Angriffspunkt dieser Kraft liegt in seinem Schwerpunkt. Wenn der Körper nicht herab fällt, so kommt das davon her, dass von Seite der Schnur eine Zugkraft auf ihn ausgeübt wird, welche, von unten nach oben gerichtet, jener ersten Kraft das Gleichgewicht hält, und ihr folglich gleich und entgegengesetzt sein muss. Daraus folgt, dass, wenn man sich die Richtung der Schnur in das Innere des Körpers nach der Linie AB verlängert denkt, diese Linie durch den Schwerpunkt des Körpers gehen muss.

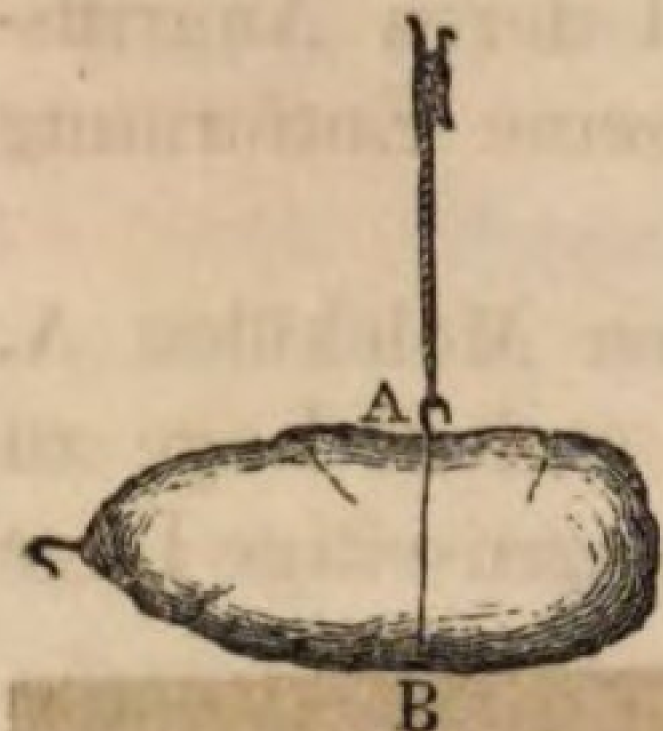


Fig. 37.

Wenn man nun den Körper an einem zweiten Punkt seiner Oberfläche aufhängt, so nimmt er eine neue Gleichgewichtslage (Fig. 38) an. In dieser neuen Gleichgewichtslage geht die in das Innere des Körpers nach der Linie CD geführte Verlängerung der Schnur ebenfalls durch den Schwerpunkt des Körpers. Wenn man daher die Linie AB, welche schon vorher durch diesen Punkt hindurchging, auf irgend eine Weise angemerkt hat, so ist klar, dass der Schwerpunkt nur im Durchschnittspunkt G der Linien AB und CD gelegen sein kann.

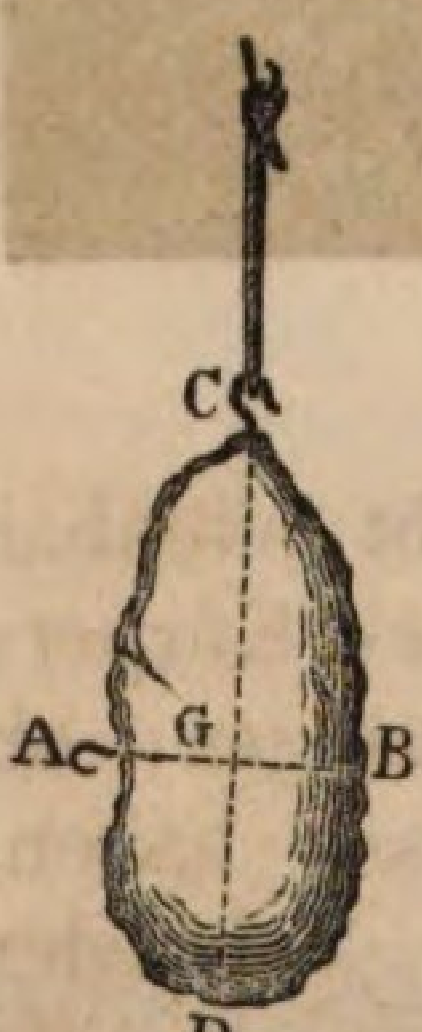


Fig. 38.

Das Verfahren, welches wir eben für die Aufsuchung des Schwerpunkts eines Körpers angegeben haben, ist in der Wirklichkeit schwer ausführbar, da es verlangt, dass die Linien AB und CD durch das Innere des Körpers geführt werden sollen. Aber wenn es aus diesem Grunde auch zu keiner sehr genauen Bestimmung der Lage des Schwerpunkts führen kann, so liefert es doch in vielen Fällen genügende Anzeigen über die Stellung, welche dieser Punkt im Innern des Körpers einnimmt. Nehmen wir z. B. einen Spazierstock, der an seinem obern Ende mit einem Elfenbeinknopf versehen ist. Dieser Stock sei um eine Axe, welche der Länge nach durch ihn hindurchgeht, symmetrisch angeordnet, so ist klar, dass der Schwerpunkt in dieser Axe gelegen sein muss. Um seine Lage in dieser Axe zu finden, darf man nur den Stock an einer Schnur so aufhängen, dass er in horizontaler Lage

bleibt, oder wie es einfacher ist, ihn auf die nach oben gekehrte Kante eines fesstehenden Körpers setzen, wie es die Fig. 39 zeigt; man sucht durch Probiren, in welchem Punkte der Stab unterstützt werden muss, um mit Hülfe dieses einzigen Unterstützungspunktes horizontal zu bleiben; sein Schwerpunkt liegt dann in dem Punkt der Axe, welcher sich vertikal über dem Unterstützungspunkt befindet.



Fig. 39.

§. 42. **Schwerpunkt eines homogenen Körpers.** — In vielen Fällen ist die Materie, aus welcher ein Körper besteht, gleichmässig über alle Theile des Raums, welchen derselbe einnimmt, ausgebreitet; sodass, wenn man sich aus den verschiedenen Theilen des Körpers die Menge von Materie, die z. B. in einem Cubikmillimeter enthalten ist, herausgenommen denkt, das Gewicht derselben überall gleich gross ist, welches auch der Punkt des Körpers sein mag, von welchem sie genommen wurde. In diesem Fall hängt offenbar die Lage des Schwerpunkts nur von der Gestalt des Körpers ab, und die Aufsuchung dieses Punktes reducirt sich auf eine geometrische Aufgabe.

In der Geometrie versteht man unter dem Mittelpunkt einer Fläche denjenigen Punkt, welcher die Eigenschaft hat, dass er jede gerade Linie, welche durch ihn gezogen und die zu beiden Seiten durch die Fläche begrenzt wird, in zwei gleiche Theile theilt. Daraus folgt leicht, dass allemal, wenn die Oberfläche eines homogenen Körpers einen Mittelpunkt hat, dieser der Schwerpunkt des Körpers sein muss. Denn in diesem Fall findet man zu jedem Molekül des Körpers ein zweites, das so gelegen ist, dass seine Verbindungslinie mit dem ersten durch den Mittelpunkt des Körpers geht und durch diesen halbirt wird; der Angriffspunkt der Mittelkraft der Gewichte je zweier solcher Moleküle liegt also in jenem Mittelpunkt, und dieser ist daher auch der Angriffspunkt der Mittelkraft der Schwerkräfte sämmtlicher Moleküle des Körpers, d. h. der Schwerpunkt desselben. So liegt also der Schwerpunkt eines Parallelepipeds (Fig. 40) im Durchschnittspunkt zweier Körperdiagonalen; eben so liegt der Schwerpunkt eines senkrechten (Fig. 41) oder schiefen (Fig. 42) Cylinders in der Mitte der geraden Linie, welche die Mittelpunkte seiner Grundflächen verbindet; desgleichen liegt der Schwerpunkt einer Kugel im Mittelpunkt dieser Kugel, und der Schwerpunkt eines Ringes (Fig. 43) im Mittelpunkte dieses Rings. Das letzte

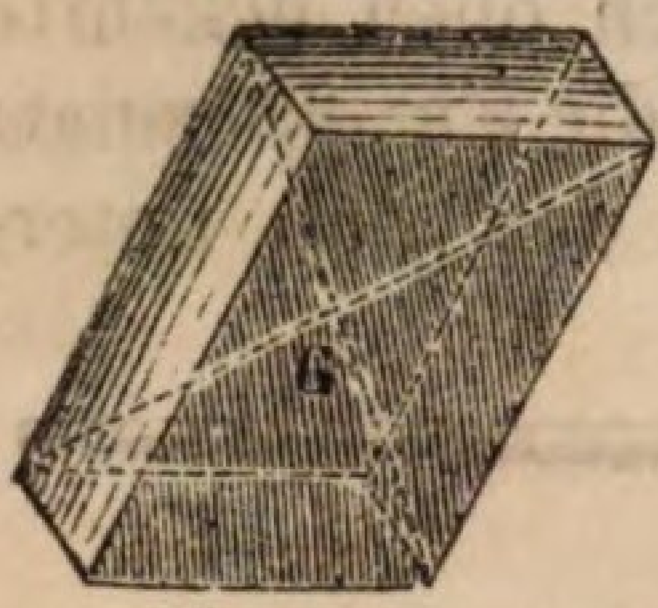


Fig. 40.

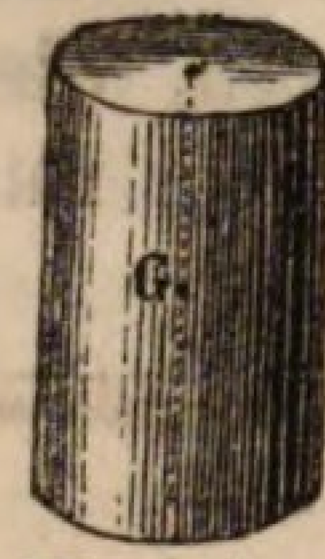


Fig. 41.

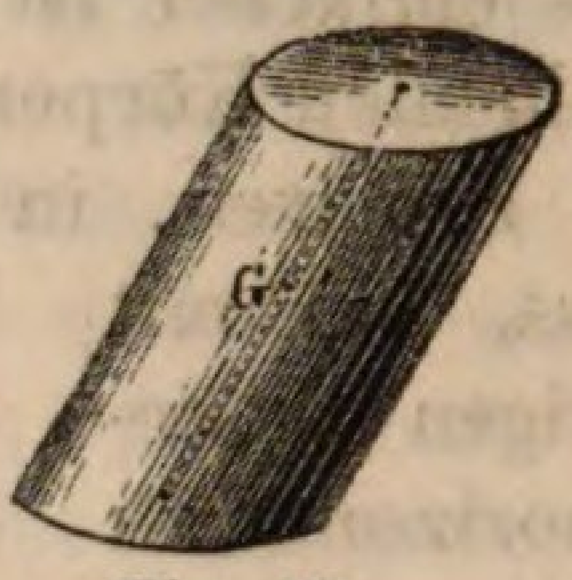


Fig. 42.



Fig. 43.

Beispiel zeigt, dass der Schwerpunkt eines Körpers nicht nothwendig in dem Theil des Raumes gelegen sein muss, welcher durch die Materie des Körpers ausgefüllt ist.

§. 43. **Schwerpunkt einer Fläche.** — Manchmal hat der Körper, dessen Schwerpunkt gefunden werden soll, eine durchweg gleiche, im Verhältniss zu seinen übrigen Dimensionen sehr kleine Dicke, sodass man von selbst dazu geführt wird, von derselben ganz zu abstrahiren und den Körper als blose Fläche zu betrachten. Diess ist z. B. bei einer dünnen Tafel Blech der Fall. Wenn nun ein solcher Körper auch noch homogen ist, so hängt die Lage seines Schwerpunkts wiederum blos von der Gestalt der Fläche ab, auf welche man sich ihn reducirt denkt. Auf diese Weise wird man darauf geführt, den Schwerpunkt einer Fläche zu suchen.

Auf demselben Wege wie oben gelangt man zur Ueberzeugung, dass der Mittelpunkt jeder ebenen Figur der Schwerpunkt derselben sein muss. Desshalb liegt der Schwerpunkt eines Parallelogramms (Fig. 44) im Durchschnittspunkt seiner Diagonalen, der Schwerpunkt einer Kreisfläche in ihrem Mittelpunkt, so wie der Schwerpunkt jedes regelmässigen Vielecks im Mittelpunkte dieses Vielecks.

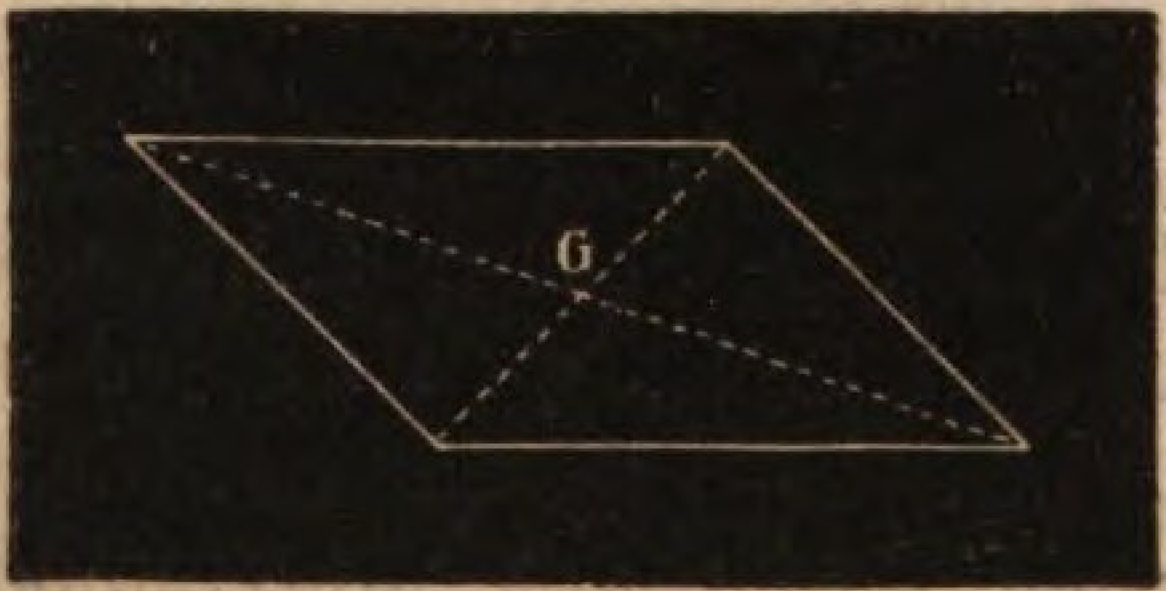


Fig. 44.

Um den Schwerpunkt eines Dreiecks (Fig. 45) zu finden, bemerken wir, dass die Linie AD, welche die Spitze A mit der Mitte der Grundlinie BC verbindet, alle Linien, welche wie mn parallel zur Grundlinie gezogen sind, in zwei gleiche Theile theilt. Denken wir uns nun, dass die Moleküle, aus denen unser Dreieck besteht, längs diesen zur Grundlinie parallelen Linien regelmässig gereiht seien,

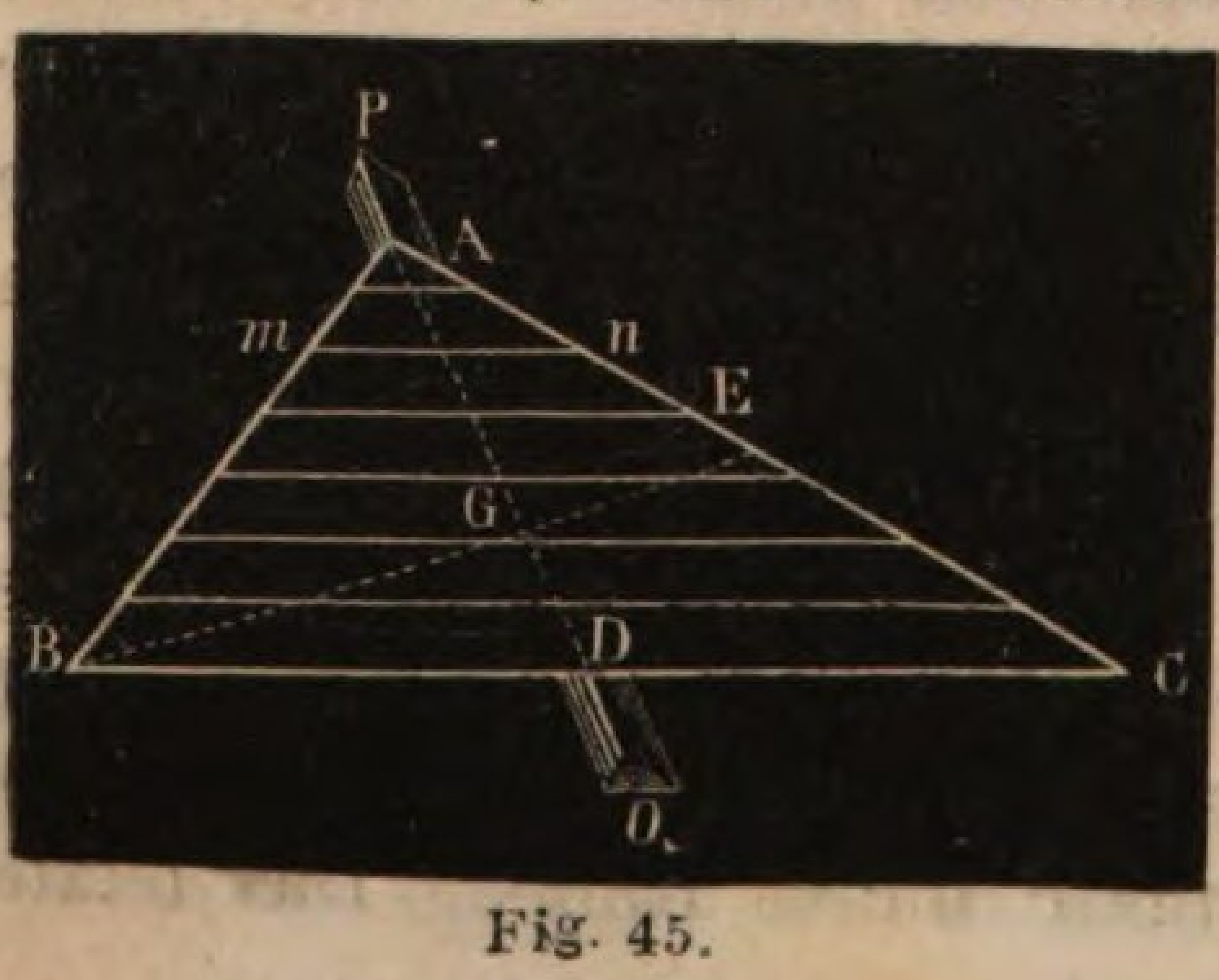


Fig. 45.

und dass das Dreieck auf die nach oben gekehrte Kante eines prismatischen Stabs PQ so gesetzt werde, dass es auf dieser Kante nach der Linie AD aufruht. Dann würde jede Molekülreihe, wenn sie für sich allein vorhanden wäre, im Gleichgewicht sein, da sie in ihrer Mitte unterstützt ist. Es sind daher auch noch alle die zum Dreieck verbundenen Molekülreihen im Gleichgewicht, und das Dreieck sucht daher weder nach der einen noch nach der andern Seite zu fallen; man schliest daraus, dass der Schwerpunkt des Dreiecks in der Linie AD gelegen sein muss. Ganz auf dieselbe Weise ergibt sich, dass er auch in der Linie liegen muss, welche die Ecke B mit der Mitte E der gegenüberliegenden Seite verbindet; er liegt also im Durchschnittspunkt G dieser beiden Linien. In der Geometrie wird gezeigt, dass der so erhaltene Punkt G die Linie AD in zwei Theile theilt, von denen der eine AG doppelt so gross als der andere GD ist; man kann also sagen, dass der Schwerpunkt eines Dreiecks auf der Linie gelegen ist, welche die Spitze desselben mit der gegenüberliegenden Grundlinie verbindet, und zwar in demjenigen von den zwei Punkten, welche diese Linie in drei gleiche Theile theilen, der näher an der Grundlinie gelegen ist.

Mittelst des so eben erhaltenen Resultats können wir leicht folgende Aufgabe lösen: Drei Männer tragen ein schweres Dreieck ABC (Fig. 46), jeder an einer Ecke, welcher von ihnen ist der am meisten, und welcher der am wenigsten belastete? Das Gewicht des Dreiecks, welches wir gleich 45^k voraussetzen wollen, ist eine Kraft, welche in dem Schwerpunkte G desselben angreift. Die Linie BG geht, wie wir oben gesehen haben, verlängert durch die Mitte D der Seite AC und die Länge BG ist doppelt so gross als GD; wir können daher die in dem Punkte G vertikal abwärts wirkende Kraft von 45^k als Resultante zweier paralleler, vertikal abwärts wirkender Kräfte betrachten, von denen die eine von 15^k in B, die andere von 30^k in dem Punkt D angreift. Aber diese leztere Kraft, welche in der Mitte von AC angebracht ist, kann wiederum als aus der Zusammensetzung zweier Kräfte hervorgegangen gedacht werden, deren jede gleich 15^k ist, und von denen die eine im Punkte A, die andere in dem Punkt C angreift. Es kann also das Gewicht des Dreiecks durch drei Kräfte ersetzt werden, die, jede in der Grösse von 15^k, an den drei

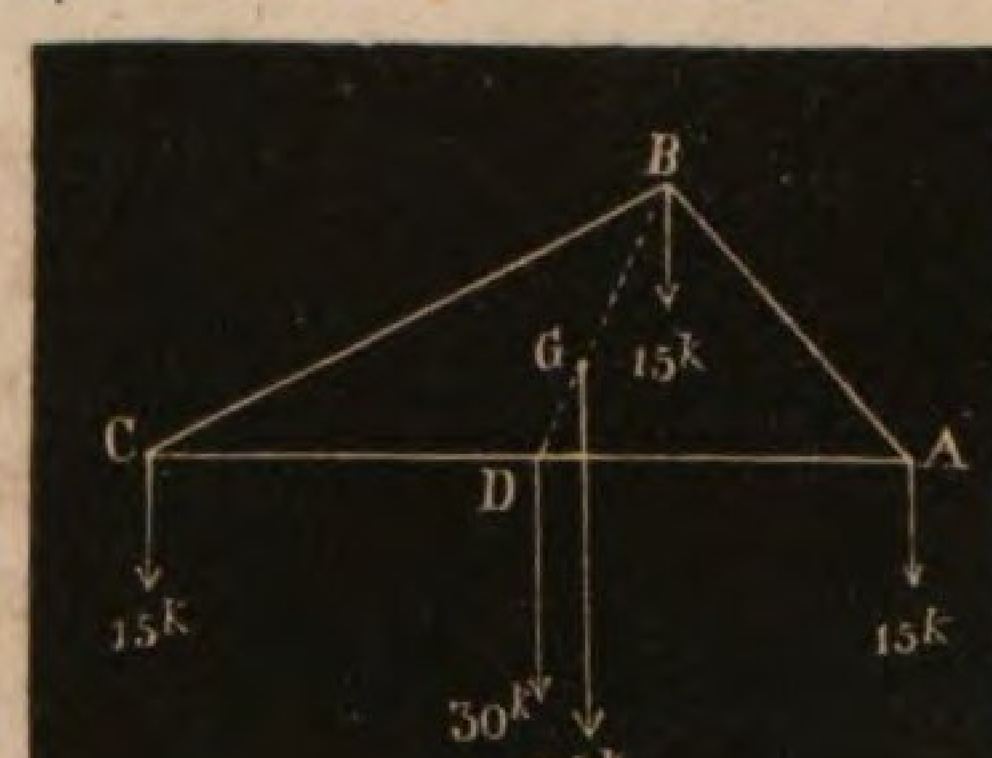


Fig. 46.

Eckpunkten des Dreiecks vertikal abwärts wirken; und daraus folgt, dass die drei Männer, welche das Dreieck tragen, gleichstark belastet sind, welches auch die Gestalt des Dreiecks ist.

§. 44. **Schwerpunkt eines Körpers, der aus mehreren anderen Körpern zusammengesetzt ist.** — Wenn man die Gewichte und die Schwerpunkte der verschiedenen Theile kennt, aus denen ein Körper besteht, so ist es leicht, den Schwerpunkt des ganzen Körpers zu finden. Nehmen wir z. B. zwei ungleich grosse homogene Kugeln, welche durch einen ebenfalls homogenen, cylindrischen Stab fest mit einander verbunden sind (Fig. 47). Die grössere der beiden Kugeln sei 5, die kleinere 2 und der beide verbindende Stab 1 Kilogramm schwer. Der Schwerpunkt des ganzen Körpers ist der Angriffspunkt der Mittelkraft der Gewichte seiner verschiedenen Moleküle. Man kann nun zunächst die Gewichte der Moleküle der grossen Kugel unter sich vereinigen, und erhält dadurch eine Kraft von 5^k, welche im Mittelpunkt A dieser Kugel angreift; eben so vereinigt man die Gewichte der Moleküle der kleinen Kugel unter sich, und findet dadurch eine Mittelkraft von 2^k, welche in dem Punkte B, dem Mittelpunkte dieser kleinen Kugel, anzubringen ist; die Mittelkraft der Gewichte der Moleküle des Stabs endlich, welcher beide Kugeln mit einander verbindet, ist eine Kraft von 1^k, welche in dem Punkte C, dem Mittelpunkt der Axe dieses Stabs, angreift. Es bleibt nun blos noch übrig, diese drei parallelen Kräfte von 5^k, 2^k und 1^k, welche bezüglich in den Punkten A, B, C wirken, in eine Kraft zusammenzusetzen, um die Mittelkraft der ganzen Verbindung zu erhalten, deren Angriffspunkt der gesuchte Schwerpunkt ist. Zu diesem Behufe setze man zuerst die beiden Kräfte von 2^k und 1^k, die in den Punkten B und C angreifen, zu einer einzigen von 3^k zusammen, deren Angriffspunkt D in der Linie BC so liegt, dass BD die Hälfte von CD ist; diese Kraft von 3^k im Punkte D vereinige man alsdann mit der von 5^k, welche in A angreift, zu einer Mittelkraft von 8^k, deren Angriffspunkt G in der Linie DA

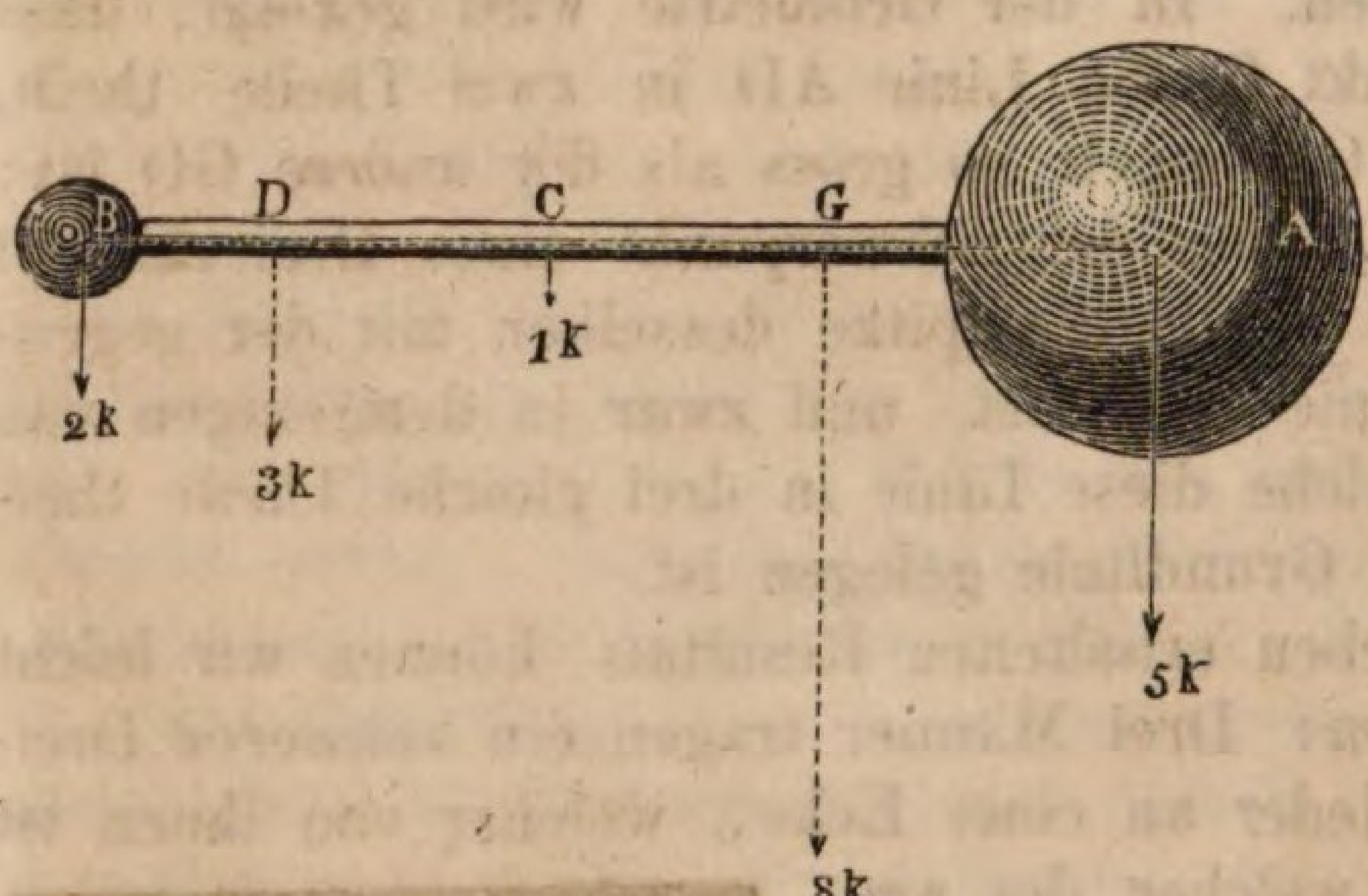


Fig. 47.

so gelegen ist, dass sich AG zu GD verhält wie 3 zu 5. Dieser Punkt G ist der Schwerpunkt der ganzen Körperverbindung.

§. 45. Durch dasselbe Verfahren, durch welches wir eben den Schwerpunkt einer Zusammensetzung von mehreren Körpern gefunden haben, kann man nun auch den Schwerpunkt eines Körpers finden, den man in solche Theile zerlegen kann, deren Schwerpunkte für sich gefunden werden können. Wenn man z. B. den Schwerpunkt der Fläche irgend einer ebenen geradlinigen Figur, eines Fünfecks z. B. bestimmen sollte, so zerlege man dasselbe durch Diagonalen in Dreiecke; man suche hierauf den Schwerpunkt jedes dieser Dreiecke und denke sich in denselben Kräfte wirken, welche gleich den Gewichten der entsprechenden Dreiecke sind. Der Angriffspunkt der Mittelkraft dieser Kräfte ist der gesuchte Schwerpunkt.

Um den Schwerpunkt irgend eines homogenen Prismas zu finden (Fig. 48), denke man sich dasselbe parallel zu seinen Grundflächen in so dünne Platten zerschnitten, dass dieselben als Flächen im Sinne des §. 43 betrachtet werden können. Denkt man sich die Schwerpunkte aller dieser Platten gefunden, so liegen dieselben alle in der Verbindungslinie AB der Schwerpunkte der beiden Grundflächen. Hat man nun alle Platten gleich dick genommen, so sind ihre Gewichte sämmtlich einander gleich; zudem liegen die Angriffspunkte derselben auf der Linie AB in gleichen Entfernungen von einander; die Mittelkraft dieser Gewichte hat also ihren Angriffspunkt in der Mitte C von AB, und dieser Punkt C ist folglich der Schwerpunkt des Prismas.

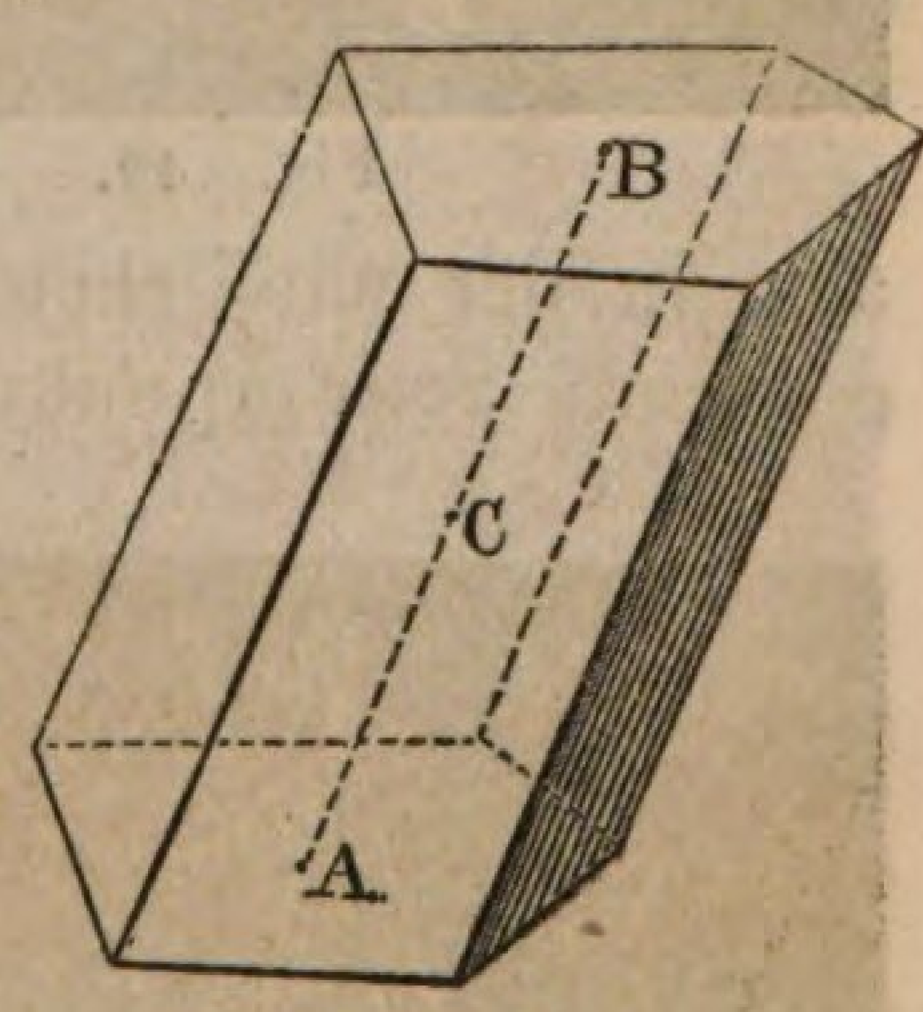


Fig. 48.

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide ABCD (Fig. 49) liegt, wie man leicht sieht, wenn man sich dieselbe wieder in Platten parallel zur Grundfläche ABC zerschnitten denkt, in der Verbindungslinie des Schwerpunkts S der Grundfläche mit der Spitze D; aus demselben Grund liegt er aber auch in der Verbindungslinie des Schwerpunktes S der Fläche ABD mit der gegenüberliegenden Spitze C, und daher im Durchschnittspunkte G beider Linien. Die Geometrie zeigt, dass SG der dritte Theil von GD ist. Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide liegt also in der Verbindungslinie des Schwerpunkts der Grundfläche mit der Spitze und zwar in demjenigen von den drei Punkten,

welche diese Linie in 4 gleiche Theile theilen, der zunächst an der Grundfläche gelegen ist.

Der Schwerpunkt einer beliebigen vielseitigen Pyramide ABCDEF (Fig. 50) liegt, wie man leicht sieht, ebenfalls in der Verbindungslinie SF des Schwerpunktes der Grundfläche mit der Spitze. Ferner liegen die Schwerpunkte a, b, c der dreiseitigen Pyramiden ABCF, ACDF und ADEF, in welche die gegebene Pyramide zerlegt werden kann, sämmtlich in einer Ebene, parallel zur Grundfläche ABCDE, die von der Spitze F dreimal so weit entfernt ist, als von der Grundfläche. Der Angriffspunkt der Mittelkraft der in den Punkten a, b, c wirkenden Gewichte der dreiseitigen Pyramiden liegt also in der nämlichen Ebene. Dieser Angriffspunkt ist aber der gesuchte Schwerpunkt und liegt daher im Durchschnittspunkt G jener Ebene mit der Linie SF. Da aber wiederum GF dreimal so gross als SG ist, so folgt, dass auch der Schwerpunkt einer beliebigen vielseitigen Pyramide in der Verbindungslinie des Schwerpunkts der Grundfläche mit der gegenüberliegenden Spitze liegt, und zwar in demjenigen von den drei Punkten, durch welche diese Linie in vier gleiche Theile getheilt wird, der zunächst der Grundfläche befindlich ist.

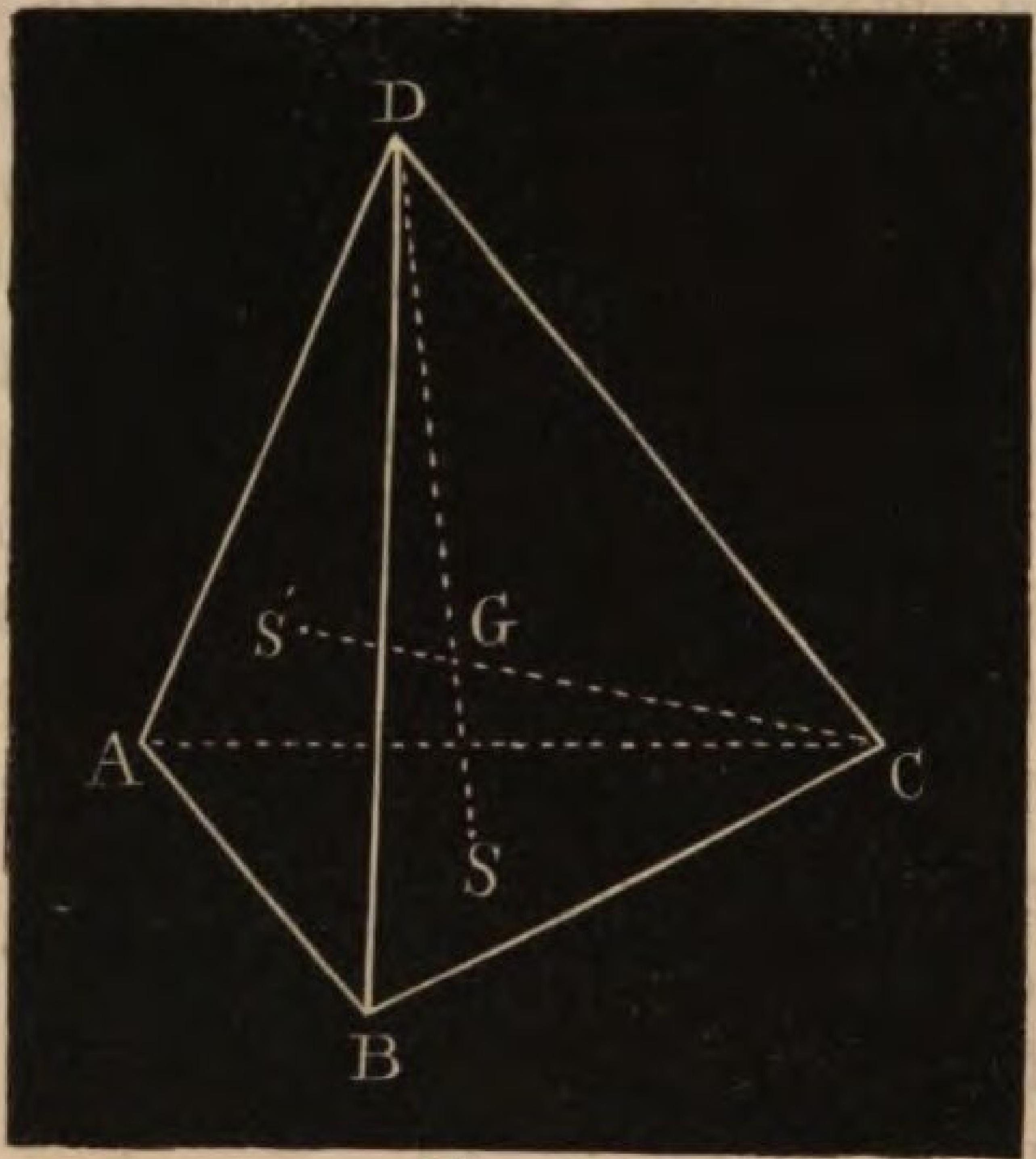


Fig. 49.

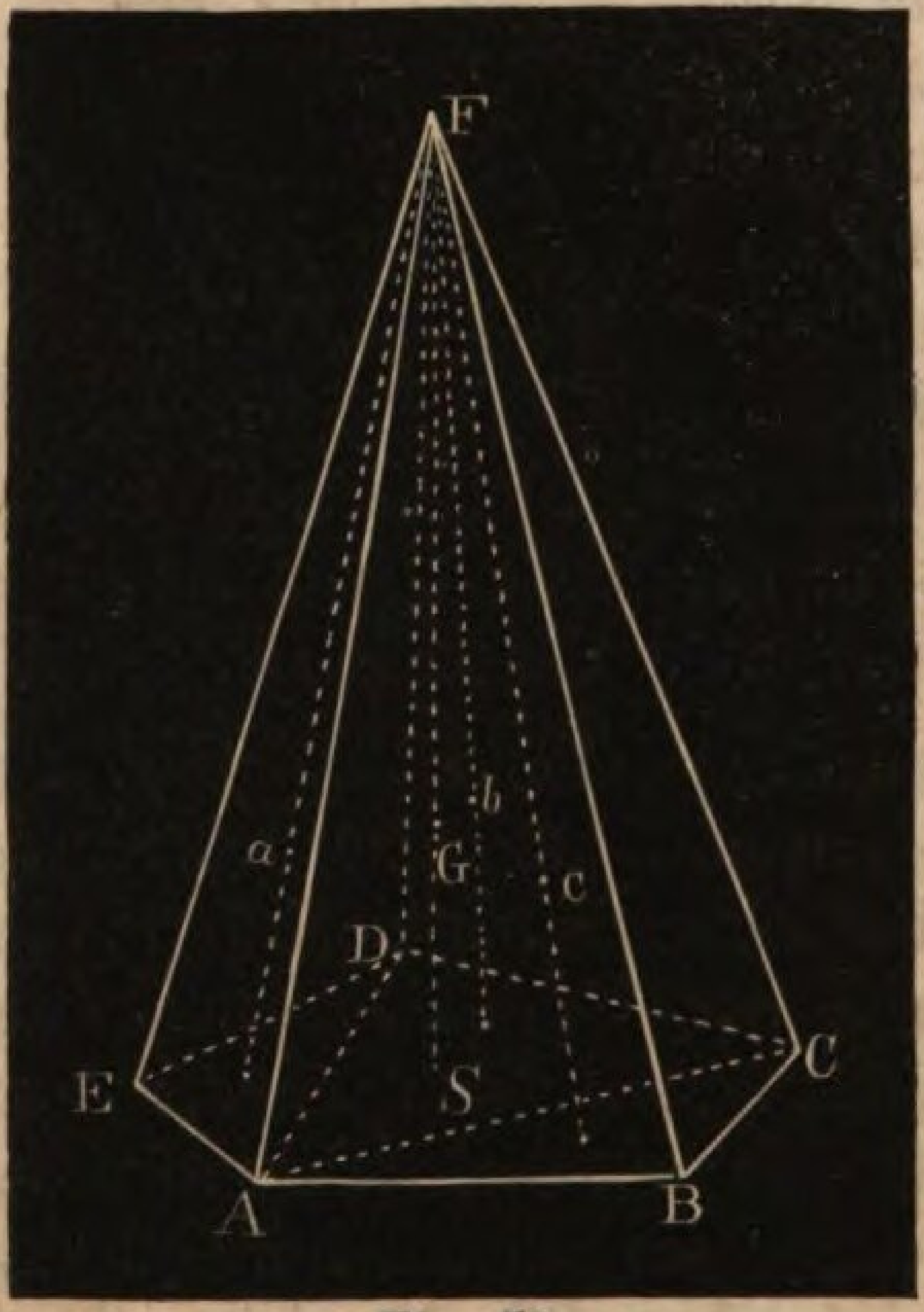


Fig. 50.

Das so eben gefundene Resultat gilt, wie gross auch die Seitenzahl der Grundfläche der Pyramide sein mag. Nun kann der Kreis als ein Vieleck von unendlich vielen Seiten, und folglich der Kegel (Fig. 51) als eine unendlich vielseitige Pyramide betrachtet werden. Es liegt daher der Schwerpunkt G des Kegels in der Verbindungslinie SA des Mittelpunkts

der Grundfläche mit der Spitze und zwar so, dass SG der vierte Theil von SA ist.

§. 46. **Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher auf einer horizontalen Ebene aufruht.** — Wenn ein schwerer Körper auf einer horizontalen Ebene, auf einem Tisch oder auf dem Erdboden z. B., aufruht, so muss er, um sich in dieser Lage zu erhalten, ohne auf die eine oder andere Seite zu fallen, gewisse Bedingungen erfüllen, welche wir durch die Betrachtung des Schwerpunkts auffinden können. Der Körper stütze sich in den Punkten A, B, C, D, E, F, G (Fig. 52), deren Anzahl oft sehr gross ist, gegen die Ebene. Aus diesen Punkten kann man immer ein solches Vieleck ABDEG bilden, das sie alle umschliesst, und welches keine einspringenden Winkel hat; dabei werden in den meisten Fällen einige dieser Stützpunkte in das Innere des Vielecks fallen, wie hier die Punkte C und F, und folglich auf die Gestalt des Vielecks keinen Einfluss haben. Die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper kann durch eine einzige vertikal abwärts wirkende Kraft gleich seinem Gewicht ersetzt werden, welche im Schwerpunkt des Körpers angreift. Wenn die Richtung dieser Kraft durch das Innere des Vielecks geht, von dem wir eben gesprochen haben, so verharrt der Körper, wie man bei einigem Nachdenken leicht sieht, in seiner ursprünglichen Lage; wenn dagegen jene Richtung ausserhalb des Vielecks durch die horizontale Ebene hindurchgeht, so ist klar, dass der Körper umfallen und eine neue Lage einnehmen muss, in welcher sein Gleichgewicht möglich ist.

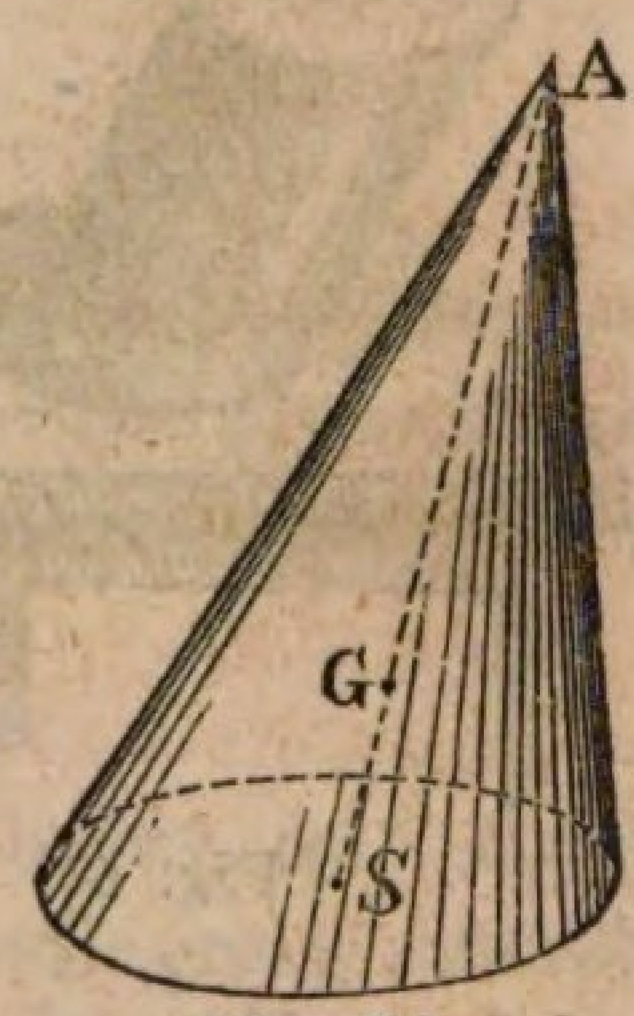


Fig. 51.

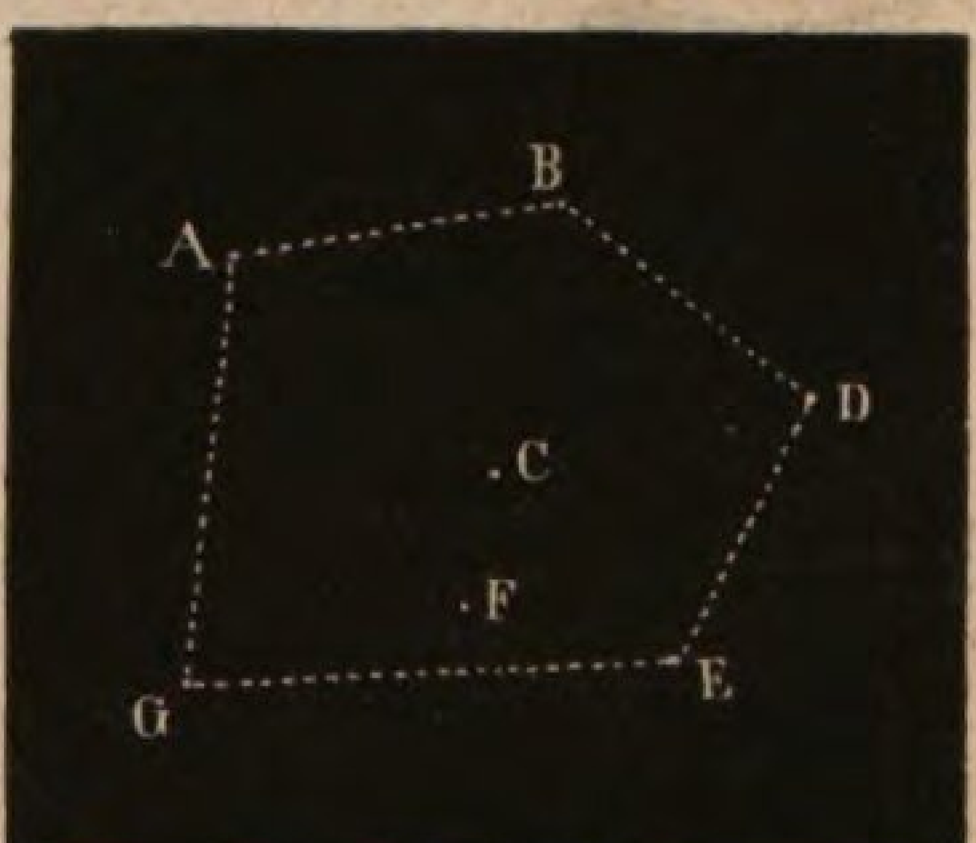


Fig. 52.

Ein schiefer Cylinder, welcher mit seiner Grundfläche auf einem Tisch steht (Fig. 53) bleibt in seiner Lage, wenn die Vertikale, welche von seinem Schwerpunkt herabgefällt wird, den Tisch innerhalb des Kreises trifft, welcher die Grundfläche des Cylinders bildet, und welcher hier an die Stelle des Vielecks tritt, von dem wir so eben gesprochen haben. Wenn aber der schiefe Cylinder eine grössere Länge hat, so kann es vorkommen, dass die Vertikale, welche von seinem Schwerpunkt herabgefällt wird, die Fläche des Tisches in einem Punkt trifft, der ausser-

halb der Grundfläche des Cylinders gelegen ist (Fig. 54); dann kann der Cylinder offenbar nicht in der durch die Figur bezeichneten Lage verharren; er muss nothwendig auf die Seite fallen.

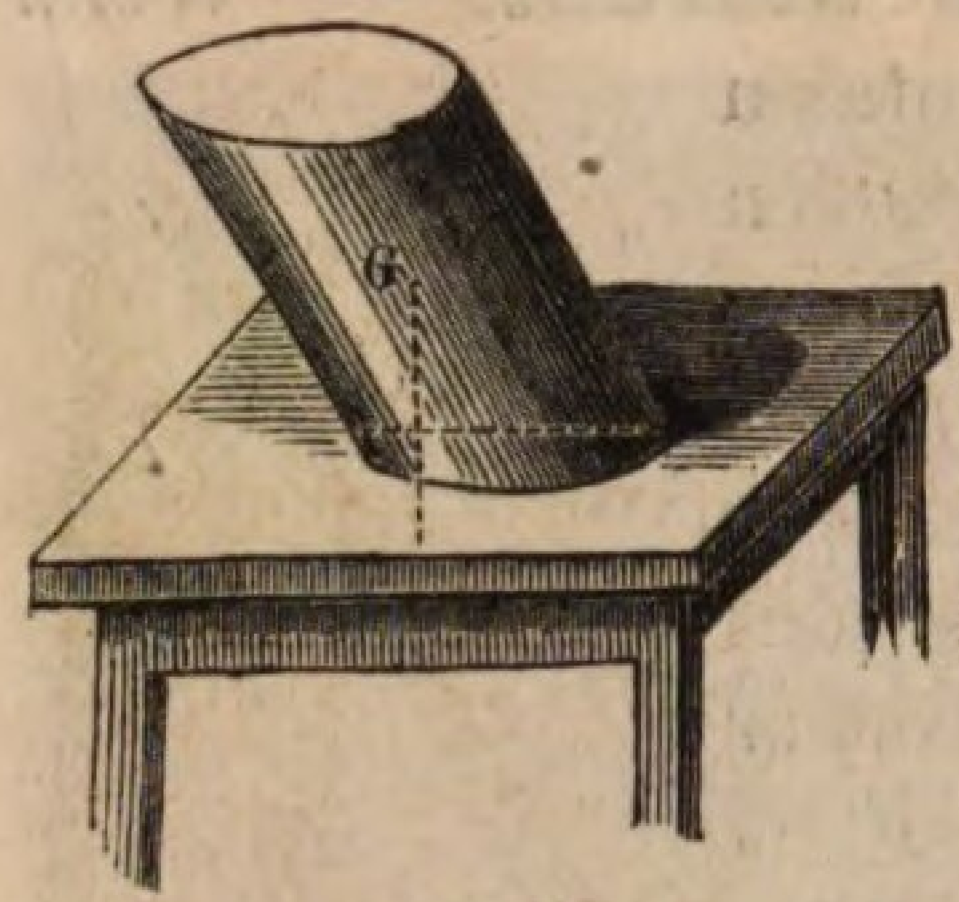


Fig. 53.

Es gibt ein bekanntes Spielzeug der Kinder, welches aus einem Stück Hollundermark besteht, an dessen einem Ende ein metallener Knopf befestigt ist. Wenn man dasselbe der Länge nach auf den Tisch legt (Fig. 55), so richtet es sich alsbald wieder auf, und stellt sich vertikal mit dem Knopf nach unten. Es kommt diess daher, dass wegen der grossen Leichtigkeit des Hollundermarks der Schwerpunkt eines solchen Körperchens ganz im Innern des Knopfes gelegen ist. Wenn es daher auf die Seite gelegt wird, so trifft die von seinem Schwerpunkt herabgefällte Vertikale nicht mehr in das Innere des oben besprochenen Vielecks, welches durch die Stützpunkte auf dem Tisch gebildet wird. Die Folge davon ist, dass die in dem Schwerpunkt angreifende Kraft durch Nichts gehindert ist, ihre Wirkung auszuüben; sie wird also, indem sie den Schwerpunkt herabzieht, das ganze Körperchen nöthigen, sich aufzurichten.

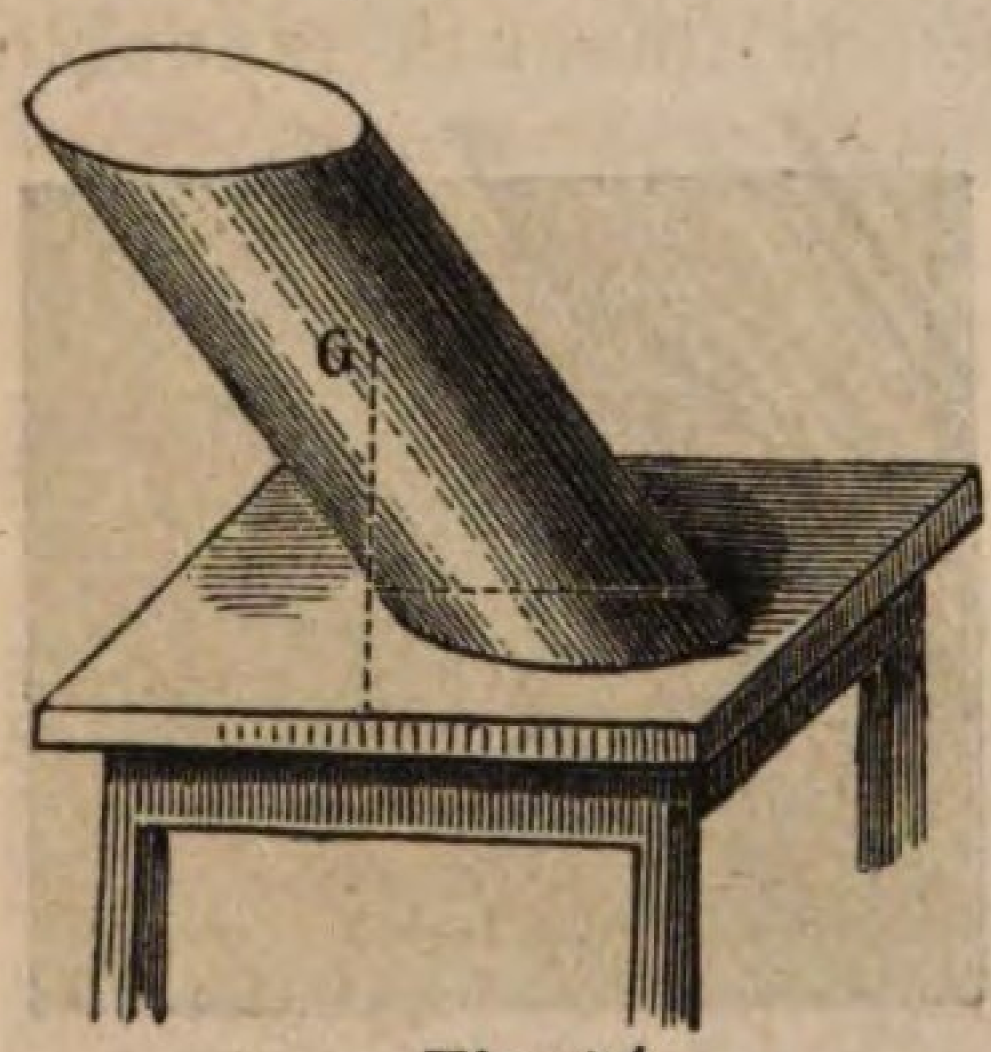


Fig. 54.

Damit ein Mensch, welcher aufrecht auf seinen Füssen steht, im Gleichgewicht bleibt, ist es nothwendig, dass die Vertikale, welche von seinem Schwerpunkt herabgefällt wird, durch das Innere des Vielecks gehe, welches aus den Berührungspunkten seiner beiden Füsse mit dem Boden gebildet werden kann. Die Figur 56 zeigt die Gestalt dieses Polygons, dessen ganze Fläche der Deutlichkeit halber schraffirt ist. Wenn ein freistehender Mensch eine schwere Last trägt, so wird er eine solche Haltung annehmen, dass der gemeinsame Schwerpunkt seines Körpers und der Last, welche er trägt, der obigen Bedingung genügt; wenn er also die Last auf dem Rücken trägt, so wird er sich vorwärts

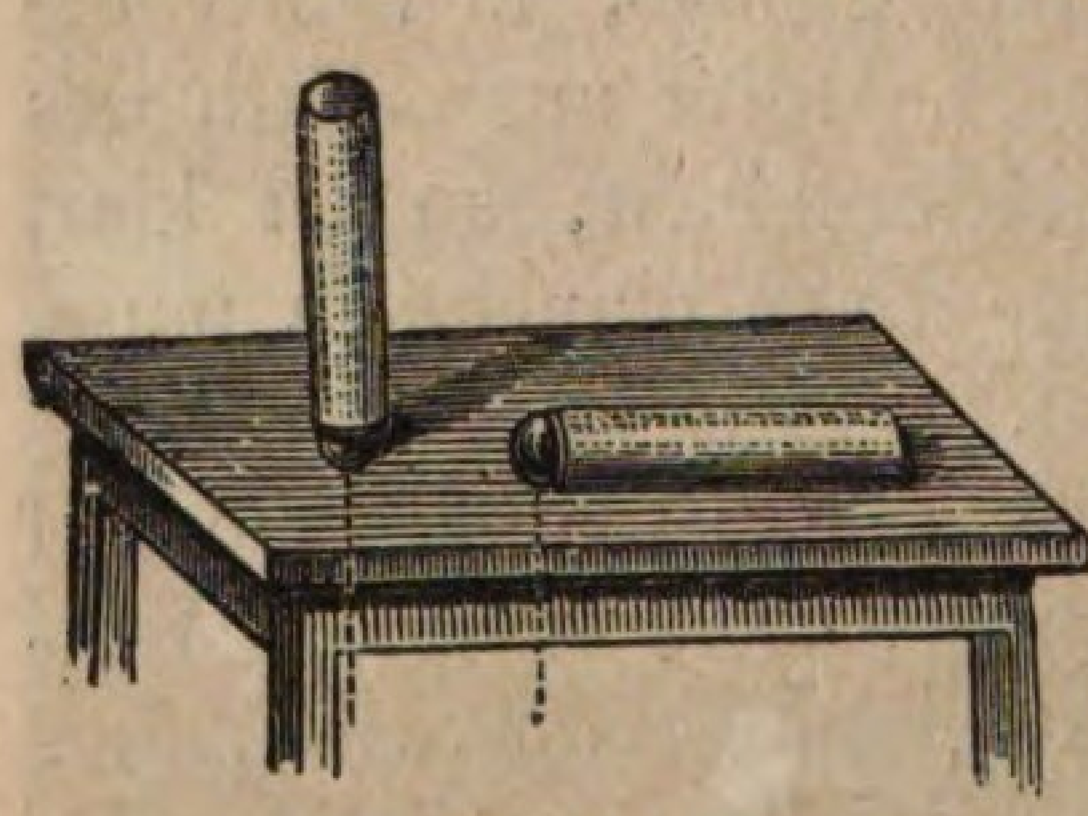


Fig. 55.

beugen; wenn er sie mit der rechten Hand auf der Seite trägt, so wird er sich nach links hinüber neigen. Wenn Jemand, ohne seinen Platz zu verändern, einen etwas entfernten Gegenstand ergreifen will, so wird er seinen Arm ausstrecken und seinen ganzen Körper nach der Seite hin neigen, wo der Gegenstand sich befindet; zugleich aber wird er das eine Bein nach hinten ausstrecken, aus dem einfachen Grund, seinen Schwerpunkt in derjenigen Lage zu erhalten, welche zum Gleichgewicht seines Körpers erforderlich ist.

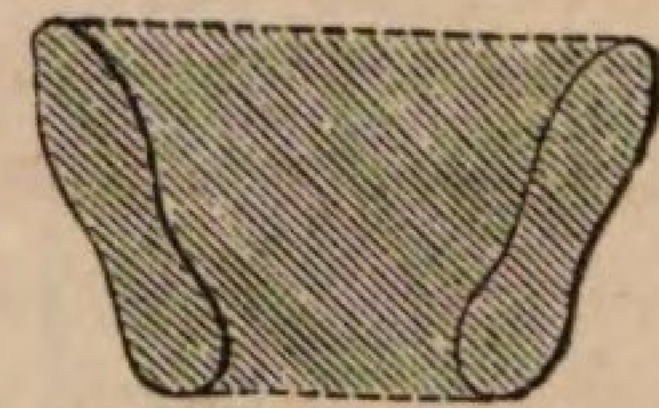


Fig. 56.

§. 47. **Standfestigkeit.** — Wenn ein Körper auf einer horizontalen Fläche aufruht, und es ist die Bedingung erfüllt, dass die von seinem Schwerpunkt herabgefällte Senkrechte die horizontale Ebene noch innerhalb des Vielecks trifft, welches aus seinen Unterstützungspunkten gebildet werden kann, so ist er, wie wir oben gesehen haben, im Gleichgewicht. Aus dieser Gleichgewichtslage kann der Körper, ein Tisch z. B. (Fig. 57) durch Anwendung einer geeigneten Kraft dadurch gebracht werden, dass man ihn um einen Eckpunkt, oder, wie es häufiger vorkommt, um eine Seitenlinie AB des Vielecks, welches durch seine Unterstützungspunkte gebildet wird, dreht oder umneigt. Bei dieser Drehung wird der Tisch eine Zeit lang in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzufallen suchen, sowie die Kraft etwas nachlässt; diese Gleichgewichtslage war also eine haltbare oder stabile. Durch fortgesetzte Drehung gelangt man zu einer Lage des Tisches, wo er sich zwar für sich im Gleichgewicht halten kann, aber durch den geringsten Anstoss entweder in die vorige Lage zurück, oder auf die Seite umfällt. Diess ist offenbar dann der Fall, wenn der Schwerpunkt G senkrecht über der Kante AB (Fig. 58) um welche gedreht wird, liegt, und die dadurch bedingte Gleichgewichtslage ist eine unhaltbare oder labile. So lange der Körper bei der Drehung diese labile Gleich-

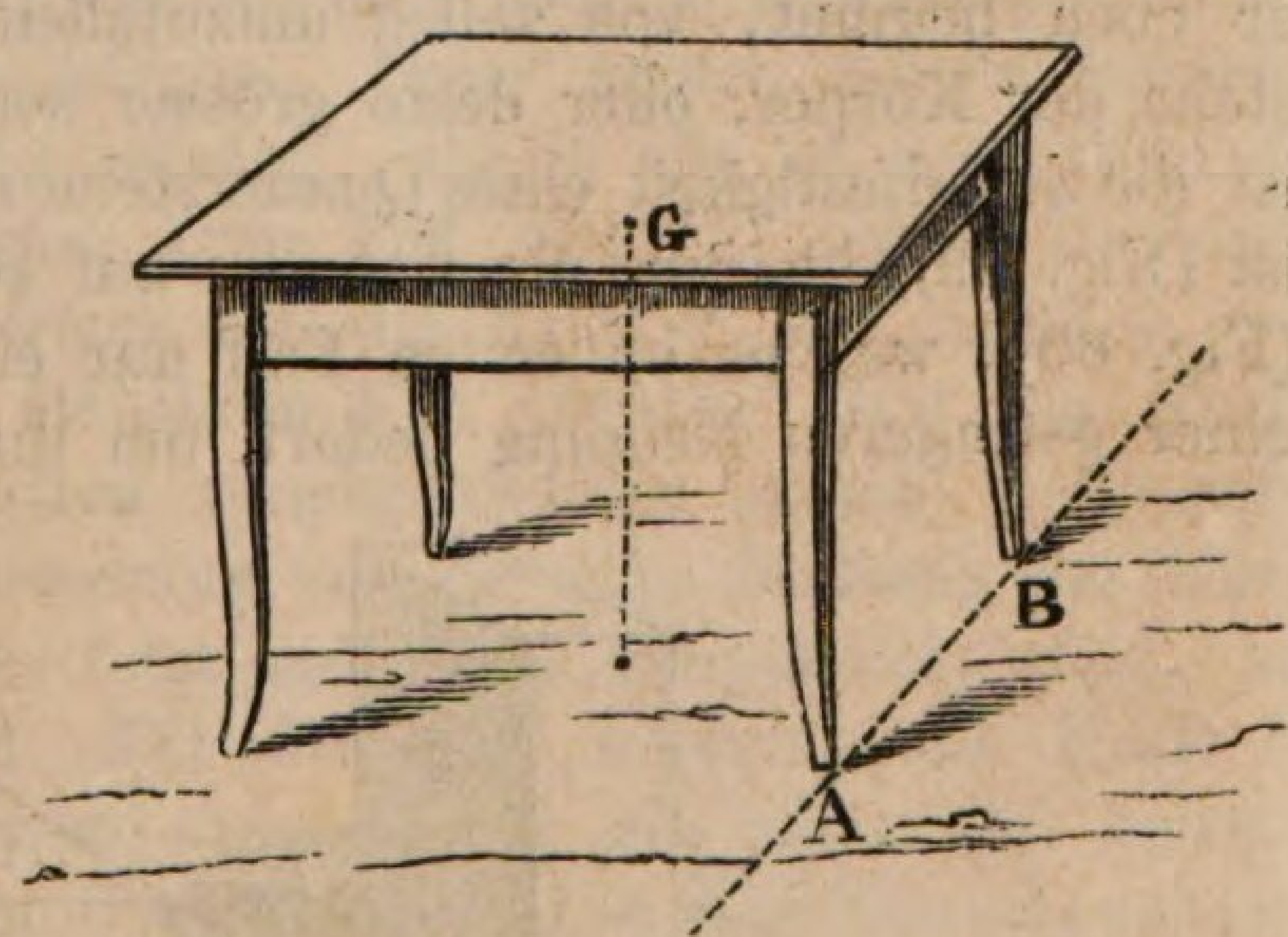


Fig. 57.

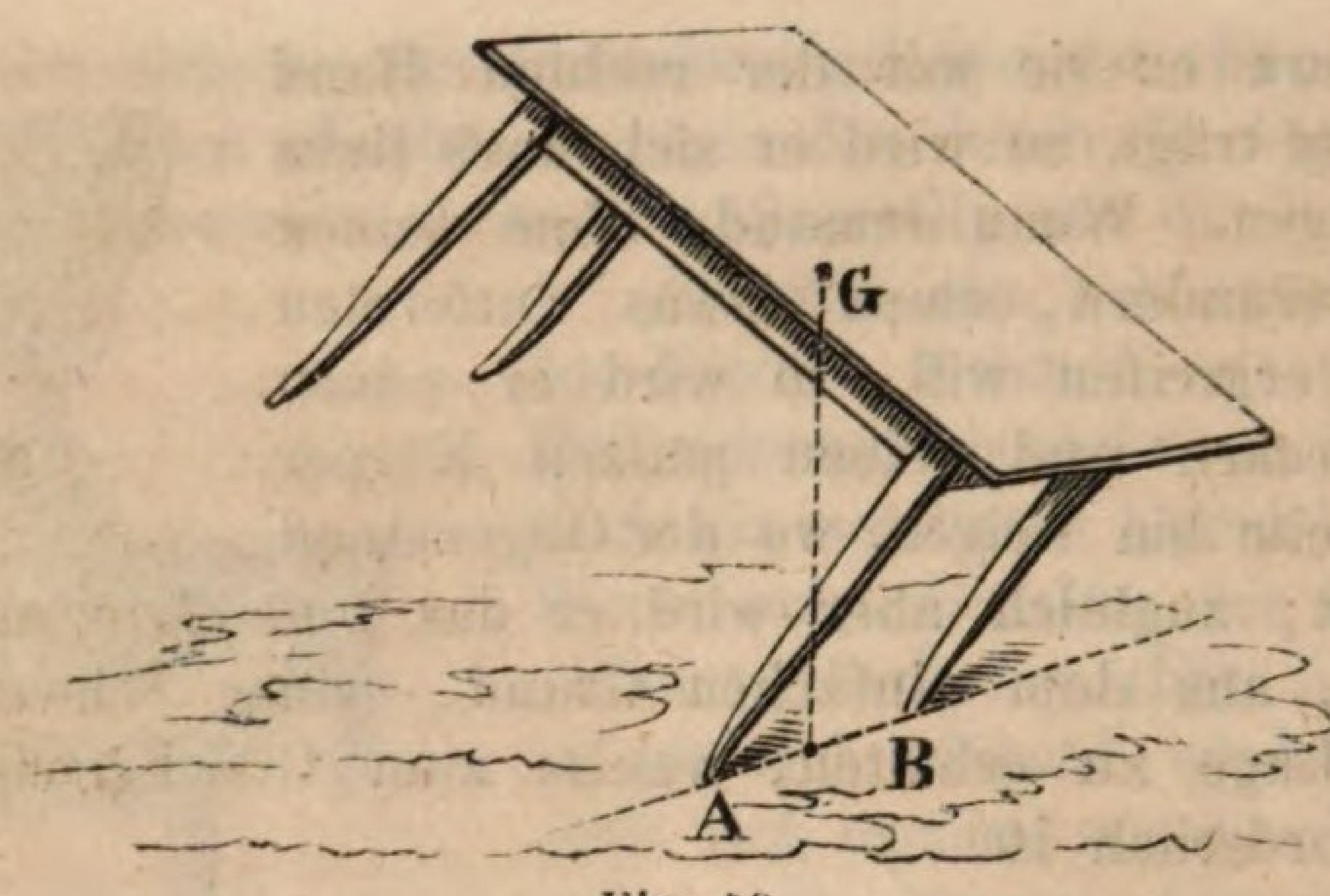
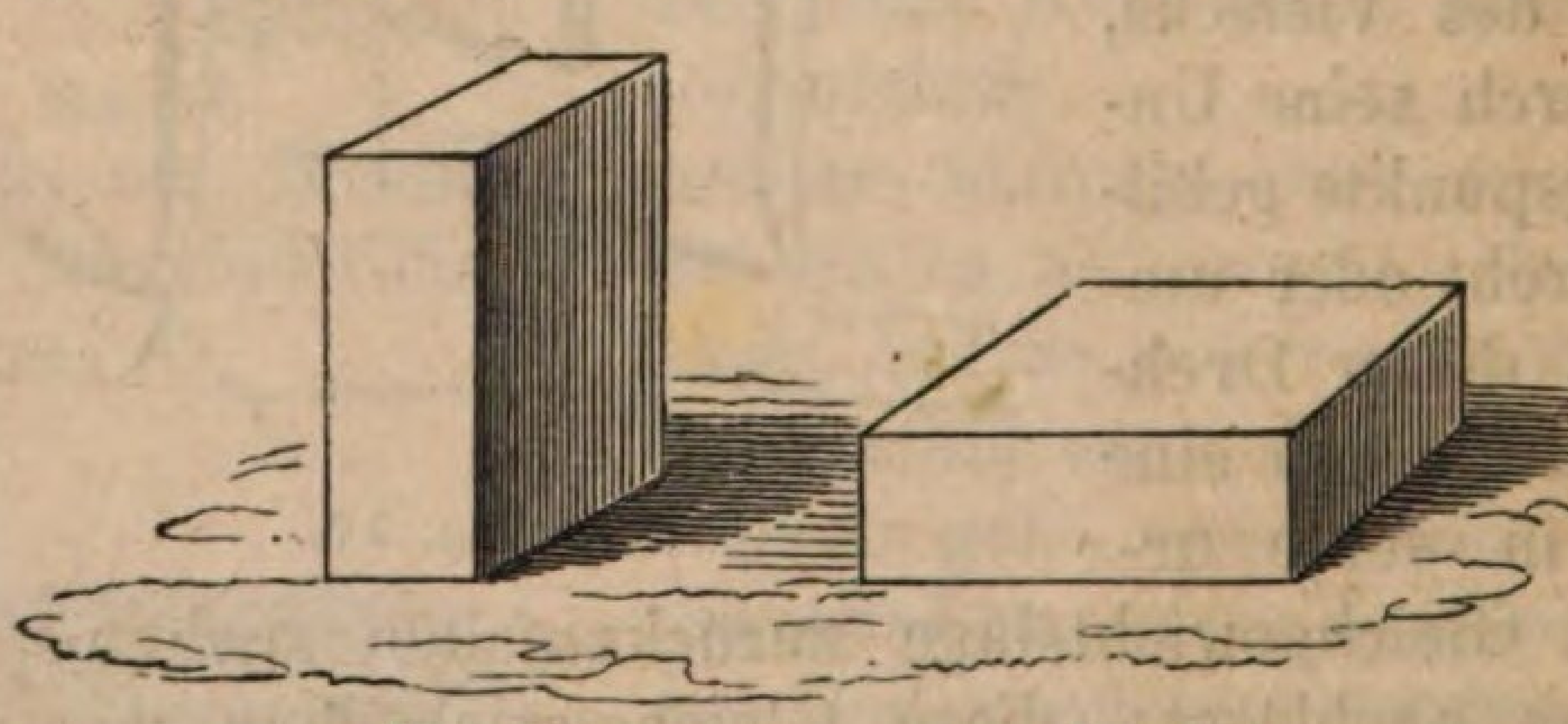


Fig. 58.

gewichtslage noch nicht erreicht hat, sucht er immer wieder in seine ursprüngliche Gleichgewichtslage zurückzukehren; sobald er sie aber überschreitet, fällt er um. Je grösser die Kraft ist, welche nothwendig ist, um bei einem auf einer horizontalen Ebene stehenden Körper die beschriebene Drehung hervorzubringen, und je grösser die Bewegung sein muss, um ihn aus seiner ursprünglichen Lage in die labile Gleichgewichtslage zu führen, bei welcher er eben beginnt, von selbst umzufallen: desto fester, sagt man, stehe der Körper, oder desto grösser sei seine Standfestigkeit. So ist die Standfestigkeit eines Quadersteines, wenn er aufrecht gestellt ist (Fig. 59), kleiner, als wenn er auf seiner breitesten Seite liegt (Fig. 60), weil es im ersten Fall nur einer geringeren Kraft und einer geringeren Neigung bedarf, um ihn umzuwerfen.


Fig. 59. Fig. 60.

Um näher zu untersuchen, von welchen Umständen die Standfestigkeit eines Körpers abhängt, denken wir uns einen einfachen parallelepipedischen Körper (Fig. 61), der mit der Grundfläche ABCD auf einer horizontalen Fläche aufruht; um denselben um die Kante AB z. B. umzuwerfen, werde eine horizontale Kraft P angewandt, die in dem Punkte M als Zug, oder was dieselbe Wirkung hervorbringen würde, in dem Punkte N als Druck wirkt

Wenn diese Kraft gross genug ist, so wird der Körper um die Kante AB gedreht, und es beschreibt dabei sein Schwerpunkt G, wie jeder andere Punkt des Körpers auch, ein Stück eines Kreises, dessen Ebene senkrecht auf der Kante AB steht. Ist auf diese Art die Drehung so weit fortgeschritten, dass der Schwerpunkt G nach G' gelangt ist, wo er senkrecht

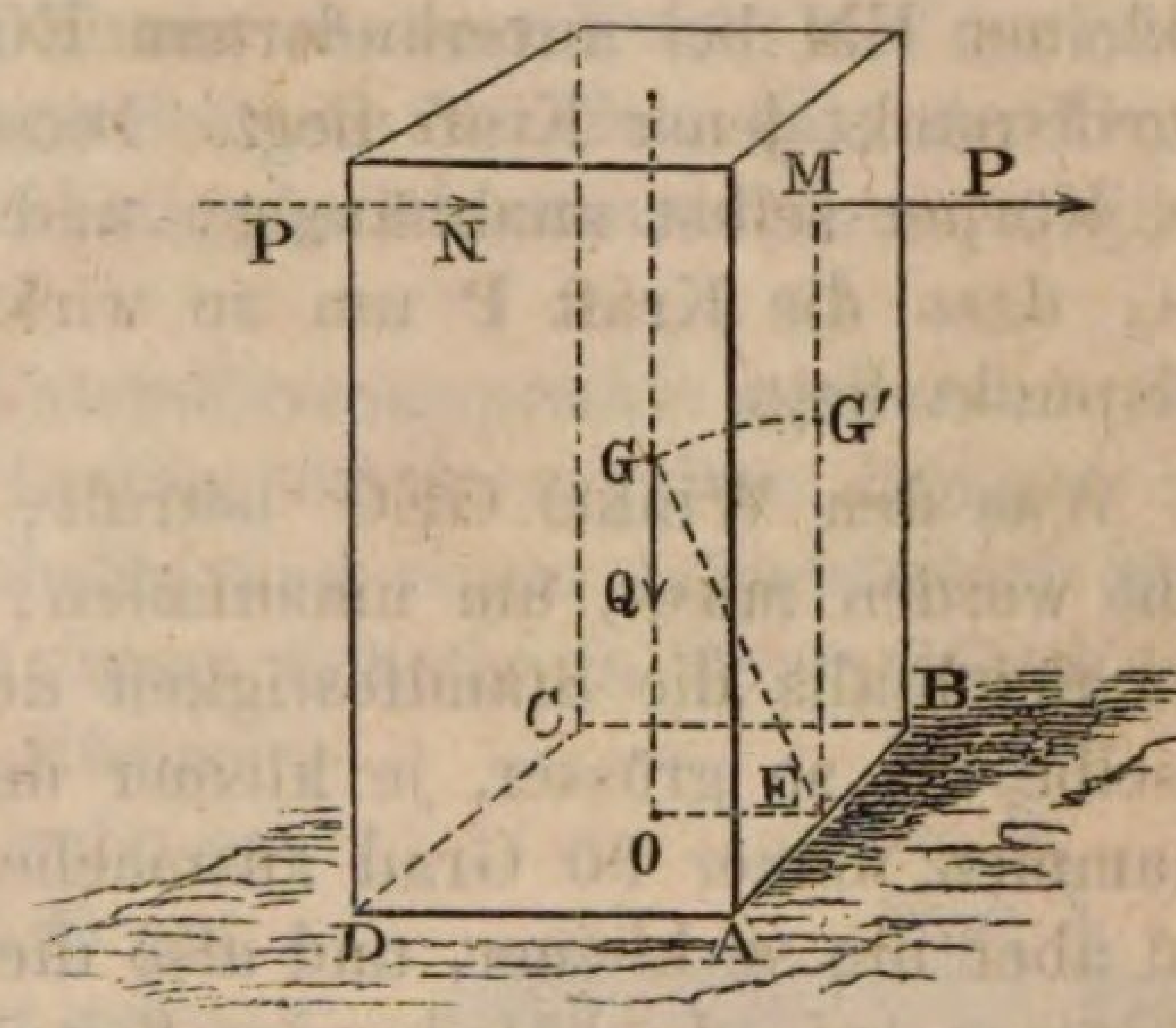


Fig. 61.

über der Kante AB steht, so ist die labile Gleichgewichtslage erreicht, und bei der geringsten weiteren Drehung fällt der Körper von selbst um. Nach dem Obigen ist die Standfestigkeit des Körpers um so grösser, je grösser die aufzubietende Kraft P sein muss und je grösser der Winkel GEG' ist, um welchen der ganze Körper gedreht wurde. Auf den Köper wirkt ausser der Kraft P noch sein Gewicht, das wir uns als eine Kraft Q in seinem Schwerpunkt angebracht denken können. Diese beiden Kräfte können aber offenbar so betrachtet werden, als ob sie an dem Winkelhebel MEG wirkten, dessen Arme EM und EO sind. Sie sind daher im Gleichgewicht, wenn sich die Kraft P zur Kraft Q wie der Hebelarm EO zum Hebelarm EM verhält. Hat die Kraft P die durch diese Proportion vorgeschriebene Grösse, so verursacht die geringste Vergrösserung von ihr eine Drehung des Körpers in ihrem Sinn. Nun folgt aus jener Proportion, dass, so lange die Hebelarme EM, EO dieselben bleiben, die Kraft P dem Gewichte Q des Körpers proportional sein muss, das heisst: *Unter sonst gleichen Umständen ist die Standfestigkeit eines Körpers um so grösser, je grösser sein Gewicht ist.* — Denkt man sich in obiger Proportion das Gewicht Q des Körpers dasselbe bleibend, so ist klar, dass die Kraft P um so grösser werden muss, je grösser EO im Verhältniss zu EM, je grösser also EO überhaupt, bei unverändertem EM wird; das heisst aber: *Unter sonst gleichen Umständen ist die Standfestigkeit eines Körpers um so grösser, je weiter der Punkt O, wo die vom Schwerpunkt herabgefällte Vertikale die Unterstützungsfläche trifft, von der Drehungskante AB entfernt ist.* — Es folgt aus dem Obigen zwar auch, dass die Kraft P um so grösser werden muss,

je kleiner EM bei unverändertem EO wird, je niedriger also der Angriffspunkt jener Kraft liegt. Dieser Angriffspunkt ist aber von dem Körper selbst unabhängig, und es sagt uns jene Bedingung blos, dass die Kraft P um so wirksamer ist, je höher ihr Angriffspunkt liegt.

Was den Winkel GEG' betrifft, um welchen der Körper gedreht werden muss, um umzufallen, und von welchem nach Obigem gleichfalls die Standfestigkeit des Körpers abhängt, so wird derselbe um so grösser, je kleiner der Winkel GEO wird, da beide zusammen immer 90 Grad ausmachen müssen. Der Winkel GEO wird aber um so kleiner, und also die Standfestigkeit um so grösser, je grösser bei gleichbleibender Seite OG des rechtwinkligen Dreiecks EOG die Seite EO wird, oder je kleiner bei gleichbleibender Seite EO die Seite OG ist. Ersteres bestätigt uns nochmals den eben ausgesprochenen Satz und letzteres sagt uns, dass unter sonst gleichen Umständen die Standfestigkeit eines Körpers um so grösser ist, je tiefer sein Schwerpunkt liegt.

Aus dem ersten der eben gefundenen drei Sätze erklärt sich's, warum ein Wagen leichter dem Umwerfen ausgesetzt ist, wenn er mit Heu, Wolle, Hohlglas und dergleichen leichten Materialien, als wenn er bis zur gleichen Höhe mit Steinen, Metallen oder derlei Körpern von grossem Gewicht beladen ist; warum Säulen, Postamente etc. von Holz leichter umgeworfen werden, als wenn sie, bei denselben Dimensionen, aus Stein oder Metall bestehen. — Aus dem zweiten Satz folgt, dass Säulen, Candelaber, Möbeln etc. mit breiten Grundflächen oder nach Aussen geschweiften Füssen, Mauern mit Strebepfeilern, Menschen mit auseinander gestellten Füssen weniger leicht umgeworfen werden. — Aus dem dritten Satz erklärt sich's, warum man beim Beladen der Wägen den schwersten Gegenständen den tiefsten Platz gibt, warum man die Füsse von Kanapeen, hohen Leuchtern und sonstigen Gegenständen, die leicht umgeworfen werden, mit Blei ausgiesst u. s. f.

§. 48. **Druck eines Körpers gegen seine Unterstützungspunkte.** — Ein schwerer Körper, welcher auf einer Horizontalebene aufruht, übt in jedem seiner Unterstützungspunkte einen Druck gegen dieselbe aus. Diese Drückungen können, wie wir sehen werden, allemal bestimmt werden, wenn die Anzahl der Unterstützungspunkte nicht grösser als drei ist und dieselben, auch schon in dem Falle von drei Unterstützungspunkten, nicht in einer geraden Linie liegen.

Wenn der Körper nur in einem einzigen Punkt auf der Ebene aufruht, und er ist im Gleichgewicht, so ist klar, dass der Druck, welchen er in diesem einzigen Unterstützungspunkte ausübt, gleich seinem Gewicht ist.

Für den Fall, wo zwei Unterstützungspunkte vorhanden sind, nehmen wir als Beispiel den in Fig. 62 dargestellten Körper, welcher aus einer kreisrunden Scheibe und einem cylindrischen Stabe besteht, welcher senkrecht auf dieser Scheibe in ihrem Mittelpunkt befestigt ist. Wenn dieser Körper auf die Seite gelegt wird, so ruht er blos in zwei Punkten A und B auf, und für das Gleichgewicht ist erforderlich, dass die Vertikale, welche von seinem Schwerpunkt G herabgefällt wird, der Horizontalebene in einem Punkt C der Linie AB begegnet. Das Gewicht des Körpers ist eine Kraft, die nach den Vertikalen GC wirkt; wir können diese Kraft so ansehen, als wenn sie aus der Zusammensetzung zweier anderer vertikaler Kräfte hervorgegangen wäre, welche in den Punkten A und B angreifen, und deren Grösse leicht gefunden werden kann. Man darf zu diesem Zwecke nur das Gewicht des Körpers in zwei Theile theilen, welche dasselbe Verhältniss zu einander haben, wie die Entfernungen AC und CB; wenn dann AC kleiner als CB ist, so ist die grössere der eben erhaltenen beiden Kräfte die in A angreifende Seitenkraft, während die kleinere derselben an den Punkt B angebracht werden muss. Diese beiden Seitenkräfte sind die Drückungen, welche der Körper in seinen beiden Unterstützungspunkten ausübt.

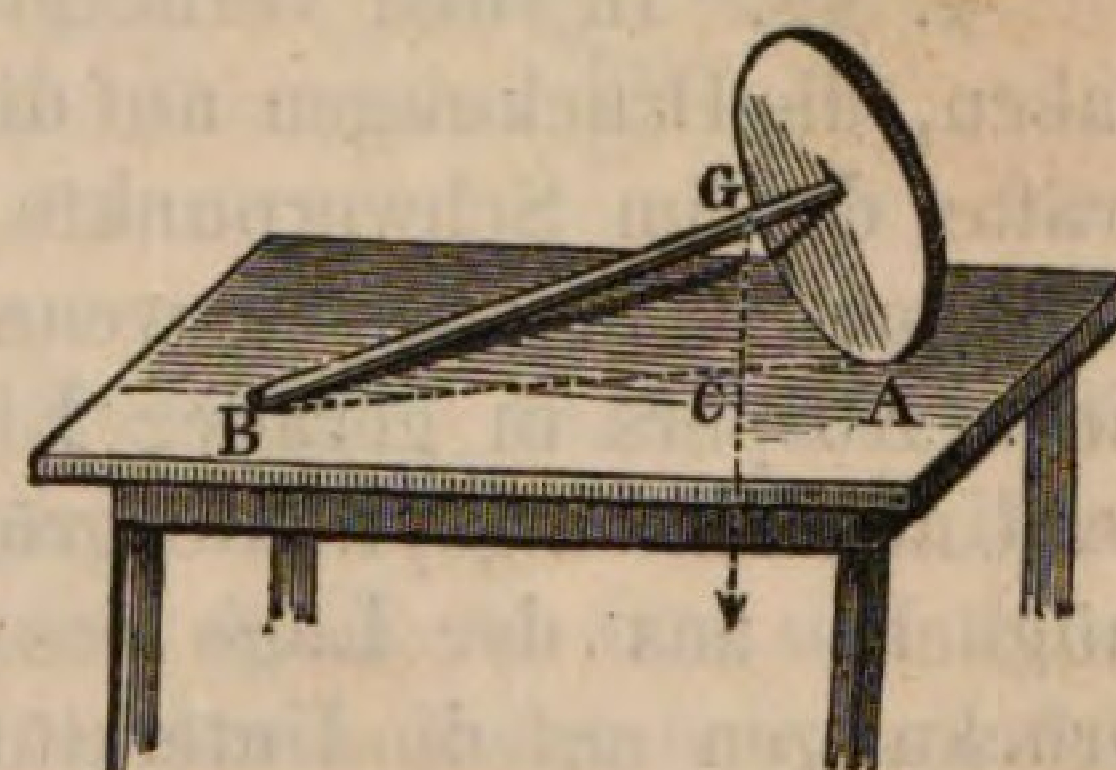


Fig. 62.

Wenn es sich um einen Körper handelt, welcher in drei Punkten A, B, C (Fig. 63), die nicht in gerader Linie liegen, auf einer Ebene aufruht, so können die Drückungen, welche er in seinen Unterstützungspunkten ausübt, auf folgende Art gefunden werden. Die Vertikale GO, welche durch den Schwerpunkt G geht, begegnet der Horizontalebene in einem Punkt O, welcher im Innern des Dreiecks ABC gelegen sein muss. Das Gewicht des Körpers, welches in dem Punkte G angebracht werden muss, kann so betrachtet werden, als ob es in dem Punkte O wirkte und aus der Zusammensetzung zweier vertikaler Kräfte her-

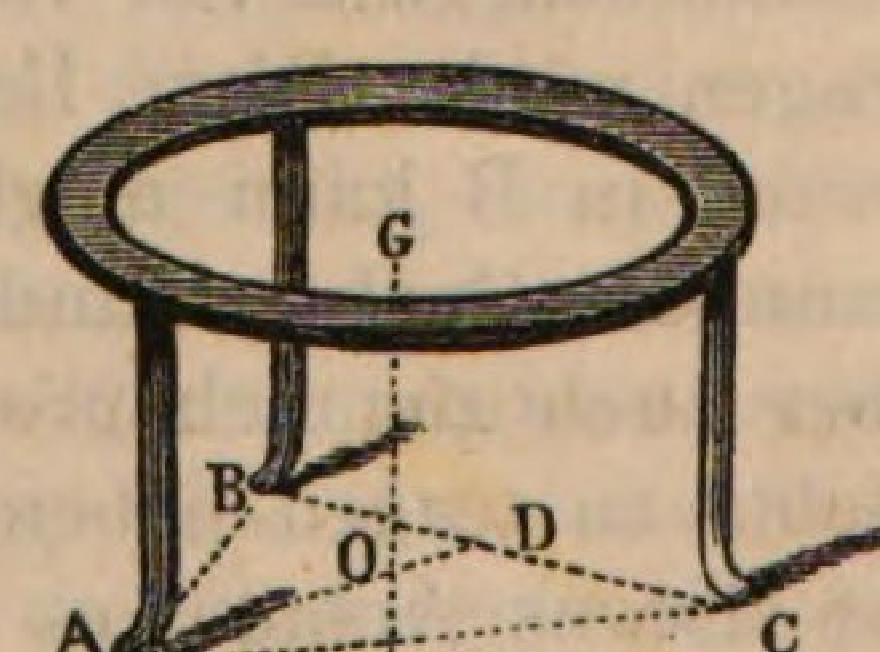


Fig. 63.

vorgegangen wäre, von denen die eine in A, die andere in D angreift. Diese letztere Kraft kann selbst wieder in zwei vertikale Kräfte zerlegt werden, von denen die eine in B, die andere in C wirkt; man hat auf diese Weise drei vertikal abwärts wirkende Kräfte gefunden, deren Angriffspunkte A, B, C sind, und welche als Mittelkraft das Gewicht des Körpers haben. Diese drei Kräfte sind die Drückungen, welche in den Unterstützungspunkten A, B, C ausgeübt werden.

§. 49. In den vorhergehenden Fällen sind, wie wir gesehen haben, die Drückungen auf die Unterstützungspunkte, als die Seitenkräfte des im Schwerpunkte angreifenden Gewichts des Körpers, vollkommen bestimmt; wenn aber die drei Unterstützungspunkte eines Körpers in gerader Linie gelegen sind, oder wenn die Zahl der Unterstützungspunkte grösser als drei ist, so ist es nicht mehr möglich, aus der Lage des Schwerpunkts des Körpers allein die Drückungen auf die Unterstützungspunkte zu bestimmen. Es seien A, B, C (Fig. 64) die drei in gerader Linie gelegenen Unterstützungspunkte eines Körpers und O der Punkt, wo die vom Schwerpunkt herabgefällte Vertikale jene Linie trifft, so kann man sich in O die Kraft Q gleich dem Gewichte des Körpers wirkend denken. Die in A, B, C ausgeübten Drückungen müssen die Seitenkräfte dieser Kraft sein. Nun kann die Kraft Q zunächst nur in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, und es tritt hier schon eine Unbestimmtheit insofern ein, als es willkürlich erscheint, wo diese Seitenkräfte angreifen sollen, in den Punkten A und C, oder A und B, oder B und C. Gesetzt, Q sei in zwei Seitenkräfte zerlegt, die in A und C angreifen, so bleibt noch zu bestimmen, wie viel von den Drückungen in A und C auf B übertragen wird. Diese Bestimmung ist aber nicht ausführbar. Der Druck in B kann möglicherweise sehr klein sein, und es haben dann die Punkte A und C den ganzen Druck auszuhalten; er kann aber auch ziemlich gross sein, so dass die Punkte A und C fast nichts zu tragen haben.

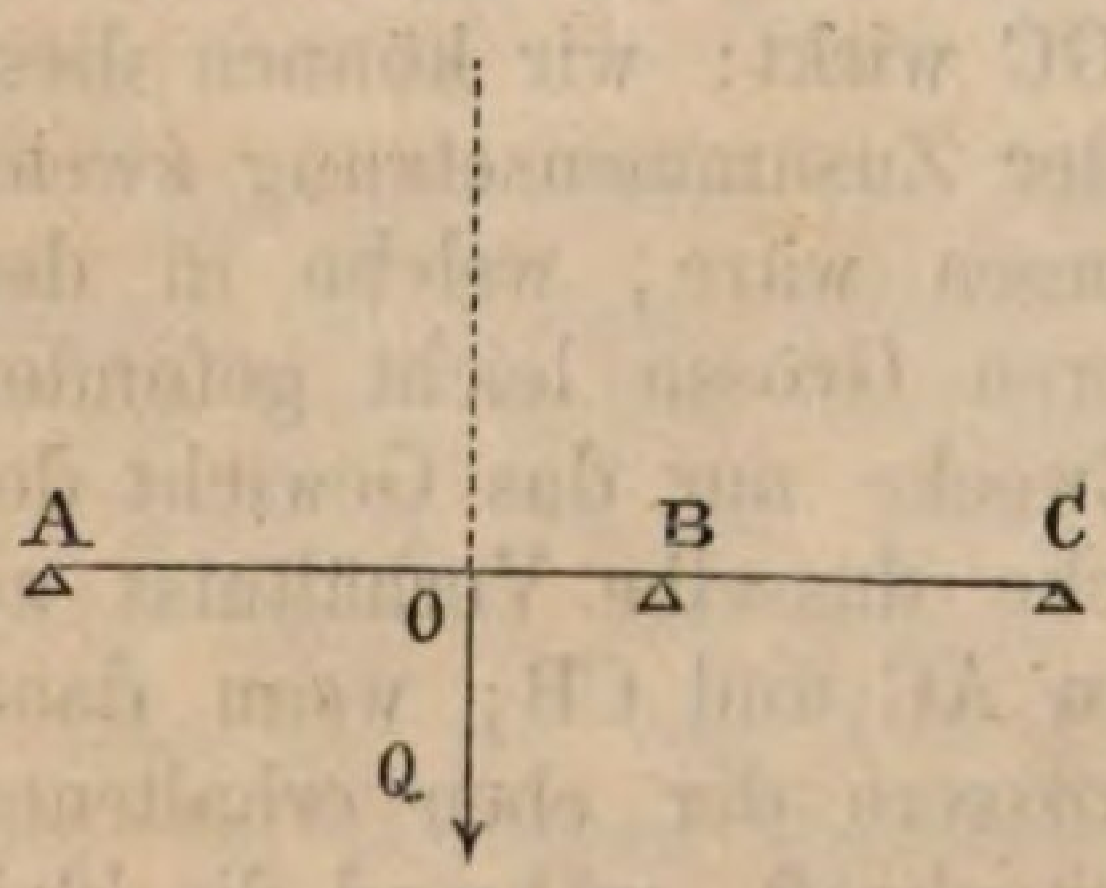


Fig. 64.

Etwas Aehnliches findet statt, wenn der Körper, z. B. ein Tisch (Fig. 65), in vier Unterstützungspunkten auf der Horizontalebene aufruht. Denken wir uns den Punkt, wo die vom Schwerpunkt herabgefällte Vertikale die Horizontalebene trifft, mit dem Punkt A z. B. verbunden, und die Verbindungslinie verlängert,

bis sie die Linie BC schneidet, so kann das Gewicht des Körpers in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, von denen die eine in diesem Schnittpunkt, die andere in dem Punkt A angreift. Die erstere kann wieder in zwei in B und C angreifende Seitenkräfte zerlegt werden, so dass nur noch zu bestimmen bleibt, wie viel von den Drückungen in A, B, C auf den Punkt D übertragen wird. Diese Bestimmung ist aber wieder nicht möglich. Der Druck in D kann sehr klein sein, dann haben die Punkte A, B, C fast das ganze Gewicht des Körpers zu tragen; oder er kann gross sein, so dass sich der Gesammtdruck hauptsächlich auf die Punkte D und A, oder auch auf die Punkte D, A und C, oder auch auf D, A und B u. s. w. vertheilt. Die Unbestimmtheit tritt also nicht blos bei dem Punkte D, sondern in jedem der vier Unterstützungspunkte ein, wie auch schon daraus hervorgeht, dass man, wie hier mit A, so mit jedem der andern Unterstützungspunkte hätte beginnen können.

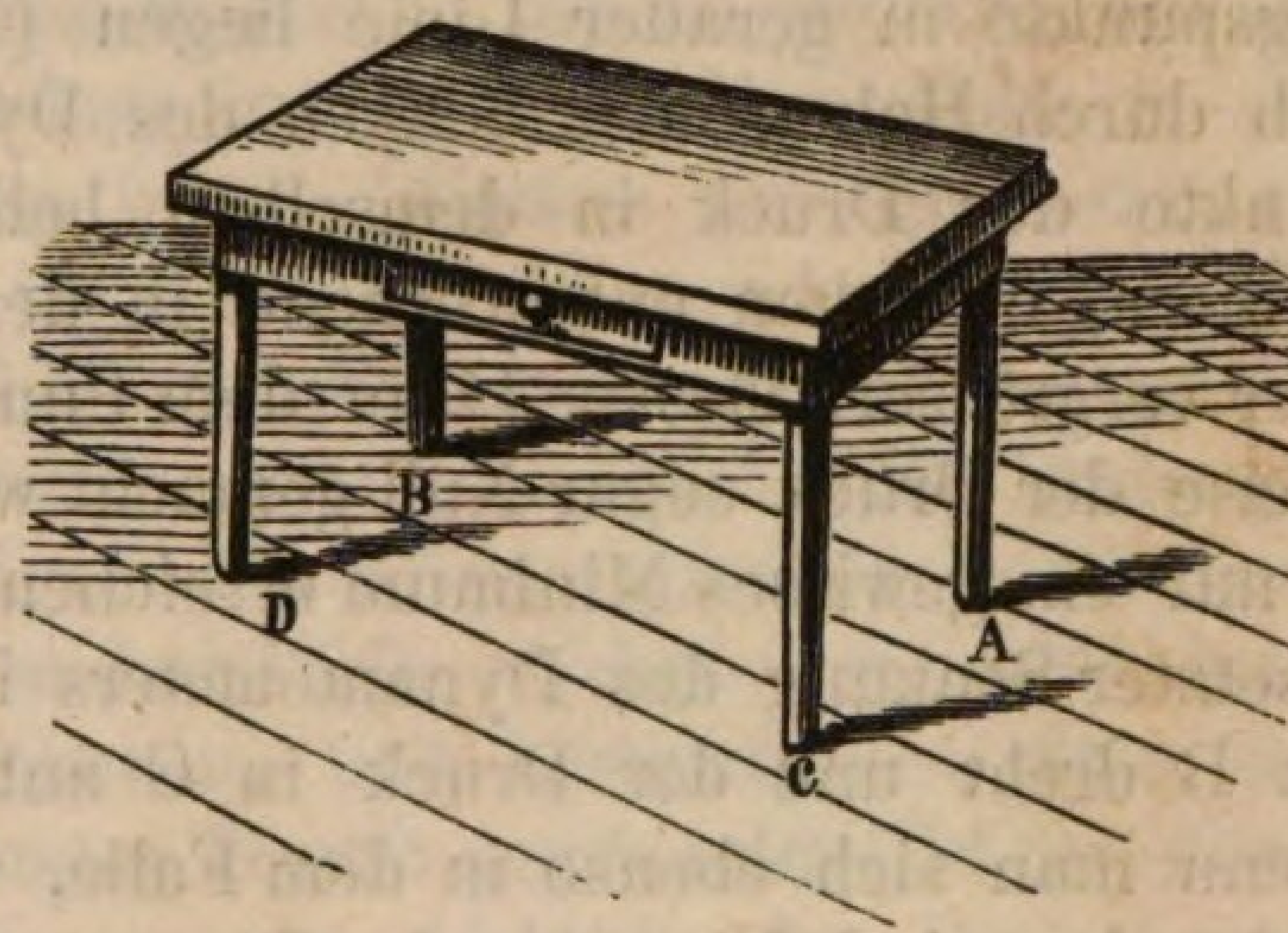


Fig. 65.

Die vorhergehenden Betrachtungen werden noch klarer, wenn man sich vorstellt, dass der Körper in jedem seiner Unterstützungspunkte auf einer Dynamometerfeder, etwa ähnlich der in Fig. 6 (Seite 18) abgebildeten, stehe, die den in diesem Punkt ausgeübten Druck zu messen gestattet. Dann wird offenbar in dem Falle, wo bloss ein Unterstützungspunkt vorhanden ist, die Dynamometerfeder unter allen Verhältnissen einen Druck gleich dem Gewichte des Körpers anzeigen. In dem Falle von zwei Unterstützungspunkten A und B (Fig. 62) werden die in diesen Punkten angebrachten Dynamometerfedern stets die oben gefundenen Seitenkräfte des Gewichts als Drückungen geben; denkt man sich die Feder, etwa die bei B, etwas gehoben oder gesenkt, so ist klar, dass sich der Körper in entsprechendem Maasse um B drehen wird, während die Drückungen auf beide Unterstützungspunkte unverändert bleiben. — Wenn drei Unterstützungspunkte vorhanden sind, die nicht in gerader Linie liegen (Fig. 63), und man denkt sich das Dynamometer in einem dieser Punkte, A zum Beispiel, etwas gehoben oder gesenkt, so dreht sich der Körper entsprechend um die Linie BC, ohne dass die Drückungen in den Unterstützungspunkten Aenderungen erleiden. Wenn aber die drei Unterstütz-

ungspunkte in gerader Linie liegen (Fig. 64), so ist klar, dass sich durch Heben oder Senken des Dynamometers in einem dieser Punkte der Druck in demselben beliebig vergrössern oder verkleinern, und dem entsprechend in den andern Punkten verkleinern oder vergrössern lässt. Ja in dem Punkte B oder C kann auf diese Weise der Druck sogar Null gemacht werden, wogegen er im Punkte A nur ein gewisses Minimum erreichen kann, worauf sich, bei fortgesetzter Senkung des Dynamometers in diesem Punkt, der Körper um B dreht und der Druck in C anfängt, kleiner zu werden. — Wenn man sich ebenso in dem Falle, wo vier Unterstützungspunkte vorhanden sind (Fig. 65), das Dynamometer unter einem derselben, A zum Beispiel, gehoben oder gesenkt denkt, so wird dadurch der Druck in diesem Punkt grösser oder kleiner, und in den andern Punkten entsprechend kleiner oder grösser. Wenn der Punkt, wo die vom Schwerpunkt herabgefällte Vertikale die Horizontalebene trifft, noch innerhalb des Dreiecks BCD oder auch auf der Linie BC gelegen ist, so sieht man, dass das Dynamometer in A so weit gesenkt werden kann, bis der Druck in diesem Punkte Null wird. Im andern Falle wird dieser Druck blos ein gewisses Minimum erreichen können, und darauf der Tisch sich um BC zu drehen anfangen.

Alles, was im Allgemeinen für den Fall, wo ein Körper in mehr als drei Punkten auf einer Horizontalebene aufruht, oder wo schon drei Unterstützungspunkte in einer geraden Linie liegen, gesagt werden kann, besteht darin, dass die Summe sämmtlicher Drückungen auf die Unterstützungspunkte gleich dem Gewicht des Körpers ist; die Grösse dieser Drückungen selbst aber ist zwar in jedem speciellen Fall eine bestimmte, aber sie hängt von rein zufälligen Eigenschaften der Horizontalebene in der Nähe der Unterstützungspunkte ab und kann daher im Allgemeinen nicht bestimmt werden.

§. 50. **Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher sich blos um eine horizontale Axe drehen kann.** — Wenn ein fester Körper keine andere Bewegung als eine Drehung um eine horizontale Axe annehmen kann wie diess z. B. bei einem Wasserrade oder bei einem Schleifsteine der Fall ist, so ist die Lage seines Schwerpunkts von grosser Bedeutung. Wenn dieser Punkt genau auf der, in Gedanken durch den Körper gelegten, geraden Linie gelegen ist, um welche die Drehung ausgeführt wird, und welche wir desshalb die Drehungsaxe nennen, so bleibt der Körper in allen Lagen im Gleichgewicht, welche ihm um diese Axe gegeben werden können; die Wirkung der Schwerkraft

hat in keiner dieser Lagen das Bestreben ihn zu drehen, um ihn in eine andere Gleichgewichtslage zu führen. Man sieht in der That, dass sich jene Wirkung in eine einzige vertikale Kraft zusammenfassen lässt, welche im Schwerpunkt angebracht ist. Die Richtung dieser Kraft, welche, wie wir voraussetzen, die einzige ist, welche auf den Körper wirkt, geht stets durch die Drehungsaxe, und folglich kann die Kraft den Körper niemals, weder nach der einen, noch nach der andern Seite drehen; sie wird durch die Festigkeit der Axe aufgehoben, und bewirkt nur, dass sich der Körper mit einem bestimmten Druck gegen seine Träger stützt.

Wenn dagegen der Schwerpunkt nicht in der Drehungsaxe gelegen ist, so ist der nur dem Einfluss der Schwerkraft unterworfene Körper blos in zwei verschiedenen Lagen im Gleichgewicht. Wenn man ihn um seine Axe dreht, so beschreibt sein Schwerpunkt die Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunkt in der Umdrehungsaxe O (Fig. 66) liegt, und der Körper kann sich nur dann im Gleichgewicht halten, wenn sich sein Schwerpunkt entweder im tiefsten Punkte A oder im höchsten Punkte B dieser Peripherie befindet; in beiden Lagen geht die Richtung der Kraft welche an ihm wirkt, durch die Drehungsaxe hindurch und sucht ihn desshalb weder nach der rechten noch nach der linken Seite zu drehen. In allen andern Fällen dagegen, wo der Schwerpunkt anderswo, als in den Punkten A oder B gelegen ist, sucht ihn die Kraft, welche an ihm wirkt, nach abwärts zu ziehen, indem sie den Körper nach rechts oder links bewegt. Man sieht daraus, dass der Schwerpunkt in A oder B liegen muss, damit sich der Körper unter dem alleinigen Einfluss der Schwerkraft weder nach links noch nach rechts drehen kann. Zugleich ist klar, dass die Gleichgewichtslage stabil ist, wenn der Schwerpunkt in A, labil dagegen, wenn er in B liegt.

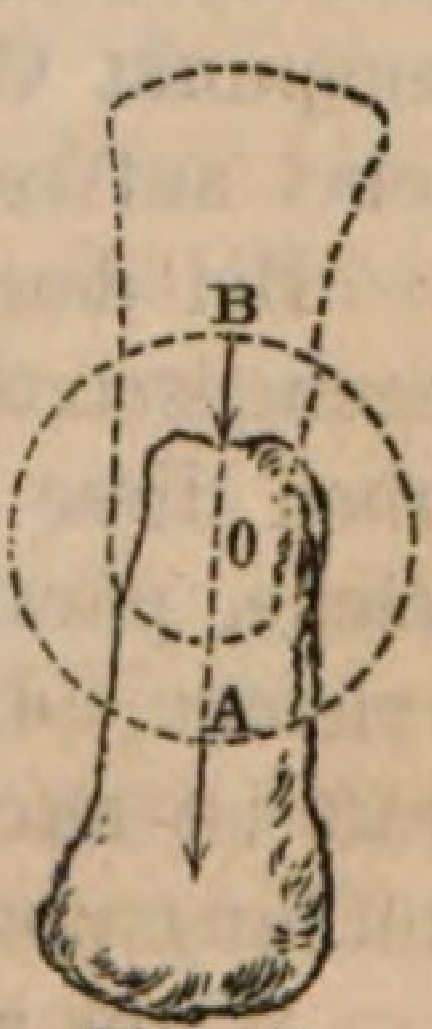


Fig. 66.

Wenn die Wirkung der Schwerkraft auf die Drehung, welche ein Körper um eine horizontale Axe erhalten soll, keinen Einfluss haben soll, muss man es so einrichten, dass der Schwerpunkt des Körpers genau in dieser Axe gelegen ist. Diess ist der Grund, warum die Zeiger von grossen Thurmuhren jenseits des Mittelpunkts des Zifferblatts kurze aber schwere Verlängerungen erhalten, welche so gewählt werden, dass der Schwerpunkt des ganzen Zeigers auf der Axe desselben gelegen ist; wenn man es vermeiden will, dass sich der Zeiger nach beiden Seiten vom Mittelpunkt des Zifferblattes aus erstreckt, so befestigt man an dem Stabe, welcher

ihm als Axe dient, hinter dem Zifferblatt ein Gegengewicht, das denselben Zweck zu erfüllen hat. In Werkstätten, wo grosse Stücke von Guss- oder Schmiedeisen abgedreht werden sollen, fügt man denselben, wenn sie in die Drehbank eingespannt werden, wo nöthig noch Massen bei, welche lediglich den Zweck haben, den Schwerpunkt auf die Drehungsaxe zu verlegen.

Betrachtung einiger Maschinen unter dem Gesichtspunkt des Gleichgewichts der Kräfte, welche auf sie wirken.

§. 51. **Druck eines Hebels auf seinen Unterstützungspunkt.** — In den §§. 29—32 haben wir bereits gesehen, welche Bedingungen die an einem Hebel wirkenden Kräfte zu erfüllen haben, damit derselbe im Gleichgewicht sei; suchen wir jetzt die Grösse und Richtung des Drucks zu bestimmen, welchen er auf seinen Unterstützungspunkt ausübt.

In dem Falle des geraden Hebels, wie er in Fig. 22 (S. 29) dargestellt wurde, haben die beiden parallelen Kräfte, welche in den Punkten A und B angreifen, eine Resultante gleich ihrer Summe, welche parallel zu jeder von ihnen durch den Unterstützungspunkt C geht; diese Resultante ist der Druck, welchen der Hebel auf seinen Unterstützungspunkt C ausübt.

Bei dem geraden Hebel, auf welchen zwei parallele, im entgegengesetzten Sinn gerichtete Kräfte wirken, Fig. 25 (S. 31) haben diese beiden Kräfte eine Mittelkraft, gleich ihrer Differenz, welche, parallel zu ihnen und im Sinne der grösseren von beiden gerichtet, durch den Unterstützungspunkt C geht. Diese Mittelkraft ist auch hier der Druck, welchen der Hebel auf den Unterstützungspunkt ausübt.

Wenn an einem Hebel, sei er ein gerader oder ein Winkelhebel, zwei Kräfte wirken, welche nicht parallel sind, so kann derselbe nur dann im Gleichgewicht sein, wenn sich die Richtungen beider Kräfte in einem Punkt D (Fig. 67) schneiden, (§. 38) und wenn die Grösse derselben den Bedingungen genügt, welche oben bereits (§. 30), aufgestellt worden sind. Man denke sich die Angriffspunkte der beiden in A und B wirkenden Kräfte in den Punkt D verlegt und von diesem Punkt aus die Linien DE und DF gleich den Grössen dieser beiden Kräfte aufgetragen, so ist die Diagonale DG des Parallelogramms DEGF die Resultante der Kräfte. Die Richtung dieser Resultante muss durch den Unterstützungspunkt C gehen, weil sie ja ohne dieses den Hebel nach rechts oder links zu drehen suchen würde. Diese, durch die Diagonale DG repräsentirte Mittel-

kraft ist offenbar der Druck, welchen der Hebel auf seinen Unterstützungspunkt ausübt. Wenn man durch den Punkt C zwei Linien CH, CK zieht, welche bezüglich gleich und parallel den Linien sind, welche die in den Punkten A und B wirkenden Kräfte vorstellen, so sieht man leicht, dass die Diogonale des Parallelogrammes, welches über

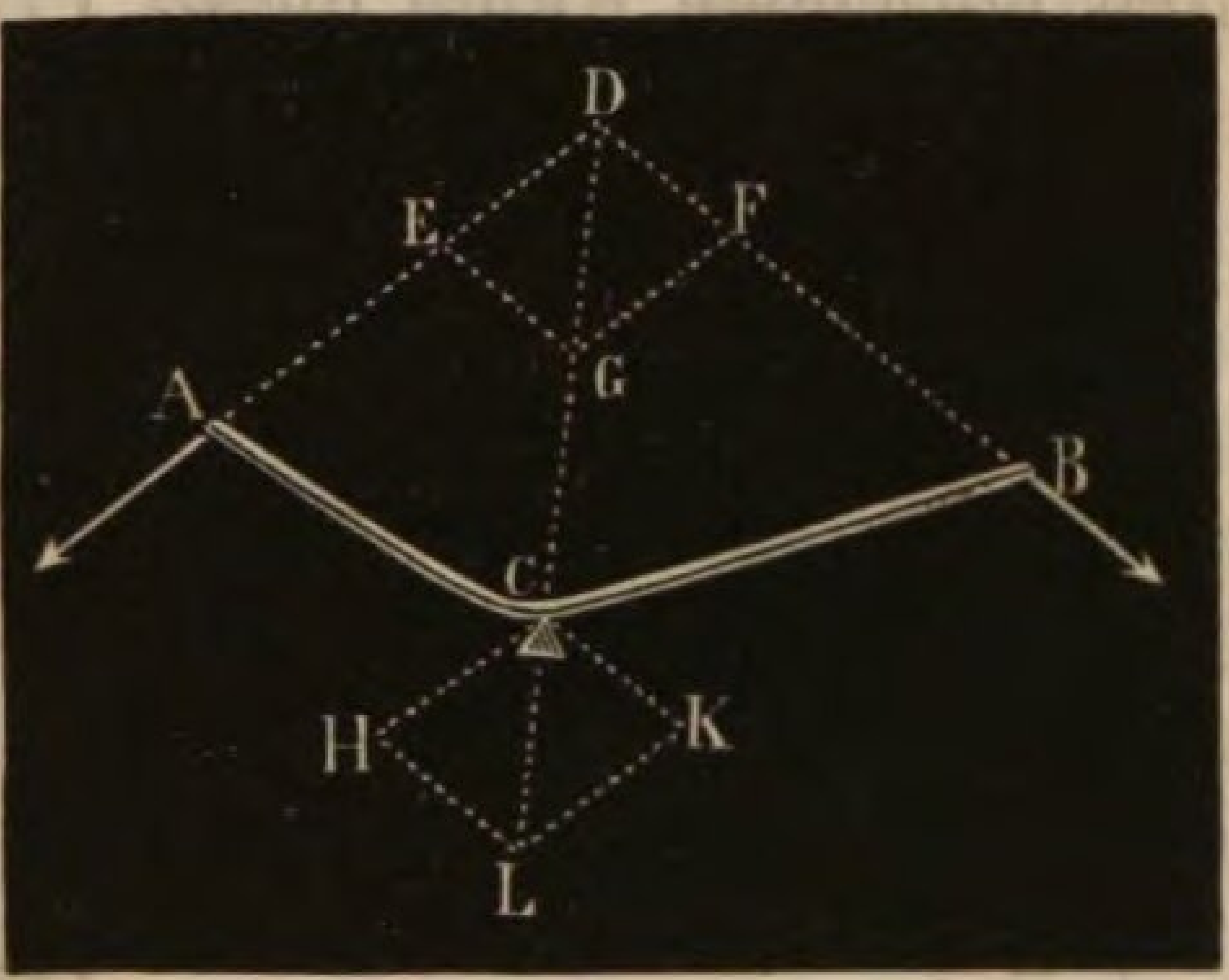


Fig. 67.

diesen Linien construirt wird, dieselbe Grösse und die nämliche Richtung hat, wie die Linie DG. Sie repräsentirt also eben so gut, wie diese letztere Linie, den Druck, der auf den Unterstützungspunkt ausgeübt wird. Gewöhnlich construirt man das Parallelogramm CHLK, um den Druck auf den Unterstützungspunkt zu bestimmen.

§. 52. **Die Wage.** — Die Wage ist ein Instrument, welches dazu dient, die Körper zu wiegen, d. h. die Anzahl der Gramme oder Kilogramme zu bestimmen, welche das Gewicht derselben ausdrücken. Man hat zu diesem Zweck sehr verschiedene Arten von Wagen erdacht, die jedoch alle auf Anwendung des Hebels oder einer Verbindung von Hebeln hinauslaufen. Die gebräuchlichste, und da sie zu genauen Gewichtsbestimmungen allein tauglich ist, zugleich wichtigste Wage ist die gewöhnliche oder gleicharmige Wage, die im Wesentlichen aus einem Hebel, Wagbalken genannt, besteht, dessen Unterstützungspunkt in der Mitte seiner Länge gelegen ist, und welcher an beiden Enden zwei Wagschalen trägt. Im Uebrigen ist die Form dieser Wage sehr verschieden, und indem wir die gebräuchlichsten dieser Formen, in welchen sie die Namen gemeine Krämerwage, Goldwage etc. führt, als bekannt voraussetzen beziehen wir unsere folgende Beschreibung und Untersuchung auf eine Wage, mit welcher feinere Wiegungen, wie sie namentlich zu wissenschaftlichen Zwecken erforderlich sind, vorgenommen werden können (Fig. 68). Damit der Wagbalken um seinen Unterstützungspunkt sehr leicht beweglich ist, und damit dieser Punkt während der Schwingungen des Wagbalkens um seine Gleichgewichtslage stets genau in der Mitte desselben bleibe, ist der Wagbalken mit einem kleinen dreikantigen Prisma von Stahl versehen, welches quer durch seine Mitte hindurch gesteckt ist, und auf beiden Seiten etwas hervorragt. Die nach

unten gerichtete Kante dieses Prismas bildet eine feine aber nicht

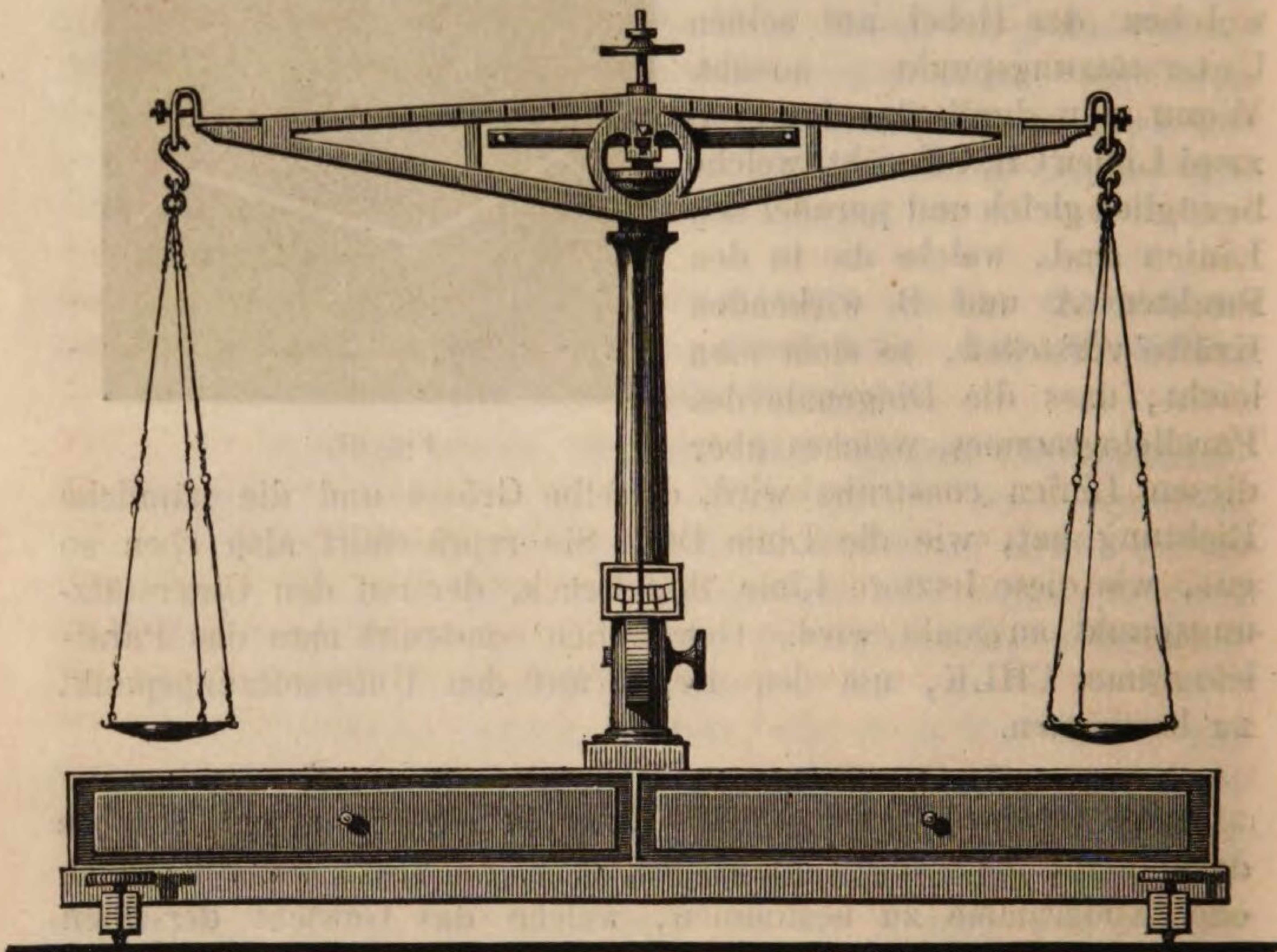


Fig. 68.

eigentlich scharfe Schneide, in welcher sich der ganze Wagbalken auf zwei kleine ebene Unterlagen von Stahl oder Achat stützt, welche, die eine vor, die andere hinter dem Wagbalken, horizontal auf einer feststehenden Säule befestigt sind. Diese Schneide bildet die Drehungsaxe des Wagbalkens, um welche er seine Schwingungen ausführt.

Zwei ähnliche Schneiden befinden sich an den beiden Enden des Wagbalkens, nur sind sie hier nach oben gerichtet; auf diese beiden Schneiden stützen sich die Hacken, an welche die Ketten oder Schnüre befestigt sind, welche die Wagschalen tragen.

Damit die Schneide in der Mitte, deren Feinheit für die leichte Beweglichkeit des Wagbalkens besonders erforderlich ist, möglichst geschont werde, kann sie nach jedesmaligem Gebrauch der Wage von ihrer Unterlage abgehoben werden. Zu diesem Zweck ist in der hohlen Säule, auf welcher die ganze Wage ruht, ein Stab verschiebbar, der sich oben in zwei horizontale Arme endigt. Wenn dieser Stab durch Drehung eines unten angebrachten Griffes aufwärts geschoben wird, so ergreifen zwei an jenen Armen befestigte Stifte den Wagbalken zu beiden Seiten seiner

Drehungsaxe und heben ihn in die Höhe. Man sieht, dass diese Vorrichtung zugleich zum Beruhigen der Wage dienen kann.

Um einen Körper mittelst der Wage zu wiegen, legt man denselben in die eine Wagschale und in die andere so viel bezeichnete Gewichte, bis das Gleichgewicht hergestellt ist, d. h. der Wagbalken in horizontaler Lage verharrt, was man dadurch erkennt, dass ein an demselben angebrachter Zeiger (Zunge), der in unserer Figur nach unten gerichtet ist, an einem gewissen, bezeichneten Punkt einspielt. Vorausgesetzt dann, dass die Wage richtig ist, darf man nur die Anzahl der Kilogramme, Gramme etc. zählen, welche die angewandten Gewichte enthalten, um das Gewicht des Körpers zu bekommen. Damit aber eine Wage richtig sei, muss sie vornehmlich zwei Bedingungen erfüllen: 1) die Entfernungen des Unterstützungspunktes des Wagbalkens von den Aufhängepunkten der Wagschalen, d. h. die Wagbalkenarme müssen gleich sein; 2) wenn kein Körper in den Wagschalen liegt, muss der Wagbalken horizontal stehen. In der That, wenn diese beiden Bedingungen erfüllt sind und der Wagbalken bleibt horizontal, nachdem man zwei Körper in seine beiden Wagschalen gelegt hat, so sieht man leicht, dass die Gewichte dieser beiden Körper nothwendig gleich sein müssen; denn diese Gewichte sind zwei Kräfte, welche sich das Gleichgewicht halten, indem sie auf den Wagbalken an den Enden zweier gleichgrosser Hebelarme wirken.

Um die Richtigkeit einer Wage zu prüfen, begnügt man sich gewöhnlich damit, sich zu überzeugen, dass die zweite der obigen Bedingungen erfüllt ist; aber diess reicht allein nicht aus. Die Wage kann, obwohl jene Bedingung zutrifft, noch sehr unrichtig sein, weil dieselbe, wie man leicht sieht, die Gleichheit der Hebelarme des Wagbalkens noch keineswegs erfordert. Um sich von der Richtigkeit einer Wage zu überzeugen, muss man auf folgende Art verfahren. Nachdem man sich versichert hat, dass der Wagbalken im Gleichgewicht ist, wenn beide Wagschalen leer sind, legt man in jede derselben Gewichte, die so gewählt sind, dass der Wagbalken horizontal bleibt; alsdann verwechselt man diese Gewichte, indem man in die linke Wagschale diejenigen legt, die vorhin in der rechten waren, und umgekehrt; wenn dann der Wagbalken noch horizontal bleibt, so kann man sicher sein, dass die Wage richtig ist. Denn wenn die Hebelarme des Wagbalkens ungleich wären, so müssten die Gewichte, welche man in die Schalen gelegt hat, und welche an den Enden jener Hebelarme angreifen, ebenfalls ungleich sein; das grössere derselben würde an dem kleinern, das kleinere an dem grössern Hebelarm wirken. Durch

Verwechseln dieser Gewichte würde also das grössere an dem grössern und das kleinere an dem kleinern Hebelarm angebracht werden; sie könnten sich also in ihrer neuen Lage nicht mehr das Gleichgewicht halten, und der Wagbalken würde nicht horizontal bleiben.

§. 53. **Empfindlichkeit einer Wage.** — Damit mittelst einer Wage das Gewicht eines Körpers sehr genau bestimmt werden kann, reicht es nicht blos hin, dass sie richtig ist, sie muss auch sehr empfindlich sein; d. h. wenn der Wagbalken unter dem Einfluss zweier gleicher, in beiden Schalen liegender Gewichte horizontal steht, und es wird auf der einen Wagschale ein auch nur sehr kleines Gewichtchen, ein Milligramm z. B. zugefügt, so muss er sich aus dieser Gleichgewichtslage sofort herausbewegen und eine von derselben merklich verschiedene, neue Gleichgewichtslage einnehmen. Nun drängt sich als erste Bedingnng für die Empfindlichkeit einer Wage offenbar die auf, dass sich der Wagbalken mit grosser Leichtigkeit um seine Axe drehen lasse. Diese erhält daher, wie bereits oben beschrieben worden ist, die Form einer Schneide, welche auf ebenen Unterlagen von Stahl oder Achat ruht. Aus gleichem Grunde werden die Aufhängepunkte der Wagschalen von nach aufwärts gerichteten Schneiden gebildet. — Es gibt aber noch andere Bedingungen für die Empfindlichkeit einer Wage, die sich am besten durch eine nähere Betrachtung der Wirksamkeit der Kräfte an einem bereits mit gleichen Gewichten belasteten Wagbalken ergeben, der durch ein kleines Uebergewicht auf der einen Seite aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird. Die Fig. 69 stelle den Wagbalken in einfachster Gestalt in horizontaler Lage vor. A und B seien die Aufhängepunkte der Wagschalen und C der Unterstützungspunkt des Wagbalkens, der hier um die Entfernung C H senkrecht über der Mitte H der Verbindungslinie A B angenommen worden ist. Die Gewichte der in den Punkten A und B hängenden Wagschalen nebst den in ihnen liegenden Körpern kann man sich als zwei gleiche Kräfte P in jenen Punkten wirkend denken. Vernachlässigen wir zunächst das Gewicht des Wagbalkens, so sind diese beiden Kräfte die einzigen, welche an dem Wagbalken

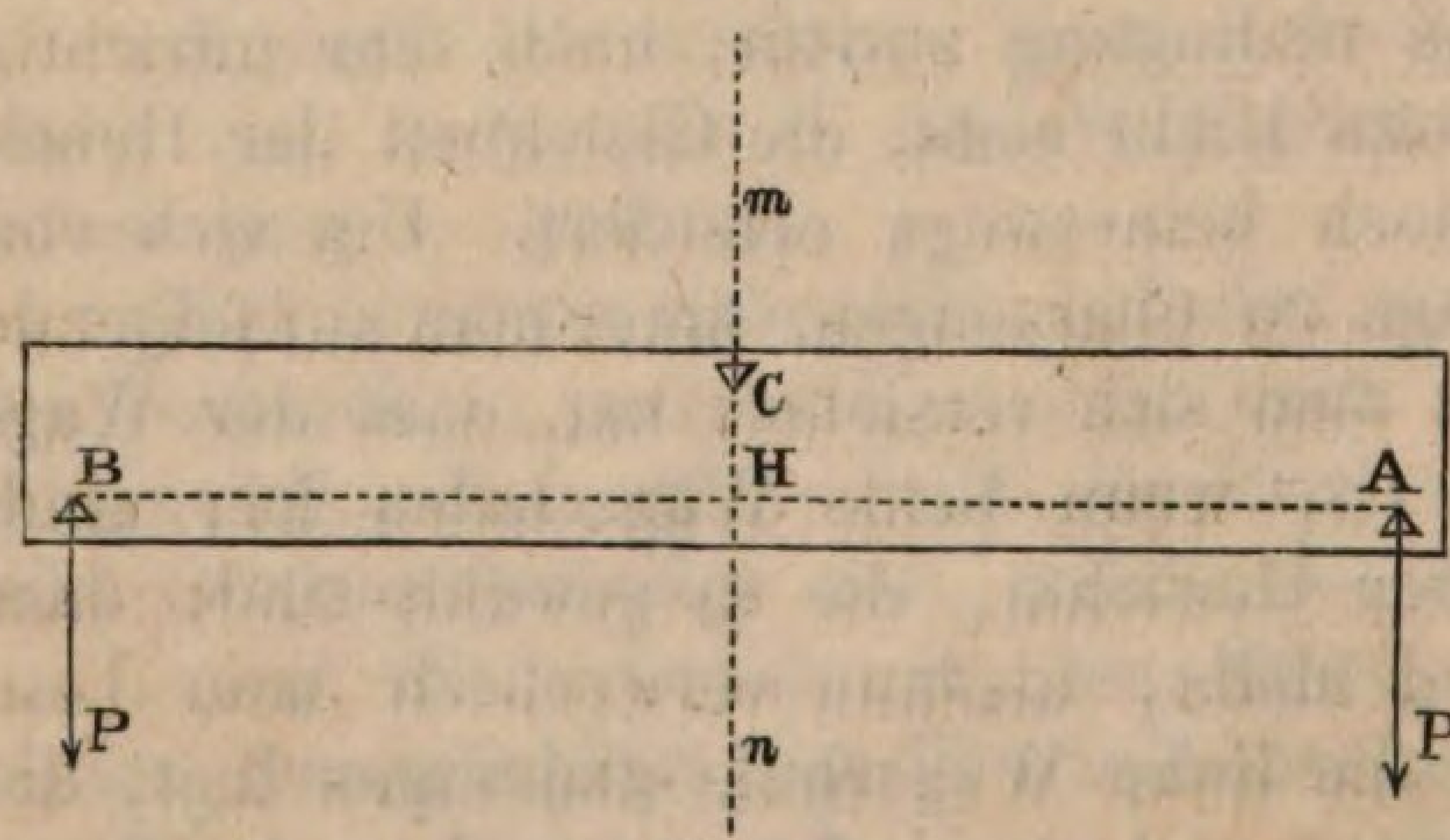


Fig. 69.

wirken; ihre Mittelkraft, gleich ihrer Summe, hat die Richtung der Vertikalen m n, welche durch den Punkt H geht, und da diese Vertikale in der horizontalen Lage des Wagbalkens durch den Unterstützungspunkt C geht, so ist klar, dass der Wagbalken in dieser Lage im Gleichgewicht ist. Nun werde auf der rechten Seite ein Uebergewicht p beigelegt, so wird sich der Wagbalken neigen und eine neue Gleichgewichtslage (Fig. 70) einnehmen müssen. In dieser geht die Mittelkraft der beiden gleichen Kräfte P, welche in A und B wirken, immer noch durch den Halbirungspunkt H von A B, aber, wie man sieht, nicht mehr durch den Unterstützungspunkt C; sie sucht also den Wagbalken wieder in entgegengesetzter Richtung

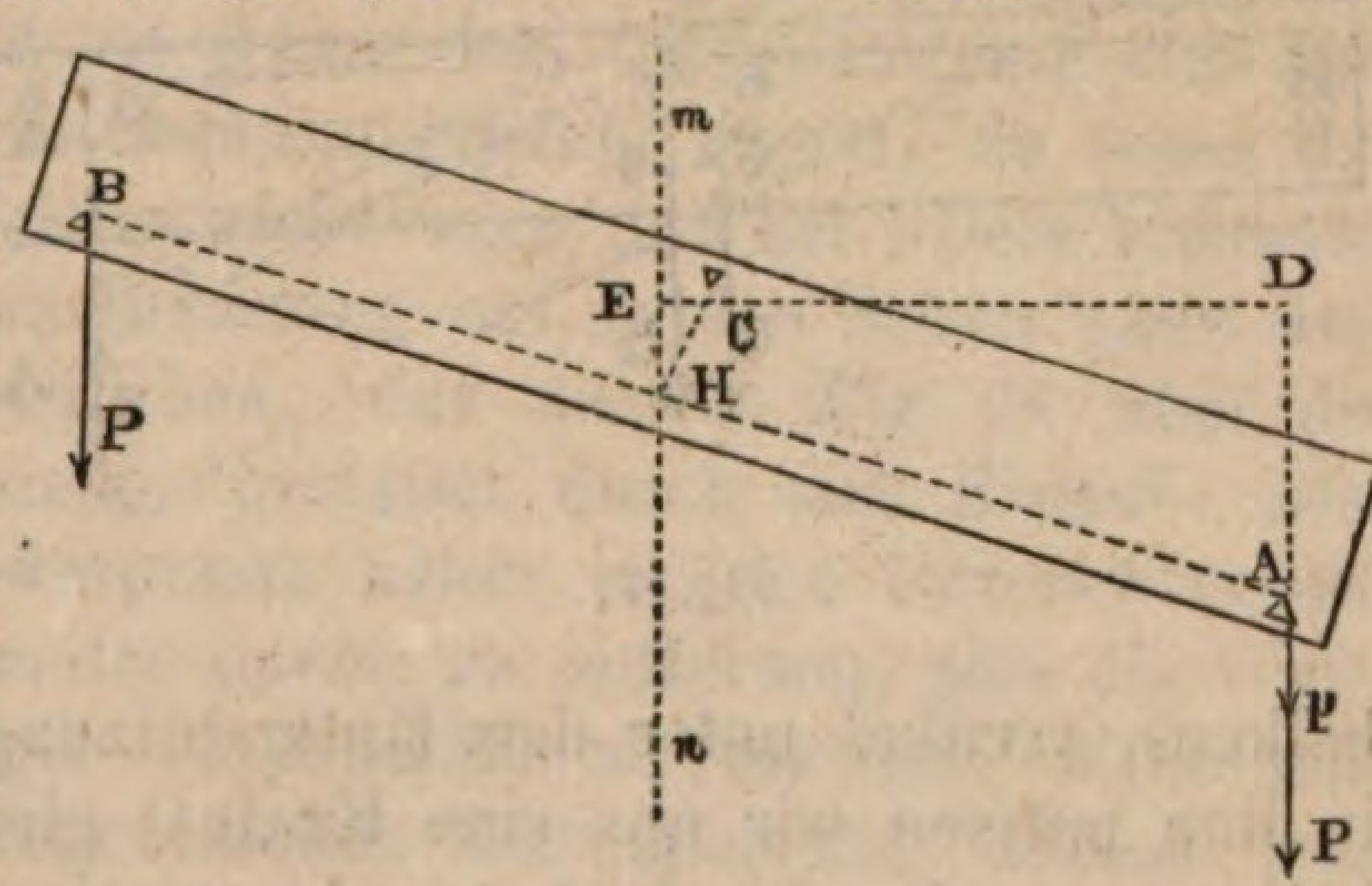


Fig. 70.

zu drehen, woran sie jedoch durch das Uebergewicht p gehindert wird. Es ist klar, dass diese beiden Kräfte so zu betrachten sind, als wenn sie an einem Winkelhebel wirkten, dessen Arme C D und C E sind. Im Falle ihres Gleichgewichts wird sich also das Uebergewicht p zu der in der Richtung der Vertikalen m n wirkenden Mittelkraft der beiden Kräfte P, wie der Hebelarm C E zum Hebelarm C D verhalten müssen. Nun sieht man leicht, dass ein und dasselbe Uebergewicht im Punkte A unter denselben Umständen eine um so grössere Drehung des Wagbalkens hervorbringen muss, um den Hebelarm C E die zum Gleichgewicht erforderliche Lage zu geben, je kleiner C H ist. Die Empfindlichkeit der Wage wird also um so grösser sein, je näher der Unterstützungspunkt des Wagbalkens an der Verbindungslinie der Aufhängepunkte der Wagschalen liegt, am grössten dann, wenn jener Unterstützungspunkt in diese Linie selbst fällt. Daraus folgt als zweite Bedingung für die Empfindlichkeit einer Wage, dass der Unterstützungspunkt des Wagbalkens und die Aufhängepunkte der Wagschalen in gerader Linie liegen sollen. Wenn diese Bedingung erfüllt ist, geht die Mittelkraft der beiden gleichen Gewichte P in den Punkten A und B in jeder Lage des Wagbalkens durch dessen Unterstützungspunkt. Dieser wäre daher unter dem alleinigen Einfluss jener beiden gleichen Kräfte in jeder Lage im Gleichgewicht, und das kleinste Uebergewicht auf der einen Seite würde ihn sofort ganz umfallen

machen; die Wage würde also ganz unbrauchbar sein, wenn nicht noch das Gewicht des Wagbalkens in's Spiel käme, das wir bisher ganz vernachlässigt haben.

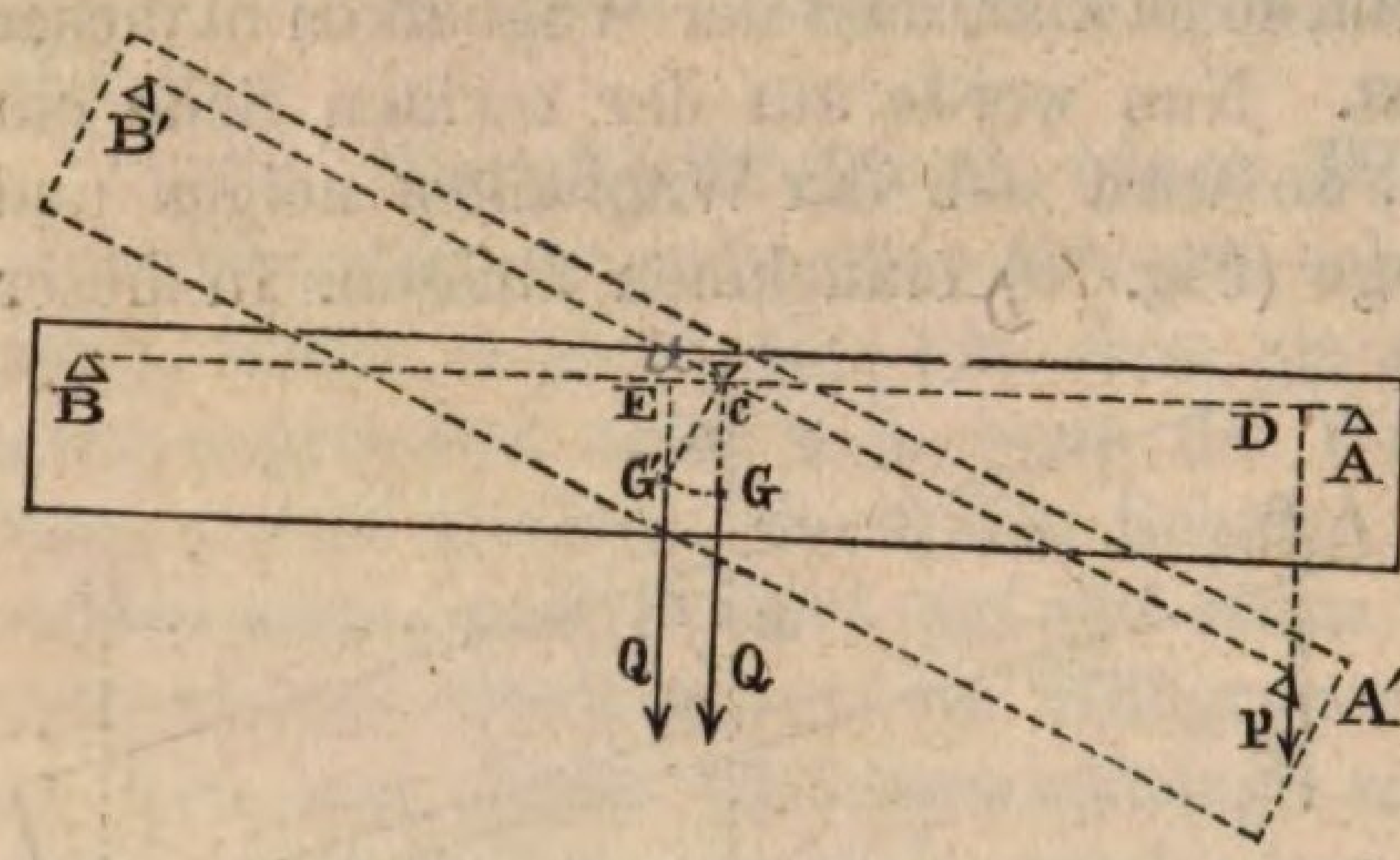


Fig. 71.

Die Fig 71 stelle wieder den Wagbalken in horizontaler Lage vor; der Unterstützungspunkt C desselben sei mit den Aufhängepunkten A und B der Wagschalen in gerader Linie und in der Mitte zwischen ihnen gelegen. Der Punkt G sei der Schwerpunkt des Wagbalkens, vertikal unter dem Unterstützungspunkt desselben liegend; in ihm müssen wir uns eine Kraft Q gleich dem Gewicht des Wagbalkens angebracht denken. Ausserdem wirken an den Punkten A und B die zwei gleichen Kräfte P, die Gewichte der Wagschalen nebst der in ihnen liegenden Körper. Da aber die Mittelkraft dieser Kräfte in jeder Lage des Wagbalkens durch den Unterstützungspunkt C geht, so haben dieselben keinen Einfluss auf die Drehung des Wagbalkens, die Empfindlichkeit der Wage ist daher unabhängig von den Gewichten der Wagschalen und der in denselben liegenden Belastung. Wenn man auf der rechten Seite wieder ein kleines Uebergewicht p zulegt, so neigt sich der Wagbalken; der Schwerpunkt beschreibt einen kleinen Kreisbogen um C und gelangt von G nach G', so dass die Richtung der in ihm wirkenden Kraft Q nicht mehr durch den Unterstützungspunkt C geht. Diese sucht also den Wagbalken in entgegengesetzter Richtung zu drehen, woran sie aber durch das Uebergewicht p gehindert wird. Im Falle der neuen Gleichgewichtslage müssen sich aber die beiden Kräfte Q und p umgekehrt wie ihre Hebelarme CE und CD verhalten, woraus, wie leicht zu sehen, Folgendes hervorgeht: Um durch die Drehung des Wagebalkens in Folge der Zulage eines gewissen Uebergewichts bei A dem Hebelarm CE die erforderliche Länge zu geben, muss diese Drehung um so grösser sein: 1) je kleiner CG, 2) je kleiner das Gewicht Q des Wagbalkens und 3) je länger der Hebelarm CD ist.

Aus dem ersten dieser drei Punkte folgt, als dritte Bedingung für die Empfindlichkeit der Wage, dass der Schwerpunkt des Wagbalkens möglichst nahe unter dem Unter-

stützungspunkt desselben gelegen sein soll. In den Unterstützungspunkt selbst darf jedoch der Schwerpunkt nicht fallen; denn dann ginge die Kraft Q in jeder Lage des Wagbalkens durch den Unterstützungspunkt C. Der Wagbalken würde also bei gleichen Gewichten auf beiden Seiten in jeder Lage im Gleichgewicht sein und bei Auflegung des allergeringsten Uebergewichts auf der einen Seite allemal ganz umfallen; eine solche Wage wäre offenbar nicht zu gebrauchen. Ebensowenig darf der Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkt liegen, da sonst der Wagbalken im labilen Gleichgewicht wäre und bei jedem kleinsten Anstoss selbst bei gleicher Belastung auf beiden Seiten ganz umfallen müsste. Ein Schräubchen, das man in Fig. 68 über der Mitte des Wagbalkens sieht, gestattet durch sein Hinauf- oder Herabschrauben den Schwerpunkt näher an den Unterstützungspunckt zu rücken oder weiter davon zu entfernen, also die Wage empfindlicher oder weniger empfindlich zu machen. Eine sehr empfindliche Wage schwingt nämlich sehr langsam, sodass zum sehr genauen Wiegen eines Körpers viel Zeit erforderlich ist. Wenn man daher keine sehr grosse Genauigkeit erzielen will, so wird man es vorziehen, um Zeit zu ersparen, die Wage weniger empfindlich zu machen.

Aus dem zweiten der obigen drei Punkte folgt als vierte Bedingung der Empfindlichkeit, dass der Wagbalken möglichst leicht sein soll. Da aber derselbe auch noch genug Festigkeit besitzen muss, um einer Biegung durch die Gewichte auf seinen Wagschalen zu widerstehen, so wird er gewöhnlich durchbrochen, und erhält die aus Fig. 68 ersichtliche Gestalt, welche möglichste Leichtigkeit mit möglichster Unbiegsamkeit verbindet. — Aus dem letzten der obigen drei Punkte folgt endlich als fünfte Bedingung der Empfindlichkeit, dass der Wagbalken möglichst lang sein soll. Dass man darin jedoch, abgesehen von der Unbequemlichkeit eines übermässig langen Wagbalkens, nicht zu weit gehen darf, leuchtet schon daraus hervor, dass mit der Länge des Wagbalkens zugleich sein Gewicht und seine Biegsamkeit vergrössert wird.

Wenn oben gesagt wurde, dass die Empfindlichkeit der Wage von ihrer Belastung unabhängig sei, so ist diess nur innerhalb gewisser Grenzen richtig. Bei sehr grosser Belastung leidet die Empfindlichkeit einer Wage: einestheils weil dadurch der Wagbalken gebogen wird, und also die Punkte A, B, C nicht mehr in gerader Linie liegen; anderntheils weil die Schneiden durch sehr grosse Drückungen, welche sie auszuhalten haben, in ihrer

Gestalt etwas verändert werden, wodurch die Beweglichkeit des Wagbalkens sehr verringert wird.

Durch Erfüllung aller oben angegebenen Bedingungen erhält man Wagen, mit denen Körper, deren Gewichte in ziemlich weiten Grenzen liegen, noch mit grosser Genauigkeit gewogen werden können. Gewöhnlich gibt man für den Grad der Empfindlichkeit einer Wage den noch einen merklichen Ausschlag bewirkenden Bruchtheil der grössten Last an, welche sie ohne Schaden zu leiden, in jeder Schale zu tragen vermag, und welche die Tragkraft der Wage heisst. Eine gute Wage soll eine Empfindlichkeit von mindestens $^1/_{60000}$ besitzen, d. h. schon bei $^1/_{60000}$ ihrer Tragkraft merklich ausschlagen. Bei Wagen von ausgezeichneter Güte, wie sie von Oertling in Berlin und Kraft in Wien gefertigt werden, beträgt die Empfindlichkeit $^1/_{1000000}$, und Herr Deleuil hat eine Wage construirt, die bei 10 Kilogramm Belastung auf jeder Schale noch ein Milligramm zieht.

Wenn eine Wage sehr empfindlich ist, so bringt sie ein sehr kleines Gewicht aus ihrer Gleichgewichtslage; aber in ihrer neuen Stellung kommt sie nicht eher zur Ruhe, als bis sie zu beiden Seiten derselben eine Reihe von immer kleiner werdenden Schwingungen ausgeführt hat. Damit man nun nicht genöthigt ist, zu warten, bis die Schwingungen vollständig beendigt sind, was lange dauern kann, so bewegt sich die Spitze des Zeigers, welcher an dem Wagbalken befestigt ist und mit diesem zugleich schwingt, längs eines getheilten Kreisbogens. Wenn man sieht, dass sich der Zeiger bei seinen Schwingungen rechts und links gleich weit von dem Theilungspunkt des Kreisbogens entfernt, welcher der horizontalen Lage des Wagbalkens entspricht, so kann man sicher sein, dass die in die Schalen gelegten Gewichte gleich sind; es ist nicht nöthig, zu warten, bis der Wagbalken zur Ruhe gekommen ist, um zu erkennen, dass er horizontal stehen bleiben wird.

§. 54. **Methode der doppelten Wiegung.** — Wenn man eine sehr genaue Wiegung auszuführen hat, so bedient man sich einer von Borda angegebenen Methode, die unter dem Namen der Methode der doppelten Wiegung bekannt ist. Sie besteht in folgendem Verfahren:

Nachdem man den zu wiegenden Körper in die eine Wagschale gelegt hat, bringt man in die andere so viele Schrotkörner oder Sand, bis die Wage in's Gleichgewicht gebracht ist. Alsdann nimmt man den Körper aus seiner Wagschale heraus, und bringt an seine Stelle so viele bekannte Gewichte, als nöthig sind, dass der Wagbalken wieder horizontal steht, oder solche Schwingungen

macht, dass er sich von der horizontalen Lage zu beiden Seiten gleich weit entfernt. Es ist klar, dass diese zuletzt eingelegten Gewichte unter denselben Umständen ganz dieselbe Wirkung, wie der Körper, hervorbringen; sie müssen also das Gewicht desselben ausdrücken.

Man sieht, dass bei Anwendung dieser sinnreichen Methode, die Genauigkeit des Resultats von der Richtigkeit der Wage gar nicht abhängt, sondern allein von ihrer Empfindlichkeit. Es können also auf diese Weise auch mit einer unrichtigen Wage, wenn sie nur empfindlich ist, feine Wiegungen gemacht werden.

§. 55. **Die Brückenwage.** — Die Brückenwage, nach ihrem Erfinder auch Quintenz'sche Wage genannt, wird namentlich im Handel zum Wiegen schwererer Körper, als Ballen, Fässer etc., sowie auch in Eisenbahn- und Postbureaux zum Wiegen des Reisegepäcks angewendet und hat wegen ihrer grossen Bequemlichkeit eine weite Verbreitung gefunden. Sie ist in Fig. 72 abgebildet. Die Fig. 73 soll ihren Mechanismus deutlicher zeigen.

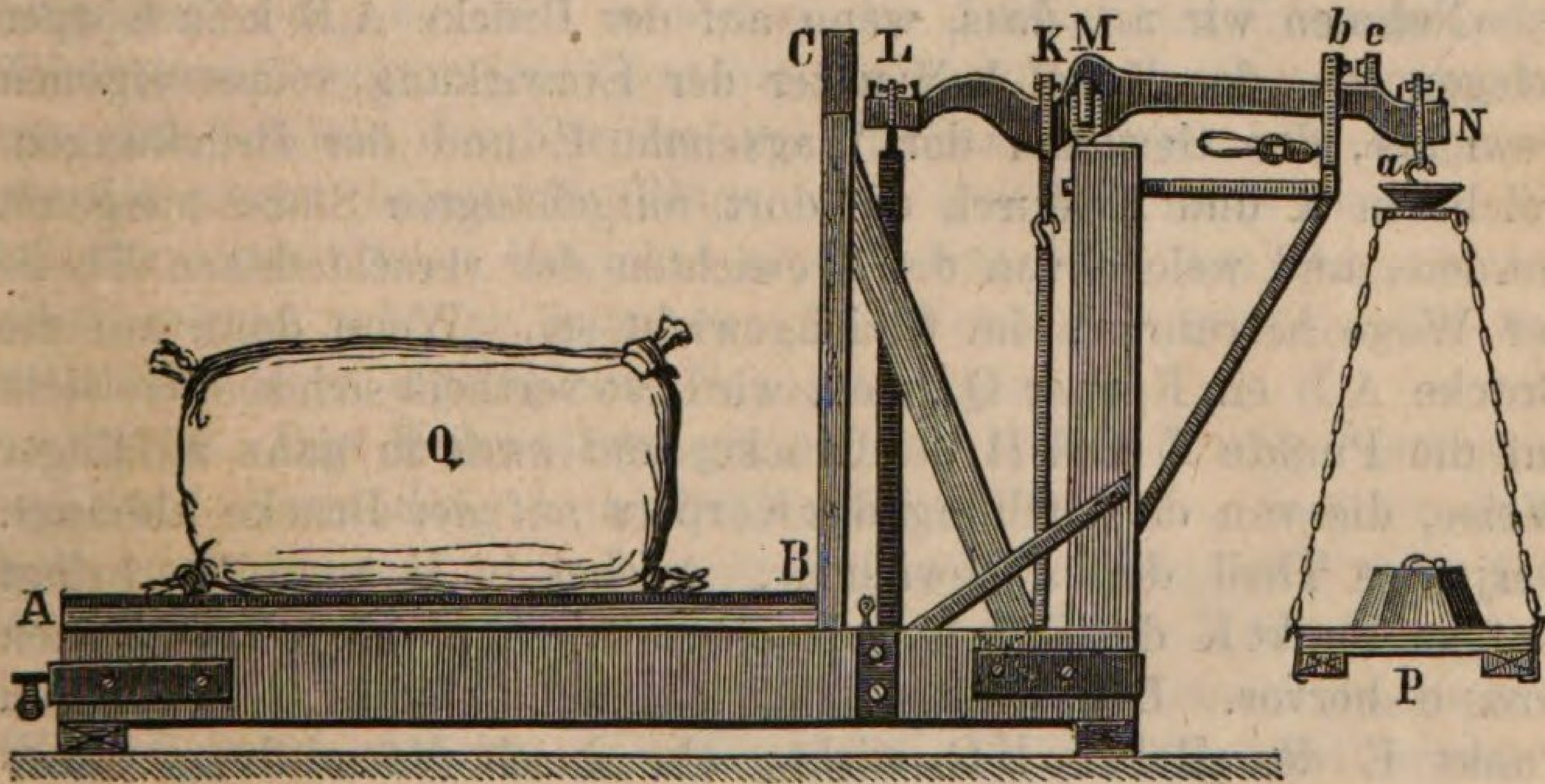


Fig. 72.

Der zu wiegende Körper wird auf die Platte AB, Brücke genannt, gelegt, deren einer Rand in BC aufwärts gerichtet ist. Diese Platte, welche mit dem Stücke D in fester Verbindung ist, stützt sich einerseits in E auf den Hebel FG, andererseits ist sie bei H in einen Ring eingehängt, in welchem sich die Stange HK endigt. Der Hebel FG, welcher um den Punkt F beweglich ist, stützt sich bei G gegen das untere Ende der Stange GL. Die zwei Stangen HK und GL sind ihrerseits wieder in ihren oberen Endpunkten K und L an dem Hebel LN aufgehängt, welcher um den Punkt M drehbar ist; dieser Hebel trägt in N eine Wag-

schale P, die zur Aufnahme der Gewichte dient. Die Entfernungen der erwähnten Stütz- und Drehungspunkte sind so gewählt, dass das Verhältniss von E F zu G F dasselbe ist, wie das Verhältniss von KM zu LM; wenn also z. B. E F der fünfte Theil von GF ist, so muss auch KM der fünfte Theil von L M sein. Ausserdem ist gewöhnlich K M der zehnte Theil von M N.

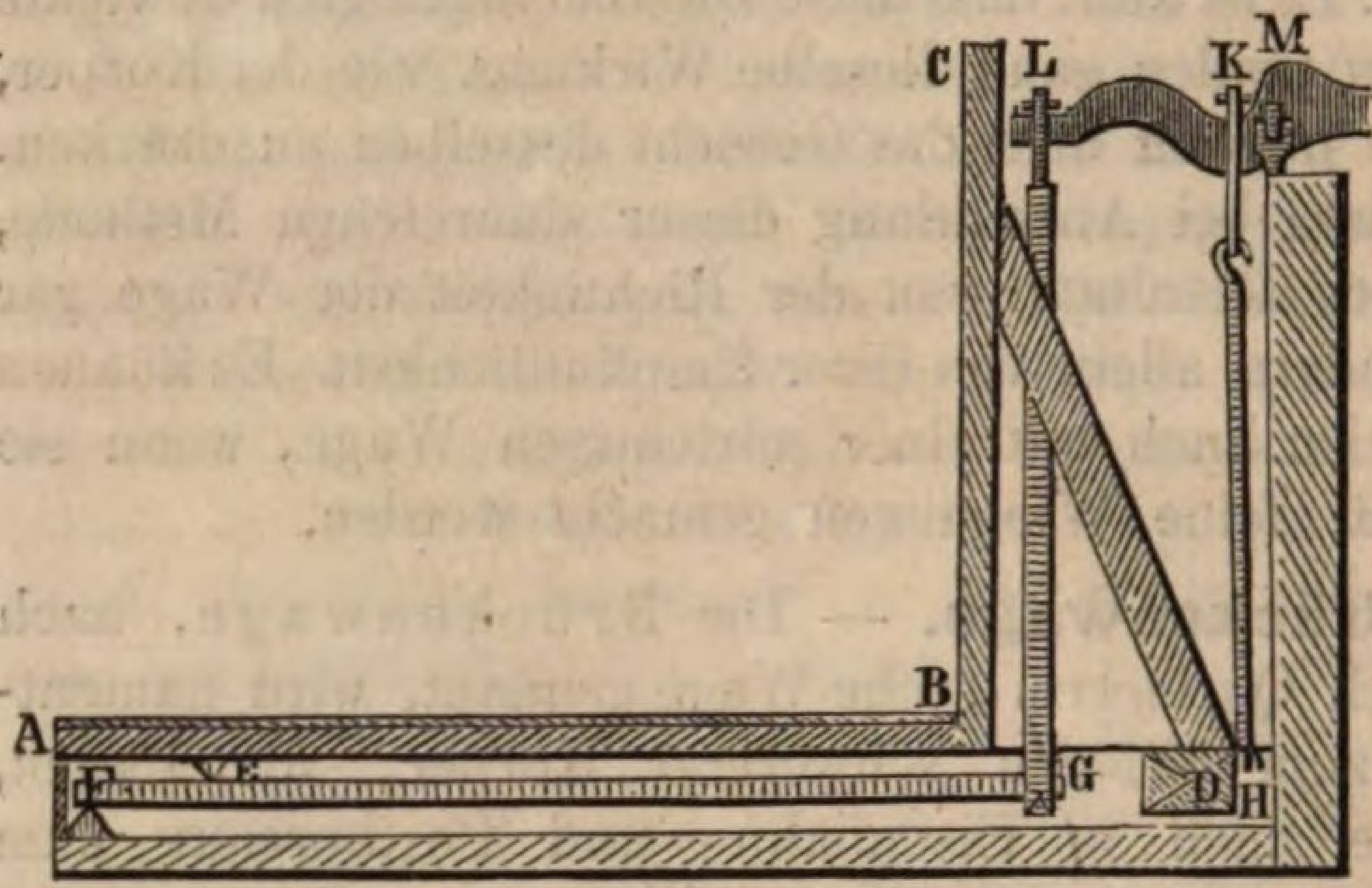


Fig. 73.

Nehmen wir an, dass, wenn auf der Brücke A B kein Körper gelegen ist, der Hebel L N unter der Einwirkung seines eigenen Gewichts, des Gewichts der Wagschale P und der Drückungen, welche in K und L durch die dort aufgehängten Stäbe ausgeübt werden, und welche von den Gewichten der verschiedenen Theile der Wage herrühren, im Gleichgewicht sei. Wenn dann auf die Brücke A B ein Körper Q gelegt wird, so vertheilt sich sein Gewicht auf die Punkte E und H der Brücke, und zwar in ganz zufälliger Weise, die von der Stellung des Körpers auf der Brücke abhängt. Derjenige Theil dieses Gewichtes, welcher in H angreift, bringt in dem Punkt K des Hebels L N einen Druck gleich seiner eigenen Grösse hervor. Der andere Theil dieses Gewichtes, der in dem Punkt E des Hebels F G wirkt, übt durch Vermittlung dieses Hebels auf das untere Ende G der Stange G L einen Druck aus, der in Folge des oben angenommenen Verhältnisses, fünfmal so klein ist. Dieser Druck, der sich ohne Veränderung seiner Grösse bis an den Punkt L des Hebels L N fortpflanzt, bringt an diesem Hebel dieselbe Wirkung hervor, wie ein fünfmal so grosser Druck in dem Punkt K; es ist also gerade so, als ob der zweite Theil des Gewichtes Q direkt an dem Punkte K angreifen würde. Man sieht daraus, dass sich in Folge der Gleichheit der Verhältnisse E F zu G F und K M zu L M der Hebel L N ganz unter denselben Umständen befindet, als ob das ganze Gewicht des Körpers Q in dem Punkte K aufgehängt wäre; um ihn also in's Gleichgewicht zu bringen, müssen in die Wagschale P so viele Gewichte

gelegt werden, als der zehnte Theil des Gewichtes des Körpers Q beträgt.

Bevor man sich der Brückenwage zum Wiegen eines Körpers bedient, muss man sich versichern, dass der Hebel L N horizontal steht, wenn die Brücke A B noch leer ist. Gewöhnlich ist diess nicht der Fall, und man ist desshalb genöthigt, gewisse kleine Gewichte in die Wagschale P zu legen. Diese Gewichte nennt man Tarirgewichte; um sie nicht mit den Gewichten zu verwechseln, die man später, behufs des Wiegens eines Körpers, in dieselbe Wagschale bringen muss, legt man sie gewöhnlich in ein kleines Schälchen a, das über den Ketten angebracht ist, welche die Wagschale P tragen. Die horizontale Lage des Hebels L N erkennt man mit Hülfe zweier vorstehender Zeiger b, c, von denen der eine, welcher mit dem Hebel beweglich ist, sich dem andern, feststehenden, gegenüberstellen muss. Wenn man alsdann einen Körper auf die Brücke A B gelegt und mit Hülfe von bekannten in die Wagschale P gelegten Gewichten das Gleichgewicht hergestellt hat, so darf man nur die Anzahl der Gramme oder Kilogramme, welche jene Gewichte repräsentiren, zehnmal nehmen, um das Gewicht des Körpers zu erhalten. Dieses letzteren Umstandes wegen heisst die Wage auch eine Decimalwage; die bei ihr verwendeten Gewichte sind gewöhnlich, um obige Multiplikation mit zehn zu ersparen, mit Werthen bezeichnet, die das zehnfache ihres eigentlichen Gewichts betragen.

§. 56. **Die Schnellwage.** — Die Schnellwage erfordert bei ihrer Anwendung keine bezeichneten Gewichte, und ist desshalb sehr bequem. Sie besteht aus einem Hebel A B (Fig. 74), der in dem Punkte C aufgehängt und um diesen Punkt beweglich ist. In dem Punkt A ist ein Hacken oder manchmal auch eine Wagschale angebracht. Ein Bügel D, welcher längs B C verschoben werden kann, trägt ein Gewicht Q. Wenn der zu wiegende Körper P an dem Hacken aufgehängt ist, so verschiebt man den Bügel D so lange, bis der Hebel A B horizontal bleibt. Die Stellung dieses Ringes hängt offenbar von dem Gewichte des Körpers ab, und kann daher zur Bestimmung desselben dienen. Zu diesem Ende darf man nur vorher den Arm B C des Hebels in geeigneter Weise eintheilen, d. h. diejenigen Punkte auf demselben bezeichnen, an welche der Bügel zu stehen kommt, wenn der an dem Hacken aufgehängte Körper 1^k, 2^k, 3^k etc. wiegt.

Die Schnellwage ist, wie Fig. 74 zeigt, häufig mit zwei Ringen versehen, an denen sie aufgehängt werden kann; alsdann muss der Hacken, an welchen der zu wiegende Körper gehängt wird,

um das äusserste Ende des Hebels herumgedreht werden können,

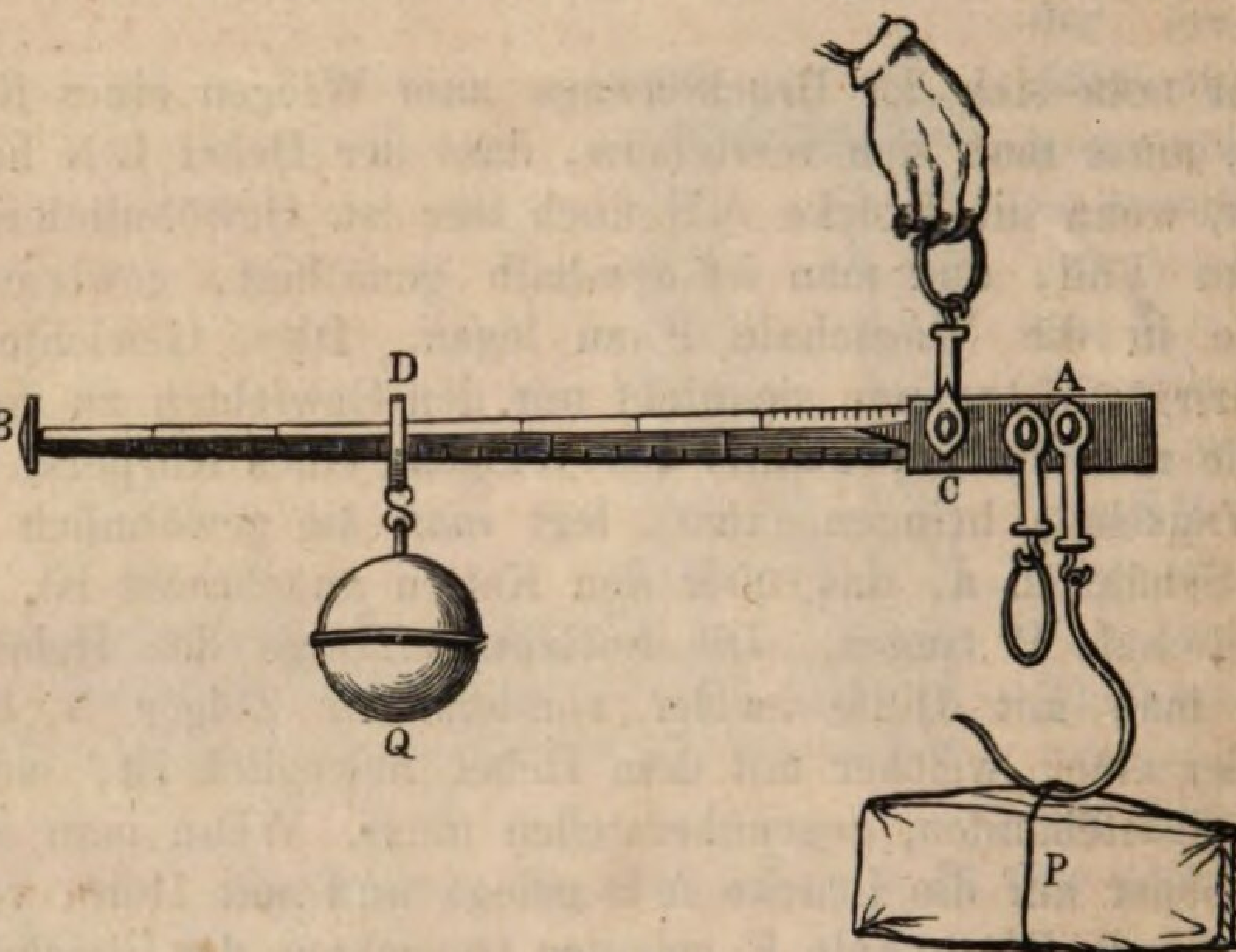


Fig. 74.

so dass er stets nach unten gerichtet ist, an welchem der beiden Ringe die Wage auch hängen mag. Wenn man weniger schwere Körper zu wiegen hat, so hängt man die Wage an den von A entfernteren Ring auf, wie in Fig. 74; aber um Körper zu wiegen, deren Gewicht etwas gross ist, kehrt man das Instrument um, um es an dem andern Ring aufzuhängen und dadurch diesem Gewicht einen kleineren Hebelarm zu geben.

§. 67. **Die Zeigerwage.** — Die Zeigerwage hat, wie die Schnellwage, den Zweck, das Gewicht eines Körpers ohne Anwendung bezeichneter Gewichte zu bestimmen. Fig. 75 stellt eine solche Zeigerwage von kleinen Dimensionen vor, welche speciell dazu eingerichtet ist, Briefe zu wiegen und desshalb auch mit dem Namen Briefwage bezeichnet wird. Der Winkelhebel ACB kann sich um den Punkt C drehen. Der Schwerpunkt G dieses Hebels sucht sich immer in die Vertikallinie zu stellen, welche durch den Drehungspunkt C hindurchgeht, wird aber durch die Wirkung des Gewichts der in dem Punkt A aufgehängten Wagschale E von dieser Linie fern gehalten. Wenn nun diese Wagschale noch belastet wird, so dreht sich der Hebel, und sein

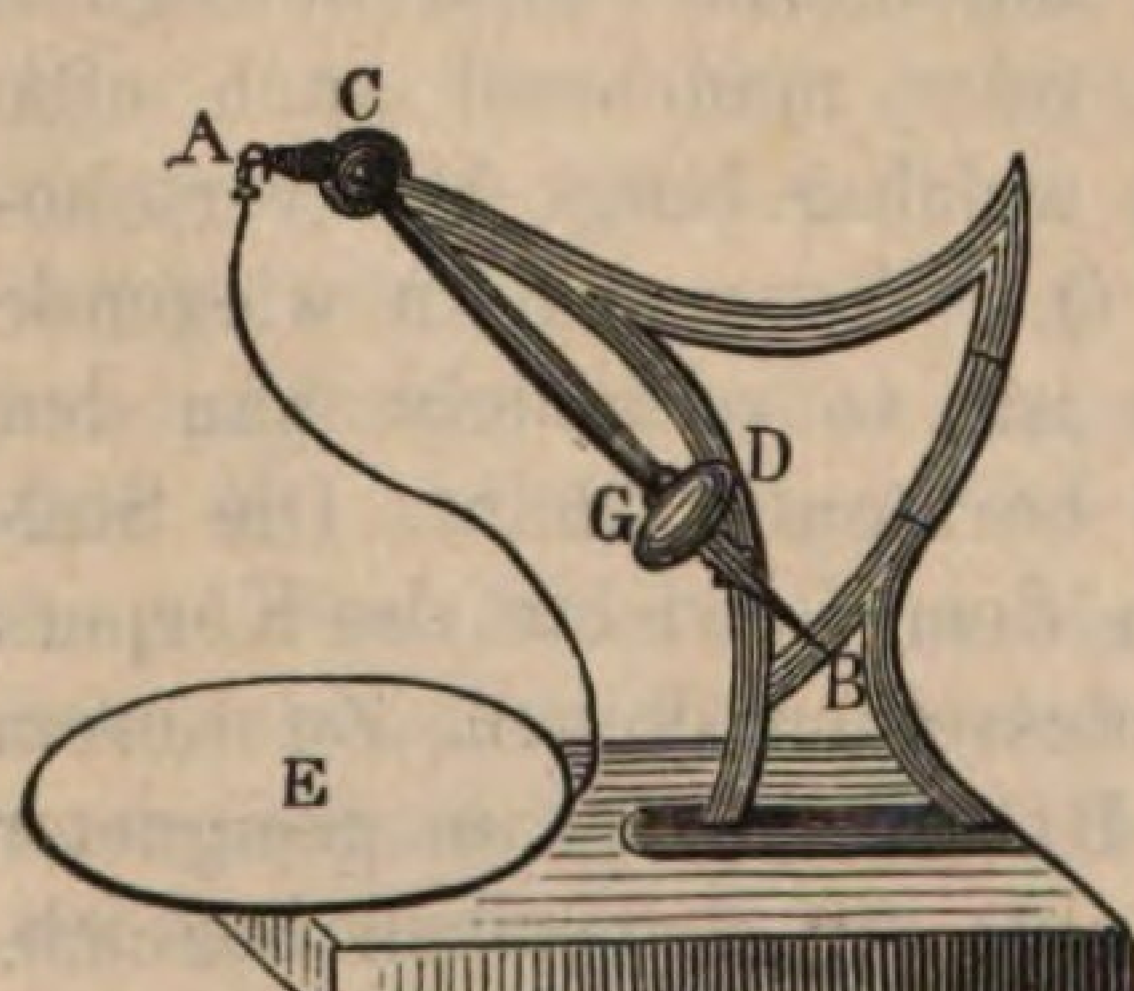


Fig. 75.

Ende B bewegt sich über einen Kreisbogen hin; dieser Bogen ist vorher so eingetheilt worden, dass man für jede Stellung des Punktes B das Gewicht des Körpers, welcher auf die Wagschale gelegt wurde, ablesen kann; die Eintheilung geschieht am einfachsten dadurch, dass man auf die Wagschale E verschiedene bekannte Gewichte legt und die Stellung des Punktes B für jedes derselben anmerkt. Die Verstärkung D, welche an dem Winkelhebel angebracht ist, hat den Zweck, die Entfernung des Schwerpunktes G vom Drehungspunkte C hinlänglich gross zu machen.

§. 58. **Die Rolle.** — Die Rolle ist eine kreisrunde Scheibe, welche an ihrem Rande ringsum mit einer Nuth, Hals genannt, versehen ist, und welche sich um eine Axe, welche durch ihren Mittelpunkt hindurchgeht, frei bewegen kann. Diese Axe ist entweder an der Rolle festgemacht und dreht sich dann an beiden Enden in zwei kreisrunden Löchern, die in einer Scheere angebracht sind, welche die Rolle von beiden Seiten umfässt; oder es ist diese Axe an der Scheere festgemacht und geht durch eine kreisförmige Oeffnung, welche durch den Mittelpunkt der Rolle gebohrt ist, sodass sich diese unabhängig von jener Axe drehen kann. Um die Rolle wird, in ihren Hals, ein Seil gelegt, das einen Theil ihres Umfangs berührt, und sich dann zu beiden Seiten nach der Richtung zweier Tangenten an ihre Peripherie entfernt.

Die Figur 76 zeigt eine Rolle, deren Scheere in einem festen Punkt angemacht ist, und welche desshalb feste Rolle heisst. Das Seil, welches sich um sie legt, trägt an dem einen seiner Enden eine Last, während an dem andern Ende eine Zugkraft angebracht ist, welche jene Last im Gleichgewicht halten soll. Die zwei Kräfte, welche nach den Richtungen der beiden geradlinigen Theile des Seiles wirken, sind offenbar unter denselben Umständen, als wenn sie an den beiden Enden eines Winkelhebels angriffen, der durch die beiden Halbmesser gebildet wird, welche von dem Mittelpunkt der Rolle nach den zwei Berührungspunkten des Seils mit dem Umfang der Rolle gezogen werden. Da die Arme dieses Hebels einander gleich sind, so muss die Zugkraft gleich dem Gewicht des Körpers sein, den sie im Gleichgewicht hält.

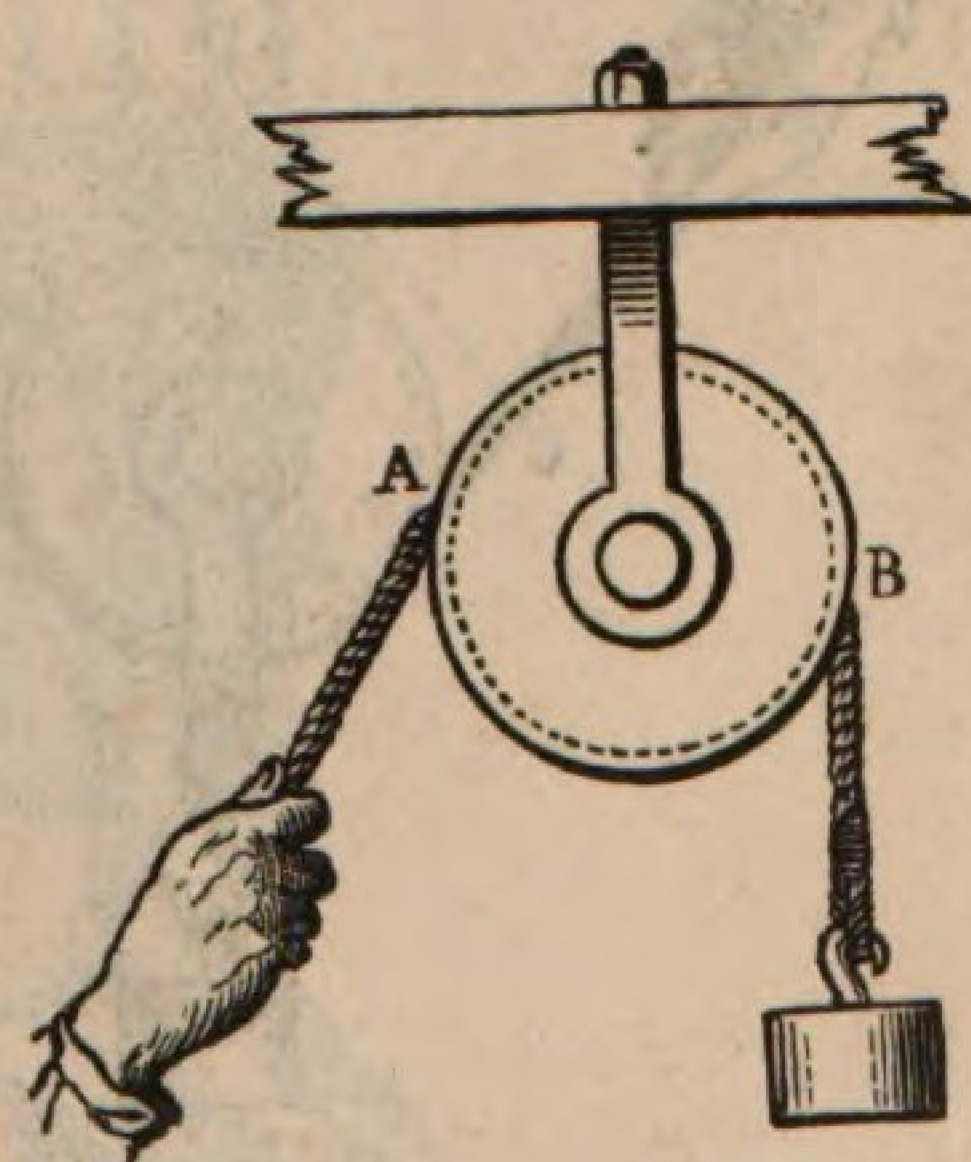


Fig 76.

Die Rolle kann auch noch in der Weise angewandt werden wie es Fig. 77 und 78 zeigt, und heisst dann lose Rolle. Die Scheere ist in diesem Fall mit einem Hacken versehen. in welchem die Last aufgehängt werden kann. Das eine Ende des Seils ist in einem Punkt F befestigt; an dem andern ist eine Zugkraft angebracht. Im Falle des Gleichgewichts sind offenbar die Seilstücke, welche sich auf beiden Seiten von der Rolle entfernen, gleich stark gespannt, und die Mittelkraft ihrer Spannung muss gleich und entgegengesetzt dem Gewicht des Körpers sein, welchen die Rolle trägt. Im Falle der Fig. 77 ist also die Zugkraft gleich der Hälfte dieses Gewichtes. Im Falle der Fig. 78 verlängere man die beiden Seilstücke bis zu ihrem Durchschnittspunkt A, und ziehe durch diesen Punkt eine Vertikale; auf derselben trage man eine Länge AD ab, welche das Gewicht des Körpers darstellt, mit welchem die Rolle belastet ist; endlich ziehe man DB, DC parallel zu den beiden Seilstücken, so repräsentiren die dadurch erhaltenen Linien AB, AC die Spannungen jener Seilstücke; die Zugkraft ist gleich einer von diesen Spannungen. Da aber die Spannungen der beiden Seilstücke gleich gross sein sollen, so müssen die Linien AB und AC gleich lang werden und daher gegen die Vertikale AD gleiche Neigung haben; diese Vertikale selbst muss folglich stets durch den Mittelpunkt der Rolle gehen.

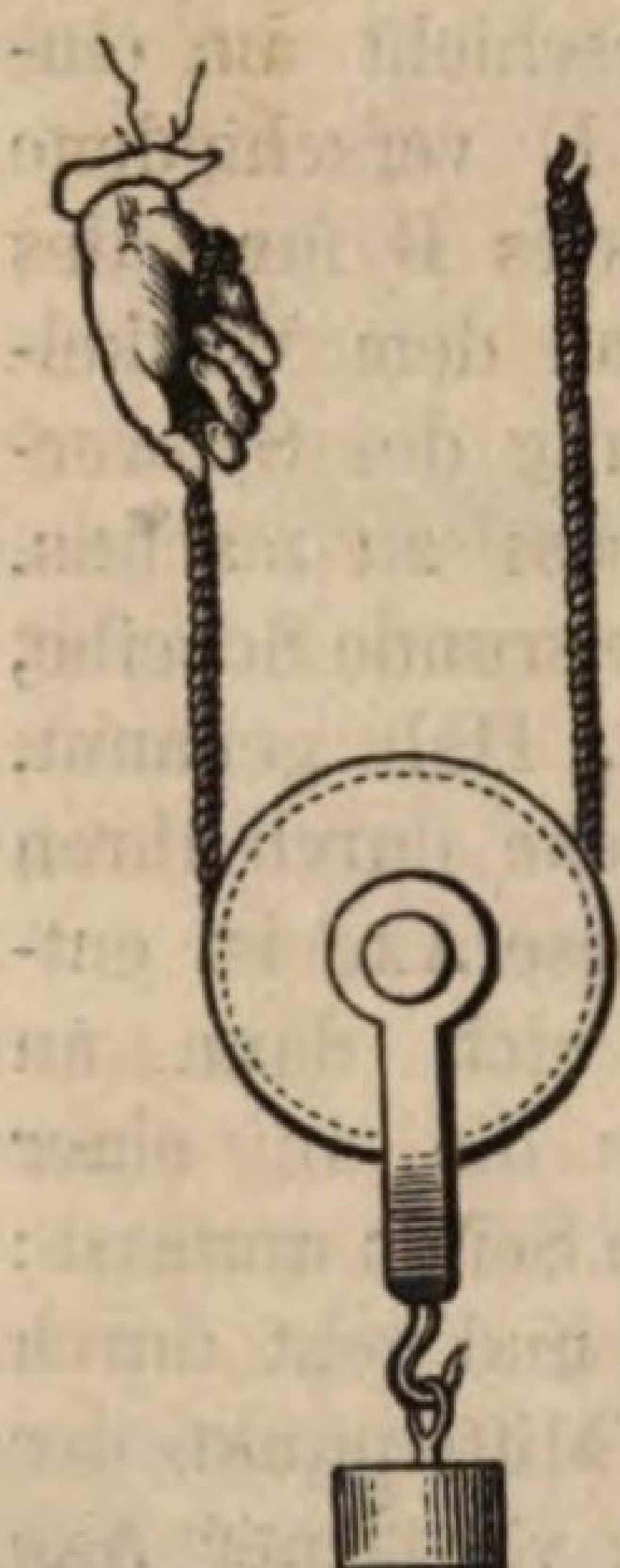


Fig. 77.

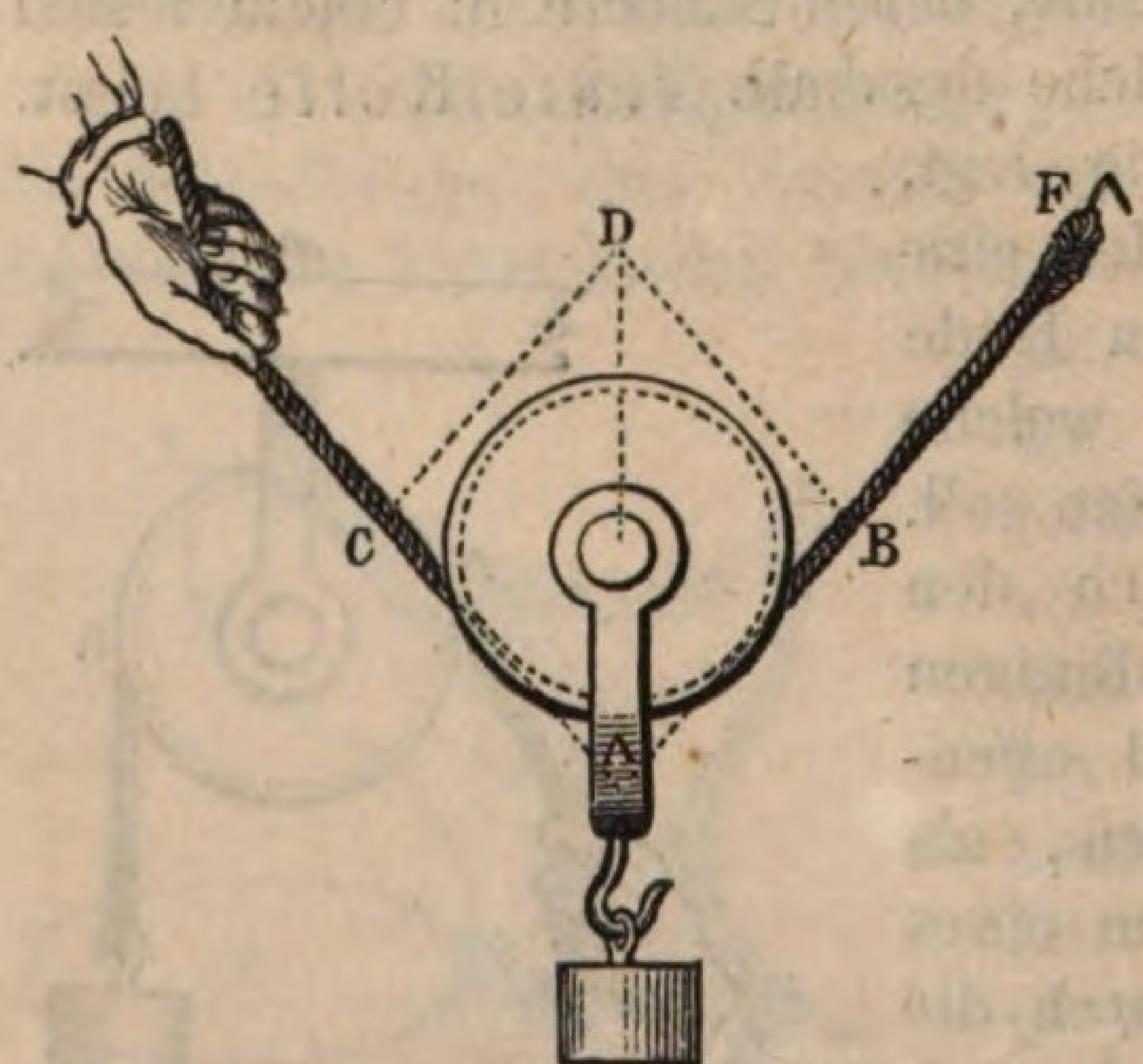
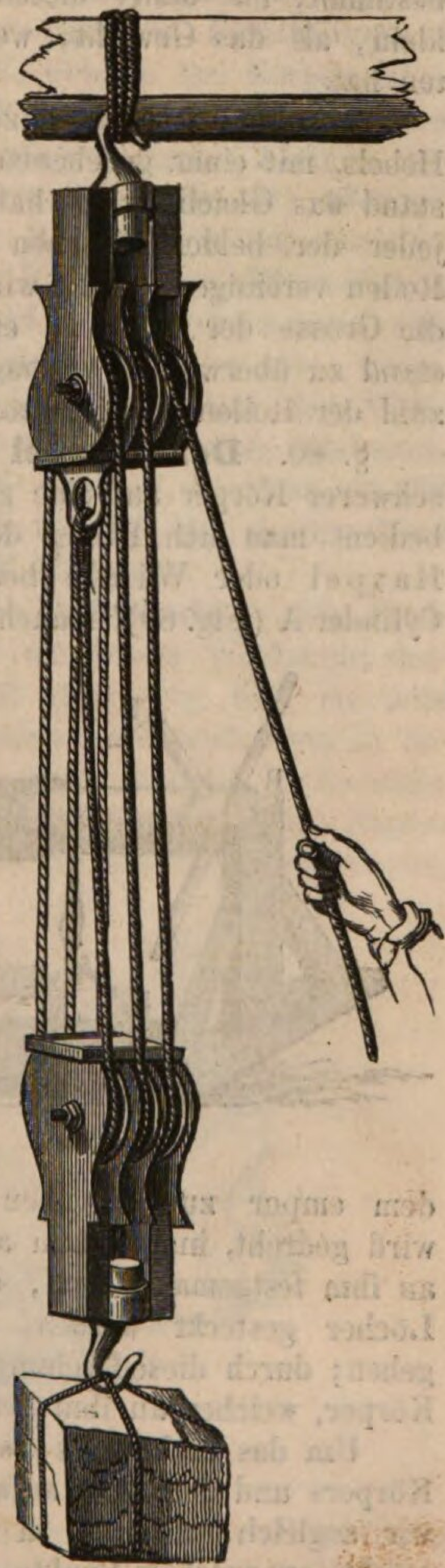


Fig. 78.

§. 59. **Der Flaschenzug.** — Wenn mehrere Rollen in einem Gehäuse so mit einander verbunden sind, dass sie gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine Flasche. Zwei solche Flaschen, von denen die eine fest, die andere lose ist, auf entsprechende Weise mittelst eines Seiles mit einander verbunden, bilden

einen Flaschenzug. Die Fig. 79 zeigt ein solches System von zwei Flaschen, deren jede aus drei Rollen besteht, die um eine gemeinschaftliche Axe drehbar sind, jedoch so, dass sich jede Rolle unabhängig von den andern bewegen kann. Das Gehäuse der obern Flasche ist mittelst eines Hackens, in welchem sie endigt, festgemacht. An dem Ring, welcher sich an der untern Seite desselben Gehäuses befindet, ist das eine Ende eines Seils befestigt; dasselbe geht von hier aus abwärts, und legt sich um eine der untern Rollen, von welcher es wieder nach oben steigt und sich um den Hals einer der obern Rollen schlingt, um wieder abwärts zu gehen und sich um den Hals einer zweiten Rolle in der untern Flasche zu legen u. s. f., bis es sich, nachdem es sämmtliche Rollen umschlungen hat, von der letzten obern Rolle entfernt. Am zweiten Ende dieses Seils ist eine Zugkraft angebracht, welche dem Gewichte des Körpers, der an dem Hacken der untern Flasche hängt, das Gleichgewicht halten soll.


Fig. 79.

Wenn man das Seil seiner ganzen Länge nach verfolgt, so wird man leicht sehen, dass es überall dieselbe Spannung haben muss; denn je zwei Seilstücke, die über ein und dieselbe Rolle gehen, müssen gleich stark gespannt sein. Demnach wird also die untere Flasche von sechs Seilstücken, die als parallel betrachtet werden können, getragen, und es trifft also auf jedes derselben eine Spannung gleich dem sechsten Theil des Gewichtes des Körpers, der an der untern Flasche hängt. Die Kraft, welche an dem freien Ende

des Seils angebracht ist, und welche die Spannung desselben bestimmt, hat daher dieselbe Grösse, d. h. sie ist sechsmal so klein, als das Gewicht, welchem sie das Gleichgewicht zu halten hat.

Mittelst des Flaschenzuges kann man, wie mit Hülfe des Hebels, mit einer gegebenen Kraft einem beliebig grossen Widerstand das Gleichgewicht halten. Man darf zu dem Ende nur in jeder der beiden Flaschen eine hinreichend grosse Anzahl von Rollen vereinigen; denn wir haben oben gezeigt, dass man, um die Grösse der Kraft zu erhalten, die einen gegebenen Widerstand zu überwinden vermag, diesen Widerstand mit der Gesammtzahl der Rollen dividiren muss.

§. 60. **Der Haspel oder die Winde.** — Wenn ein schwerer Körper auf eine gewisse Höhe gehoben werden soll, so bedient man sich häufig der Maschine, welche mit dem Namen Haspel oder Winde bezeichnet wird. Sie besteht aus einem Cylinder A (Fig. 80), manchmal von Gusseisen, häufiger aber von Holz, welcher auf beiden Seiten zwei Zapfen B trägt, die in festen Lagern C ruhen.

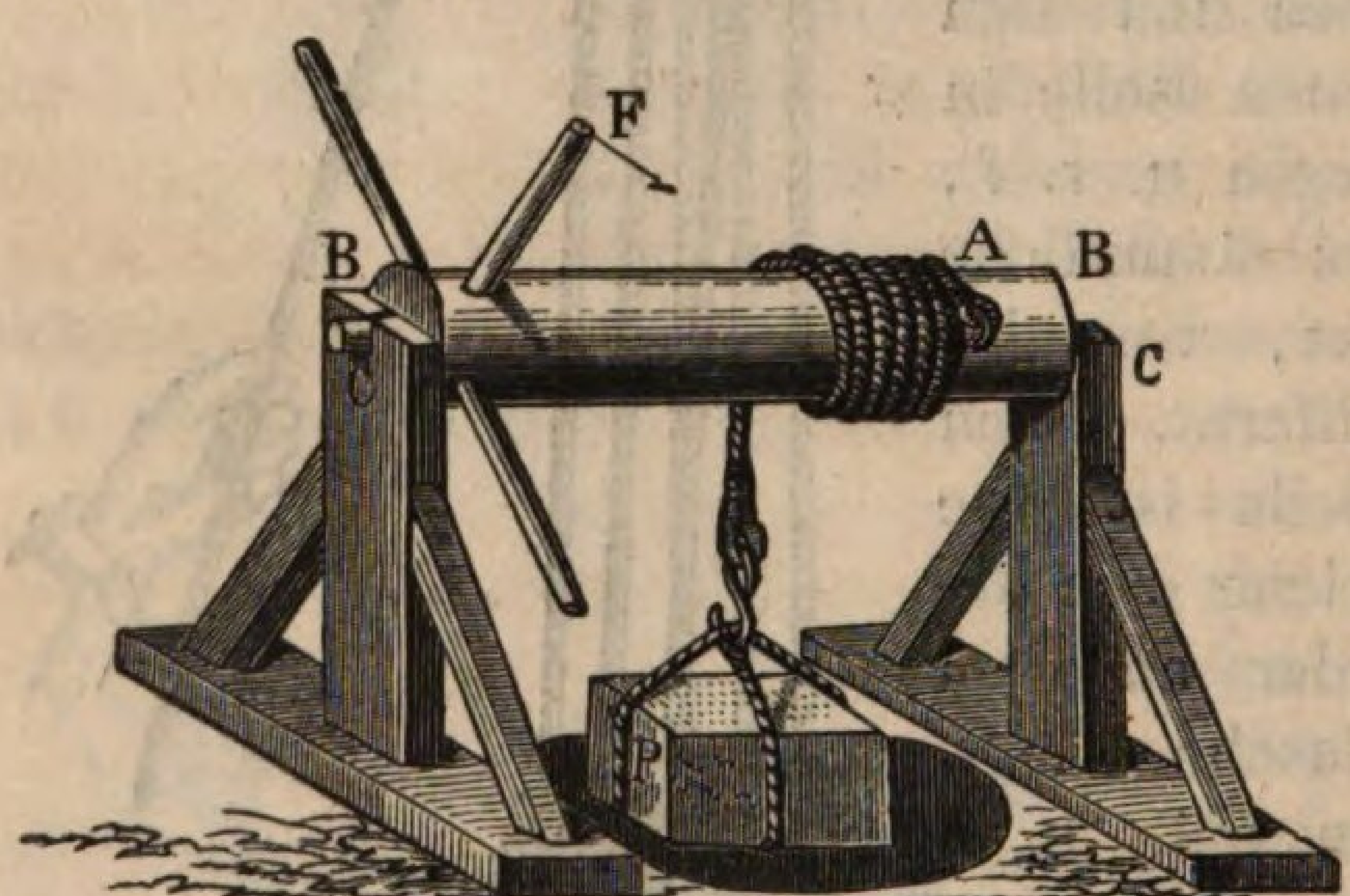


Fig. 80.

Der Cylinder, welcher bloss in seinen beiden Zapfen unterstützt ist, kann sich um seine Axe drehen. An seinem Umfange ist das eine Ende eines Seils festgemacht, dessen anderes Ende an dem empor zu hebenden Körper befestigt ist. Der Cylinder wird gedreht, indem man auf die Enden von Hebeln wirkt, welche an ihm festgemacht sind, oder die auch wohl nach einander in Löcher gesteckt werden, welche durch den Cylinder hindurch gehen; durch diese Drehung rollt sich das Seil auf und zieht den Körper, welcher an ihm befestigt ist, mit in die Höhe.

Um das Verhältniss zwischen dem Gewichte des zu hebenden Körpers und der dazu aufzuwendenden Kraft zu finden, bemerken wir sogleich, dass es in dieser Beziehung keinen Unterschied macht, an welchem Punkte der Oberfläche der Welle A der Hebel angebracht ist; vorausgesetzt dass derselbe immer die nämliche Länge behält, und dass die Kraft immer in dem nämlichen Punkt

und senkrecht auf seine Längenrichtung an ihm angreift; denn offenbar sucht diese Kraft stets mit der nämlichen Intensität den Körper zu heben. Wir können also, um die Betrachtung zu vereinfachen, annehmen, dass das Seil, welches den Körper trägt, und der Hebel, an welchem die Kraft wirkt, in derselben Ebene senkrecht auf der Axe der Welle gelegen sind. Alsdann befinden sich aber die beiden Kräfte P und F, (Fig. 81) offenbar unter denselben Bedingungen, als wenn sie an den beiden Enden eines Winkelhebels MON angebracht wären; sie müssen sich also, um im Gleichgewicht zu sein, umgekehrt wie der Halbmesser OM der Welle und die Länge ON des Hebels verhalten. Wenn z. B. ON fünfmal so gross als OM ist, so muss die Kraft F den fünften Theil des Gewichtes P betragen.

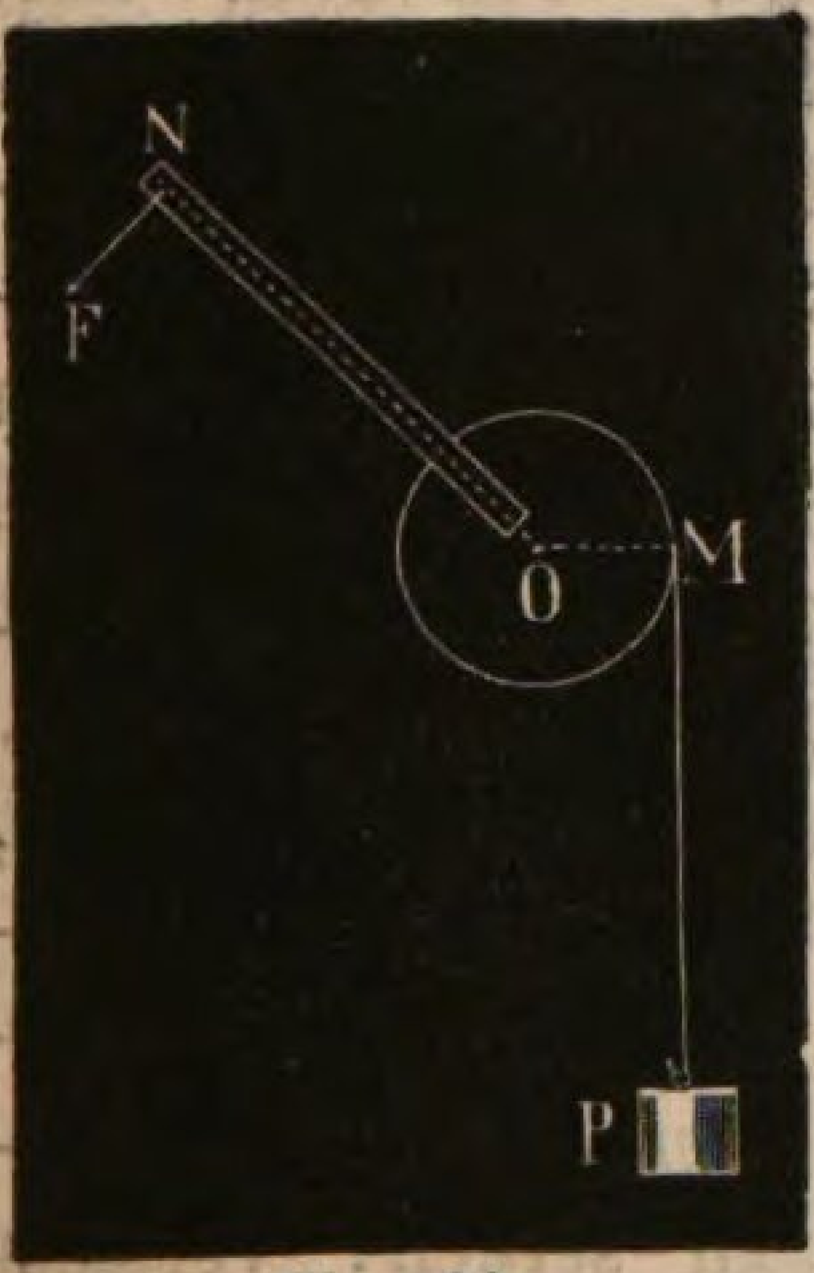
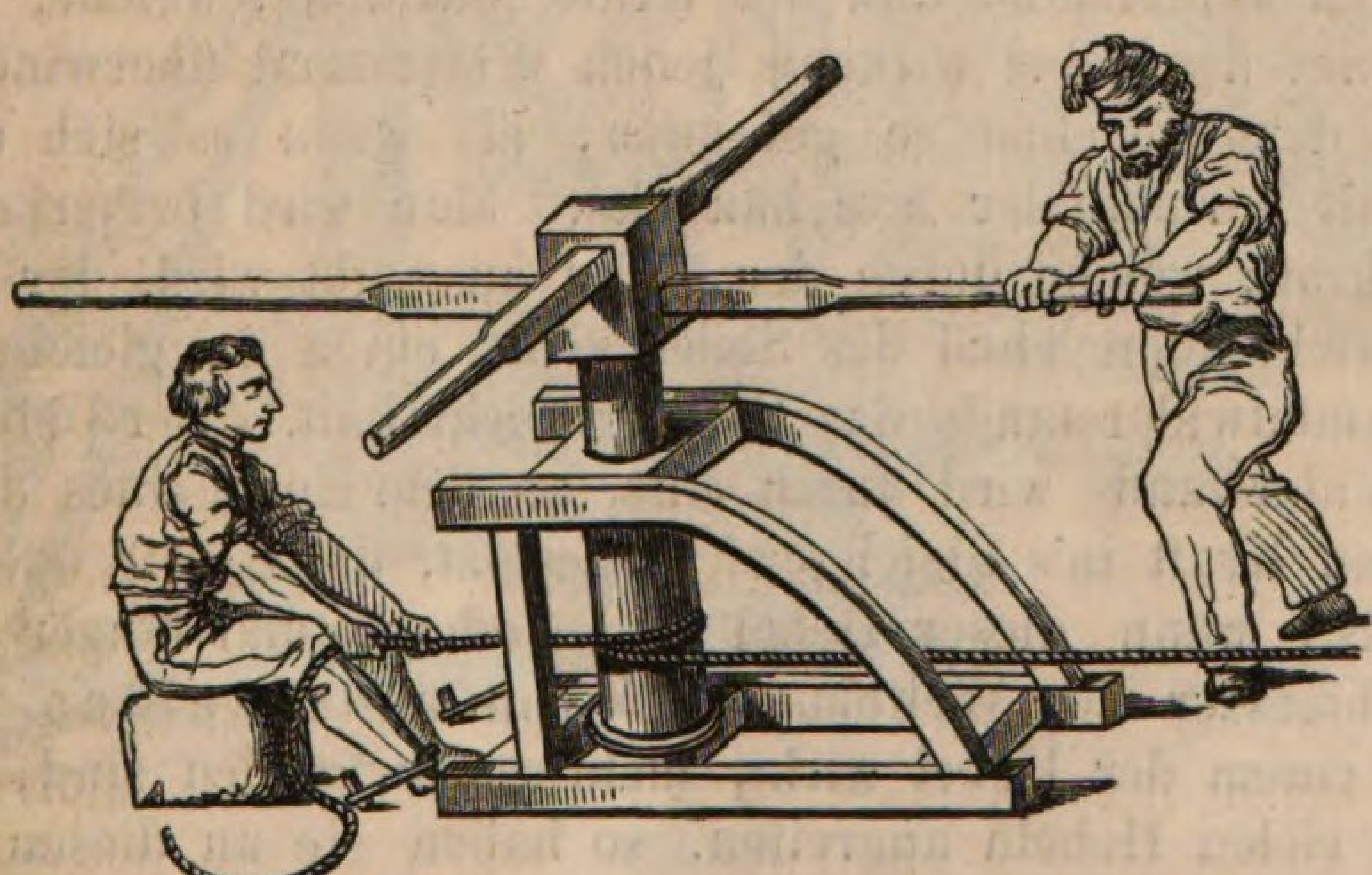


Fig. 81.

§. 61. **Die Erdwinde.** — Die Erdwinde besteht aus einem Wellbaum, dessen Axe vertikal steht (Fig. 82); sie wird besonders in Häfen angewandt, um in horizontaler oder doch nahezu horizontaler Richtung eine bedeutende Kraft auszuüben. Der obere Zapfen ist über das Lager hinaus, in welchem er sich dreht, verlängert,


Fig. 82.

und in dieser Verlängerung sind, in regelmässiger Vertheilung um ihren Umfang, vier, sechs, selbst 8 Hebel angebracht. Das Gerüste, welches die beiden Zapfenlager trägt, und welches einfach auf den Boden gestellt ist, muss während des Arbeitens

an der Winde fest stehen bleiben; zu dem Ende ist es mittelst Seilen an Pflöcken befestigt, die fest in den Boden eingeschlagen sind. Da der Wellbaum gewöhnlich nur sehr wenig hoch ist, während das Tau, an welchem eine Zugkraft ausgeübt werden soll, oft eine bedeutende Länge hat, so kann dasselbe nicht, wie bei dem im vorigen Paragraph besprochenen Haspel, nach und nach auf den Wellbaum aufgewickelt werden. Man schlingt es vielmehr nur zwei oder dreimal um den Wellbaum herum, und lässt alsdann sein freies Ende durch die Hände eines Mannes gehen, welcher daran mit einer Kraft zieht, welche hinreicht, um das Gleiten des Taues über die Oberfläche des Wellbaums zu verhindern. Auf diese Art wird also das Tau, wenn der Wellbaum durch Männer, welche an den Enden der Hebel wirken, herumgedreht wird, einfach in Folge der Reibung mit fortgezogen, und während es sich auf der einen Seite aufwickelt, wickelt es sich auf der andern Seite um eben so viel wieder ab, so dass stets nur ein und dieselbe Länge des Taues um den Wellbaum geschlungen ist. Um die Adhäsion des Seiles an der Oberfläche der Welle zu vergrössern und damit dem Abgleiten derselben einen grösseren Widerstand entgegen zu setzen, versieht man häufig die Oberfläche des Wellbaums der Länge nach mit Cannelirungen.

Was das Verhältniss betrifft, welches zwischen dem zu überwindenden Widerstand und der Kraft stattfindet, welche, an dem Ende eines der Hebel wirkend, jenen Widerstand überwinden soll, so wird derselbe eben so gefunden, als wenn es sich um eine Welle mit horizontaler Axe handelte. Man wird bemerken, dass die Zugkraft, welche durch den Mann ausgeübt wird, der an dem sich abwickelnden Theil des Seiles zieht, einen ihr gleichen Theil des Gesammtwiderstands das Gleichgewicht hält. Der Ueberschuss dieses Widerstands wird durch eine, an dem Ende eines der Hebel wirkenden Kraft in's Gleichgewicht gesetzt, die 8, 10 oder 12mal kleiner ist, wenn dieser Hebel 8, 10 oder 12mal länger ist, als der Halbmesser des Wellbaums. Wenn anstatt eines Mannes, der an einem der Hebel wirkt, mehrere vorhanden sind, die an eben so vielen Hebeln angreifen, so haben sie an diesen Hebeln denselben Gesammtdruck auszuüben; d. h. die Summe der Kräfte, welche an den verschiedenen Hebeln wirken, muss gleich sein der Kraft, die ein einziger Mann anwenden muss, um denselben Widerstand zu überwinden.

§. 62. **Das Sprossenrad.** — Um die Steine aus unterirdischen Steinbrüchen, welche mit der Oberfläche der Erde nur

durch vertikale Schächte in Verbindung stehen, heraufzufördern, wendet man häufig Wellbäume an, auf welche man mittelst grosser Sprossenräder, statt der Hebel, wirkt (Fig. 83). Solche Räder sieht man namentlich in der Umgegend von Paris in grosser Anzahl.

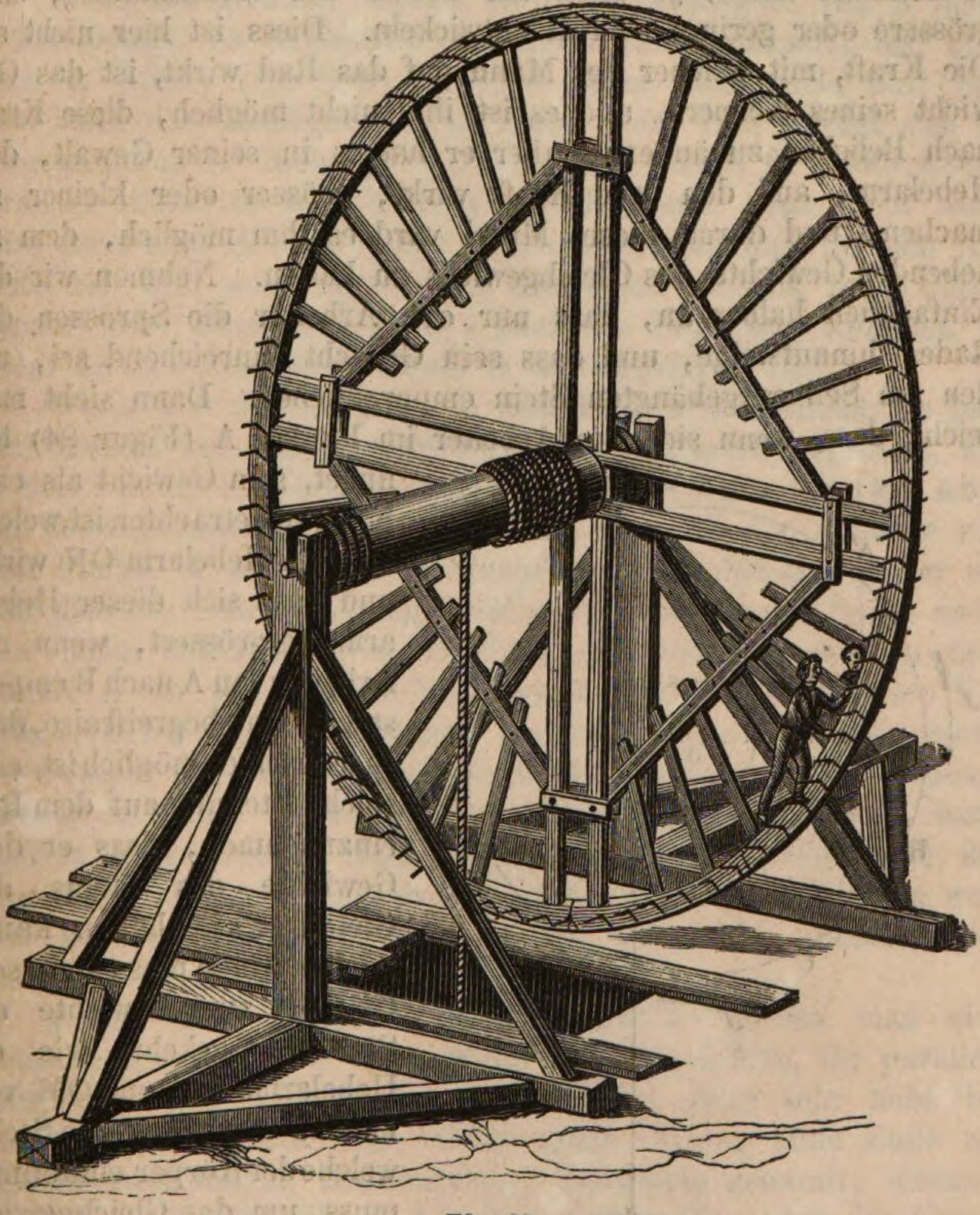


Fig. 83.

Um diese Maschine in Thätigkeit zu setzen, steigen mehrere Arbeiter die Sprossen, wie auf einer Leiter hinauf. In Folge ihres Gewichtes dreht sich das Rad; der an dem Seile hängende Stein steigt in die Höhe, und wenn er über der Mündung des Schachtes angekommen ist, verdeckt ein Arbeiter diese Oeffnung

mit starken Brettern, auf welche dann der Stein herabgelassen wird.

Gehen wir nun auf die Betrachtung der Wirkung der Kräfte an dieser Maschine etwas näher ein. Wenn ein Mensch, um einen Widerstand zu überwinden, einen Druck oder Zug ausübt, so kann er dabei, je nach der Grösse des Widerstandes, eine grössere oder geringere Kraft entwickeln. Diess ist hier nicht so. Die Kraft, mit welcher der Mann auf das Rad wirkt, ist das Gewicht seines Körpers, und es ist ihm nicht möglich, diese Kraft nach Belieben zu ändern; aber er hat es in seiner Gewalt, den Hebelarm, auf den jene Kraft wirkt, grösser oder kleiner zu machen, und durch dieses Mittel wird es ihm möglich, dem zu hebenden Gewichte das Gleichgewicht zu halten. Nehmen wir der Einfachheit halber an, dass nur ein Arbeiter die Sprossen des Rades hinaufsteige, und dass sein Gewicht hinreichend sei, um den am Seil aufgehängten Stein emporzuheben. Dann sieht man leicht, dass, wenn sich der Arbeiter im Punkte A (Figur 84) befindet, sein Gewicht als eine Kraft zu betrachten ist, welche an dem Hebelarm ON wirkt, und dass sich dieser Hebelarm vergrössert, wenn der Arbeiter von A nach B emporsteigt. Man begreift also, dass es demselben möglich ist, eine solche Stellung auf dem Rad einzunehmen, dass er dem Gewichte des Steins das Gleichgewicht halten kann; zu dem Ende muss sich sein Gewicht zum Gewichte des Steins umgekehrt wie die Hebelarme ON und OM verhalten. Es sei A die Stelle, welche der Körper einnehmen muss, um das Gleichgewicht herzustellen. Wenn er nach B hinaufsteigt, so vergrössert sich der Hebelarm, an welchem er wirkt; sein Gewicht, welches sich nicht vermindert hat, ist daher zu gross, um dem Widerstand blos das Gleichgewicht zu halten, es reicht schon ein Theil derselben hin, um dieses Gleichgewicht

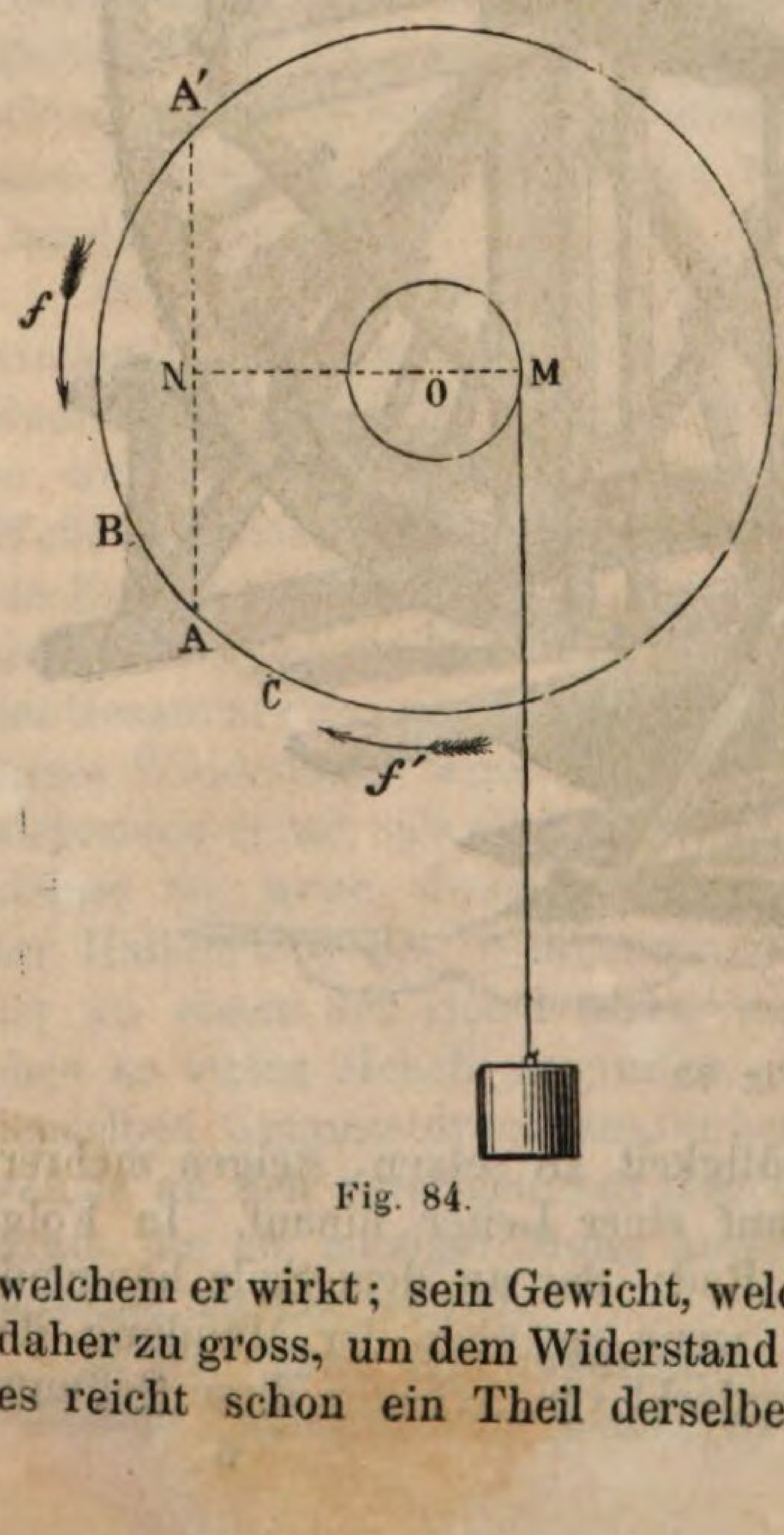


Fig. 84.

herzustellen, der andere Theil veranlasst die Bewegung des Rades im Sinne des Pfeiles f. Dadurch wird der Arbeiter wieder nach A zurückgeführt; wenn er daher fortfährt emporzusteigen, so dreht sich das Rad fortwährend herum, und der Stein wird dadurch bis zur Mündung des Schachtes emporgehoben.

Wenn der Arbeiter anstatt aufwärts zu steigen, von A nach C herabsteigt, so verkleinert er dadurch den Hebelarm, auf welchen er wirkt; sein Gewicht reicht daher nicht mehr hin, um dem Stein das Gleichgewicht zu halten; das Rad bewegt sich in entgegengesetzter Richtung im Sinne des Pfeiles f', wodurch der Arbeiter wieder in den Punkt A zurückkommt. Man sieht also, dass der Punkt A eine stabile Gleichgewichtsstellung für den Arbeiter ist, weil, wenn er sich von demselben entfernt, sei es durch Hinauf- oder Herabsteigen, das Rad eine Bewegung annimmt, in Folge deren er in diesen Punkt A zurückgeführt wird.

Wenn sich der Arbeiter, in dem Punkte A' befindet, so hält sein Gewicht dem Gewicht des Steines auch das Gleichgewicht, wie in dem Punkte A, da sein Hebelarm dieselbe Linie ON ist. Aber das Gleichgewicht ist hier ein labiles; denn ob der Arbeiter von dem Punkte A' aus das Rad hinauf- oder hinabsteigt, immer erhält dasselbe eine Bewegung, welche ihn von diesem Punkt mehr und mehr entfernt. Die Stabilität des Gleichgewichts in dem Punkte A ist von grosser Wichtigkeit, indem sie schwere Unfälle verhütet, welche entstehen könnten, wenn das Rad, durch das Gewicht des Steins herumgedreht, den Arbeiter mit fortreissen würde; um daher die Vortheile dieser Stabilität zu sichern, muss man es so einrichten, dass der Punkt A beträchtlich unter der Axe des Wellbaums gelegen ist, weil sie leicht aufgehoben werden könnte, wenn sich dieser Punkt nur wenig unterhalb der Axe befände.

§. 63. **Der Riemen ohne Ende.** — Wenn man eine Rotationsbewegung von einer Welle auf eine andere, ihr parallele übertragen will, und es sind diese Wellen nicht sehr nahe bei einander, so wendet man häufig einen Riemen ohne Ende an, welcher zwei Rollen, Riemenrollen, Trommeln genannt, umfasst, die auf den beiden Wellen befestigt sind. Diese Art der Uebertragung der Bewegung wird besonders in Fabriken angewandt, wo mehrere Maschinen, welche zur Ausführung verschiedener Arbeiten bestimmt sind, ihre Bewegung von einer einzigen Kraftmaschine, einem Wasserrad z. B. oder einer Dampfmaschine, erhalten. Die Kraftmaschine dreht eine oder mehrere Wellen, welche sich durch die ganze Länge der Werkstätte erstrecken; auf die-

sen Wellen sind in gewissen Entfernungen die Riemen angebracht, welche die verschiedenen Arbeitsmaschinen bewegen sollen, die z. B. zur Bearbeitung der Metalle, oder zum Zurichten und Spinnen der Baumwolle, zum Schneiden des Holzes u. s. w. dienen. Die Fig. 85 zeigt eine Transmission dieser Art: Der Riemen, welcher durch die Rotation der Welle AB in Bewegung gesetzt wird, dreht einen Schleifstein herum. Wenn man die Bewegung des Schleifsteinsaufheben will, so darf man nur das Ende C des Hebels CDE, der um den Punkt D drehbar ist, nach links hinüber rücken. Dadurch wird die Gabel an dem andern Ende E des Hebels, in welcher der Riemen läuft, nach rechts geführt, und der Riemen, durch diese Gabel seitwärts mit fortgezogen, kommt auf eine zweite Stelle zu liegen, welche dicht neben derjenigen ist, auf der er sich ursprünglich befand. Diese zweite Rolle, gewöhnlich **todte oder lose Rolle** genannt, ist auf der Welle, an welcher sie sitzt, nicht festgemacht, sondern kann sich im Gegentheil frei um diese Welle drehen; der Riemen bewegt sie daher allein, ohne dass die Welle an ihrer Bewegung theilnimmt, und der Schleifstein bleibt stehen. Will man ihn wieder in Bewegung setzen, so rückt man das Ende des Hebels nach rechts; dadurch bekommt der Riemen wieder seine vorige Lage und dreht den Schleifstein mit herum.

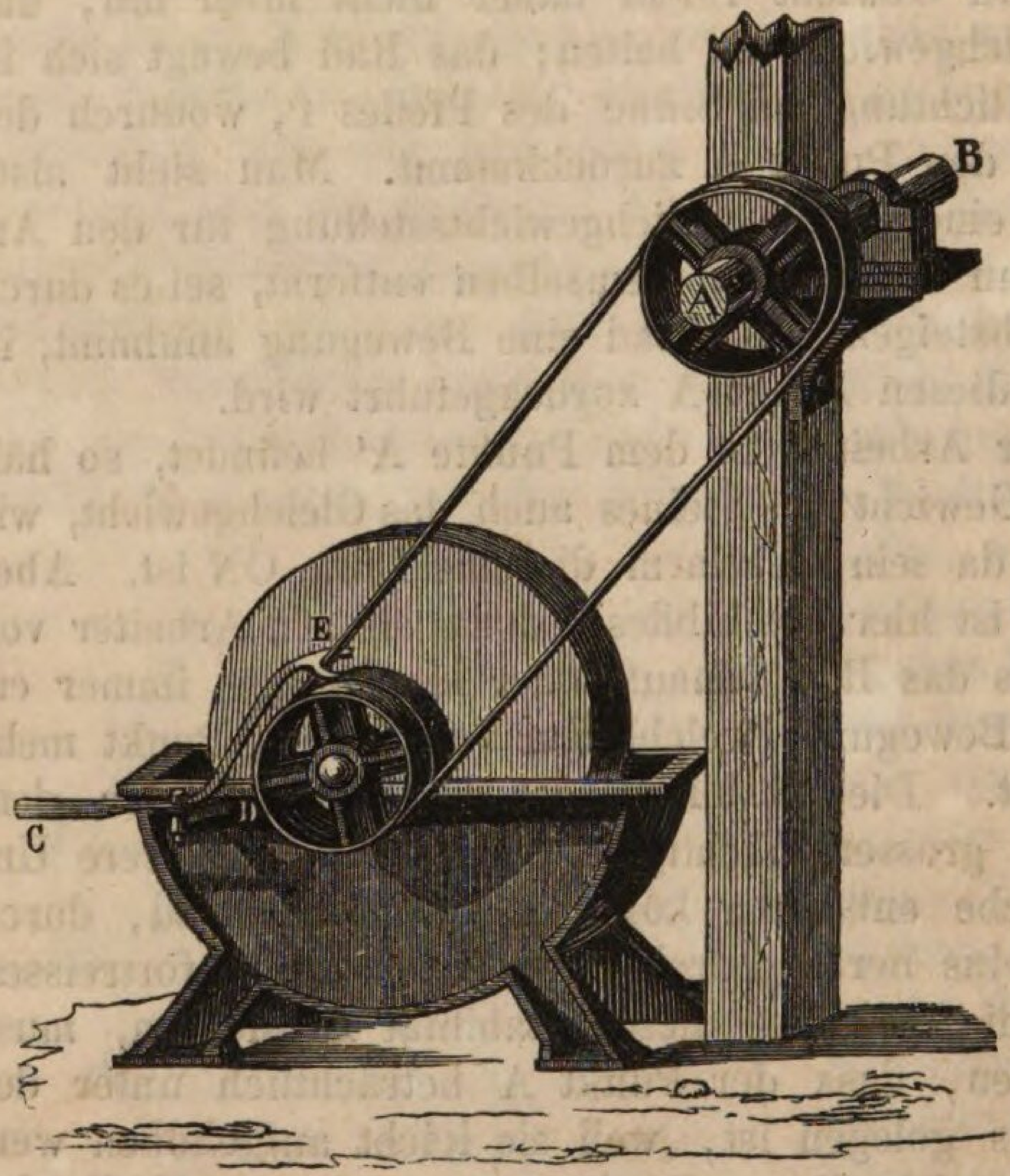


Fig. 85.

Um uns über die Art und Weise, wie die Kräfte durch Vermittlung des Riemens ohne Ende wirken, Rechenschaft zu geben, denken wir uns, dass man ein Gewicht P (Fig. 86), das an einem

um die Welle A geschlungenen Seil befestigt ist, emporheben wolle. Zu diesem Zwecke wirkt man auf die Kurbel B, wodurch die Rolle C herumgedreht wird, deren Bewegung sich der Welle A mittelst des Riemens MN mittheilt. Der Riemen muss seiner ganzen Länge nach gespannt sein, damit dem Gleiten seiner innern Seite auf den Oberflächen der Rollen in Folge der Reibung ein Widerstand entgegengesetzt wird, der gross genug ist, um dieses Gleiten zu verhindern. Aber die Spannung des Riemens ist nicht überall dieselbe. Damit das Gewicht P emporgehoben wird, ist es nöthig, dass das Riemenstück M stärker gespannt ist, als das Riemenstück N. Der Ueberschuss jener ersten Spannung über die zweite, ist eine Kraft, welche tangentiell an der Rolle D wirkt, und dem Gewichte P das Gleichgewicht hält. Andrerseits ist dieser nämliche Ueberschuss ein Widerstand, welcher tangentiell an der Rolle C angreift, und welcher durch die an der Kurbel wirkende Kraft F überwunden werden muss. Zugleich ist klar, dass es, um das Gewicht P zu heben, möglich sein muss, die Spannung des ganzen Riemens so gross zu machen, dass der Widerstand, welcher sich seinem Gleiten auf den Rollen entgegensetzt, stark genug ist, um nicht von dem Ueberschuss der Spannung des Riementheils M über die des Riemtheils N überwunden zu werden, weil sonst die Rollen nicht mehr in Bewegung gesetzt würden. — Wenn nun der Arm der Kurbel B zum Beispiel doppelt so gross, als der Halbmesser der Rolle C ist, so muss die Differenz der Spannungen der Riemenstücke M und N das doppelte der Kraft F sein. Diese Differenz, indem sie an der Rolle D angreift, bringt offenbar dieselbe Wirkung hervor, als eine der F gleiche Kraft, die an einer Kurbel B′ angreift, deren Arm doppelt so gross als der Halbmesser der Rolle D ist. Es ist also ganz gleichgültig: ob die Kraft F an der Kurbel B angreift, um die Welle A mit Hülfe des Riemens zu drehen, oder ob sie an der Kurbel B′ wirkt, um direkt die Welle A in Drehung zu versetzen; sie wird immer im Stande sein, das nämliche Gewicht P emporzuheben.

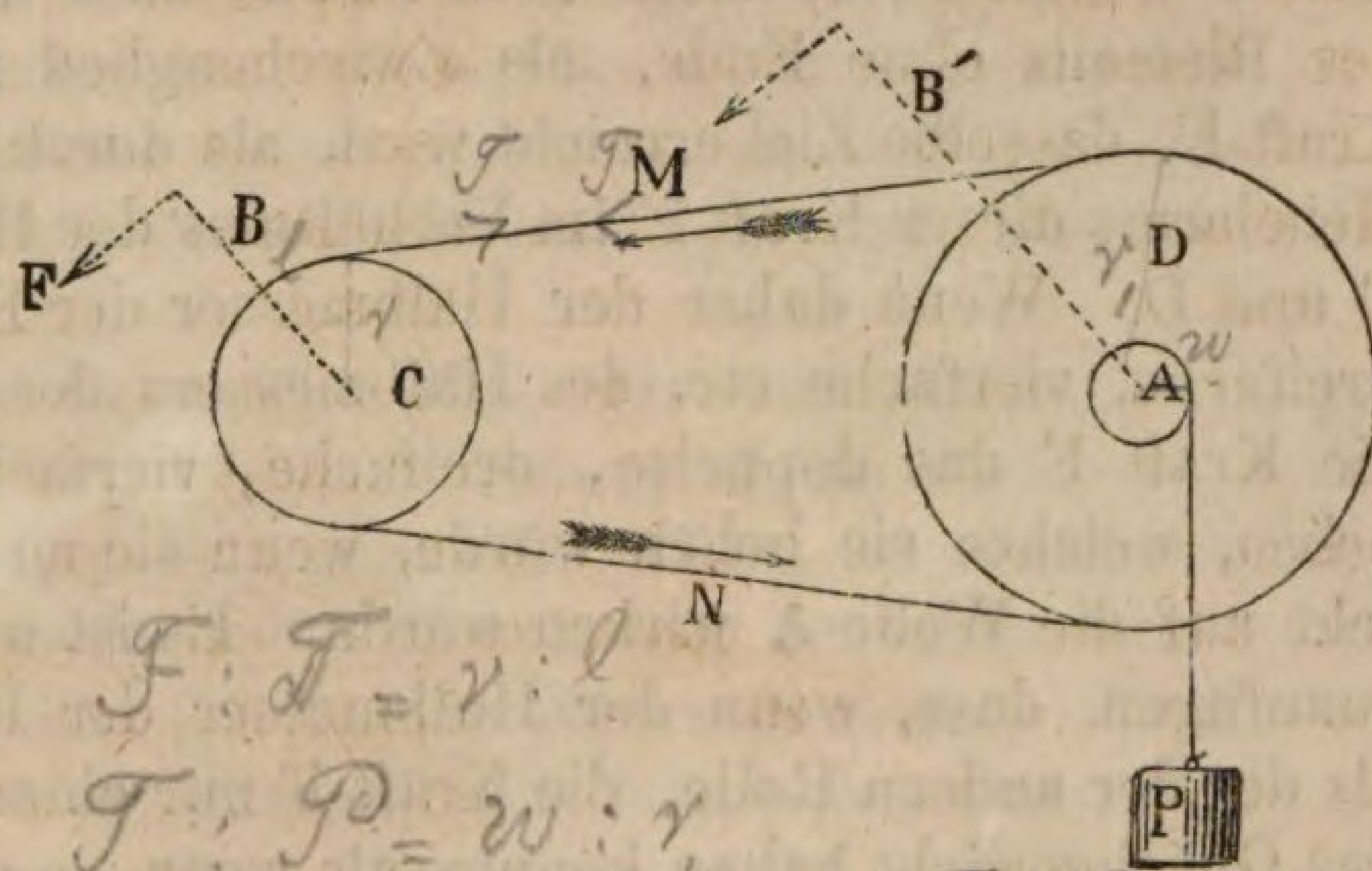


Fig. 86.

Beachtet man nun, dass die Länge der Arme der Kurbeln B und B' in demselben Verhältniss stehen, wie die Halbmesser der Rollen C und D, so sieht man leicht, dass durch die Anwendung des Riemens ohne Ende, als Zwischenglied für die Wirkung der Kraft F, dasselbe Ziel erreicht wird, als durch eine Vermehrung des Hebelarms dieser Kraft F im Verhältniss der Halbmesser der Rollen C und D. Wenn daher der Halbmesser der Rolle D das doppelte, dreifache, vierfache etc. des Halbmessers der Rolle C ist, so kann die Kraft F das doppelte, dreifache, vierfache etc. des Gewichts heben, welches sie heben würde, wenn sie an derselben Kurbel direkt auf die Welle A wirken würde. Es ist wohl nicht nöthig, hinzuzufügen, dass, wenn der Halbmesser der Rolle D kleiner wäre, als der der andern Rolle, die Kraft F nur einem geringeren Gewicht das Gleichgewicht halten könnte, als wenn sie mittelst der nämlichen Kurbel direkt auf die Welle wirken würde.

§. 64. **Zahnräder oder Verzahnungen.** — Die Zahnräder sind, wie der Riemen ohne Ende, dazu bestimmt, die Bewegung von einer Welle auf eine andere zu übertragen; man wendet sie in dem Falle an, wo die beiden Wellen, welche parallel sind, eine hinreichend kleine Entfernung haben, und auch dann, wenn beide Wellen nicht mehr parallel sind.

Um die Bewegung einer Welle einer andern, ihr parallelen und nahe an ihr gelegenen mitzutheilen, könnte man sich damit begnügen, an diese beiden Wellen zwei Rollen anzubringen, deren Oberflächen sich berühren (Fig. 87). Wenn diese beiden Rollen stark genug aneinander gedrückt wären, so würde dadurch zwischen ihren Oberflächen eine Adhäsion hervorgebracht werden, in Folge deren die eine der beiden Rollen sich nicht drehen könnte, ohne die andere mitzunehmen. Die beiden Bewegungen würden im entgegengesetzten Sinn stattfinden, wie es die Pfeile der Figur 87 andeuten. Aber wenn die Welle, auf welche die Bewegung übertragen werden soll, einen etwas grossen Widersand zu überwinden hätte, so würde die Adhäsion nicht ausreichend sein, um sie herumzudrehen, und es würde sich nur eine der beiden Rollen drehen, indem sie auf der andern gleiten würde.

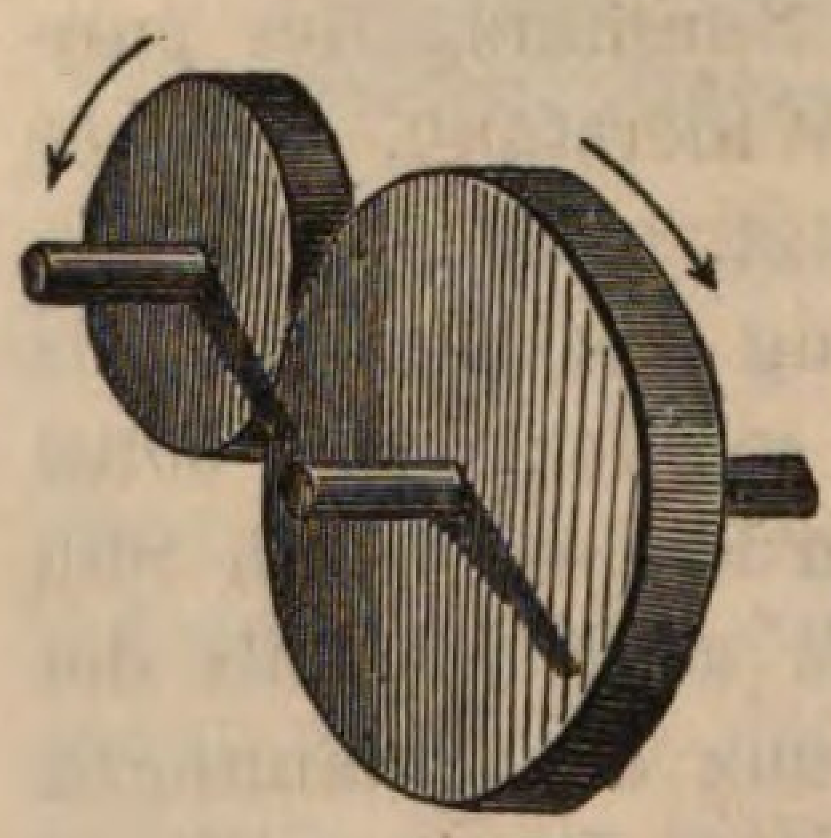


Fig. 87.

Denken wir uns nun, dass, um der Adhäsion nachzuhelfen und zu bewirken, dass sich keine der beiden Rollen drehen kann, ohne die andere mitzunehmen, auf dem Umfang der beiden Rollen

Erhöhungen und Vertiefungen angebracht werden, die ineinander eingreifen, so erhält man anstatt der Rollen die sogenannten Zahnräder oder Verzahnungen. Die Bewegung überträgt sich dabei genau auf dieselbe Art, wie vorhin, aber es kann sich nun das eine der beiden Räder nicht umdrehen, ohne das andere mitzunehmen, vorausgesetzt, dass die Erhöhungen oder Zähne nicht abbrechen.

Die Zähne eines Zahnrades sind alle von gleicher Gestalt, und regelmässig über den ganzen Umfang dieses Rades vertheilt. Wenn zwei Räder ineinander eingreifen sollen, so muss ein Zahn sammt dem Zwischenraum, der ihn von dem benachbarten trennt, auf dem Umfange jedes der beiden Räder denselben Raum einnehmen, so dass also die Anzahl der Zähne des einen Rads zu der des andern in demselben Verhältniss steht, wie die Längen der Peripherien, also auch wie die Halbmesser der beiden Räder. Ein Rad, das im Verhältniss zu dem, in welches es eingreift, sehr klein ist, erhält gewöhnlich den Namen Trieb.

In Bezug auf die Wirkung der Kräfte verhalten sich die Zahnräder ganz so, wie die Riemenrollen. Setzen wir voraus, die Kraft F (Fig. 88) sei an der Kurbel B angebracht, um die Welle A durch Vermittlung der Zahnräder C und D umzudrehen und dadurch P zu heben. Die Zähne des Rades C üben auf die des Rades D einen Druck t aus, welcher dem Gewichte P das Gleichgewicht

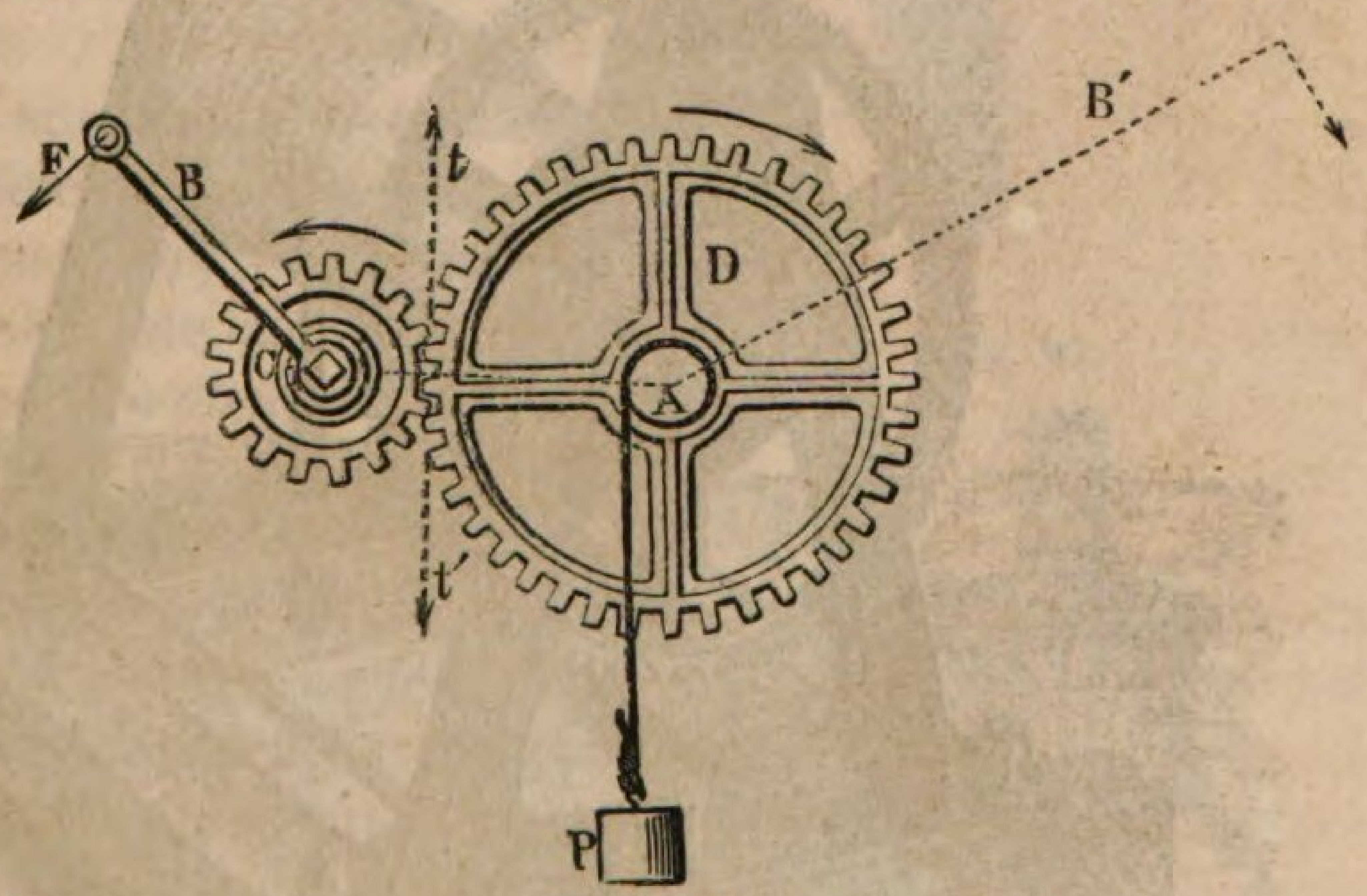


Fig. 88.

hält; dieser Druck hat aber einen gleich grossen Gegendruck t' zur Folge, welcher von den Zähnen des Rades D auf die des Rades C ausgeübt wird, und durch die Kraft F überwunden werden muss. Wenn der Halbmesser des Rades C dreimal so klein als der Arm der Kurbel B ist, so ist der Druck t' das dreifache der Kraft F; es wird also auch die Kraft t dreimal so gross als die Kraft F und kann, um das Gewicht P zu überwinden, durch eine Kraft ersetzt werden, die gleich F ist, aber auf eine Kurbel B wirkt, deren

Arm dreimal so lang als der Halbmesser des Rades D ist. Die Kraft F, welche auf die Kurbel B wirkt und das Gewicht P durch Vermittlung der Zahnräder hebt, muss folglich dieselbe Grösse haben, als wenn sie an der Kurbel B′ angebracht wäre, welche direkt an der Welle A befestigt ist. Bemerken wir ausserdem noch, dass das Verhältniss der Längen der Kurbeln B und B′ dasselbe ist, wie das Verhältniss der Halbmesser der Räder C und D, und folglich auch dasselbe, wie das Verhältniss der Zähnezahlen dieser Räder, so folgt daraus leicht, dass, wenn das Rad D zwei,- drei,- viermal so viel Zähne hat als das Rad C, die Kraft F eine zwei,- drei,- viermal so grosses Gewicht heben kann, als dasjenige ist, welches sie in die Höhe heben würde, wenn die Kurbel, an der sie wirkt direkt an der Welle A befestigt wäre. Die Fig. 89 zeigt die Ein-

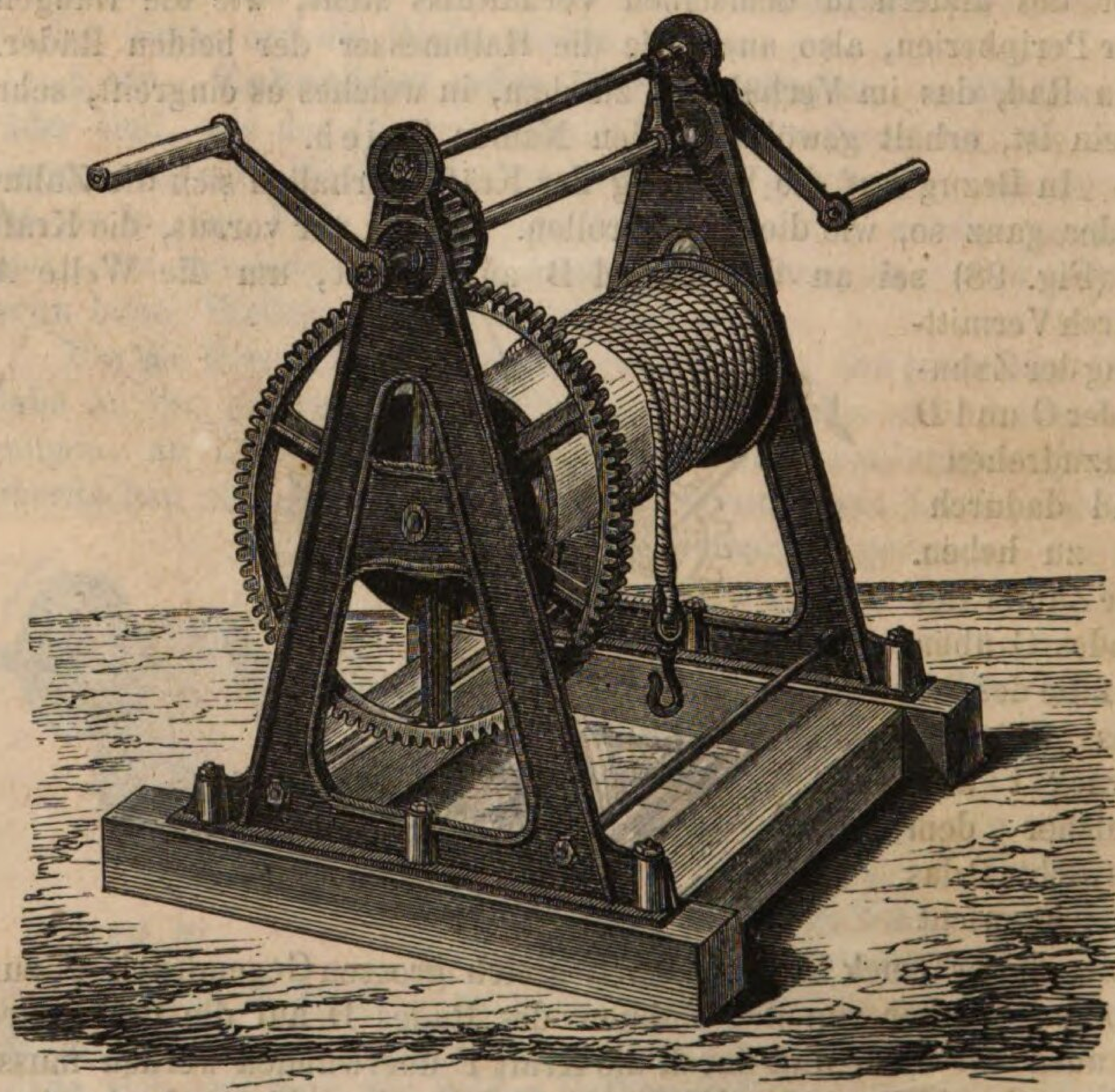


Fig. 89.

richtung, welche man gewöhnlich den Winden mit Verzahnungen gibt, deren Theorie wir so eben auseinander gesetzt haben. In dieser Form heissen sie Aufzugsmaschinen, auch Vorlaghaspel, und man bedient sich ihrer in sehr vielen Fällen; wir

werden bald Gelegenheit erhalten, einige Beispiele ihrer Anwendung kennen zu lernen. Anstatt einer einzigen Kurbel sieht man deren zwei an den Enden einer und derselben Welle angebracht, damit, wo nöthig, zwei Männer zum Drehen an der Maschine verwendet werden können.

Die Uebertragung einer Rotationsbewegung von einer Welle auf eine andere, welche einen Winkel mit der ersteren bildet, geschieht in ganz ähnlicher Weise mit Hülfe von Zahnrädern, welche konische Räder oder Kegelräder genannt werden. Fig. 90 stellt zwei Räder dieser Art vor, welche dazu dienen, zwei Wellen miteinander zu verbinden, welche einen rechten Winkel unter sich bilden. Man sieht, dass ihre Kränze in Form einer Kegelfläche abgeschrägt sind, woher die obige Benennung kommt. In Bezug auf die Uebertragung der Kräfte bemerkt man leicht, dass alles das, was von den in Fig. 88 dargestellten Zahnrädern gesagt wurde, auf die konischen Räder angewandt werden kann, ohne ein Wort daran zu ändern.

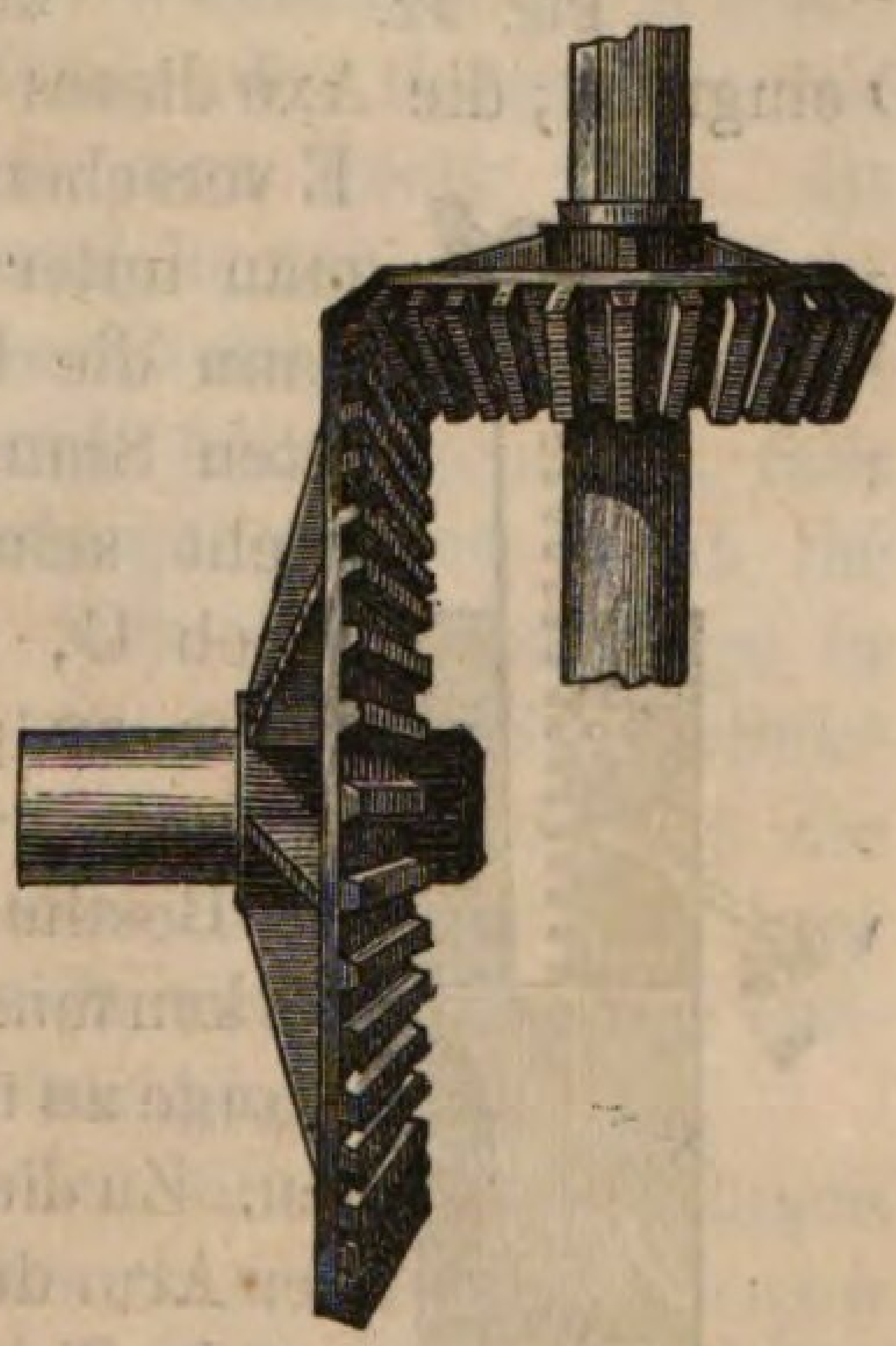


Fig. 90.

Fig. 91 zeigt eine Verzahnung anderer Art, welche gleichfalls dazu dient, die Rotationsbewegung einer Welle auf eine andere, zu ihr senkrechte, zu übertragen. Wegen seiner eigenthümlichen Form hat das kleine der beiden Räder den Namen L a t e r n e erhalten.

Es kommt häufig vor, dass ein gezahntes Rad in eine Stange, die mit Zähnen versehen ist, eingreift (Fig. 92), so dass, wenn das Rad gedreht wird, die Stange sich im Sinne ihrer Länge fortbewegt. Eine solche Stange nennt man Z a h n s t a n g e. Der Widerstand, welcher an der Zahnstange angebracht ist, überträgt sich vollständig und ohne Veränderung auf die Zähne des Rades; dieser Widerstand muss also zur Kraft, welche an einer Kurbel angreift, um das Rad zu drehen, im umgekehrten Verhältniss des Halbmessers des Rades zum Arm der Kurbel stehen.

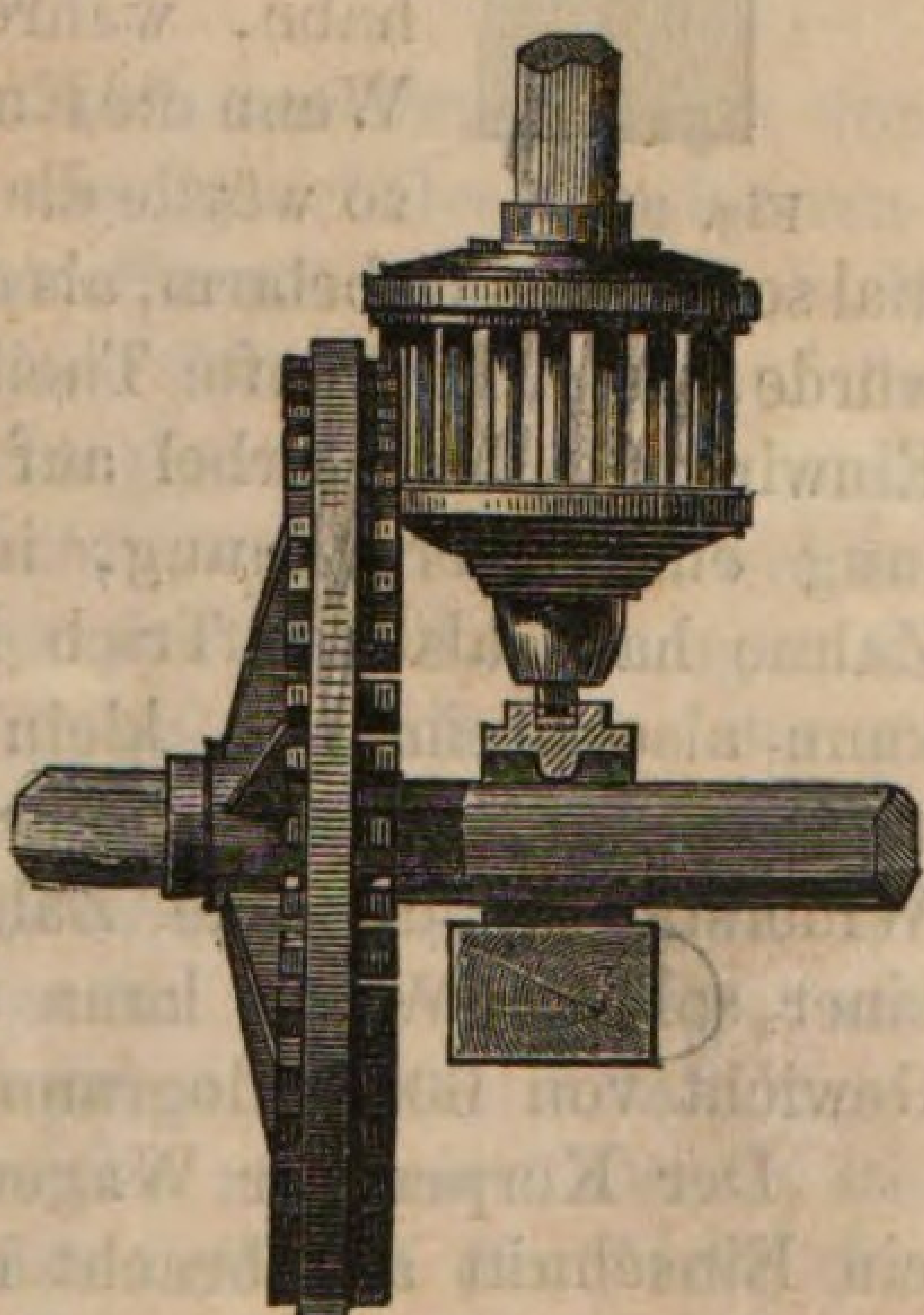


Fig. 91.

§. 65. **Die Wagenwinde.** — Als Beispiel für die Anwendung der Zahnräder, wo durch ihre Vermittlung eine bedeutende Kraft ausgeübt werden soll, nehmen wir die W a g e n w i n d e (Fig. 93), welche dazu dient, sehr schwere Körper um eine geringe Grösse zu heben.

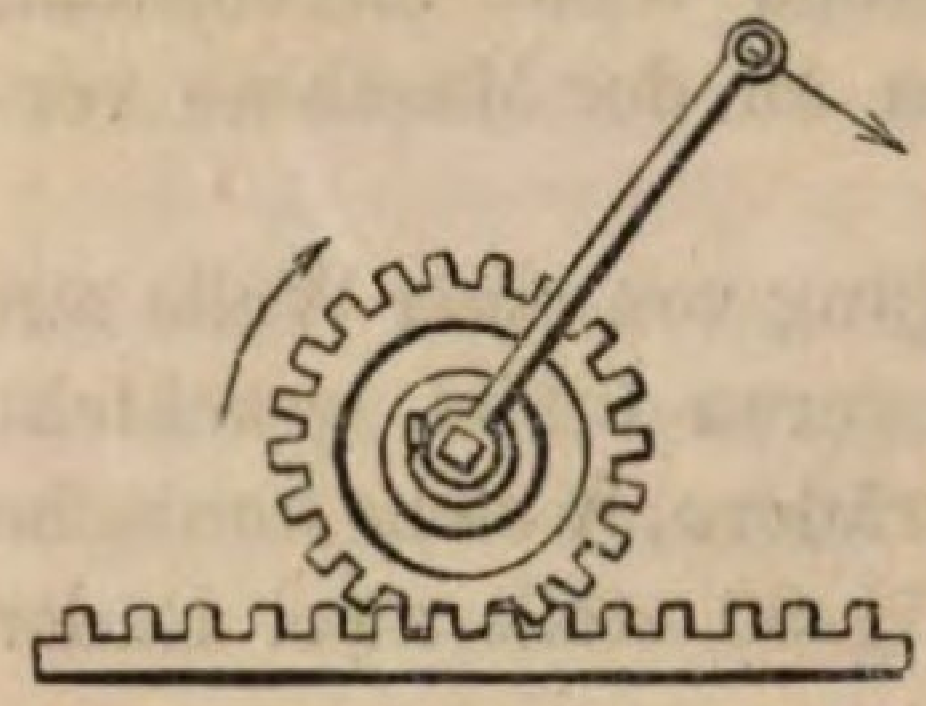


Fig. 92.

Ein Trieb C greift in eine Zahnstange A. Auf der Axe dieses Triebs ist ein Zahnrad B befestigt, welches sich mit diesem zugleich herumdreht, und in welches ein zweites Trieb D eingreift; die Axe dieses zweiten Triebs endlich ist mit einer Kurbel E versehen. Das obere Ende der Zahnstange bringt man unter den zu hebenden Körper, und dreht alsdann die Kurbel in dem durch den Pfeil angedeuteten Sinn. Das Trieb D folgt der Kurbel, und dreht seinerseits das Rad B, und somit auch das Trieb C, welches die Zahnstange nöthigt, in die Höhe zu gehen und die gewünschte Wirkung auszuüben.

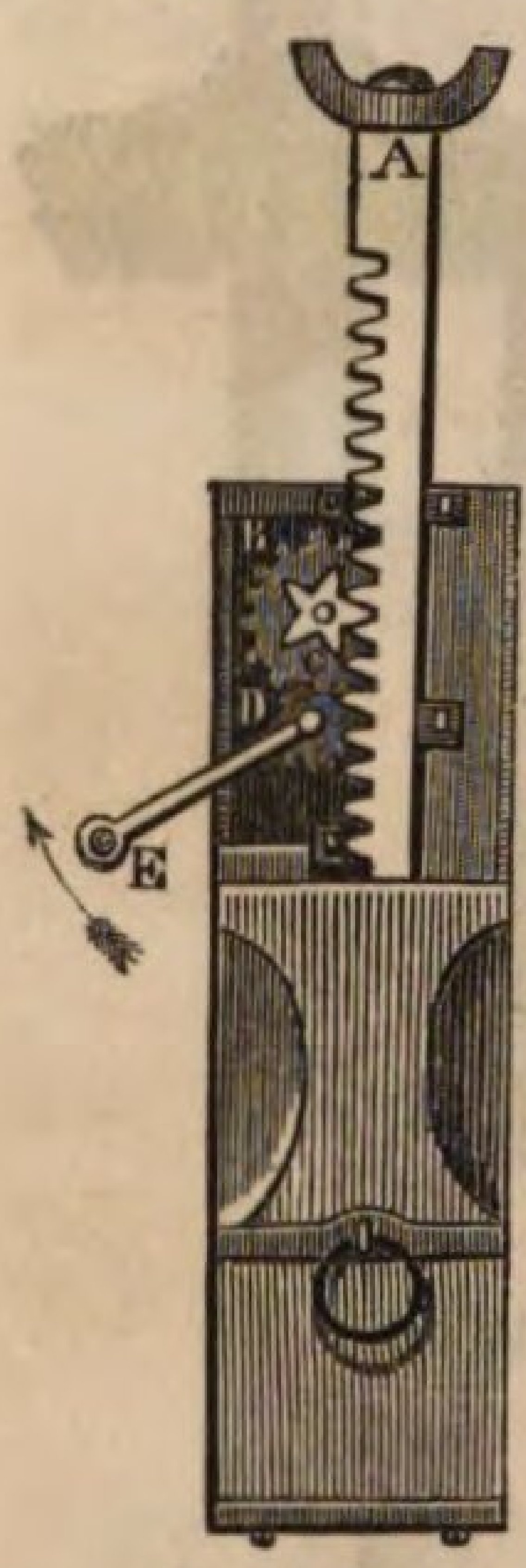


Fig. 93.

Bestimmen wir nun die Kraft, die an der Kurbel wirken muss, um dem Widerstande, welchen die Zahnstange zu überwinden hat, das Gleichgewicht zu halten. Zu diesem Zwecke wollen wir voraussetzen, dass der Arm der Kurbel fünfmal so gross, als der Halbmesser des Triebs C sei, und dass das Trieb D sechs Zähne habe, während das Rad B deren achtzehn trägt. Wenn die Kurbel direkt auf das Trieb C wirken würde, so würde die an ihr wirkende Kraft, da sie einen fünfmal so grossen Hebelarm, als der Widerstand an der Zahnstange haben würde, nur der fünfte Theil dieses Widerstandes sein. Aber die Einwirkung der Kurbel auf das Trieb C geschieht durch Vermittlung einer Verzahnung, in welcher das Rad B dreimal so viel Zähne hat, als das Trieb D; die an der Kurbel wirkende Kraft kann also dreimal so klein sein, als sie ohne jene Verzahnung sein würde; sie ist also im Ganzen nur der fünfzehnte Theil des Widerstands, den die Zahnstange zu überwinden hat. Mittelst einer solchen Winde kann also eine Kraft von 40 Kilogramm ein Gewicht von 600 Kilogramm heben.

Der Körper der Wagenwinde ist ein Stück Holz, in welchem ein Einschnitt angebracht ist, der dazu bestimmt ist, die Zahnräder aufzunehmen. Diese Räder sind mit einer eisernen Platte bedeckt, durch welche die Axe der Kurbel hindurchgeht, und welche

man in Fig. 93 als abgehoben vorausgesetzt hat, um den innern Mechanismus sichtbar zu machen. An der äussern Fläche dieser Platte ist ein Gesperre (Fig. 94) angebracht, welches gestattet, mit der Einwirkung der Kraft, welche an der Kurbel dreht, inne zu halten, ohne dass die Zahnstange dem Einfluss des Gewichtes, welches sie trägt, nachgibt und in das Innere der Winde zurückkehrt, indem sie die Räder im entgegengesetzten Sinn dreht. Die Sperrklinke m, welche um den Punkt o drehbar ist, greift zwischen die Zähne des Sperrades n, welches an der Kurbelaxe festsitzt. In Folge der Form der Zähne des Sperrads und der Lage der Sperrklinke kann sich, wie man leicht sieht, die Kurbel nur in dem durch den Pfeil bezeichneten Sinn drehen. Während dieser Bewegung wird die Sperrklinke nach und nach über die verschiedenen Zähne des Sperrads hinweggehoben, fällt aber jedesmal, nachdem ein Zahn vorübergegangen ist, durch ihr Gewicht von selbst wieder herab. Wenn man die Zahnstange in die Winde zurückschieben will, so darf man nur die Sperrklinke aufheben und sie, indem man sie um den Punkt o dreht, in die Lage m' bringen; alsdann berührt sie die Zähne nur mit ihrer convexen Seite und die Kurbel befindet sich unter denselben Umständen, als wenn das Gesperre nicht vorhanden wäre.

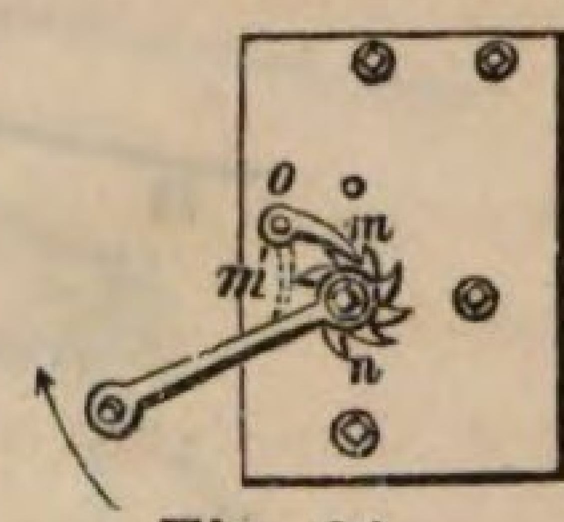


Fig. 94.

§. 66. **Der Hebebock.** — Um die bei einem Baue nöthigen Materialien in die Höhe zu schaffen, wendet man den Hebebock an, der eine Verbindung des Haspels, der Rolle und manchmal auch der Zahnräder ist.

Der einfachste Hebebock (Fig. 95) besteht aus zwei Stützen von Holz, die durch eine gewisse Anzahl von Querhölzern miteinander verbunden sind und dazu dienen, einen Haspel T und eine Rolle P zu tragen. Er ist mit den untern Enden seiner Stützen einfach auf die Erde oder auf einen Fussboden von Dielen gesetzt, der in gewisser Höhe angebracht ist. Um ihn in der geeigneten Lage zu erhalten, welche er haben muss, wenn er in Thätigkeit gesetzt werden soll, befestigt man sein Ende C mittelst eines Seiles CD, welches an einem Baume oder an einem Haus festgemacht ist. Der Körper, welcher in die Höhe gezogen werden soll, hängt an einem andern Seil, welches über den Hals der Rolle geht und sich auf dem Wellbaum des Haspels endigt, auf dessen Oberfläche es befestigt ist. Der Haspel wird mittelst Hebeln gedreht, die in Löcher gesteckt werden, welche zu diesem Zweck angebracht sind; dadurch wickelt sich das Seil auf die Welle des Haspels auf, und der Körper steigt in die Höhe. Die Spannung des über die Rolle gehenden Seils ist offenbar gleich dem Gewicht

des an ihm hängenden Körpers. Es ist also die zum Heben des Körpers erforderliche Kraft genau dieselbe, als wenn die Rolle nicht vorhanden und der Körper direkt an dem Haspel aufgehängt wäre.

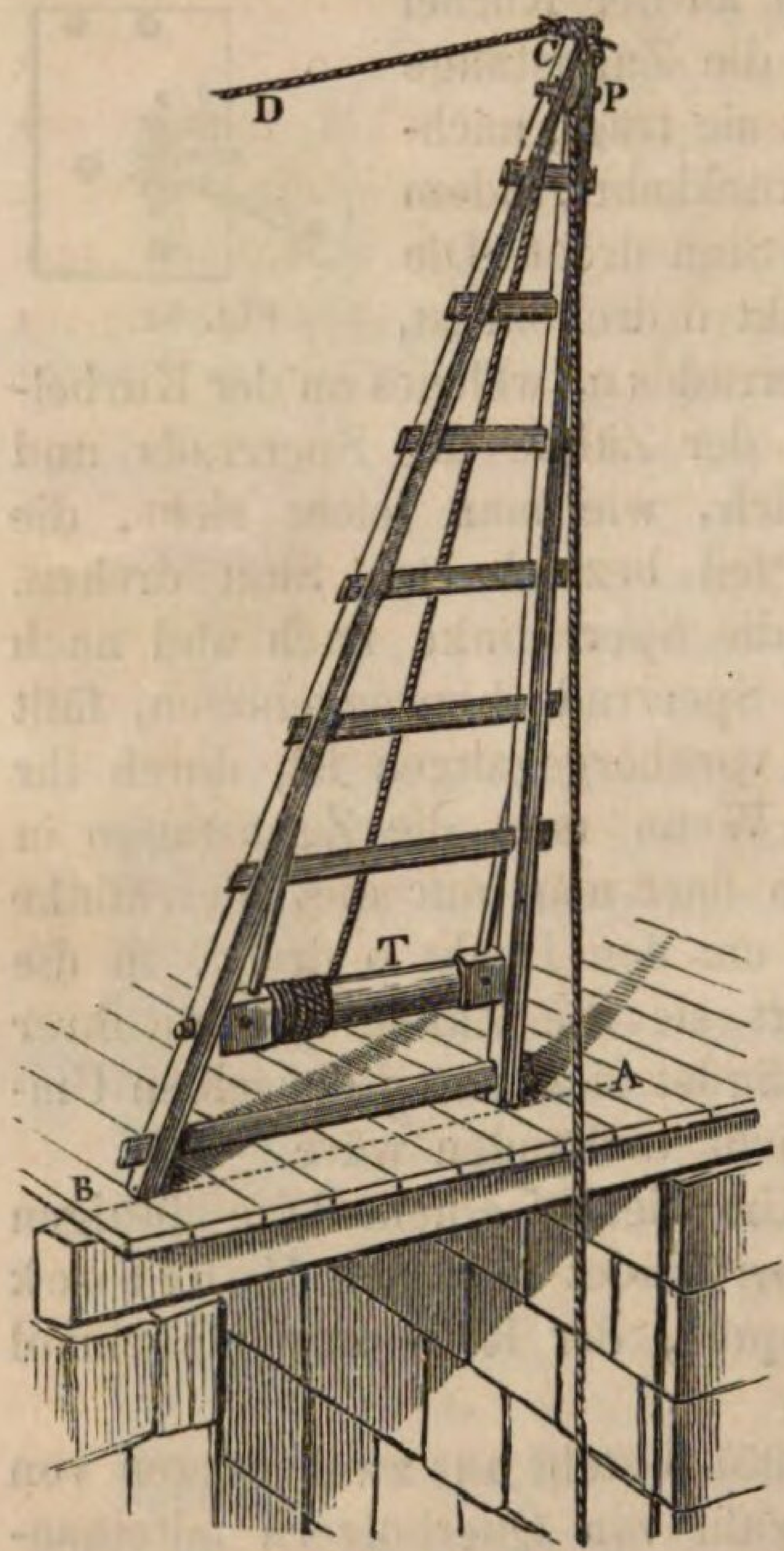


Fig. 95.

Die Spannung des Seiles, welches den Hebebock in seiner geneigten Lage erhält, kann durch folgende Betrachtungen gefunden werden. Wenn dieses Seil durchschnitten würde, so würde der Bock fallen, indem er sich um die Linie AB drehen würde. Die Ursache dieser Bewegung, das Gewicht des zu hebenden Körpers, wird durch die Spannung des Seils CD im Gleichgewicht gehalten; diese beiden Kräfte können daher betrachtet werden, als wenn sie auf einen Hebel wirkten, dessen Arme die Entfernungen ihrer Richtungen von der Linie AB sind; sie müssen also in umgekehrtem Verhältniss dieser Entfernungen stehen. Man sieht daraus, dass die Spannung des Seiles CD um so geringer wird, je mehr sich der Hebebock der vertikalen Lage nähert.

Wenn man sehr schwere Körper auf eine grosse Höhe zu heben hat, so wendet man mit Vortheil den in Fig. 96 dargestellten Hebebock an. Er besteht aus einem transportabeln Vorlaghaspel, ähnlich demjenigen, der in Fig. 89 dargestellt ist, und aus einem vertikal stehenden Mastbaum, dessen oberster Theil die Gestalt eines Kreuzes hat. Dieser Mastbaum ruht mit einem eisernen Zapfen in einer Pfanne, welche an dem Rahmen von Balken angebracht ist, auf welchem auch der Vorlaghaspel befestigt wird; er wird in seiner vertikalen Lage durch vier starke Taue festgehalten, welche an fixen Punkten in der Nachbarschaft befestigt sind. An dem einen Arm des Kreuzes ist ein Seil festgemacht, welches von da abwärts geht, um sich um den Hals einer losen Rolle zu legen, an deren Scheere der aufzuziehende Körper hängt; von dieser steigt es wieder in die Höhe, geht alsdann über drei feste Rollen, und hierauf wieder nach

abwärts, um sich um die Welle des Vorlaghaspels zu schlingen. Wenn der Haspel mittelst der an ihm angebrachten Kurbeln gedreht wird, so wird das Tau aufgewickelt und der Körper steigt in die Höhe. An der Axe der Kurbeln ist ein Gesperre angebracht, um zu verhindern, dass der Körper wieder herabfällt, wenn man die Kurbeln loslässt.

Setzen wir, um uns an ein bestimmtes Beispiel zu halten, voraus, dass das zu hebende Gewicht 1200^k betrage, ferner dass das an dem Haspel angebrachte Zahnrad zehnmal so viel Zähne habe, als das Trieb, welches in dasselbe eingreift und endlich, dass der Arm der Kurbel dreimal so gross als der Halbmesser der Welle des Haspels sei. Da

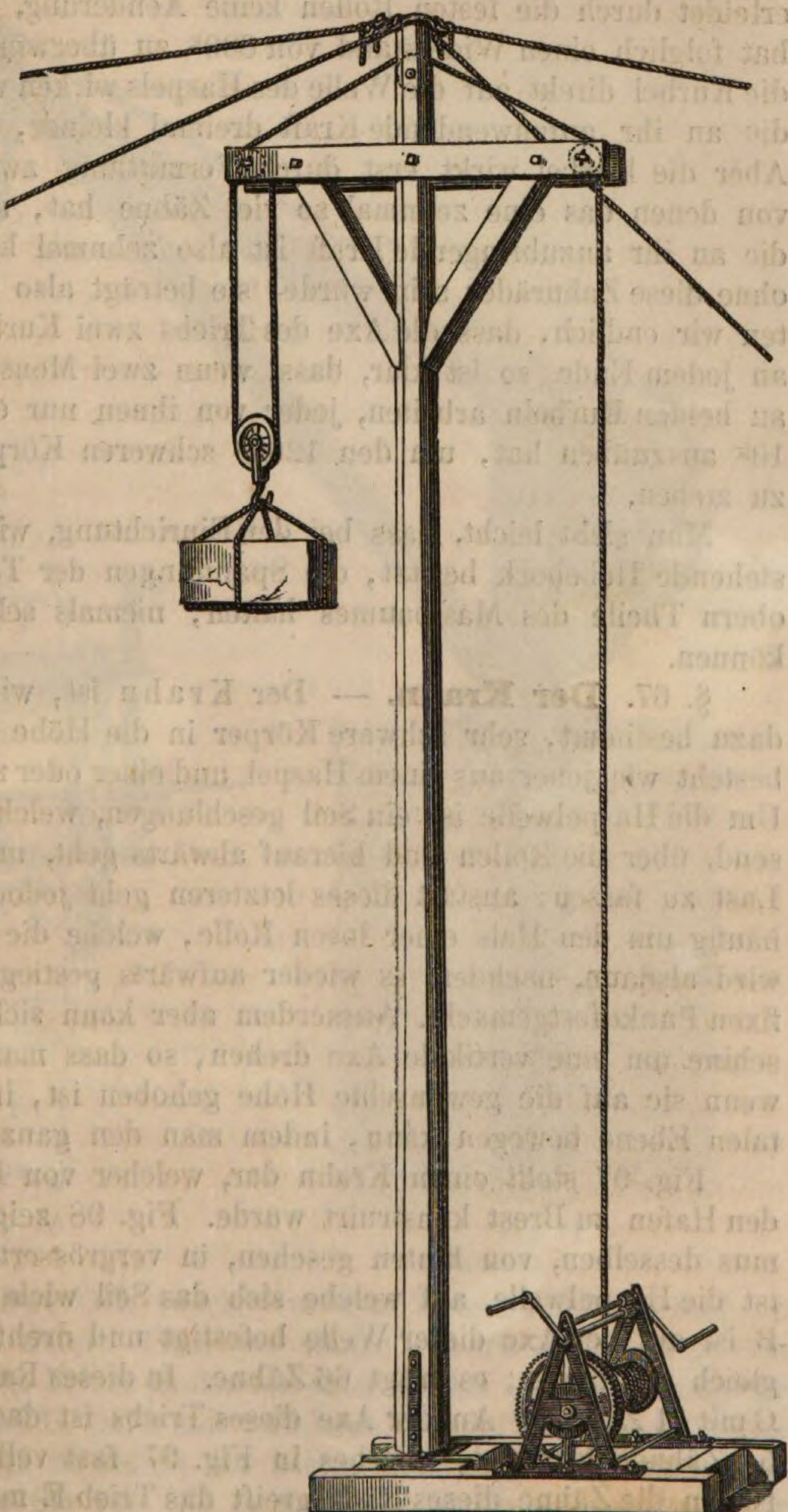


Fig. 96.

das Seil das Gewicht von 1200^k mittelst einer losen Rolle trägt, von

welcher sich die beiden Seiltheile in parallelen Richtungen entfernen, so muss es eine Spannung von 600^k haben. Diese Spannung erleidet durch die festen Rollen keine Aenderung, und der Haspel hat folglich einen Widerstand von 600^k zu überwinden. Wenn nun die Kurbel direkt auf die Welle des Haspels wirken würde, so würde die an ihr aufzuwendende Kraft dreimal kleiner, also 200^k sein. Aber die Kurbel wirkt erst durch Vermittlung zweier Zahnräder, von denen das eine zehnmal so viel Zähne hat, als das andere; die an ihr anzubringende Kraft ist also zehnmal kleiner, als sie es ohne diese Zahnräder sein würde: sie beträgt also nur 20^k. Beachten wir endlich, dass die Axe des Triebs zwei Kurbeln trägt, eine an jedem Ende, so ist klar, dass, wenn zwei Menschen zusammen an beiden Kurbeln arbeiten, jeder von ihnen nur einen Druck von 10^k auszuüben hat, um den 1200^k schweren Körper in die Höhe zu ziehen.

Man sieht leicht, dass bei der Einrichtung, wie sie der in Rede stehende Hebebock besitzt, die Spannungen der Taue, welche die obern Theile des Mastbaumes halten, niemals sehr gross werden können.

§. 67. **Der Krahn.** — Der Krahn ist, wie der Hebebock, dazu bestimmt, sehr schwere Körper in die Höhe zu ziehen, und besteht wie jener aus einem Haspel und einer oder mehreren Rollen. Um die Haspelwelle ist ein Seil geschlungen, welches, diese verlassend, über die Rollen und hierauf abwärts geht, um die zu hebende Last zu fassen; anstatt dieses letzteren geht jedoch das Seil auch häufig um den Hals einer losen Rolle, welche die Last trägt, und wird alsdann, nachdem es wieder aufwärts gestiegen ist, an einen fixen Punkt festgemacht. Ausserdem aber kann sich die ganze Maschine um eine vertikale Axe drehen, so dass man also die Last, wenn sie auf die gewünschte Höhe gehoben ist, in einer horizontalen Ebene bewegen kann, indem man den ganzen Krahn dreht.

Fig. 97 stellt einen Krahn dar, welcher von Herrn Cavé für den Hafen zu Brest konstruirt wurde. Fig. 98 zeigt den Mechanismus desselben, von hinten gesehen, in vergrössertem Maasstab. A ist die Haspelwelle, auf welche sich das Seil wickelt; das Zahnrad B ist auf der Axe dieser Welle befestigt und dreht sich folglich zugleich mit dieser; es trägt 66 Zähne. In dieses Rad greift ein Trieb C mit 11 Zähnen. An der Axe dieses Triebs ist das Zahnrad D mit 54 Zähnen befestigt, welches in Fig. 97 fast vollständig verdeckt ist. In die Zähne dieses Rads greift das Trieb E mit 9 Zähnen, und an der Axe dieses Triebs endlich sitzt ein Zahnrad F mit gleichfalls 54 Zähnen. Die Axen der Räder D und F liegen in der näm-

lichen Horizontalebene, so dass in Fig. 98 die des Rades D vollständig von der des Rades F verdeckt wird. Unter diesen beiden Rädern

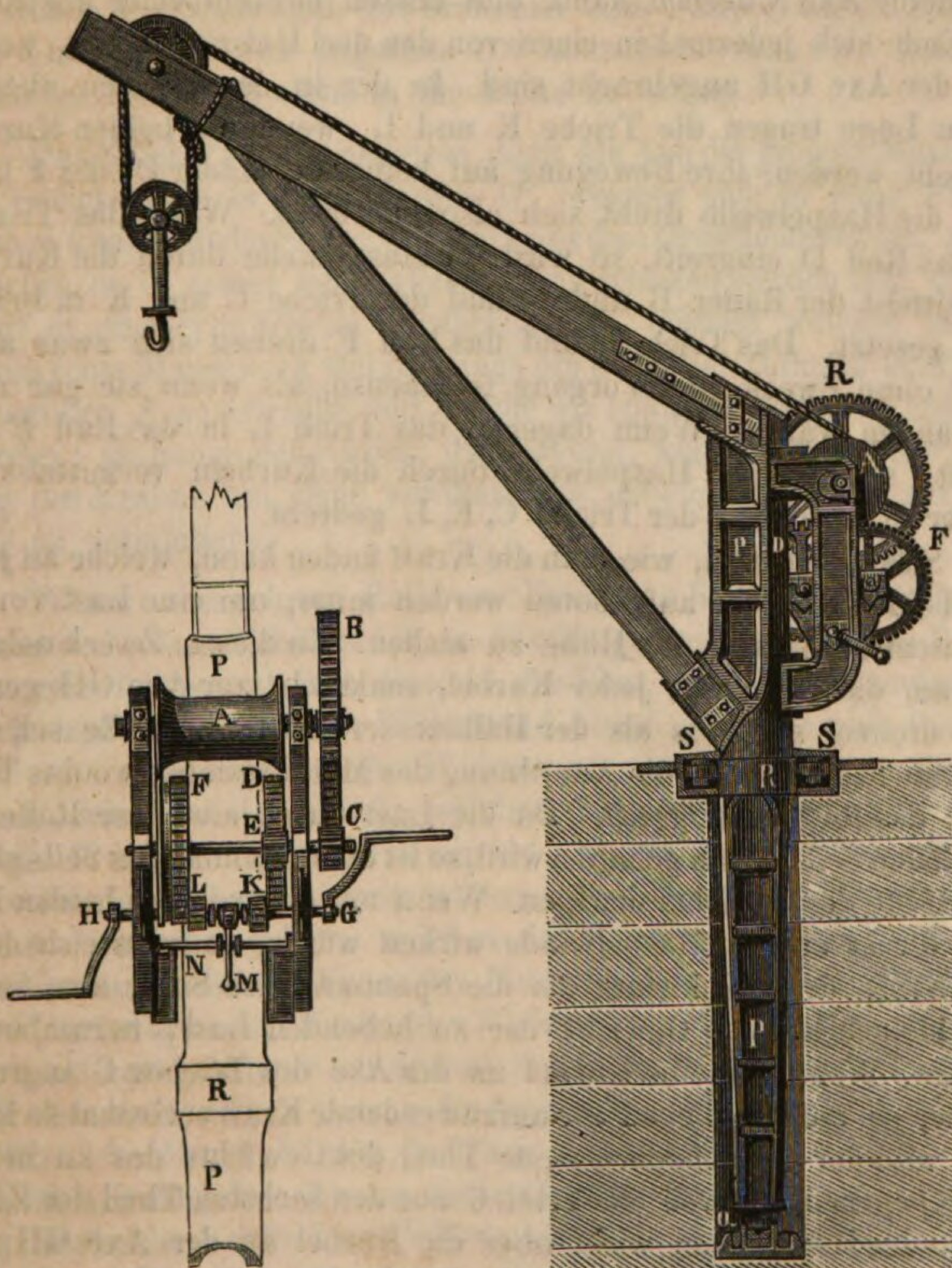


Fig. 98. Fig. 97.
(Maasstab 1 : 100.)

sieht man eine Axe GH, welche vor dem untern Theil des Rades D und hinter dem untern Theil des Rades F vorbeigeht. Diese Axe ist an jedem ihrer beiden Enden mit einer Kurbel versehen, und trägt zwei Triebe K und L, jedes mit 9 Zähnen, welche in der in der Figur dargestellten Lage in keines der beiden Räder D und F eingreifen. Wenn man aber die Axe GH in der Richtung ihrer eigenen Länge gegen die rechte Seite schiebt, so greift das Trieb K in das Rad D, schiebt man sie dagegen nach links, so greift das Trieb L in das

Rad F. In jeder von diesen drei Lagen ist sie durch einen Hebel M mit Gegengewicht, Falle genannt, festgehalten, welcher sich um die kleine Axe N drehen kann, und dessen hackenförmig gekrümmtes Ende sich jedesmal in einen von den drei Halsringen legt, welche auf der Axe GH angebracht sind. In der in den Figuren abgebildeten Lage tragen die Triebe K und L, wenn die beiden Kurbeln gedreht werden, ihre Bewegung auf keines der Räder D oder F über, und die Haspelwelle dreht sich also gar nicht. Wenn das Trieb K in das Rad D eingreift, so wird die Haspelwelle durch die Kurbeln vermittelst der Räder B und D und der Triebe C und K in Bewegung gesetzt. Das Trieb E und das Rad F drehen sich zwar auch, aber ohne Zweck; der Vorgang ist ebenso, als wenn sie gar nicht vorhanden wären. Wenn dagegen das Trieb L in das Rad F eingreift, so wird die Haspelwelle durch die Kurbeln vermittelst der Räder B, D, F und der Triebe C, E, L gedreht.

Sehen wir nun, wie man die Kraft finden kann, welche an jeder der beiden Kurbeln aufgeboten werden muss, um eine Last von bekanntem Gewicht in die Höhe zu ziehen. Zu diesem Zweck nehmen wir an, dass der Arm jeder Kurbel, senkrecht zur Axe GH gemessen, dreimal so gross als der Halbmesser der Haspelwelle sei, und untersuchen zunächst die Anordnung des Mechanismus, wo das Trieb K in das Rad D eingreift. Da die Last durch eine lose Rolle mit parallelen Seilstücken gehalten wird, so ist die Spannung des Seils gleich der Hälfte des Gewichts der Last. Wenn nur eine von den beiden Kurbeln direkt auf die Haspelwinde wirken würde, so müsste sie durch eine Kraft, dreimal kleiner als die Spannung des Seils, also sechsmal kleiner als das Gewicht der zu hebenden Last, herumbewegt werden. Wenn dieselbe Kurbel an der Axe des Triebes C angreifen würde, so müsste die an ihr aufzuwendende Kraft sechsmal so klein, d. h. also der sechsunddreissigste Theil des Gewichts des zu hebenden Körpers sein, weil das Trieb C nur den sechsten Theil der Zähne des Rades B hat. Nun wirkt aber die Kurbel an der Axe GH und dreht das Rad D erst mittelst des Triebs K; die an ihr aufzuwendende Kraft muss also aus denselben Gründen, wie oben, sechsmal kleiner, als die vorhergehende sein; sie beträgt also den zweihundertundsechszehnten Theil des Gewichts der Last. Da aber die Axe GH mit zwei Kurbeln versehen ist, so muss auf jede bloss eine Kraft wirken, die vierhundertzweiunddreissigmal kleiner als jenes Gewicht ist.

Man sieht leicht ein, dass bei der zweiten Anordnung, wo das Trieb L in das Rad F eingreift, die an jeder Kurbel aufzuwendende Kraft nur den sechsten Theil von derjenigen beträgt, welche bei der ersten Anordnung angewendet werden muss; sie ist also

2592mal so klein, als das Gewicht der Last. Man sieht daraus, dass mit einem solchen Krahn zwei Menschen eine enorme Last zu heben im Stande sind. Sie brauchen zum Beispiel auf die Kurbeln nur einen Druck von ungefähr 10^k auszuüben, um eine Lokomotive von 25000^k Gewicht in die Höhe zu heben.

Das Stück PP von Gusseisen dient als Axe der ganzen Maschine. Es endigt unten in einen Zapfen Q, welcher sich in einer Pfanne drehen kann; an der Stelle, wo es sich aus dem Grundmauerwerk, durch welches es in seiner vertikalen Stellung erhalten werden soll, erhebt, zeigt es eine cylindrische Verstärkung R, mittelst welcher es sich gegen jenes Mauerwerk stützt. Rings um diese Verstärkung sind Frictionsrollen S angebracht, auf welche wir später zu sprechen kommen werden; sie haben den Zweck, die Reibung, welche sich bei der Drehung des Krahns um seine vertikale Axe entwickelt, so viel als möglich zu vermindern.

Wenn an der losen Rolle am Ende des Krahns eine sehr bedeutende Last aufgehängt ist, so hat die ganze Maschine das Bestreben umzufallen und thut diess in der That, wenn das Grundmauerwerk nicht hinlänglichen Widerstand bietet. Um uns eine Vorstellung von der Grösse dieses Widerstandes zu machen, wollen wir sehen, wie man den Druck, welchen das Stück PP mittelst seines Theils R auf das Mauerwerk ausübt, finden kann, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wir wollen den gleichen und entgegengesetzten Druck bestimmen, welchen das Mauerwerk auf diesen Theil des Krahns ausübt. Wenn das Mauerwerk nicht hinreichend fest wäre, so würde der Krahn der Wirkung des Gewichts X (Fig. 99) der Last nachgeben; er würde umfallen und sich dabei um seinen untern Endpunkt Q drehen; der Druck Y aber, welchen er in R erfährt, verhindert ihn an dieser Bewegung; die beiden Kräfte X und Y befinden sich also unter denselben Umständen, als wenn sie an dem Winkelhebel a Q b wirkten. Folglich ist das Verhältniss des Drucks Y zu dem Gewicht X der Last dasselbe, wie das Verhältniss von Q a zu Q b. Wenn daher Q a zum Beispiel ein- und einhalbmal so gross als Q b ist, so ist der Druck Y ein- und einhalbmal so gross als das Gewicht der Last.

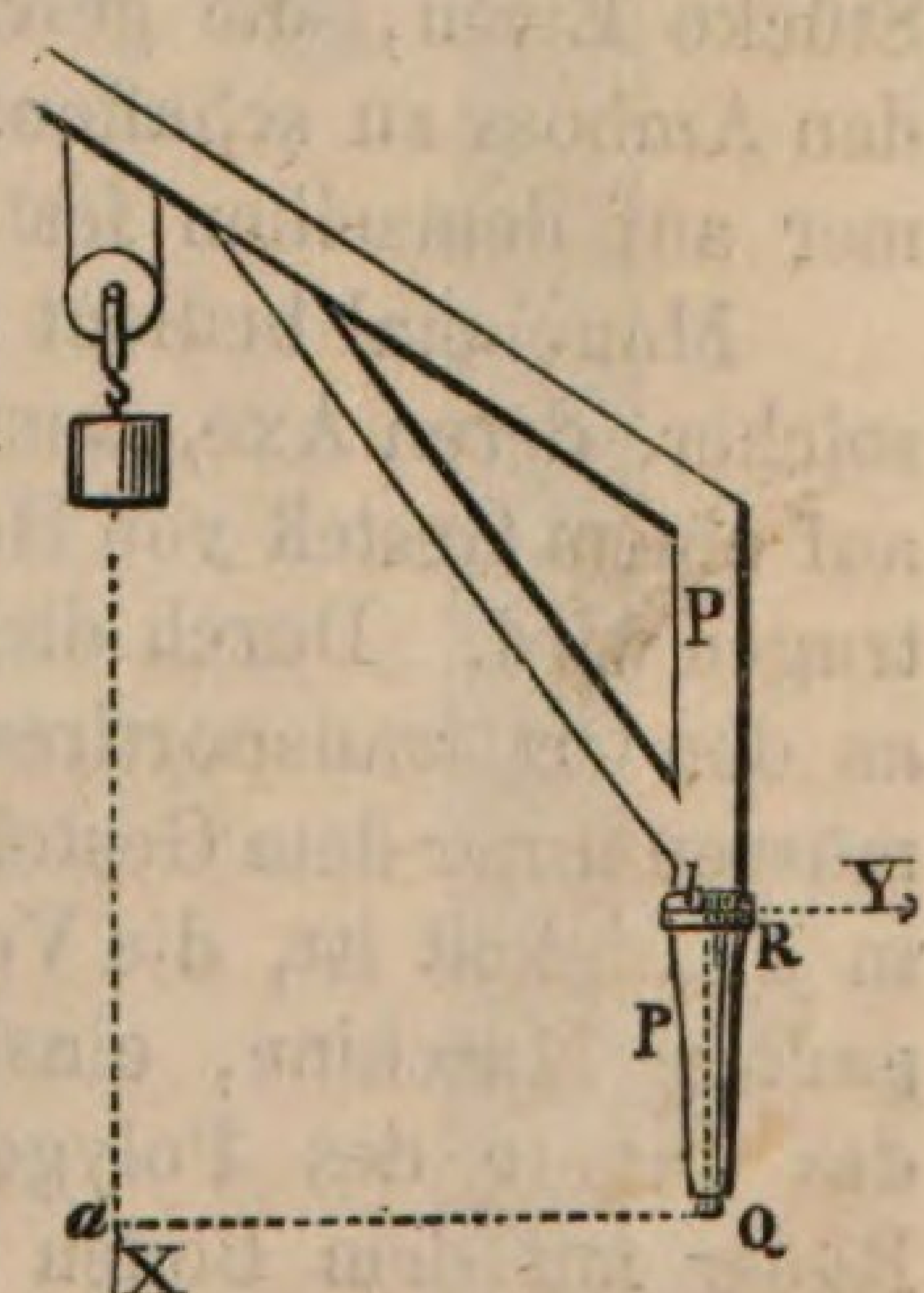


Fig. 99.

Die Krahne werden hauptsächlich zum Ausladen der Schiffe angewandt. Die Maschine wird zunächst in eine

Bayerische Staatsbibliothek München

solche Stellung gebracht, dass sich die bewegliche Rolle an ihrem Ende gerade über dem Schiffe befindet; nachdem man hierauf die Rolle niedergelassen hat, wodurch sich das auf der Haspelwelle aufgewundene Seil abwickeln musste, wird die Last, welche gehoben werden soll, an dem Hacken befestigt, in welchem sich die Scheere der Rolle endigt. Alsdann dreht man an den Kurbeln, wodurch sich das Seil von Neuem aufwickelt und die Last emporgehoben wird. Wenn diese hiedurch eine genügende Höhe erreicht hat, dreht man den Krahn um seine vertikale Axe, bis die an ihm hängende Last direkt über der Stelle steht, wo sie niedergelegt werden soll; endlich überlässt man die Haspelwelle der Bewegung, welche ihr die Spannung des Seils zu geben sucht; dadurch sinkt die Last herab, und nachdem sie auf dem Boden oder auf einem Wagen, welcher zu ihrem Weitertransport dient, hinreichende Unterstützung gefunden hat, lässt man sie von dem Hacken los, um dieselbe Operation mit einem andern Stück der Ladung zu wiederholen.

Eine häufige Anwendung finden die Krahne auch noch in Werkstätten, wo sehr schwere Körper bewegt werden sollen, namentlich in Maschinenfabriken und in Giessereien. Zu diesem Zweck sind dann gewöhnlich mehrere Krahne in der Werkstätte aufgestellt, welche nacheinander in Thätigkeit gesetzt werden, wenn ein schweres Stück zu transportiren ist. Ein erster Krahn ergreift das Stück und führt es in die Nachbarschaft eines zweiten, welcher es nun seinerseits erfässt, um es weiter zu transportiren u. s. f., bis es sich an dem Ort befindet, wohin es geschafft werden soll. In grossen Schmieden bedient man sich der Krahne, um schwere Stücke Eisen, die geschmiedet werden sollen, von der Esse auf den Amboss zu schaffen, und sie während der Thätigkeit der Hämmer auf demselben festzuhalten.

Manchmal bedient man sich auch transportabler Krahnen, d. h. solcher, deren Axe, anstatt sich in dem Grundmauerwerk zu drehen, auf einem Gestell von Holz oder Eisen steht, das von Laufrollen getragen wird. Durch diese Einrichtung kann man den ganzen Krahn an den Ort transportiren, wo man ihn gebrauchen will. Die Rollen müssen unter dem Gestell so angebracht sein, dass, wenn der Krahn in Thätigkeit ist, die Vertikale, welche durch den Schwerpunkt der ganzen Maschine, einschliesslich der Last, gezogen wird, durch das Innere des Polygons geht, das die Berührungspunkte der Räder mit dem Boden bilden (§. 46). Die Fig. 100 zeigt einen Krahn dieser Art. Der untere Theil bildet eine Art Wagen, welcher in seiner Mitte ein starkes, vertikal stehendes Stück Holz AA

Bayerische Staatsbibliothek München

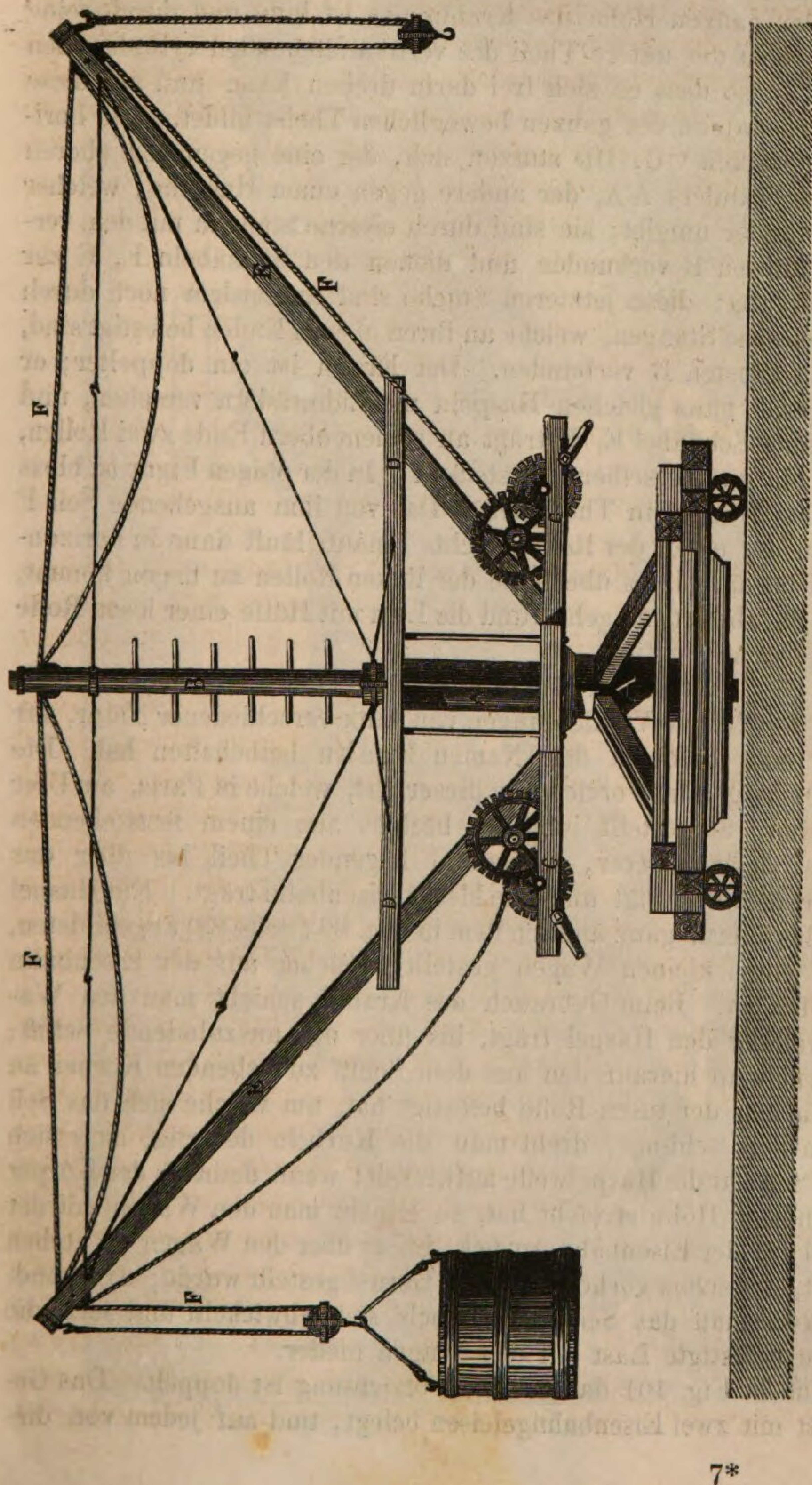


Fig. 100. (Masstab 7: 1000.)

trägt, das als Axe des Krahns dient. Dasselbe erhebt sich bis zur Hälfte der ganzen Höhe des Krahns; es ist hohl und durch seine Höhlung geht der untere Theil des vertikal stehenden cylindrischen Pfostens B, so dass er sich frei darin drehen kann und auf diese Weise den Zapfen des ganzen beweglichen Theils bildet. Die horizontalen Balken CC, DD stützen sich, der eine gegen den oberen Theil des Ständers AA, der andere gegen einen Halsring, welcher diesen Ständer umgibt; sie sind durch eiserne Stangen mit dem vertikalen Pfosten B verbunden und dienen den Schnäbeln E, E zur Unterstützung; diese letzteren Stücke sind ausserdem noch durch andere eiserne Stangen, welche an ihren oberen Enden befestigt sind, mit dem Pfosten B verbunden. Der Krahn ist ein doppelter; er ist mit zwei ganz gleichen Haspeln mit Zahnrädern versehen, und jeder seiner Schnäbel E, E trägt an seinem obern Ende zwei Rollen, die auf ein und derselben Axe stecken In der obigen Figur ist bloss der rechte Haspel in Thätigkeit. Das von ihm ausgehende Seil F steigt zu der einen der Rollen rechts hinauf, läuft dann in horizontaler Richtung, bis es über eine der linken Rollen zu liegen kommt, um von da abwärts zu gehen und die Last mit Hülfe einer losen Rolle aufzunehmen.

§. 68. Seit einiger Zeit benützt man zum Ausladen der Schiffe anstatt der Krahne Vorrichtungen von ganz verschiedener Natur, für welche man indessen den Namen Krahn beibehalten hat. Die Fig. 101 zeigt eine Vorrichtung dieser Art, welche in Paris, am Ufer der Seine, aufgestellt ist. Sie besteht aus einem feststehenden Gerüste, dessen oberer, horizontal liegender Theil bis über das Wasser hervorspringt und eine kleine Eisenbahn trägt. Ein Haspel mit Zahnrädern, ganz ähnlich dem in Fig. 89 (Seite 88) abgebildeten, ist auf einen kleinen Wagen gestellt, welcher auf der Eisenbahn beweglich ist. Beim Gebrauch des Krahns schiebt man den Wagen, welcher den Haspel trägt, bis über das auszuladende Schiff; nachdem man hierauf den aus dem Schiff zu hebenden Körper an dem Hacken der losen Rolle befestigt hat, um welche sich das Seil des Haspels schlingt, dreht man die Kurbeln derartig, dass sich dieses Seil auf die Haspelwelle aufwickelt; wenn dadurch der Körper die gehörige Höhe erreicht hat, so schiebt man den Wagen mit der Haspel auf der Eisenbahn zurück, bis er über den Wagen zu stehen kommt, der schon vorher unter das Gerüst gestellt wurde; dann endlich lässt man das Seil des Haspels sich abwickeln und setzt die an ihm befestigte Last auf den Wagen nieder.

Die in Fig. 101 dargestellte Vorrichtung ist doppelt. Das Gerüst ist mit zwei Eisenbahngeleisen belegt, und auf jedem von die-

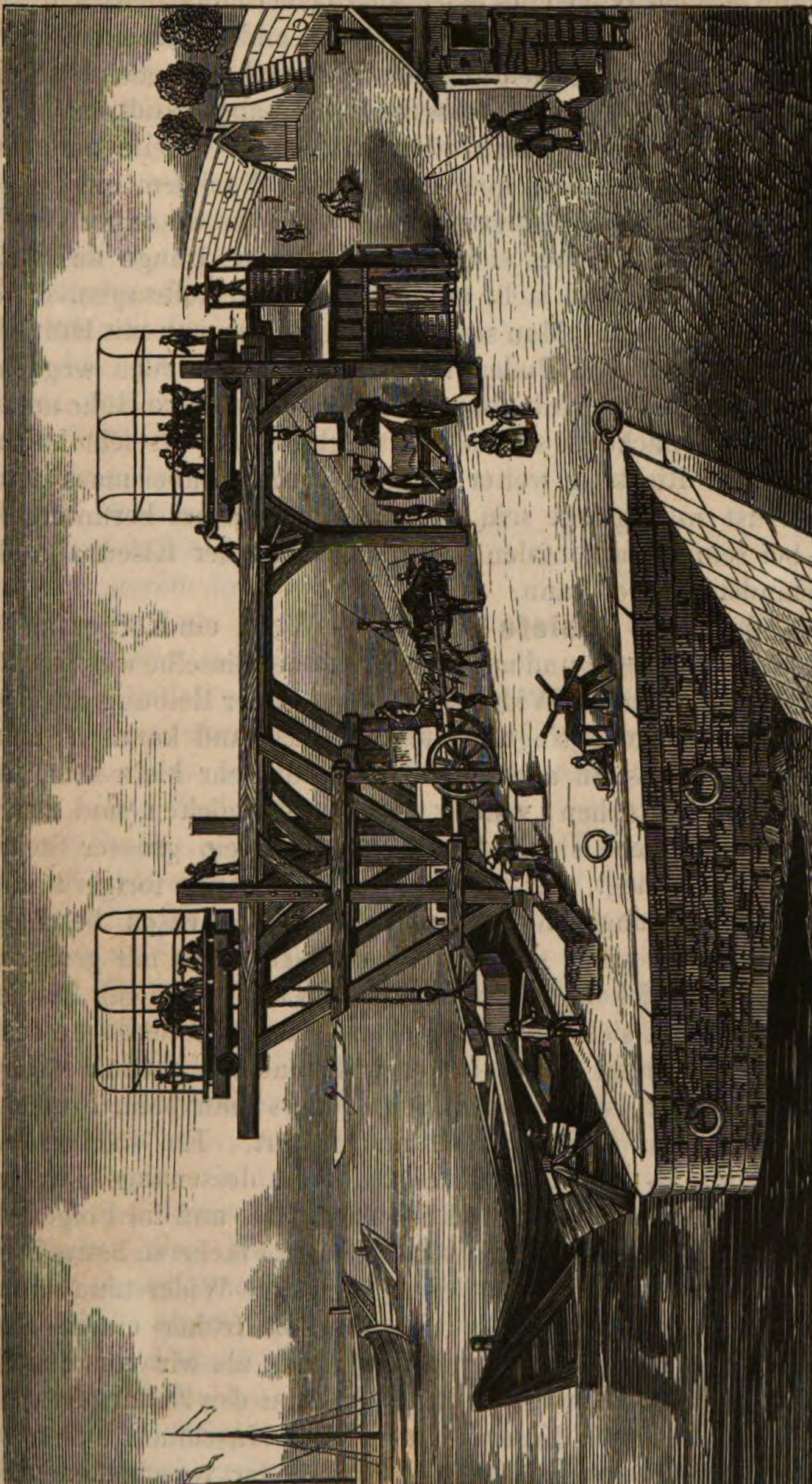


Fig. 101.

sen kann sich ein Wagen mit einer Aufzugsmaschine bewegen. Jeder der beiden Theile kann unabhängig vom andern arbeiten.

Eine ähnliche Einrichtung wie die, welche wir eben beschrieben haben, wird oft bei etwas grösseren Bauten angewandt, um die Baumaterialien in die Höhe zu fördern und an die Stelle zu schaffen, wo sie zur Verwendung kommen sollen. Nachdem ein festes Gerüste aufgerichtet ist, bringt man auf der Höhe desselben ein Eisenbahngeleise an, welches sich über die ganze Länge des Arbeitsplatzes erstreckt, und stellt auf dieselbe einen Rollwagen, der einen Vorlaghaspel trägt. Man sieht nun leicht, wie man mit Hülfe dieses Haspels die auf dem Boden liegenden Baumaterialen wegnehmen, hierauf je nach Bedürfniss in grössere oder geringere Höhe aufziehen und endlich, nachdem sie die gewünschte Höhe erreicht haben, in horizontaler Richtung weiter schaffen kann. Dabei muss natürlich das Gerüst so angelegt sein, dass das vom Haspel heruntergehende Seil bei seiner horizontalen Bewegung längs der Eisenbahn überall ungehindert vorbei kann.

§. 69. **Die schiefe Ebene.** — Wenn ein Körper auf einer ebenen Fläche liegt, und man sucht ihn über dieselbe wegzuschieben, so erfährt man einen Widerstand, der aus der Reibung des Körpers auf der Fläche entspringt. Dieser Widerstand kann in manchen Fällen sehr gross, in andern dagegen nur sehr klein sein, je nach der Natur der Flächen, welche auf einander gleiten, und dem Grad der Glätte, welche sie besitzen. So kann ein grosser Stein, der auf dem Boden liegt, nur mit grosser Anstrengung fortgerutscht werden; wenn er dagegen auf einen mit glatten Eisen beschlagenen Schlitten gelegt wird, so kann man diesen schon mit geringer Anstrengung fortziehen, vorausgesetzt dass der Boden mit Eis bedeckt ist. Man kann sich daher vorstellen, dass die Oberfläche des Körpers, welchen man gleiten lassen will, und die ebene Fläche, auf welcher er liegt, so gut polirt seien, dass man beim Fortschleifen des Körpers gar keinen Widerstand erfährt. Ein solcher Zustand kommt zwar in Wirklichkeit niemals vor, dessenungeachtet wollen wir voraussetzen, dass er wirklich stattfinde, und im Folgenden die Bewegung eines Körpers auf einer ebenen Fläche so betrachten, als könne sie stattfinden, ohne den geringsten Widerstand durch die Reibung zu erfahren. Wir haben schon früher einige ähnliche Voraussetzungen stillschweigend gemacht, als wir von den Rollen und Flaschenzügen, von den Haspeln, von den Zahnrädern u. s. w. sprachen; bei keiner dieser verschiedenen Maschinen haben wir die Widerstände, welche durch die Reibung der verschiedenen Stücke aneinander, und namentlich der Zapfen an den innern Flächen

der Lager, in welchen sie sich drehen, in Rechnung gezogen. Wir werden auf diese Widerstände, von denen wir vorderhand noch absehen, später zurükkommen, um zu sehen, in welcher Weise sie von Einfluss auf die Resultate sind, die man erhält, wenn man sie vernachlässigt.

Um einen schweren Körper (Fig. 102), welcher auf einer schiefen, d. h. gegen den Horizont geneigten Ebene liegt, im Gleichgewicht zu halten, kann man eine Kraft Q an ihn anbringen, welche parallel zur schiefen Ebene wirkt. Suchen wir die Grösse dieser Kraft zu bestimmen: Der Körper unterliegt der Wirkung seines Gewichtes, welches man sich in seinem Schwerpunkt G angreifend und durch die vertikale Linie GD dargestellt denken kann. Dieses Gewicht kann in zwei Kräfte zerlegt werden, von denen die eine GE parallel zur schiefen Ebene, die andere GF senkrecht darauf ist. Die eine Seitenkraft GF drückt den Körper an die schiefe Ebene an, aber sie hat kein Bestreben, ihn über diese weggleiten zu machen, weder nach der einen, noch nach der andern Seite hin, ihre Wirkung wird durch die Festigkeit der schiefen Ebene aufgehoben. Die andere Seitenkraft GE dagegen sucht den Körper die schiefe Ebene herabzubewegen, und damit ihr die Kraft Q das Gleichgewicht hält, muss sie gleich und entgegengesetzt dieser letzteren Seitenkraft sein. In der That sieht man leicht ein, dass wenn die Kraft Q nur einen Theil der Kraft GE aufhebt, der übrig bleibende Theil, wie klein er auch sei, den Körper veranlassen wird, die schiefe Ebene herabzugleiten, da wir voraussetzen, dass kein Reibungswiderstand stattfindet.

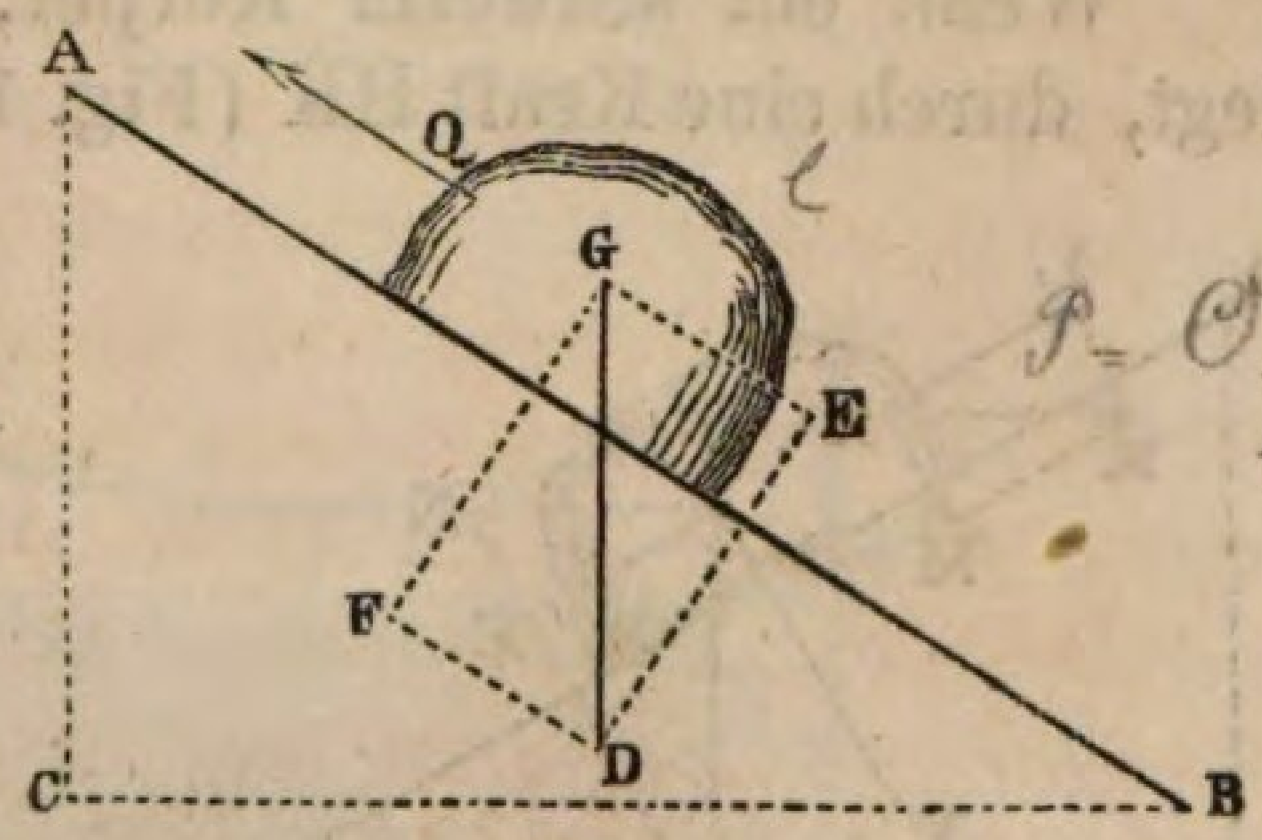


Fig. 102.

Nun erhält man, wenn man die Vertikale AC und die Horizontale BC zieht, ein rechtwinkeliges Dreieck ABC, welches dem rechtwinkeligen Dreieck DEG ähnlich ist; denn ausser dem rechten Winkel haben diese beiden Dreiecke auch noch die Winkel CAB und DGE, deren Schenkel parallel und in dem nämlichen Sinne gerichtet sind, gleich. Das Verhältniss von GE zu GD ist also gleich dem Verhältniss von AC zu AB, und wenn man AC die *Höhe* und AB die *Länge* der schiefen Ebene nennt, so kann man den folgenden Satz aussprechen: *Eine parallel zur schiefen Ebene wirkende Kraft Q hält einem auf derselben liegenden Körper das Gleichgewicht, wenn sie sich*

zum Gewicht dieses Körpers verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Wenn die Höhe AC der vierte, fünfte, sechste Theil der Länge AB ist, so ist die Kraft Q der vierte, fünfte, sechste Theil des Gewichts des Körpers. — Der Druck GF (gleich ED), welchen der Körper senkrecht zur schiefen Ebene ausübt, verhält sich offenbar zum Gewicht des Körpers wie die Basis BC der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Wenn ein schwerer Körper, welcher auf einer schiefen Ebene liegt, durch eine Kraft HK (Fig. 103), welche in horizontaler Richtung wirkt, im Gleichgewicht gehalten werden soll, so kann dieselbe selbst wieder in zwei Seitenkräfte HL und HM zerlegt werden, von denen die erstere parallel, die letztere senkrecht zur schiefen Ebene wirkt. Die Seitenkraft HM kann den Körper weder nach der einen noch nach der andern Seite hin bewegen; sie wird durch die Festigkeit der schiefen Ebene aufgehoben. Die andere Seitenkraft HL dagegen sucht den Körper die schiefe Ebene hinaufzubewegen, und wenn daher die Kraft HK den Körper im Gleichgewicht halten soll, so muss die Seitenkraft HL der Seitenkraft GE des Gewichts des Körpers, welche ganz so wie in der vorigen Figur erhalten wird, das Gleichgewicht halten, d. h. es muss HL gleich und direkt entgegengesetzt der Kraft GE sein. Zieht man nun GN horizontal durch G, bis die Verlängerung von DE in N getroffen wird, so sieht man leicht ein, dass das rechtwinkelige Dreieck GEN dem rechtwinkeligen Dreieck HLK congruent ist; denn ausser den rechten Winkel und den Seiten LH und GE haben diese beiden Dreiecke auch noch die Winkel EGN und LHK gleich, deren Schenkel parallel und beide im entgegengesetzten Sinn gerichtet sind. Es ist folglich die Seite HK gleich der Seite GN; da ferner, wie leicht zu erweisen ist, das Dreieck GDN dem Dreieck ABC ähnlich ist, so ist das Verhältniss von GN zu GD dasselbe wie das Verhältniss von AC zu BC. Man kann daher folgenden Satz aussprechen: Wenn eine horizontal wirkende Kraft HK dem auf der schiefen Ebene liegenden Körper das Gleichgewicht halten soll, so muss sie sich zum Gewicht des Körpers verhalten, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Basis. — Es ist klar, dass in dem eben behandelten Fall zu dem Druck GF, welchen der Körper in Folge seines Gewichts senkrecht

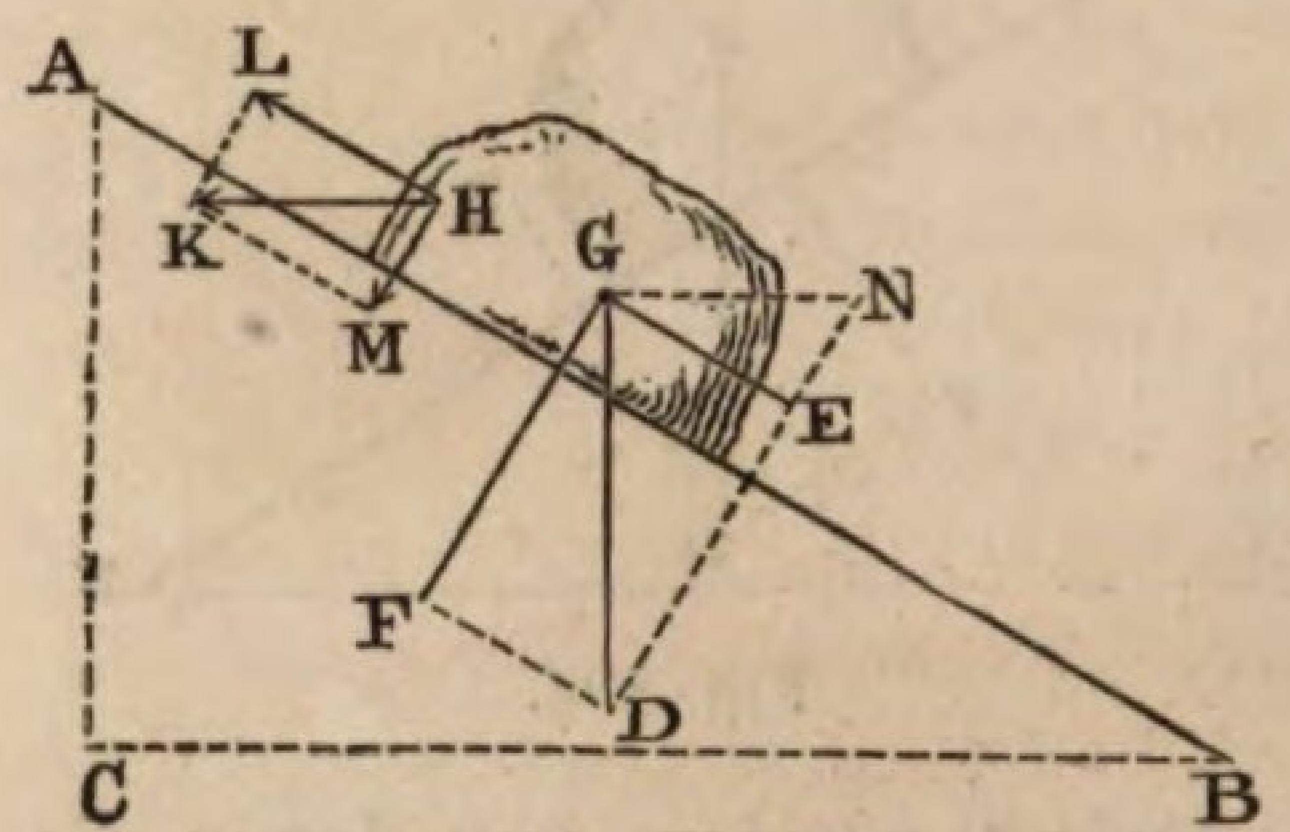


Fig. 103.

auf die schiefe Ebene ausübt, auch noch ein Druck HM kommt, welcher von der Kraft HK herrührt. Derselbe verhält sich wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke HMK und ABC zur Kraft HK, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

§. 70. Manchmal bedient man sich des in Fig. 104 dargestellten Mittels, um schwere Fässer eine Stiege oder eine Rampe

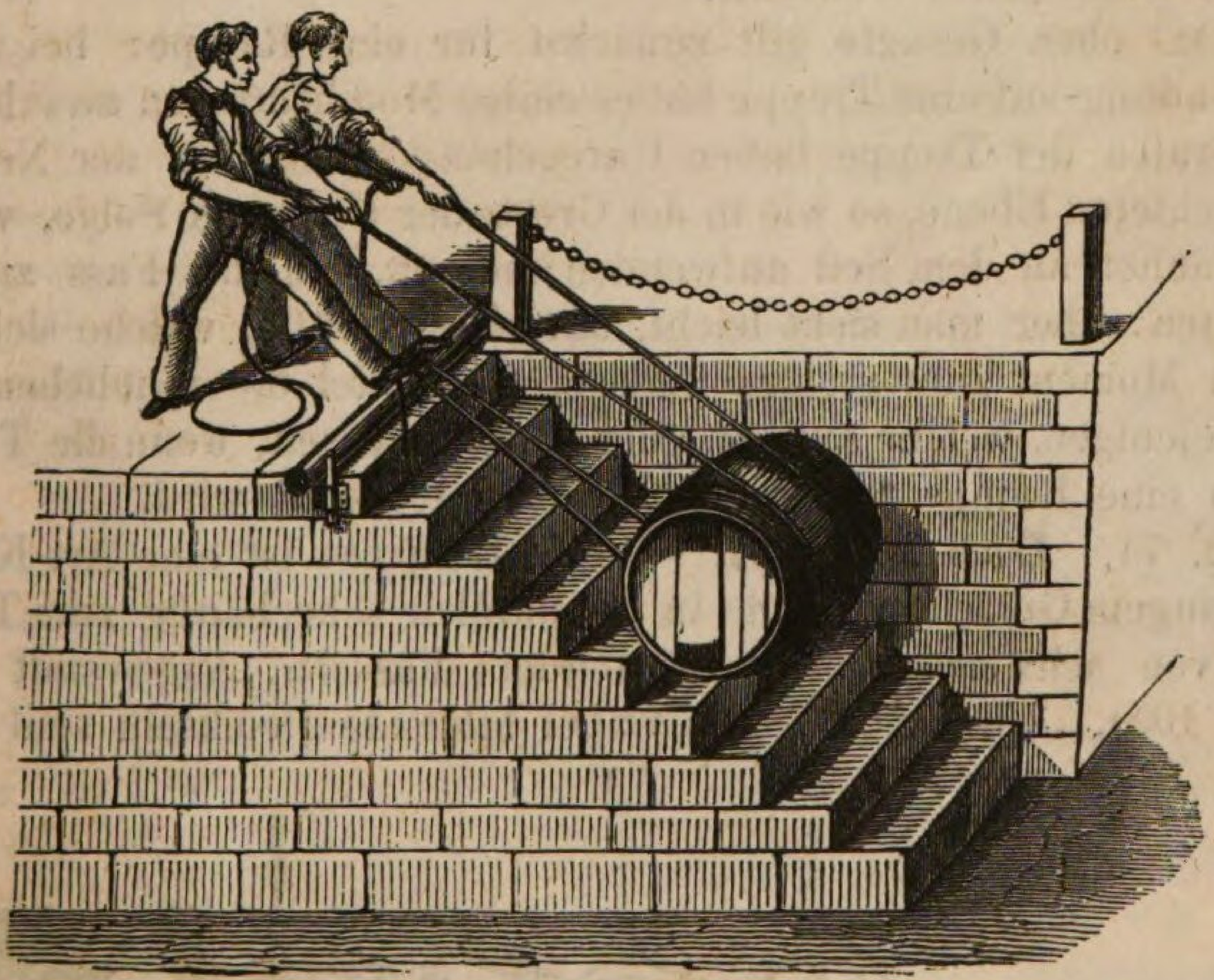


Fig. 104.

hinunter zu schaffen: Zwei Seile sind mit ihrem einen Ende an ein Stück Holz befestigt, welches oben an der Stiege quer herüberliegt und in dieser Lage gut befestigt ist. Diese Seile gehen längs der schiefen Ebene abwärts, unter dem Fasse durch und, nachdem sie sich um den halben Umfang des Fasses gelegt haben, parallel zu ihrer ursprünglichen Richtung wieder aufwärts. Oben werden ihre andern Enden von zwei Männern gehalten, die mit hinreichender Kraft daran ziehen, um das Fass im Gleichgewicht zu halten. Wenn diese Männer die Seile langsam durch die Hände gleiten lassen, so können sie das Fass, so sanft als sie wollen, hinablassen.

Wenn die beiden Seile das Fass in gleichen Entfernungen von seinen Enden umfassen, so haben die beiden Männer den nämlichen Widerstand zu leisten: andererseits sind die beiden Seilstücke, welche auf der schiefen Ebene aufruhen, ebenso stark gespannt als die andern. Es wirken also auf das Fass vier gleiche, unter sich und zur schiefen Ebene parallele Kräfte; diese vier Kräfte haben eine

Mittelkraft, viermal so gross als jede von ihnen, welche das Fass auf der schiefen Ebene im Gleichgewicht halten muss. Nehmen wir nun an, dass die Höhe der schiefen Ebene die Hälfte ihrer Länge beträgt, so muss jene Mittelkraft die Hälfte des Gewichts des Fasses sein; die von jedem der beiden Männer aufzuwendende Kraft, die viermal so klein als diese Mittelkraft ist, beträgt also blos den achten Theil jenes Gewichts.

Das eben Gesagte gilt zunächst für eine Rampe; bei seiner Anwendung auf eine Treppe hat es einige Modificationen zu erleiden. Die Stufen der Treppe haben Unregelmässigkeiten in der Neigung der schiefen Ebene, so wie in der Grösse der Kraft zur Folge, welche die Männer an dem Seil aufwenden müssen, um das Fass zurückzuhalten; aber man sieht leicht, dass diese Kräfte, welche sich von einem Moment zum andern ändern, im Mittel die nämlichen sind als diejenigen, welche aufgewendet werden müssen, wenn die Treppe durch eine Rampe von gleicher Neigung ersetzt wird.

§. 71. **Das Haquet.** — Das Haquet ist eine Art Karren mit langem Gestell, welcher in Frankreich sehr häufig zum Transport von schweren Lasten, besonders Fässern, angewandt wird, (Fig. 105). Die beiden, eine Gabel bildende Deichseln sind nicht

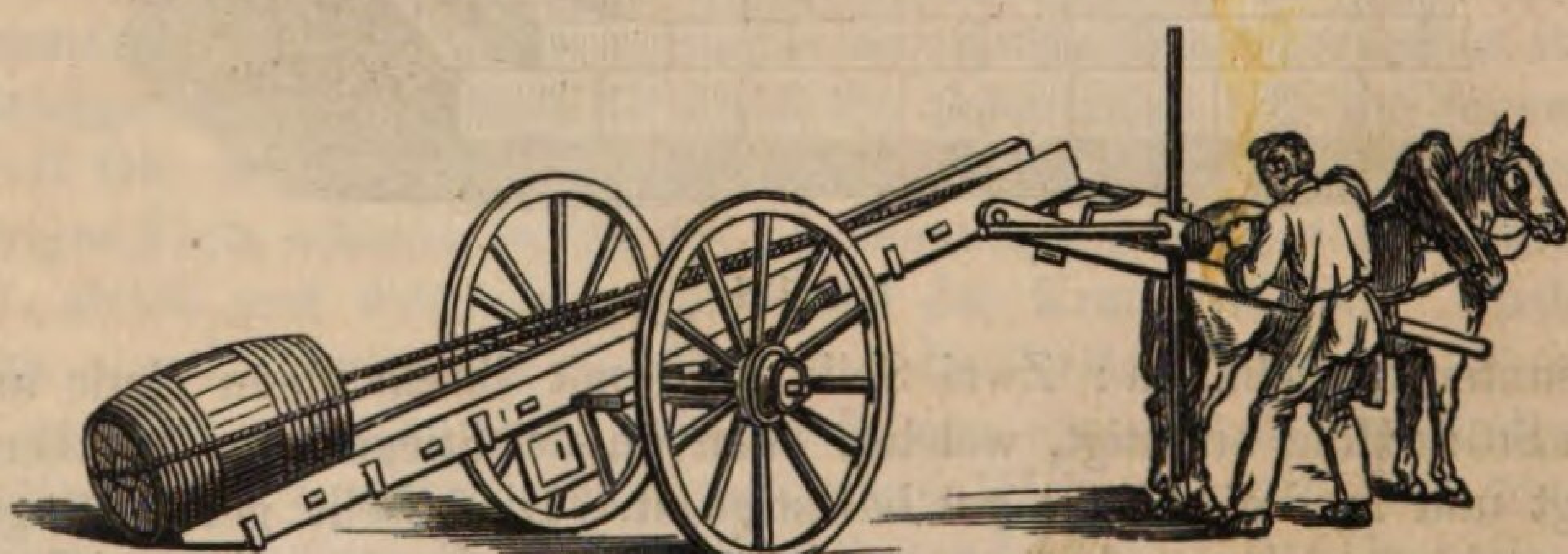


Fig. 105.

in einem Stück mit dem Gestell, sondern bloss durch einen grossen eisernen Bolzen, welcher quer durch den vordersten desselben hindurchgeht, mit ihm verbunden und können sich frei um ihre hintern Enden drehen. Diese Art Verbindung gestattet, das Gestell um die Radachsen zu drehen, bis sein hinteres Ende auf dem Boden aufsteht. Bei dieser Bewegung wird die Lage der Gabeldeichsel nicht viel verändert, und daher das Pferd nicht im geringsten belästigt. Das in eine solche Lage gebrachte Gestell bildet eine schiefe Ebene, und das Auf- und Abladen der Lasten kann also viel leichter geschehen, als bei den gewöhnlichen Karren. Die Gabeldeichsel trägt überdiess in der Nähe ihrer Verbindung mit

dem Gestell einen Haspel, mit dessen Hülfe es einem einzigen Manne möglich ist, bedeutende Lasten aufzuladen.

Wenn das Haquet beladen ist, so erhebt man das hintere Ende des Gestells, bis dieses seine horizontale Lage wieder annimmt. Das Seil, welches dazu bestimmt ist, die Laststücke die schiefe Ebene hinaufzuziehen, dient während der Dauer des Transportes dazu, dieselben in der Lage festzuhalten, welche man ihnen gegeben hat. Zu diesem Zweck legt man es über die Ladung, befestigt es hinten am Ende des Karrens und gibt ihm mit Hülfe des Haspels die gehörige Spannung. Um es in dieser Spannung zu erhalten, wird einer der Hebel, welche dazu dienen, auf den Haspel zu wirken, an der Deichsel befestigt.

Es wird leicht sein, die Grösse der Kraft zu bestimmen, welche ein Mensch aufzubieten hat, um einen Körper, der an dem Seile des Haspels befestigt ist, über das geneigte Gestell heraufzubewegen, indem er am Ende eines Hebels des Haspels angreift. Nehmen wir an, dass in der geneigten Stellung des Gestells die Höhe seines vorderen Endes über dem Erdboden den vierten Theil seiner Länge betrage, so muss, wie wir oben im §. 69 gesehen haben, die Spannung des Seiles gleich dem vierten Theil des Gewichtes des Körpers sein, der empor gezogen werden soll. Wenn nun ferner die Länge des Hebels an dem Haspel zehnmal grösser als der Halbmesser der Haspelwelle ist, so kann die von dem Manne aufzubietende Kraft zehnmal kleiner als die Spannung des Seiles, also 40mal kleiner als das Gewicht des aufzuladenden Körpers sein Man kann also mit einer Kraft von 30^k, welche am Ende eines Hebels des Haspels angebracht wird, eine Last von 1200^k das Haquet hinauf ziehen.

Die Erfindung dieser Maschine, die eine gelungene Verbindung der schiefen Ebene mit dem Haspel ist, rührt von **Pascal** her.

§. 72. **Die Schraube.** — Wenn man sich das rechtwinkelige Dreieck abc (Fig. 106), dessen eine Kathete bc gleich dem



Fig. 106.

Umfang des Cylinders A ist, um diesen Cylinder herumgelegt denkt, so bedeckt die Kathete bc die Peripherie der Grundfläche, während die Hypotenuse ac eine um den Cylinder gehende krumme Linie adb bildet, die man Schraubenlinie nennt. Das Stück ab, um welches sich diese Linie erhebt, während sie gerade einmal, von b über d nach a um den Cylinder herumgegangen ist, heisst ihre Ganghöhe, und das zwischen b und a gelegene Stück der Linie selbst ein Gang. Es ist klar, dass auf einen entsprechend langen Cylinder beliebig viele solche Gänge aneinander gereiht werden können. Wenn in den Cylinder längs der Schraubenlinie bda Vertiefungen, Gänge, eingeschnitten werden, so erhält man ein Schraubengewinde, welches ein flaches heisst, wenn die Querschnitte jener Vertiefungen und der dadurch entstehenden Erhöhungen Rechtecke sind (Fig. 107), ein scharfes dagegen, wenn jene Querschnitte Dreiecke bilden (Fig. 108). In beiden Fällen ist die Entfernung der Punkte a und b die Ganghöhe der Schraube. Die eben beschriebenen Schraubengewinde heissen speciell Schraubenspindel; zu ihnen gehört immer noch ein zweites, die sogenannte Schraubenmutter, deren Windungen in eine cylindrische Höhlung eingeschnitten sind, und in welche die der Schraubenspindel genau hineinpassen. Fig. 109 stellt die eine Hälfte einer Schraubenmutter dar, welche zu der in Fig. 107 abgebildeten Schraubenspindel gehört. — Wenn die Ganghöhe einer Schraube etwas gross werden soll, so müssen die einzuschneidenden Windungen im Verhältniss zu ihrer Tiefe ziemlich breit werden, wenn nicht der Körper der Schraubenspindel zu schwach werden soll. Um diess zu vermeiden, schneidet man zwei, drei, vier Gewinde neben einander in die Spindel und Mutter ein, wodurch man eine doppelte, dreifache, vierfache Schraube erhält. Fig. 110 stellt eine doppelte Schraube vor; die Ganghöhe eines Gewindes derselben ist offenbar

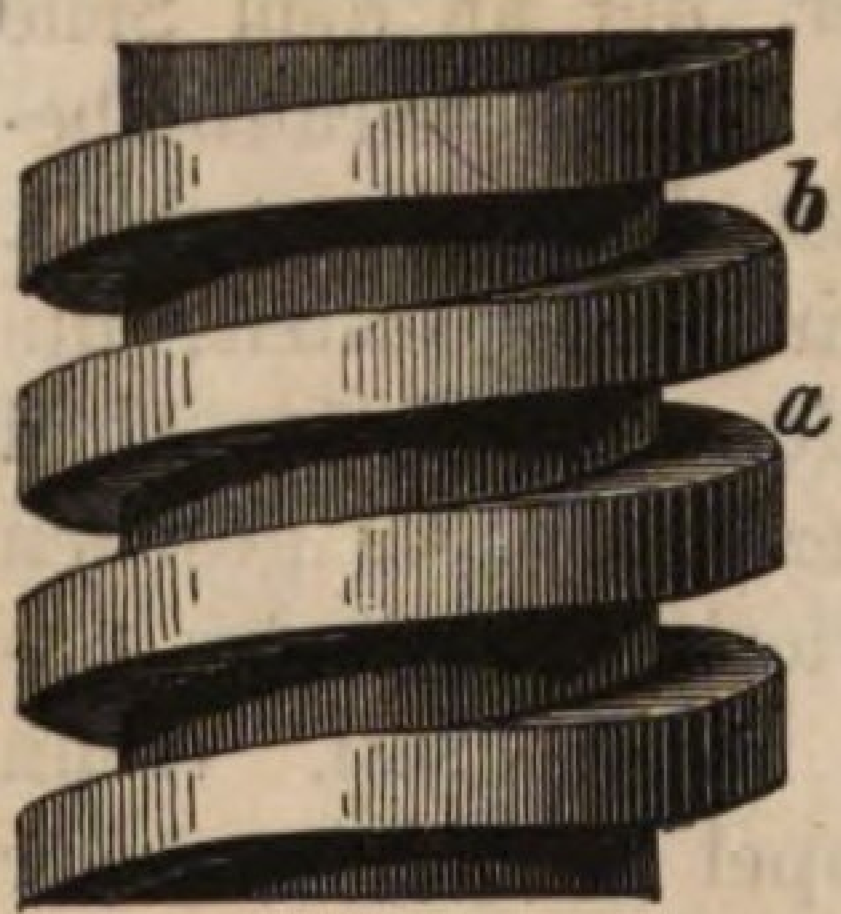


Fig. 107.

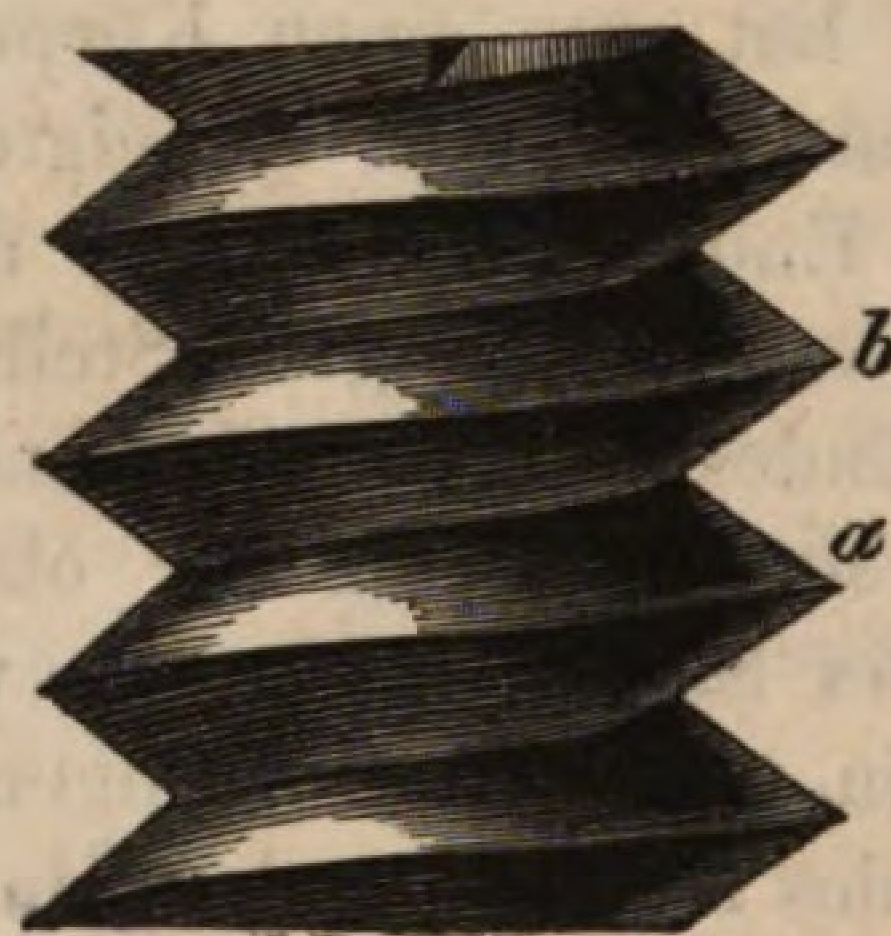
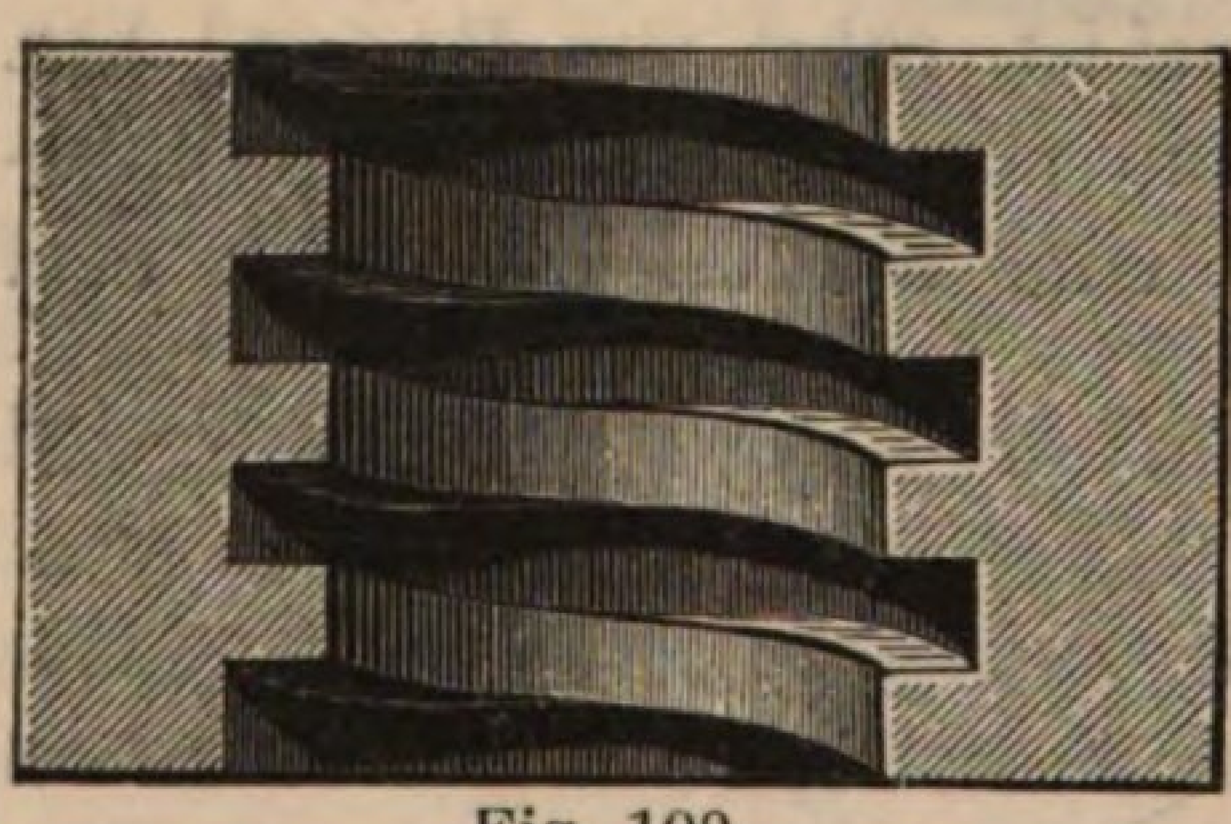


Fig. 108.


Fig. 109.

die Entfernung der Punkte a und b. Uebrigens gilt für die mehrfachen Schrauben ganz dasselbe, wie für die einfachen.

Bei dem Gebrauch der Schraube wird entweder die Schraubenspindel oder die Schraubenmutter gedreht. In dem ersten Fall ist wieder die Schraubenmutter entweder ganz fest, und dann nimmt die Schraubenspindel neben ihrer drehenden zugleich eine fortschreitende Bewegung an; oder es kann sich die Schraubenmutter längs der Axe der Schraube bewegen (aber nicht drehen), so nimmt sie diese Bewegung an, vorausgesetzt, dass sich die Spindel blos drehen, aber nicht vorwärts bewegen kann. In dem zweiten Fall ist die Schraubenspindel entweder ganz festgehalten, und dann bewegt sich die Schraubenmutter zugleich mit ihrer Drehung vorwärts, oder es ist der Spindel eine fortschreitende Bewegung gestattet, so nimmt sie dieselbe an, vorausgesetzt, dass sich die Mutter blos drehen, nicht aber vorwärts bewegen kann. Für alle diese Fälle findet man leicht Beispiele. Bei den Schrauben, die zur Befestigung eines Körpers an einen andern dienen und zu diesem Behufe in eine schon vorhandene, oder in eine solche Schraubenmutter eingeschraubt werden, die sie sich in weichen Körpern, Holz zum Beispiel, erst selbst bilden, ist die Schraubenmutter ganz fest, und die Spindel hat eine zugleich drehende und fortschreitende Bewegung. Um die Backen eines Schraubstocks einander nähern oder von einander entfernen zu können, ist in dem einen derselben eine Schraubenmutter eingeschnitten, in welcher sich eine Spindel bewegt, die sich blos drehen, aber nicht vorwärts bewegen kann. Die zur Verbindung zweier Körper dienenden Schraubenbolzen mit Schraubenmuttern geben ein Beispiel für den Fall, wo die Schraubenspindel ganz fest steht und die Mutter eine zugleich drehende und fortschreitende Bewegung hat. Bei den Bremsen, welche man häufig an den Hinterrädern der Wägen angebracht sieht, erhält gewöhnlich die Mutter eine blos drehende Bewegung, während die Spindel, welche an dieser Drehung Theil zu nehmen verhindert ist, eine blos fortschreitende Bewegung annimmt.

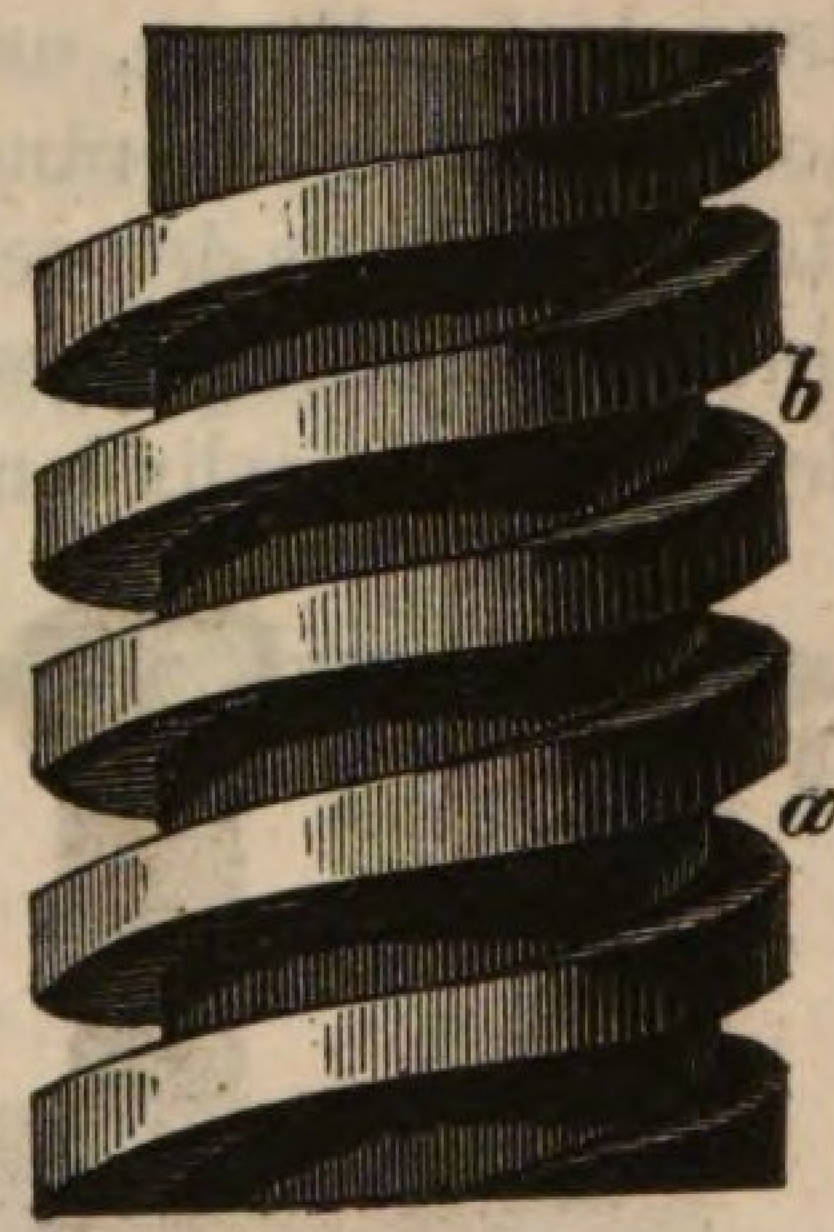


Fig. 110.

Bei genauer Betrachtung des Vorgangs, welcher in allen Fällen der Anwendung der Schraube stattfindet, findet man, dass sich allemal das Gewinde des fortschreitenden Theils, der Spindel oder der Mutter, längs des Gewindes des andern wie auf einer schiefen Ebene hinaufbewegt, und dass gewöhnlich der von dem fortschreitenden

Theil zu überwindende Widerstand in der Richtung der Axe der Schraube, also senkrecht zur Basis der schiefen Ebene ausgeübt wird. Es ist also die Schraube nichts anderes, als eine eigenthümliche Art der schiefen Ebene, und wir können auf dieselbe die in §. 69 erhaltenen Resultate unverändert anwenden, wenn wir nur unter der Länge, Höhe und Basis der schiefen Ebene hier beziehungsweise die Länge eines Schraubenganges, die Ganghöhe der Schraube und den Umfang des Schraubencylinders verstehen. In Fig. 111 sei A eine Schraubenspindel, welche in der ganz feststehenden Mutter M in passender Weise gedreht wird, so dass sie sich zugleich aufwärts bewegt. Die Drehung geschieht mittelst der Hebel BB, die durch Löcher gesteckt werden, welche in dem Kopfe C angebracht sind. Den Widerstand, welchen die Schraube bei ihrer Fortbewegung zu überwinden hat, stellen wir uns in Form eines Gewichtes Q vor, welches in der Verlängerung ihrer Axe aufgehängt ist, und welches emporgehoben werden soll. Wir nehmen, um die Untersuchung zu vereinfachen, an, dass die Länge eines der Arme BB sechsmal so gross als der Halbmesser der Schraubenspindel, und die Ganghöhe der Schraube zehnmal so klein, als der Umfang derselben sei.

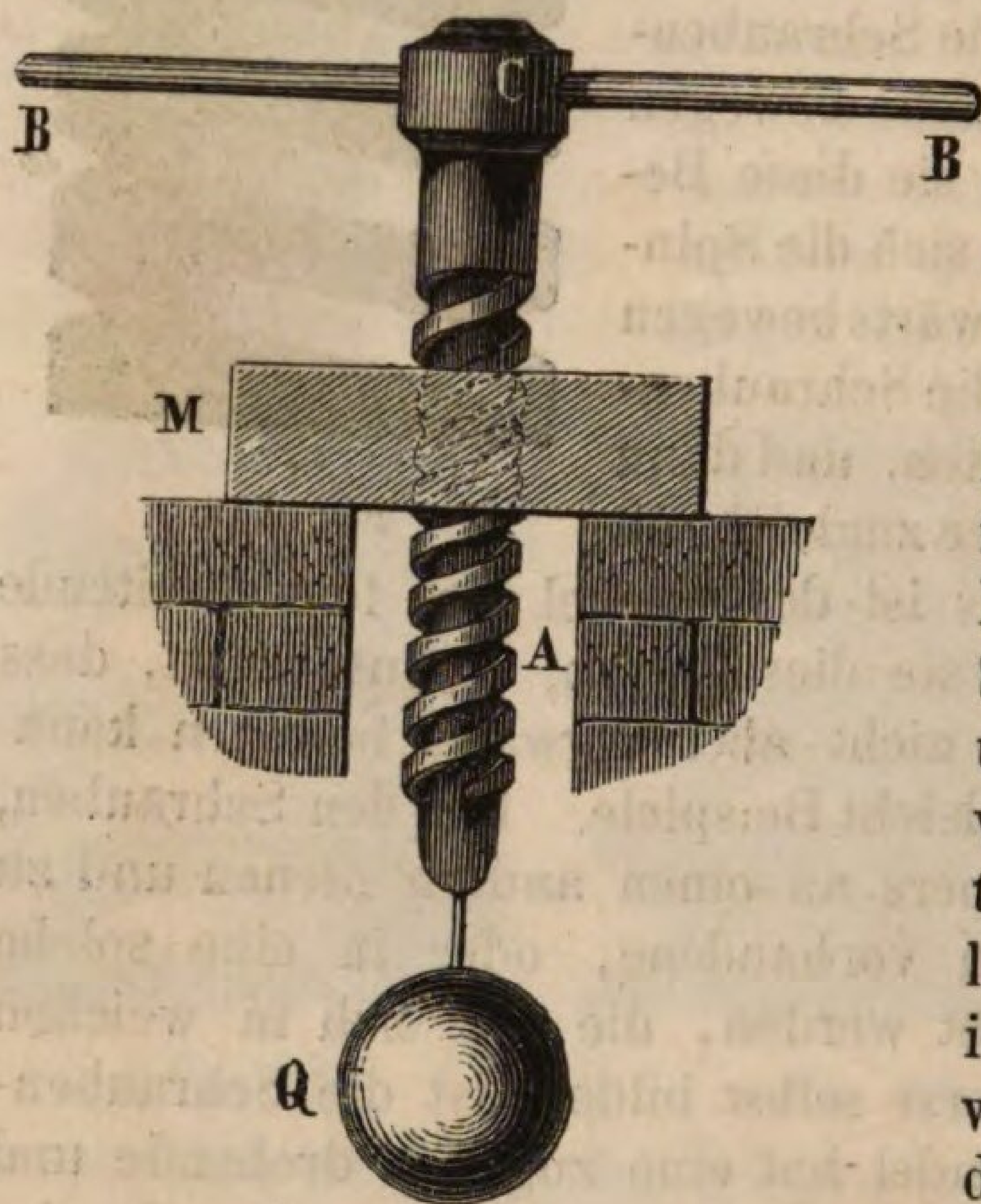


Fig. 111.

Denkt man sich die Schraubenspindel durch eine Kraft herumgedreht, die unmittelbar an ihrem Umfang wirkt, so muss diese Kraft den zehnten Theil des Gewichtes Q betragen (§. 69); denn sie wirkt parallel zur Basis der schiefen Ebene und muss sich daher zur Last Q, welche die schiefe Ebene hinaufbewegt werden soll, verhalten wie die Höhe derselben zu ihrer Basis. Da aber die zur Drehung der Schraube aufgewendete Kraft am Ende des Hebels B wirkt, so darf sie blos den sechsten Theil der am Umfang des Cylinders wirkenden, im Ganzen also den sechzigsten Theil des zu überwindenden Widerstandes betragen. Wenn an beiden Hebelarmen BB zugleich angegriffen wird, so darf natürlich der Druck auf jeden blos die Hälfte des vorigen, vom ganzen Widerstand also der 120ste Theil sein.

Der Druck, welchen in Folge des Gewichtes Q die Gänge der Schraubenspindel senkrecht gegen die Gänge der Schraubenmutter

ausüben, ist nach dem, was am Schlusse des §. 69 gesagt wurde, leicht aufzufinden.

§. 78. **Der Keil.** — Der Keil dient bekanntlich dazu, um zwei Körper oder zwei Theile eines und desselben Körpers von einander zu trennen, wenn diese Trennung die Anwendung einer grösseren Kraft erfordert. So wird er namentlich zum Spalten des Brennholzes angewendet. Er ist weiter nichts als ein dreiseitiges Prisma ABC (Fig. 112) von Holz oder Eisen, dessen eine Seite AB im Vergleich mit den beiden andern AC und BC nur klein ist; diese beiden letzteren Seiten selbst sind gleich gross, das Prisma also ein gleichschenkeliges. Wenn man senkrecht auf die Seite AB, welche der Rücken des Keils heisst, eine Kraft von genügender Grösse wirken lässt, so dringt in Folge dessen der Keil in den schon vorher gemachten Spalt ein, wodurch eine Entfernung der Ränder dieses Spaltes, die mit dem Keil in Berührung stehen, hervorgebracht wird.

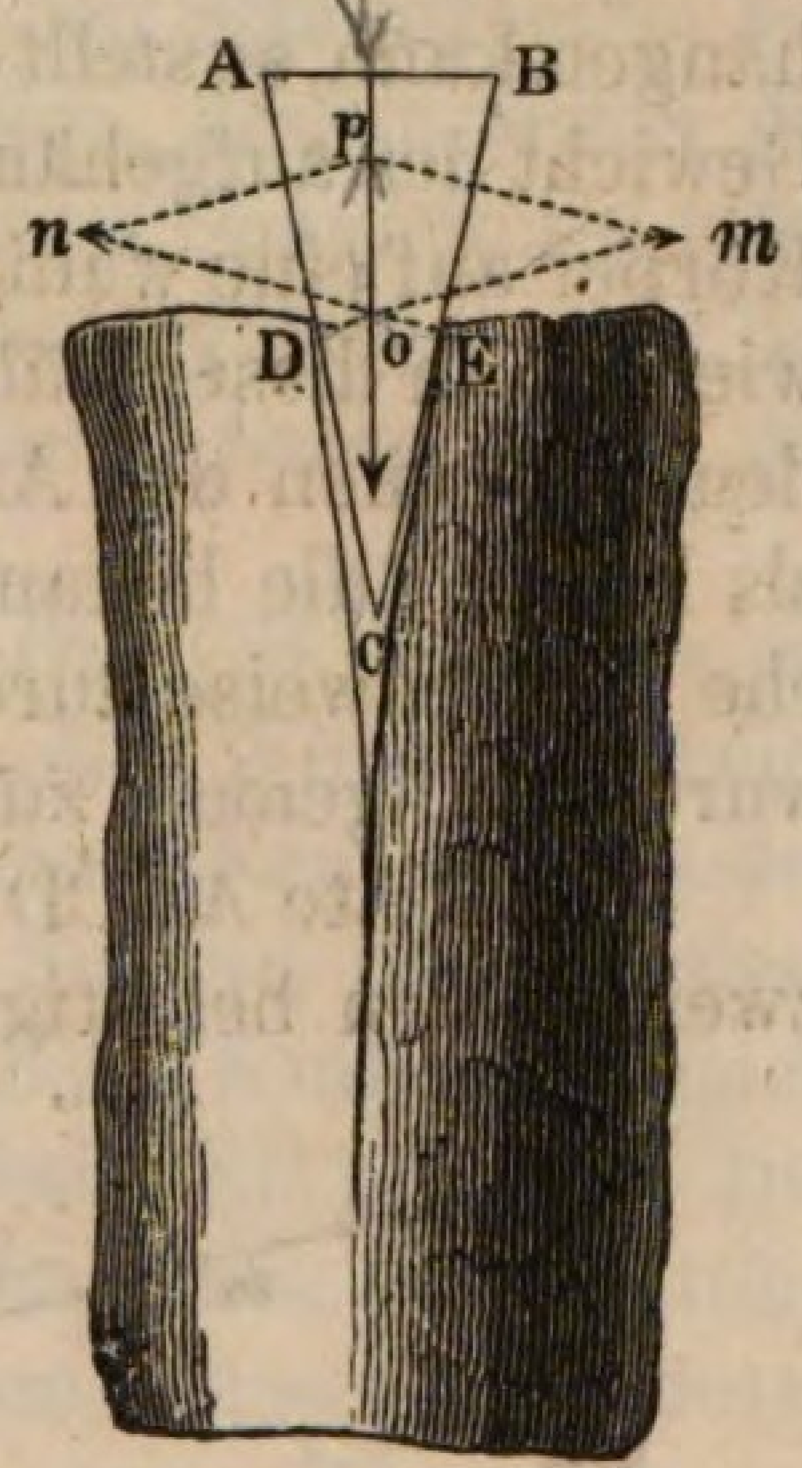


Fig. 112.

Um uns über die Wirkungsweise des Keils Rechenschaft zu geben, suchen wir die Grösse der Kraft zu finden, welche auf den Rücken AB desselben ausgeübt werden muss, um den Pressungen, welche er in D und E von den Rändern des Spaltes erleidet, einfach das Gleichgewicht zu halten. Diese Drückungen sind senkrecht auf die Seiten AC und BC und können daher durch die Linien om und on vorgestellt werden, da man ihre Angriffspunkte von D oder E nach o verlegen kann. Wenn man über diesen beiden Linien das Parallelogramm monp construirt, so stellt die Diagonale op desselben die Mittelkraft jener beiden Pressungen vor. Damit also die auf die Rückenfläche des Keiles ausgeübte Kraft den Drückungen om und on das Gleichgewicht hält, muss die Resultante dieser letzteren gleich und entgegengesetzt jener Kraft sein, es muss folglich op senkrecht auf AB stehen; da aber om und pm auch bezüglich senkrecht auf AC und BC stehen, so sind die Dreiecke omp und ABC einander ähnlich. Daraus folgt zunächst, dass, weil AC gleich BC ist, om dieselbe Grösse, wie pm oder on hat, d. h. die beiden Seitenflächen des Keiles erleiden in D und E gleich grosse Pressungen. Ferner kann man daraus schliessen, dass das Verhältniss der Kraft, welche auf die Rückenfläche AB des Keiles wirkt, zu einer der beiden Seitenpressungen, gleich ist dem Verhältniss der Linie AB zu einer der Linien AC, BC. Man sieht also, dass die Kraft, welche die Entfernung der Punkte D und E zu bewirken hat, um so kleiner werden darf, je spitzer der Winkel ACB wird.

Es ist wohl von selbst klar, dass alle Schneidinstrumente nichts anderes als keilförmige Körper sind, deren Wirkungsweise genau dieselbe ist, wie wir sie soeben vom Keil speciell auseinander gelegt haben.

§. 74. **Gleichgewicht an Seilen oder Ketten, an welchen schwere Körper aufgehängt sind.** — Wenn ein Seil (oder auch eine Kette) an dem einen Ende festgemacht ist, während es an seinem andern einen schweren Körper trägt, welcher frei herabhängen kann, so stellt es sich vertikal und seine Spannung ist gleich dem Gewicht des aufgehängten Körpers. Häufig sind jedoch die schweren Körper auf eine weniger einfache Art aufgehängt, und um zu zeigen, wie man in diesen Fällen verfährt, um die Spannungen in den verschiedenen Theilen der Aufhängevorrichtung zu bestimmen, nehmen wir als Beispiel die bekannte Aufhängeart der Oellaternen, welche früher, ehe sie theilweise durch die Einführung der Gasbeleuchtung verdrängt wurden, allgemein zur Strassenbeleuchtung angewendet worden sind.

Die Kette ABCD (Fig. 113) ist mit ihren beiden Enden A, D an zwei Pfählen befestigt. In dem Punkt C dieser Kette ist die Scheere

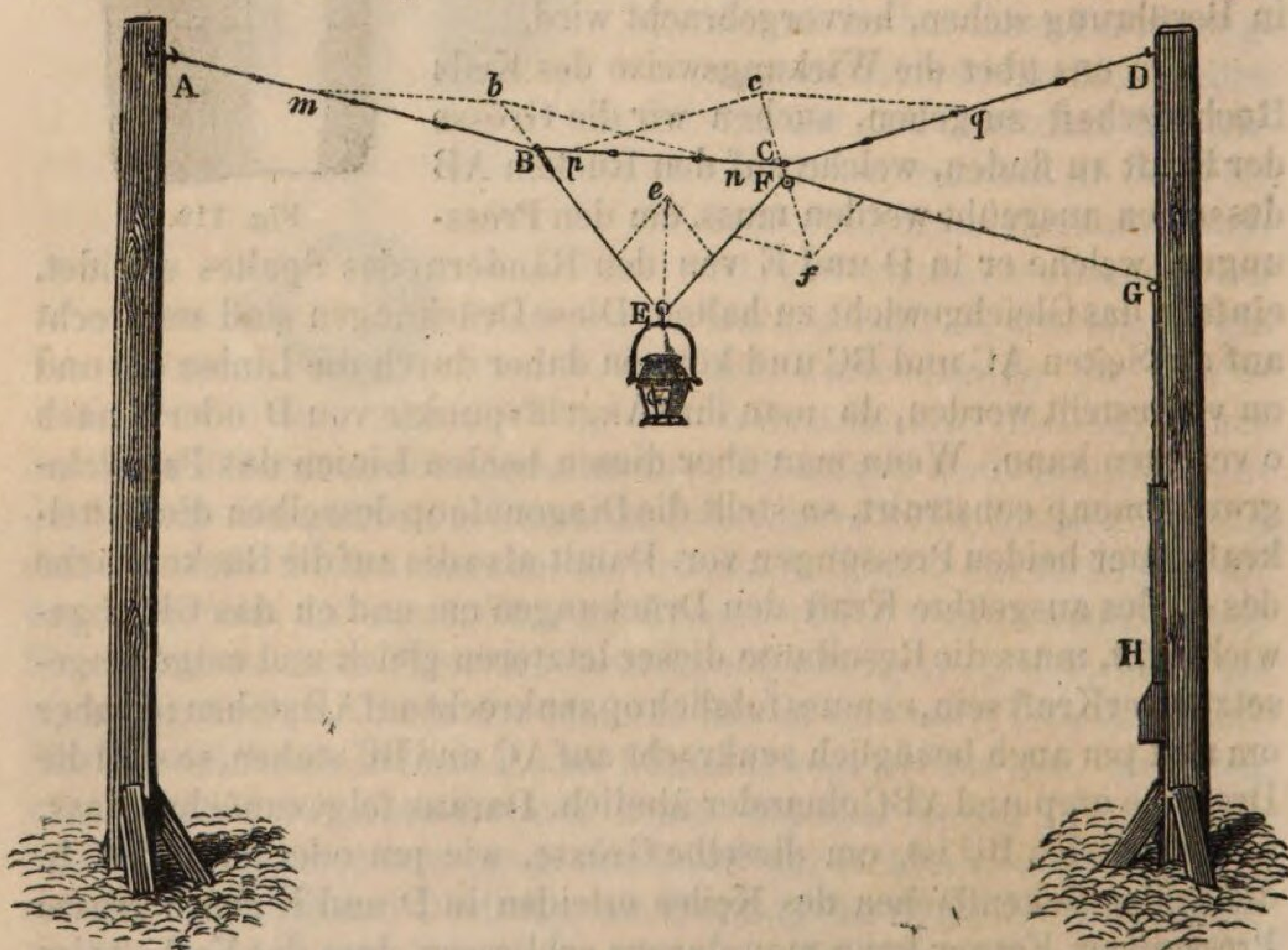


Fig. 113.

einer Rolle F eingehängt, während eine Schnur, welche in B festgemacht ist, unter der losen Rolle E, welche die Laterne trägt, durchgeht, worauf sie sich über die beiden Rollen F und G legt, um endlich an einem Nagel befestigt zu werden, der sich in dem Kästchen H befindet, welches zur Aufnahme des Ueberrestes der Schnur dient.

Die Spannung der Schnur BEFGH muss durch ihre ganze Länge die nämliche sein, wie leicht aus dem hervorgeht, was wir oben (§. 58) über die Rollen gesagt haben. Die Grösse dieser Spannung erhält man, wenn man beachtet, dass die Spannungen der Schnurstücke EB und EF eine Mittelkraft haben müssen, welche gleich und entgegengesetzt dem Gewicht der Laterne ist. Wenn man also auf die Vertikale, welche durch den Punkt E geht, eine Länge Ee aufträgt, welche jenes Gewicht vorstellt, und durch den Punkt e Parallele zu den Schnurtheilen EB und EF zieht, so erhält man ein Parallelogramm, dessen Seiten die Spannungen jener Schnurtheile repräsentiren. Diese Spannungen müssen aber, wie wir bereits gesehen haben, einander gleich sein, und daher müssen die Schnurtheile EB und EF gleiche Neigung gegen die Vertikale haben.

Um die Spannungen der drei Theile AB, BC, CD der Kette zu finden, bemerken wir zunächst, dass letztere der Wirkung zweier Kräfte ausgesetzt ist, nämlich 1) der Wirkung einer Kraft in B in der Richtung von BE und gleich der Spannung der Schnur, deren Grösse wir soeben bestimmt haben, und 2) der Wirkung einer Kraft in C, gleich der Resultante F*f* der Spannungen der Schnurtheile EF und FG. Die Spannungen der beiden Theile BA und BC, welche der in der Richtung von BE wirkenden Kraft das Gleichgewicht halten, müssen eine dieser Kraft gleiche und entgegengesetzte Resultante haben. Wenn wir also von dem Punkte B aus auf der rückwärtigen Verlängerung von BE eine Länge Bb gleich der Spannung der Schnur auftragen, und durch den Punkt *b* Parallele zu den Theilen AB und BC der Kette ziehen, so erhalten wir die Linien B*m* und B*n*, welche die Spannungen dieser Kettenstücke repräsentiren. Ebenso, wenn wir von dem Punkte C aus auf der rückwärtigen Verlängerung von CF*f* eine Länge C*c* gleich F*f* auftragen, und das Parallelogramm C*pcq* construiren, so repräsentiren die Linien C*p*, C*q* die Spannungen der Kettentheile BC und CD. Die Kette wird nun offenbar eine solche Form annehmen müssen, dass die Linien B*n* und C*p*, die wir soeben bestimmt haben, einander gleich werden, weil sie alle beide die Spannung von BC vorstellen. Um die soeben durch Construction bestimmten Spannungen in Kilogrammen auszudrücken, darf man nur suchen, wie oft das zur Darstellung eines Kilogrammes gewählte Stück Linie in denjenigen Linien enthalten ist, welche jene Spannungen repräsentiren.

§. 75. **Kettenbrücken.** — Mit Hülfe der im Vorhergehenden aufgestellten Sätze wollen wir nun noch zeigen, wie man die Form der Ketten bestimmen kann, welche eine Kettenbrücke tragen.

Wir werden der Einfachheit halber voraussetzen, dass die Brücke nur an einer einzigen Kette aufgehängt sei. Wenn zwei solche vorhan-

den sind, so ist klar, dass jede von ihnen dieselbe Form annimmt, als wenn sie die Brücke allein tragen würde; der Unterschied besteht nur in der totalen Belastung und folglich in den Spannungen der verschiedenen Theile der Kette. Diese Spannungen sind eben nur halb so gross in dem Fall, wo die Brücke von zwei Ketten getragen wird.

Es sei *abcdefgh* (Fig. 114) die Kette, deren Form bestimmt werden soll; M, N, P, Q, R, S seien gleichweit voneinander entfernte Eisen-

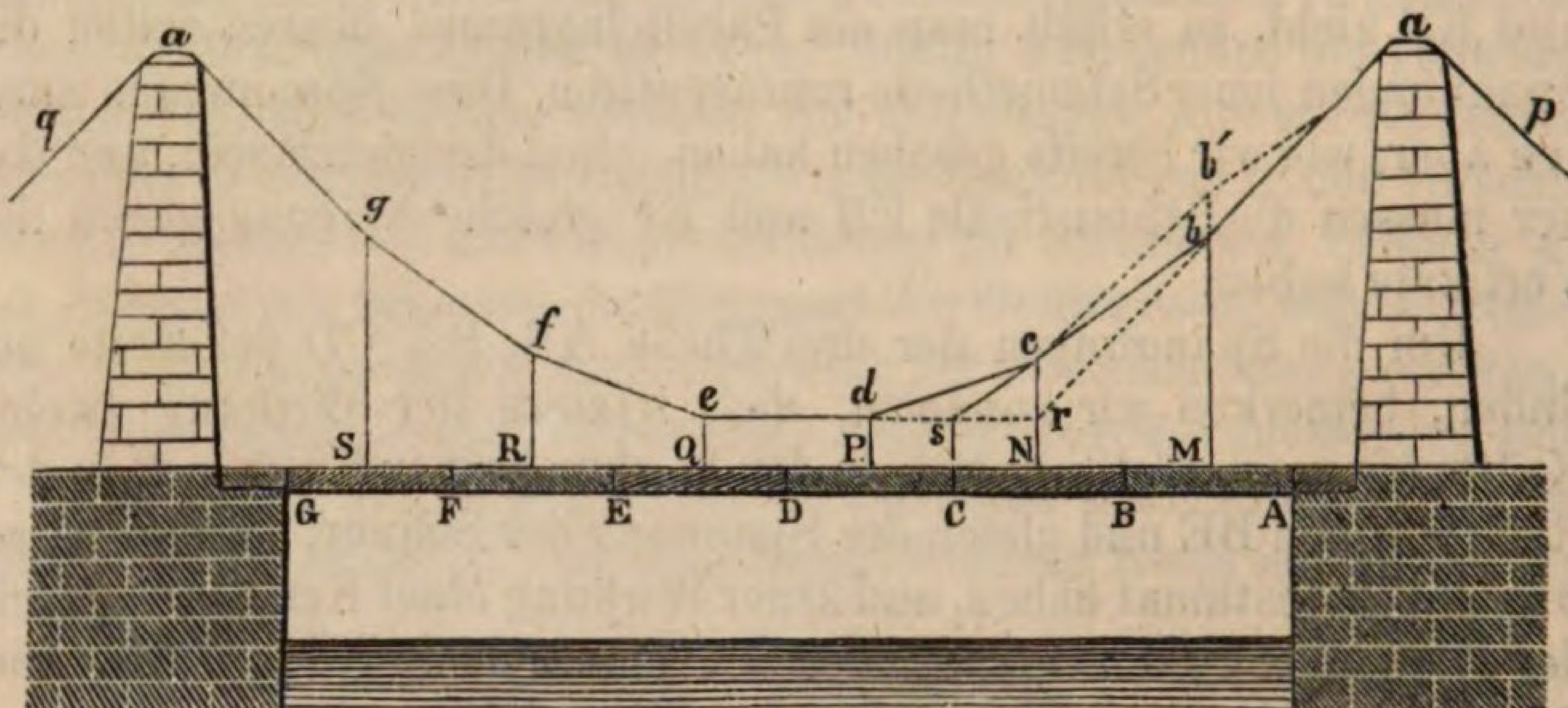


Fig. 114.

stangen, mittelst deren die Brückenbahn an der Kette aufgehängt ist. Wenn diese Bahn in den Punkten A, B, C, D, E, F, G quer durchschnitten würde, so hätte jede Stange denjenigen Theil derselben zu tragen, in dessen Mitte sie befestigt ist. Die Construction muss nun derart sein, dass diese verschiedenen Theile der Brückenbahn, auch nachdem sie von einander getrennt sind, in ein und derselben Horizontalebene bleiben; dass sich also nicht einige heben und einige senken und die ganze Bahn dadurch eine wellenförmige Gestalt annimmt. Denn die in ihren verschiedenen Theilen noch zusammenhängende Bahn würde in diesem Fall ebenfalls das Bestreben haben, jene wellenförmige Gestalt anzunehmen; und ihre Biegsamkeit würde ihr auch gestatten, ihre Gestalt ein wenig zu verändern; aber wenn sie die Gestaltsveränderung, welche in dem Fall stattfindet, wo die Theile AB, BC, CD, ... vollständig von einander getrennt sind, nicht vollständig annehmen könnte, so würden daraus sehr ungleiche Spannungen der Stangen M, N, P ... folgen. Es muss also die oben angegebene Bedingung erfüllt sein, damit die Brückenbahn ihrer ganzen Länge nach horizontal bleibt, und damit die Aufhängestangen gleich stark belastet seien. Diese Bedingung gestattet uns aber die Form der Kette und die Länge der verschiedenen Stangen zu finden, welche die Brückenbahn mit ihr verbinden.

Nachdem man die Brückenbahn in den Punkten A, B, C, D in eine gerade Anzahl gleicher Theile getheilt hat, zieht man durch die Mitten dieser Theile Vertikallinien, welche die Richtung der Aufhängestangen bezeichnen. Zwischen die beiden mittleren Stangen legt man alsdann das Stück *de* der Kette in horizontaler Richtung, aber in beliebiger Höhe über der Brückenbahn.

Um die Richtung des Gliedes *ab* der Kette zu finden, muss man beachten, dass die drei Theile AB, BC, CD der Bahn, wenn man sie als unter sich mit einander verbunden voraussetzt, schliesslich eigentlich von den beiden Kettengliedern *ab* und *de* getragen werden; denn wenn man diese Glieder durchschneiden würde, so würde der Theil ABCD herabfallen, weil wir angenommen haben, dass er in A und D von den übrigen Bestandtheilen abgetrennt ist. Die Spannungen der Glieder *ab* und *de* halten also dem Gewichte dieses Theiles der Brücke das Gleichgewicht, sie müssen daher eine Mittelkraft haben, welche gleich diesem Gewicht ist, und deren Richtung in der Vertikalen N liegt, welche durch den Schwerpunkt des Theils ABCD hindurchgeht. Daraus folgt, dass die Verlängerungen der Glieder *ab* und *de* sich in dieser Vertikalen N begegnen müssen. Man wird also die Linie de bis zum Durchschnitt *r* mit der Vertikalen N verlängern und hierauf den Punkt *r* mit *a* verbinden. Diese Verbindungslinie gibt die Richtung des Kettengliedes *ab* und folglich auch das oberste Ende *b* der Aufhängstange M.

Um die Richtung des Kettengliedes *bc* zu finden, sieht man auf dieselbe Weise wie vorhin, ein, dass die Spannungen dieses Gliedes und des Gliedes *de* dem Gewichte des Theiles BCD der Brückenbahn das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kettenglieder müssen sich also, verlängert, in einem Punkte der Vertikallinie begegnen, welche durch die Mitte C des Theiles BCD hindurchgeht. Man wird also den Durchschnittspunkt *s* dieser Vertikalen mit der Verlängerung der Linie *de* aufsuchen, und diesen Punkt *s* mit dem oben gefundenen Punkt *b* verbinden, um die Richtung des Kettengliedes *bc* und das Ende *c* der Stange N zu erhalten.

Wenn man endlich noch den Punkt *c* mit *d* verbindet, so hat man die Gestalt der einen Hälfte der Kette gefunden; die andere Hälfte hat dieselbe Form und ihre verschiedenen Theile können auf dieselbe Art bestimmt werden.

Was die Verlängerungen der Kette *ap* und *hq* betrifft, so gibt man ihnen dieselbe Neigung wie den Gliedern *ab* und *gh*. Ist die Kette einfach auf den obersten Theil *a* des Pfeilers gelegt, und kann über denselben nach der einen oder andern Seite hin ungehindert abgleiten, so müssen die Spannungen der Glieder *ab* und *ap* als gleichgross angenom-

men werden. Die Resultante dieser beiden Spannungen ist also vertikal gerichtet, wenn *ab* und *ap* gleiche Neigung haben, und diese Resultante, die nichts anderes als der Druck ist, welcher von der Kette auf den Pfeiler ausgeübt wird, sucht denselben weder nach der rechten noch nach der linken Seite umzuwerfen.

Die Spannungen der verschiedenen Kettenglieder selbst lassen sich nun sehr leicht bestimmen. Wenn wir z. B. die zwei Glieder *ab*, *bc* betrachten, so sehen wir leicht, dass ihre Spannungen eine Resultante haben müssen, welche gleich dem Gewichte des Theiles AB der Brücke ist und vertikal von unten nach oben wirkt. Man wird also diese Resultante *bb'*, welche vollständig bekannt ist, nach den Richtungen *ba* und *bc* in zwei Seitenkräfte zerlegen, um die Spannungen der Kettenglieder *ab* und *bc* zu erhalten.

§. 76. **Gleichgewicht der Kräfte an Holzverbindungen.** Wir können von den verschiedenen und zum Theil sehr complicirten Holzverbindungen, wie sie bei Dachstühlen, beim Brückenbau u. s. w. angewendet werden, hier natürlich nur die allereinfachsten zur Sprache bringen. Es werden dieselben jedoch immerhin die nöthigen Anhaltspunkte zur Betrachtung zusammengesetzterer Verbindungen gewähren können.

Betrachten wir zunächst das Gleichgewicht eines Balkens A B (Fig. 115), der sich an eine vertikale Wand lehnt. Auf denselben wirke keine andere Kraft, als sein Gewicht C Q, das wir uns in seinem Schwerpunkt C, d. h. in der Mitte zwischen A und B, angebracht denken müssen. Diese Kraft kann in zwei vertikale Seitenkräfte A D und B E zerlegt werden, die in den Endpunkten des Balkens angreifen, und von denen jede gleich dem halben Gewicht desselben ist. Die Kraft B E kann wiederum in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, von denen die eine, B G, senkrecht gegen die Wand wirkt und durch den Widerstand derselben aufge-

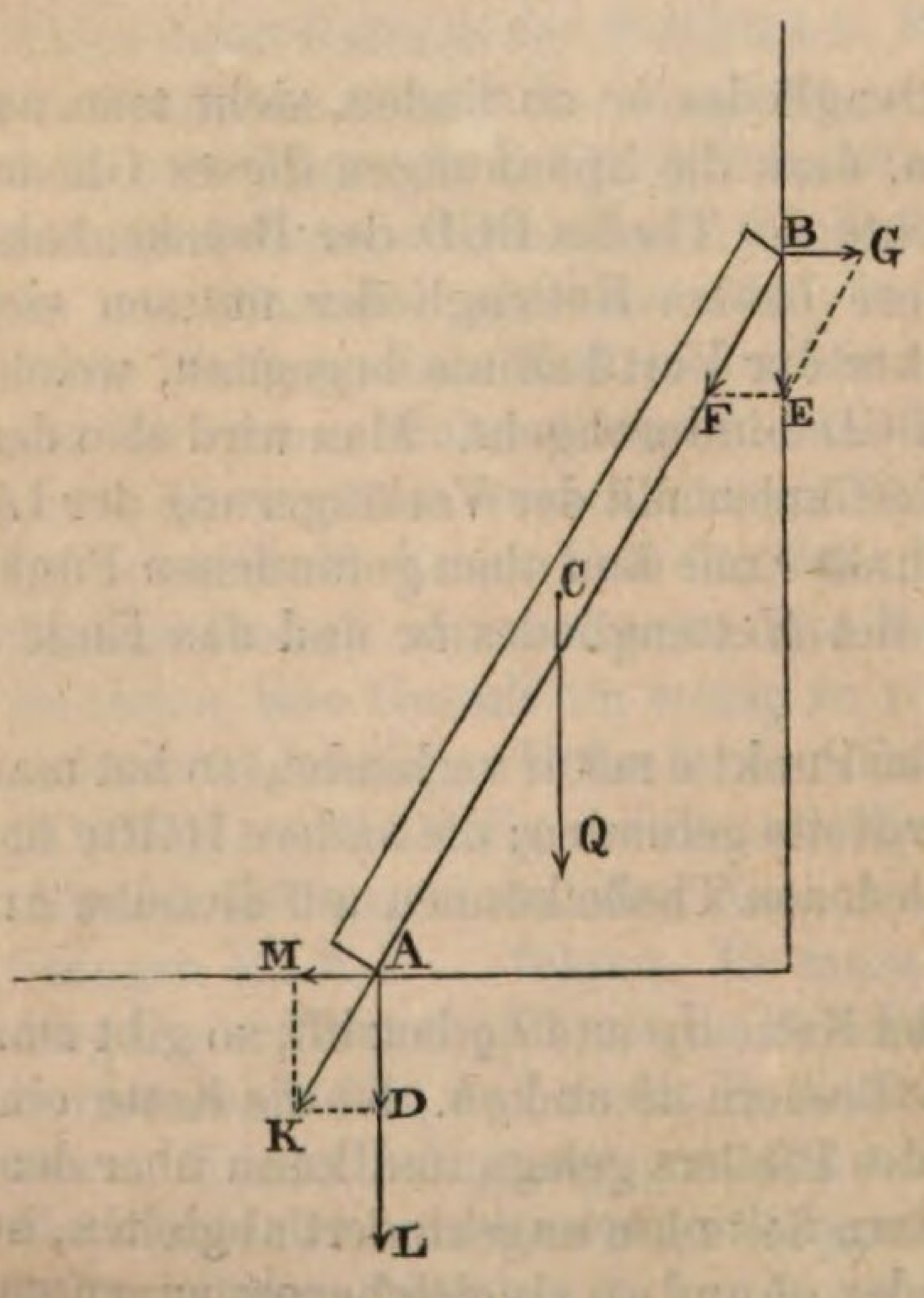


Fig. 115.

hoben wird, während die andere BF, in der Richtung des Balkens wirkend, in dieser Richtung einen Druck in A ausübt, den wir durch die Linie AK gleich BF vorstellen wollen. Der in A ausgeübte schiefe Druck kann aber wieder in eine vertikal abwärts wirkende Seitenkraft AD und in eine horizontale AM zerlegt werden. Die erstere vereinigt sich mit der schon in A wirkenden, unmittelbar von dem Gewicht CQ herrührenden vertikalen Kraft AD zu einem Gesammtdruck AL, der doppelt so gross als AD, also gleich dem Gewichte CQ ist, und von dem Widerstand des Bodens aufgehoben wird. In Folge der horizontalen Kraft AM, welche der Horizontalschub heisst, sucht der Balken abzurutschen und thut diess in der That, wenn ihm nicht Hindernisse in dem Weg stehen.

Wenn sich der Balken in dem Punkte B statt an eine vertikale Wand an einen zweiten gleichgrossen und gleichgeneigten Balken BA' (Fig. 116) stützt, so bleibt offenbar die Vertheilung der Kräfte an ihm ganz dieselbe und für den andern Balken BA' findet eine ganz ähnliche Zerlegung der Kräfte statt. Zwei so verbundene Balken, Sparren genannt, bilden die einfachste Construktion eines Dachstuhls. In ihrem Zusammenstossungspunkt B üben sie zwei gleich grosse und entgegengesetzt gerichtete Kräfte BG, BG' gegeneinander aus, die sich gegenseitig aufheben. In den Punkten A und A' dagegen, wo sich die Sparren gegen die Mauern des Hauses stützen, ist es besonders der Horizontalschub AM und A'M', der unsere Beachtung erfordert. Wenn die Sparren unmittelbar auf der Mauer aufruhen würden und mit dieser, damit sie nicht abrutschen könnten, in fester Verbindung stünden, so würde der Horizontalschub auf beiden Seiten auf die Mauer übertragen und würde sie umzuwerfen suchen. Um diess zu verhindern fügt man die Sparrenfüsse AA' in die Enden eines horizontal liegenden Balkens so ein, dass derselbe den Horizontalschub aufnimmt, und folglich die Mauern des Hauses nur noch die verti-

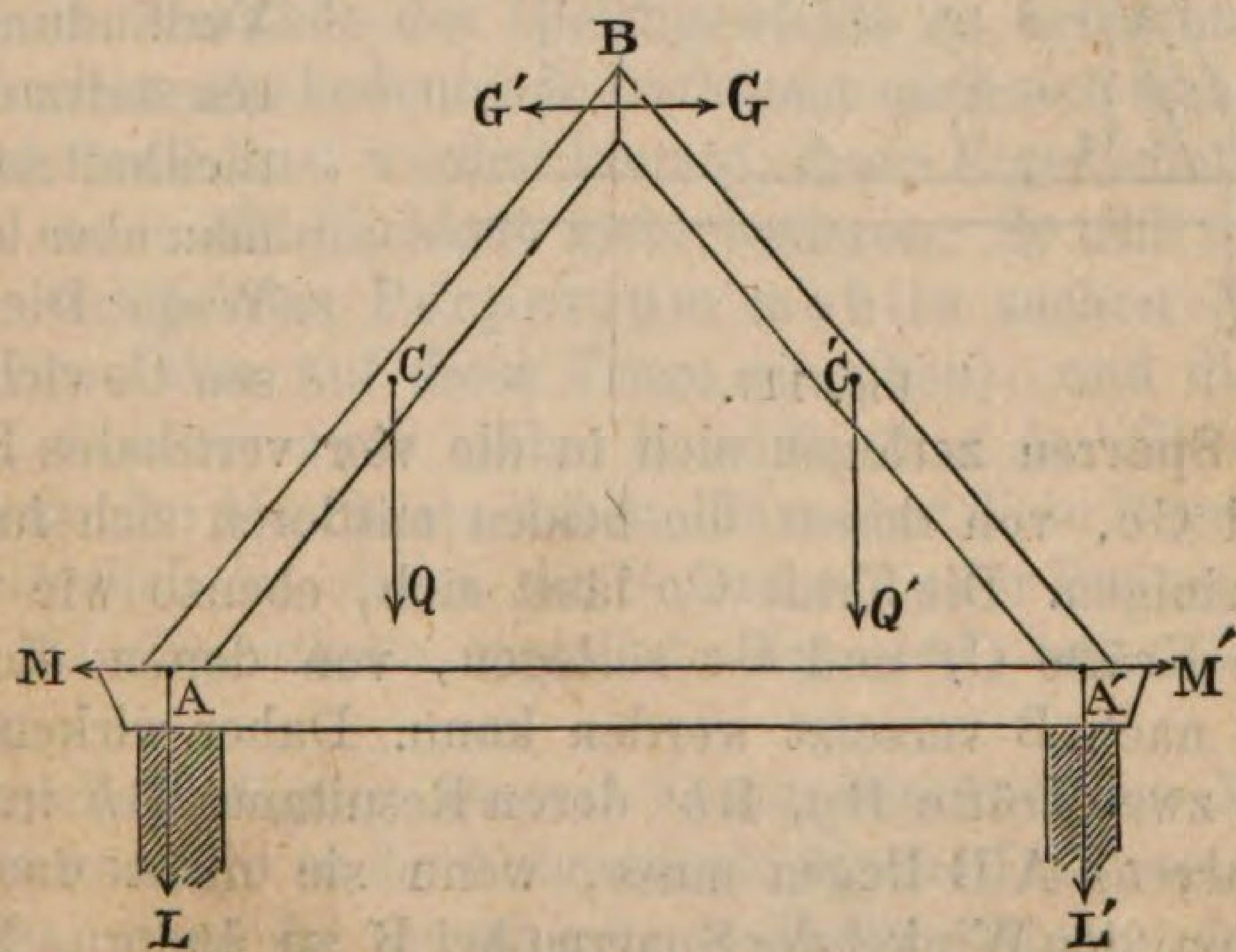


Fig. 116.

kalen Drückungen AL, A'L' gleich den Gewichten der Sparren zu tragen haben.

Bei Mansardendächern sind gewöhnlich zwei gleichgrosse und gleichschwere Balken AB, BC (Fig. 117) unter einem Winkel miteinander verbunden. Dieser Winkel ist an und für sich beliebig; die vortheilhafteste Neigung werden aber die beiden Sparren offenbar dann zu einander haben, wenn die in dem Punkte B wirksamen Kräfte kein Bestreben haben, diesen Winkel zu verändern, denn dann braucht in dem Punkte B nur eine schwache Verbindung der beiden Sparren stattzuhaben. Diesen vortheilhaftesten Winkel findet man aber leicht auf folgendem Wege: Die beiden, gleichgrossen Gewichte D Q und D' Q' der Sparren zerlegen sich in die vier vertikalen Kräfte A*a*, B*b*, *b b'* und C*c*, von denen die beiden mittleren sich in eine einzige B*b'* vereinigen. Die Kraft C*c* lässt sich, ebenso wie vorhin in die beiden Kräfte C*f* und C*c* zerlegen, von denen die erstere als Kraft B*g* nach B versetzt werden kann. Daher wirken in dem Punkte B die zwei Kräfte B*g*, B*b'* deren Resultante B*h* in der Richtung des Sparrens A B liegen muss, wenn sie nicht das Bestreben haben sollen, den Winkel der Sparren bei B zu ändern. Nun ist, wenn man *bg* zieht, das Dreieck B*bg* dasselbe, wie das Dreieck C*cf*. Wenn man daher ein rechtwinkliches Dreieck B*bg* construirt, dessen eine Kathete gleich dem halben Gewichte eines der beiden Sparren, und dessen Winkel *g*B*b* gleich dem festgesetzten oder beliebigen Neigungswinkel des oberen Sparrens gegen die Vertikale ist; wenn man hierauf B*b* um sich selbst bis *b'* verlängert und über B*g* und B*b'* das Parallelogramm B*ghb'* construirt, so ist der Winkel, welchen die rückwärtige Verlängerung von B*g* mit der Diagonale B*h* dieses Parallelogramms bildet, der gesuchte Neigungswinkel der beiden Sparren. — Die Mittelkraft B*h* überträgt sich natürlich nach A und bringt dort noch einen vertikalen Druck und einen Horizontalschub hervor.

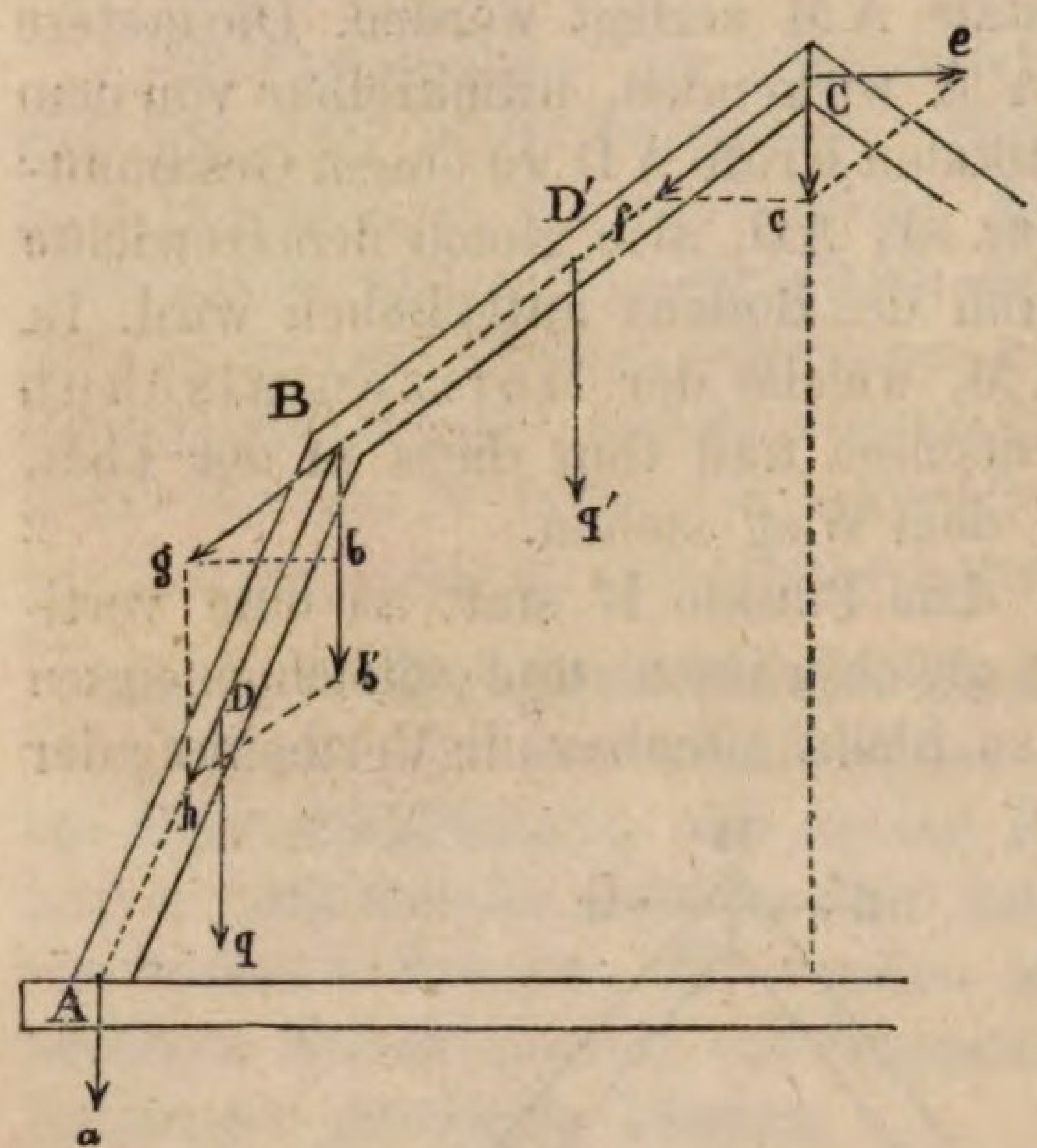


Fig. 117.

Betrachtung der Maschinen im Zustande der gleichförmigen Bewegung.

§. 77. Wir haben die verschiedenen Maschinen, mit denen wir uns bisher beschäftigt haben, allein unter dem Gesichtspunkt des Gleichgewichts der Kräfte betrachtet, die an ihnen wirken; wir haben dabei gesehen, auf welche Weise die zur Wirkung kommenden Kräfte mittelst der Maschinen fortgepflanzt werden, und dass sie dabei sehr bedeutende Veränderungen erfahren können. Durch Anwendung eines Hebels, eines Haspels, einer Winde etc. ist es möglich, sehr bedeutenden Widerständen mit viel kleineren Kräften das Gleichgewicht zu halten. Von diesem Gesichtspunkt aus kann daher mit Recht gesagt werden, dass die Maschinen die Kräfte vergrössern.

Aber man würde nur eine sehr unvollkommene Einsicht in die Wirkungsweise der Maschinen erhalten, wenn man sich damit begnügen wollte, sie im Zustande des Gleichgewichts zu betrachten; ja es könnte diess selbst sehr bedeutende Irrthümer nach sich ziehen, indem man dadurch veranlasst werden könnte, ihnen Eigenschaften zuzuschreiben, die sie in Wirklichkeit nicht besitzen. So trifft man noch heute Leute, welche das Perpetuum mobile suchen (wir werden später etwas näher auf diese Frage eingehen), und diess kommt blos daher, dass sie zwar einige Begriffe über das Gleichgewicht der Kräfte an den Maschinen haben, dass aber diese Begriffe nicht, wie es unerlässlich ist, durch die Betrachtung der Bewegung der verschiedenen Maschinentheile vervollständigt sind, auf welche jene Kräfte wirken.

Mit dieser Vervollständigung unserer Kenntnisse von den Maschinen werden wir uns nun in der Folge beschäftigen. Dabei setzen wir zunächst voraus, dass die verschiedenen Theile der Maschine in gleichförmiger Bewegung begriffen seien. Den Einfluss, welchen eine Ungleichförmigkeit der Bewegung auf die Resultate, welche wir erhalten werden, ausüben kann, werden wir später in Betracht ziehen.

Man sieht nun leicht, dass im Zustande der gleichförmigen Bewegung einer Maschine die an ihr wirkenden Kräfte sich ebenso das Gleichgewicht halten müssen, als wenn sich die Maschine nicht bewegte. Denn wenn sich diese Kräfte nicht gegenseitig aufheben würden, so müssten sie nothwendig die Bewegung der verschiedenen Maschinentheile verändern. Es gelten also die Resultate, welche wir bezüglich der Grösse der Kräfte erhalten haben, welche mittelst einer Maschine einem gegebenen Widerstande das Gleichgewicht halten, auch noch in dem Fall, wo sich die Maschine in gleichförmiger Bewegung befindet.

§. 78. **Was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit verloren.** — Diesen, für die Mechanik höchst wichtigen Satz, werden wir bei näherer Prüfung, zunächst bei allen Maschinen welche wir bisher betrachtet haben, bestätigt finden.

Nehmen wir zu diesem Behufe zunächst den Hebel, den geraden oder Winkelhebel, auf welchen Kräfte wirken, welche senkrecht auf seine Arme gerichtet sind. Die zwei Kräfte P und Q (Fig. 118), welche sich an dem Hebel ACB das Gleichgewicht halten, müssen sich bekanntlich umgekehrt wie ihre Hebelarme AC, BC verhalten. Wenn sich der Hebel gleichförmig um den Punkt C dreht, so wird er am Ende einer sehr kurzen Zeit die Lage A′CB′ einnehmen und bei dieser Bewegung beschreiben die beiden Punkte A und B zwei Kreisbögen, AA′ und BB′, deren Länge proportional ihren Halbmessern ist, weil sie den gleichen Winkeln ACA′ und BCB′ entsprechen.

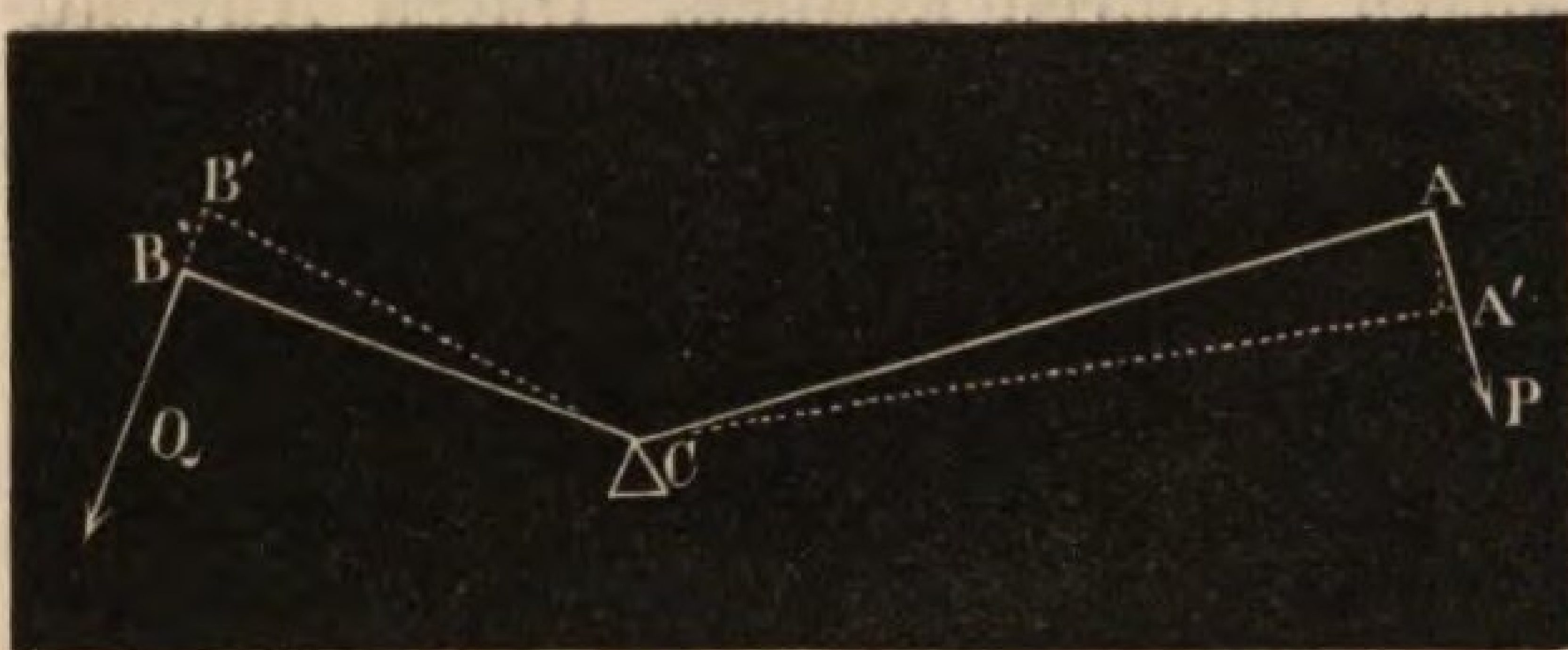


Fig. 118.

Wenn nun AC zwei-, drei-, viermal so gross als BC ist, so kann man mit einer Kraft P einer zwei-, drei-, viermal so grossen Kraft Q das Gleichgewicht halten, aber andererseits sieht man auch, dass der von dem Angriffspunkt dieser Kraft Q durchlaufene Weg zwei-, drei-, viermal so klein ist, als derjenige, welchen in derselben Zeit der Angriffspunkt der Kraft P zurücklegt. Die Geschwindigkeit des ersteren Angriffspunktes ist also in demselben Verhältniss kleiner, als die des andern, als die Kraft Q an dem ersteren Punkt grösser ist als die Kraft P an dem letzteren; man kann also in der That sagen: was an Kraft gewonnen wird, geht an Geschwindigkeit verloren.

Bei der losen Rolle mit parallelen Seiltheilen (Fig. 77 Seite 76) ist die Zugkraft, welche an dem Seil wirken muss, nur halb so gross als das Gewicht, welchem sie das Gleichgewicht zu halten hat. Dagegen sieht man aber auch, dass, um das Gewicht um eine bestimmte Strecke zu heben, der Angriffspunkt der Zugkraft um das Doppelte in die Höhe steigen muss. Der angeführte Satz bewährt sich also auch in diesem Falle.

Bei dem in Fig. 79 (Seite 77) abgebildeten Flaschenzug ist die an dem Seile wirkende Zugkraft nur der sechste Theil des zu hebenden Gewichtes. Aber damit dieses Gewicht um einen Decimeter z. B. in die Höhe steigt, muss die Länge jedes Schnurtheils, welcher die obere Flasche mit der untern verbindet, um einen Decimeter ver-

mindert werden, und da die ganze Länge des Seils dieselbe bleibt, so ist klar, dass der Angriffspunkt der am freien Ende desselben wirkenden Kraft um sechs Decimeter abwärts gehen muss. Wenn also auch die aufgewendete Kraft sechsmal kleiner als die zu überwindende Last ist, so beschreibt andererseits der Angriffspunkt dieser Last nur den sechsten Theil des Wegs, den die Kraft zu durchlaufen hat.

Bei der Wagenwinde, welche in Fig. 93 (Seite 90) dargestellt ist, haben wir gefunden, dass die Kraft, welche auf die Kurbel wirkt, nur der fünfzehnte Theil des zu überwindenden Widerstands ist. Sehen wir nun, in welchem Verhältniss die Wege stehen, welche von den Angriffspunkten dieser beiden Kräfte zurückgelegt werden. Während das Trieb C eine ganze Umdrehung macht, dreht sich das Rad B gleichfalls einmal herum; das Trieb D aber, welches in letzteres eingreift und dreimal weniger Zähne hat, macht in derselben Zeit drei Umdrehungen. Um also das Trieb C einmal herumzudrehen, und damit die Zahnstange um ein Stück fortzubewegen, das gleich dem Umfang dieses Triebs ist, muss die Kurbel dreimal herumgedreht werden; wenn man nun noch beachtet, dass der Arm der Kurbel fünfmal so gross als der Halbmesser des Triebs C ist, und folglich der Umfang des Kreises, welchen der Angriffspunkt der Kraft beschreibt, das fünffache des Umfangs jenes Triebs, so erkennt man leicht, dass in der That die an der Kurbel wirkende Kraft einen fünfzehnmal so grossen Weg durchläuft, als der Widerstand, welchen die Zahnstange überwindet.

Bei dem Hebebock (Fig. 96 Seite 93) haben wir gesehen, dass eine Kraft, die auf eine der Kurbeln wirkt, 20 Kilogramm betragen muss, um ein Gewicht von 1200 Kilogramm zu heben. Die Kraft ist also sechzigmal so klein als die Last. Während die Haspelwelle eine ganze Umdrehung macht, muss die Kurbel zehn Umdrehungen machen, weil das an der Kurbelaxe sitzende Trieb zehnmal weniger Zähne hat, als das Zahnrad an der Haspelwelle. Da ferner der Arm der Kurbel dreimal so gross als der Halbmesser der Haspelwelle ist, so ist die Peripherie, welche den Angriffspunkt der Kraft beschreibt, dreimal so gross als der Umfang der Haspelwelle; während sich also das Seil um eine Länge gleich diesem letzteren Umfang auf der Haspelwelle aufwickelt, durchläuft der Angriffspunkt der Kraft an der Kurbel einen dreissigmal so grossen Weg. Nun ist aber die Höhe, um welche sich das an der losen Rolle befestigte Gewicht erhebt, nur die Hälfte der Länge, um welche sich das Seil auf der Haspelwelle aufwickelt; wenn also einerseits die Kraft sechzigmal so klein, als der zu überwindende Widerstand ist, so ist andererseits der Weg, welchen sie zurückzulegen hat, sechzigmal

so gross als der Weg, welchen auf ihre Veranlassung die Last durchläuft.

§. 79. In den Beispielen, welche wir bisher durchgenommen haben, bewegen sich die Angriffspunkte der Kräfte immer in der Richtung dieser Kräfte, entweder in dem nämlichen oder im entgegengesetzten Sinne. Diess ist der Fall, wenn sich die Hand, welche an einem Seil zieht, in der Richtung des Seils fortbewegt; die Kraft, welche an einer Kurbel wirkt, hat beständig die Richtung der Tangente an den Kreis, welchen diese Kurbel beschreibt; der Körper, welcher mit Hülfe des Flaschenzugs oder Hebebocks empor gezogen wird, bewegt sich vertikal in die Höhe, also im entgegengesetzten Sinne der Richtung seines Gewichts. Es gibt aber auch Fälle, wo diess nicht mehr der Fall ist, wie wir sogleich sehen werden.

Wenn ein schwerer Körper eine schiefe Ebene hinaufgezogen wird, indem eine Zugkraft Q parallel zur schiefen Ebene (Fig. 119) auf ihn wirkt, so bewegt sich wohl der Angriffspunkt D dieser Kraft in der Richtung derselben, aber der Schwerpunkt G, an welchem die vertikale Kraft P, gleich dem Gewicht des Körpers angebracht ist, bewegt sich nicht in der Richtung der Vertikalen. Die von den Angriffspunkten D und G der beiden Kräfte durchlaufenen Wege sind dieselben, aber die Kräfte P und Q sind nicht gleich, sie verhalten sich wie die Höhe AC der schiefen Ebene, zu ihrer Länge AB. Es scheint also, als ob in diesem Falle der am Anfange des vorigen Paragraphen angeführte Satz nicht mehr wahr wäre. Aber wenn man anstatt der ganzen Ortsveränderung des Angriffspunkts jeder Kraft, nur denjenigen Weg nimmt, welchen dieser Punkt in der Richtung der Kraft zurücklegt, so wird man leicht einsehen, dass der in Rede stehende Satz auch hier noch richtig ist. Wenn der Körper auf der schiefen Ebene von B bis A fortgeschritten ist, so hat er sich in vertikaler Richtung um die Höhe AC erhoben; nun ist diese Höhe der Weg, welchen der Angriffspunkt der Kraft P in der Richtung dieser Kraft durchläuft; und wenn man denselben mit der Länge AB vergleicht, welche in derselben Zeit von dem Angriffspunkt der Kraft Q zurückgelegt wird, so sieht man leicht, dass die Kraft Q, wenn sie auf der einen Seite die Hälfte, den dritten, vierten Theil des Gewichtes P beträgt, andererseits den doppelten, dreifachen, vierfachen Weg als der Angriffs-

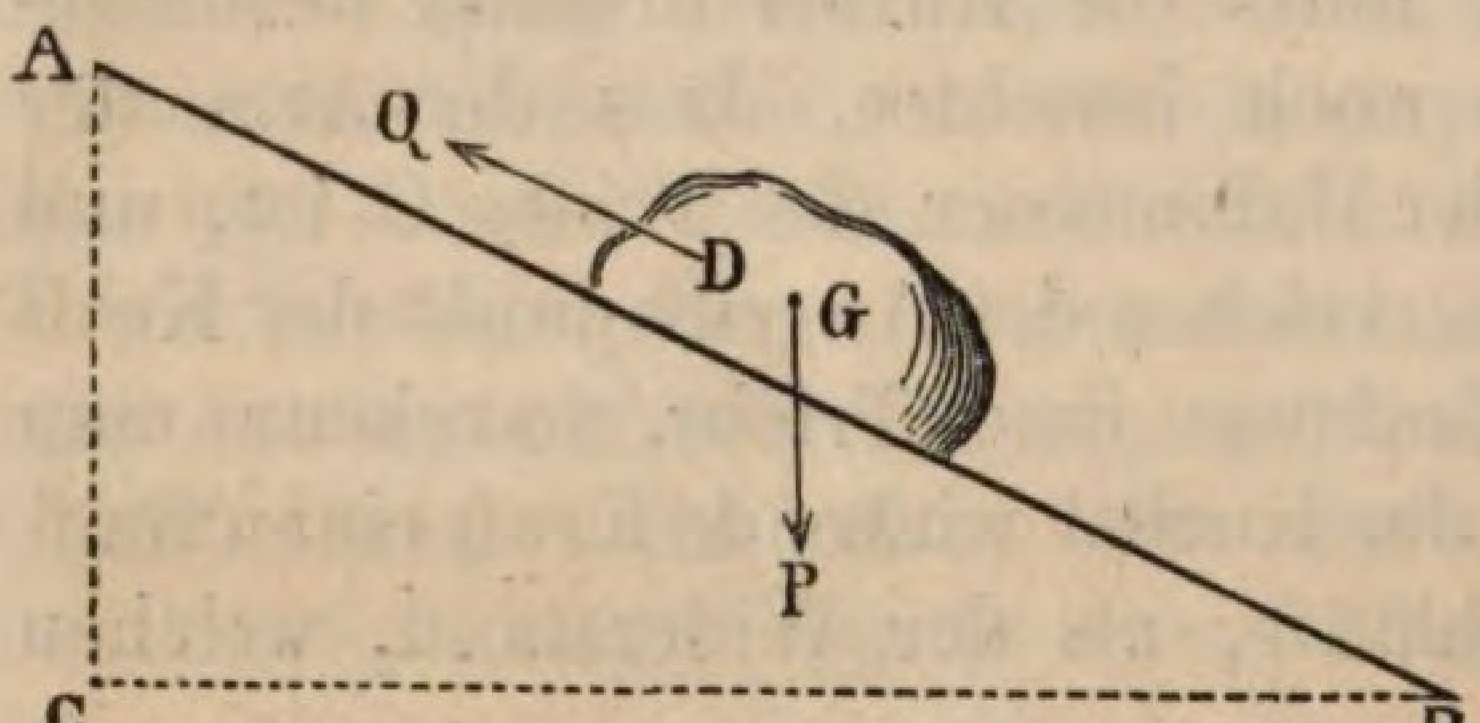


Fig. 119.

punkt der Kraft P zurücklegen muss, d. h. einen Weg, der doppelt, dreimal, viermal so gross ist als die Höhe, um welche sich der Körper erhebt, indem er auf der schiefen Ebene emporsteigt.

Wenn folglich der Angriffspunkt A (Fig. 120 u. 121) einer Kraft F eine Linie AB beschreibt, welche schief gegen die Richtung dieser Kraft gerichtet ist, so fällt man von dem Punkt B eine Senkrechte BC auf die Richtung der Kraft, und nennt die Entfernung AC den in der Richtung der Kraft gemessenen Weg, welchen der Angriffspunkt derselben durchläuft. Und wenn man nur immer diese Linie AC für den Weg des Angriffspunktes der Kraft F nimmt, so sieht man leicht dass der am Anfang des §. 78 angeführte Satz in allen Fällen richtig ist. So würden wir ihn bestätigt finden in dem Fall, wo die Kraft, mit welcher der Körper die schiefe Ebene hinaufgezogen wird, horizontal wirkt (Fig. 103 Seite 104), also beide Angriffspunkte Wege beschreiben, die nicht in der Richtung der Kräfte liegen. Wir werden uns sogleich überzeugen, dass er auch für den Hebel gilt, bei welchem die beiden Kräfte schief gegen die Hebelarme wirken (Fig. 122).

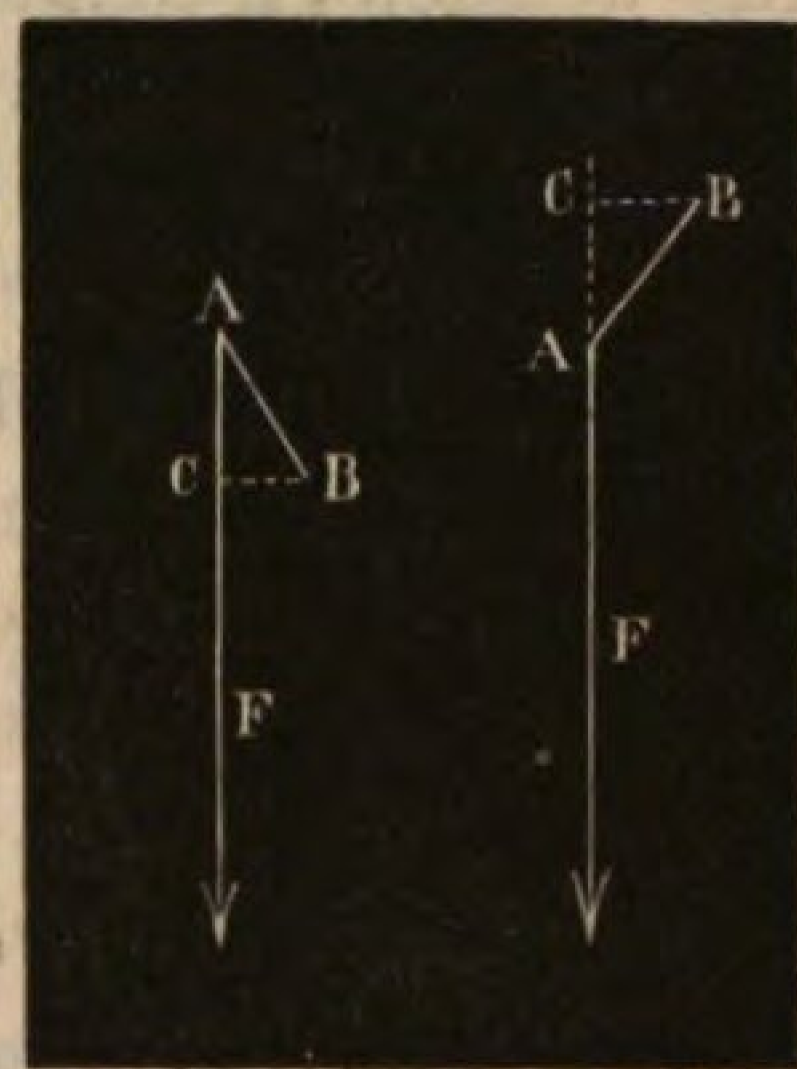


Fig. 120. Fig. 121.

Damit ein solcher Hebel im Gleichgewicht ist, müssen sich die Kräfte P u. Q, welche an ihm wirken, umgekehrt wie die Linien C*a* u. C*b* verhalten, welche von dem Drehungspunkte C aus senkrecht auf die Richtungen der beiden Kräfte gefällt sind. Wenn der Hebel um eine kleine Grösse um den Unterstützungspunkt C gedreht wird, so gelange der Punkt A nach A′ und der Punkt B nach B′. Die von diesen Punkten durchlaufenen Wege, in der Richtung der an ihnen angreifenden Kräfte gemessen, sind also AD und BE, vorausgesetzt dass A′D senkrecht auf die Richtung der Kraft P und B′E senkrecht auf die Richtung der Kraft Q gefällt wurde. Es ist folglich zu zeigen, dass das Verhältniss von AD zu BE dasselbe ist, wie das von Q zu P. Zu dem Ende beachte man, dass die kleinen Kreisbögen AA′ und BB′ als gerade Linien, welche bezüglich auf AC und BC senkrecht stehen, betrachtet werden dürfen. Alsdann

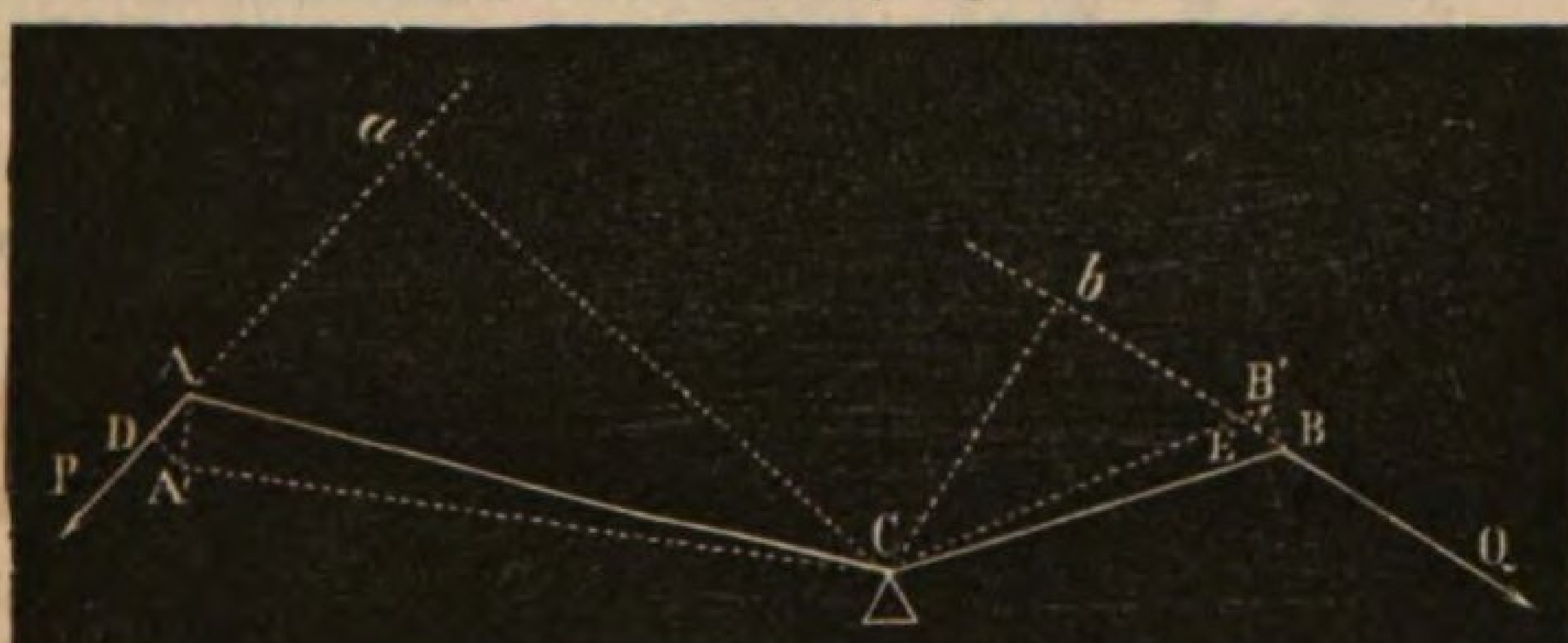


Fig. 122.

ist aber das Dreieck ADA′ ähnlich dem Dreieck ACa, da ihre Seiten wechselseitig auf einander senkrecht stehen; daraus folgt die Proportion:

$$AD : Ca = AA' : AC.$$

Aus demselben Grunde, wie vorhin, sind die Dreiecke BEB′ und BCb einander ähnlich, woraus ebenso folgt:

$$BE : Cb = BB' : CB.$$

Nun sind AA′ und BB′ Bögen, welche gleichgrossen Centriwinkeln ACA′ und BCB′ angehören; sie sind folglich den entsprechenden Halbmessern AC, BC proportional; folglich sind die beiden letzten Verhältnisse der obigen Proportionen einander gleich, die ersten Verhältnisse bilden also die Proportion:

$$AD : Ca = BE : Cb,$$

oder, wenn man darin die beiden mittleren Glieder verwechselt

$$AD : BE = Ca : Cb.$$

Wenn wir uns endlich erinnern, dass die Senkrechten Ca und Cb in dasselbe Verhältniss wie die Kräfte Q und P zu einander haben, so folgt aus obiger Proportion, dass AD und BE in demselben Verhältniss zu einander stehen, und diess ist es, was bewiesen werden sollte.

§. 80. Jede Maschine, wie zusammengesetzt sie auch immer sei, kann, wie alle, die wir bisher schon betrachtet haben, zuletzt auf zwei einfache Maschinen, oder auf Zusammensetzungen aus diesen, zurückgeführt werden: auf den Hebel und die schiefe Ebene; wenn daher auf eine solche Maschine zwei Kräfte wirken, so können wir uns ganz so, wie in den vorhergehenden Beispielen davon überzeugen, dass allemal, was an Kraft gewonnen, an Geschwindigkeit verloren wird; wenn man nur dieser Behauptung die Bedeutung beilegt, welche wir in den vorhergehenden Entwicklungen näher auseinander gesetzt haben. Die Allgemeinheit dieses Prinzips ist mathematisch nachgewiesen worden, aber betreffs dieses Beweises müssen wir auf die Werke über rationelle Mechanik verweisen*). Die zahlreichen Fälle, in welchen wir es schon bestätigt gefunden haben, und welche wir noch beliebig vermehren könnten, werden hinreichen, es ohne Schwierigkeit als richtig zuzugeben. Wir werden also in Zukunft den folgenden Satz

*) Es ist dieses Prinzip kein anderes, als das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, unter welchen Geschwindigkeiten die in der Richtung der Kräfte gemessenen Wege verstanden werden, welche die Angriffspunkte derselben in gleichen, aber sehr kleinen Zeiten beschreiben. Lagrange hat es in seiner „Mecanique analytique“ zum Ausgangspunkt für die ganze Statik, oder die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte, genommen.

als erwiesen annehmen: Wenn zwei Kräfte, welche an einer Maschine wirken, sich das Gleichgewicht halten, so verhalten sie sich umgekehrt, wie die Wege, welche von ihren Angriffspunkten in gleichen Zeiten beschrieben werden, diese Wege in der Richtung der betreffenden Kräfte gemessen.

Dieses allgemeinen Satzes kann man sich sogar bedienen, um das Verhältniss zweier Kräfte aufzufinden, welche sich an einer Maschine das Gleichgewicht halten sollen; wir geben im Folgenden einige Beispiele davon.

§. 81. **Die Schraubenpresse.** — Die Schraubenpresse (Fig. 123) dient, wie jede Presse, dazu, Körper zusammenzupressen. Die Schraubenspindel A kann sich in der feststehenden Mutter B bewegen; sie endigt unten in einem Kopf C, der von zwei auf einander senkrecht stehenden Löchern durchbohrt ist. In eines dieser Löcher steckt man einen Hebel und dreht mittelst desselben die Schraubenspindel um eine gewisse Grösse herum; hierauf nimmt man den Hebel wieder heraus, und steckt ihn in das andere Loch, um die Spindel wieder um ein bestimmtes Stück zu drehen, und so fährt man fort, so lange die Schraube gedreht werden soll. In Folge dieser Drehung hebt oder senkt sich die Schraubenspindel, je nach dem Sinne, in welcher die Drehung stattfindet. Dieser auf- oder abwärts gehenden Bewegung der Spindel folgt die Platte D, jedoch ohne sich mit herumzudrehen; zu dem Ende wird ihre Bewegung durch zwei vertikale Ständer M und N geleitet, die in Ausschnitte, welche zu beiden Seiten der Platte angebracht sind, eingreifen, während sich der Kopf C in einem an ihr befestigten Lager frei drehen kann. Auf die feststehende Platte E wird der Körper gelegt, welcher gepresst werden soll. An der vorderen Seite dieser Platte bemerkt man eine Art Schnabel; derselbe correspondirt mit einer Rinne, welche auf der oberen Fläche der Platte E rings um dieselbe eingegraben ist, und zur Aufnahme und Abführ-

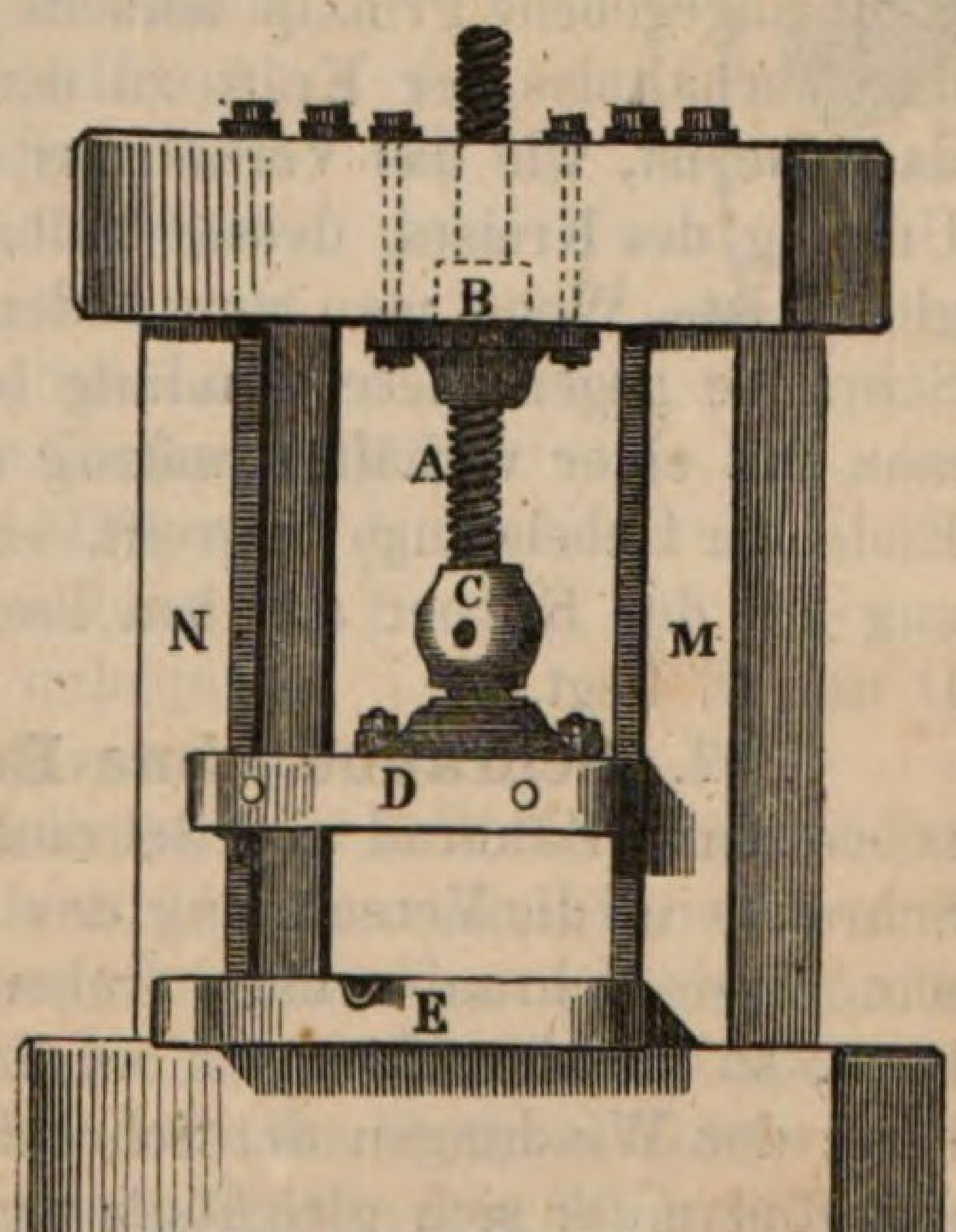


Fig. 123.

ung der Flüssigkeit dient, welche aus gewissen Körpern durch die Wirkung der Presse ausgedrückt wird.

Wenn die Schraubenspindel in der passenden Richtung gedreht wird, so geht die Platte D abwärts und legt sich bald an den Körper an, den man auf die feste Platte E gelegt hat; bei fortgesetzter Drehung der Spindel wird daher auf diesen Körper ein Druck ausgeübt, der eine sehr bedeutende Grösse erlangen kann, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht: Indem die Schraube eine ganze Umdrehung macht, rückt sie zugleich um ein Stück, gleich ihrer Ganghöhe abwärts; während also der Angriffspunkt der Kraft den Umfang des Kreises beschreibt, dessen Halbmesser gleich der Länge des durch den Kopf C gesteckten Hebels ist, rückt der Angriffspunkt des Widerstands um die Ganghöhe der Schraube fort. Das in §. 80 angegebene Prinzip berechtigt uns, daraus zu schliessen, dass das Verhältniss der Kraft zu dem zu überwindenden Widerstand dasselbe ist, wie das Verhältniss der Ganghöhe der Schraube zum Umfang des Kreises, dessen Halbmesser der Länge der Hebelstange gleich ist. Wenn man nun bedenkt, wie klein die Ganghöhe der Schraube gegen diesen Umfang ist, so wird es einleuchten, dass man mit einer verhältnissmässig schwachen Kraft, welche an dem Ende der Hebelstange angreift, eine ausserordentlich grosse Pressung auf den Körper ausüben kann, welcher zwischen den Platten D und E liegt.

§. 82. **Schraube ohne Ende.** — Manchmal bringt man neben einem Zahnrad eine Schraube so an, dass die Windungen der Schraube in die Verzahnung des Zahnrads eingreifen. Wenn sich nun diese Schraube blos drehen, aber nicht vorwärts bewegen kann, so ist klar, dass sich bei dieser Drehung die Zähne des Rades längs den Windungen der Schraube vorwärts bewegen müssen, d. h. das Rad muss sich gleichfalls um seine Axe drehen. Eine solche Vorrichtung heisst Schraube ohne Ende, aus dem Grunde, weil die Schraube, und mit ihr das Rad, fortwährend gedreht werden kann, während bei der gewöhnlichen Schraube mit Mutter die Drehung nur so lange fortgesetzt werden kann, als die Mutter noch nicht an das Ende ihrer Windungen gekommen ist.

Die Fig. 124 zeigt eine Schraube ohne Ende, welche dazu dient, eine der Saiten eines Contrebasses zu spannen. Die Schraube greift in ein Rad, welches 20 Zähne trägt und an einem kleinen Cylinder befestigt ist, auf welchem sich die Saite aufwickelt. Wenn die Schraube eine ganze Umdrehung macht, so schreitet das Rad um einen Zahn fort; die Drehung des Rades ist also 20mal langsamer als die der Schraube. Daraus folgt, dass die Kraft, mit welcher an dem Griff der Schraube

gedreht werden muss, um die Saite zu spannen, 20mal so klein ist, als diejenige, welche zu demselben Zweck nothwendig wäre, wenn jener Griff direkt an dem Cylinder, auf welchem sich die Saite aufrollt, befestigt wäre.

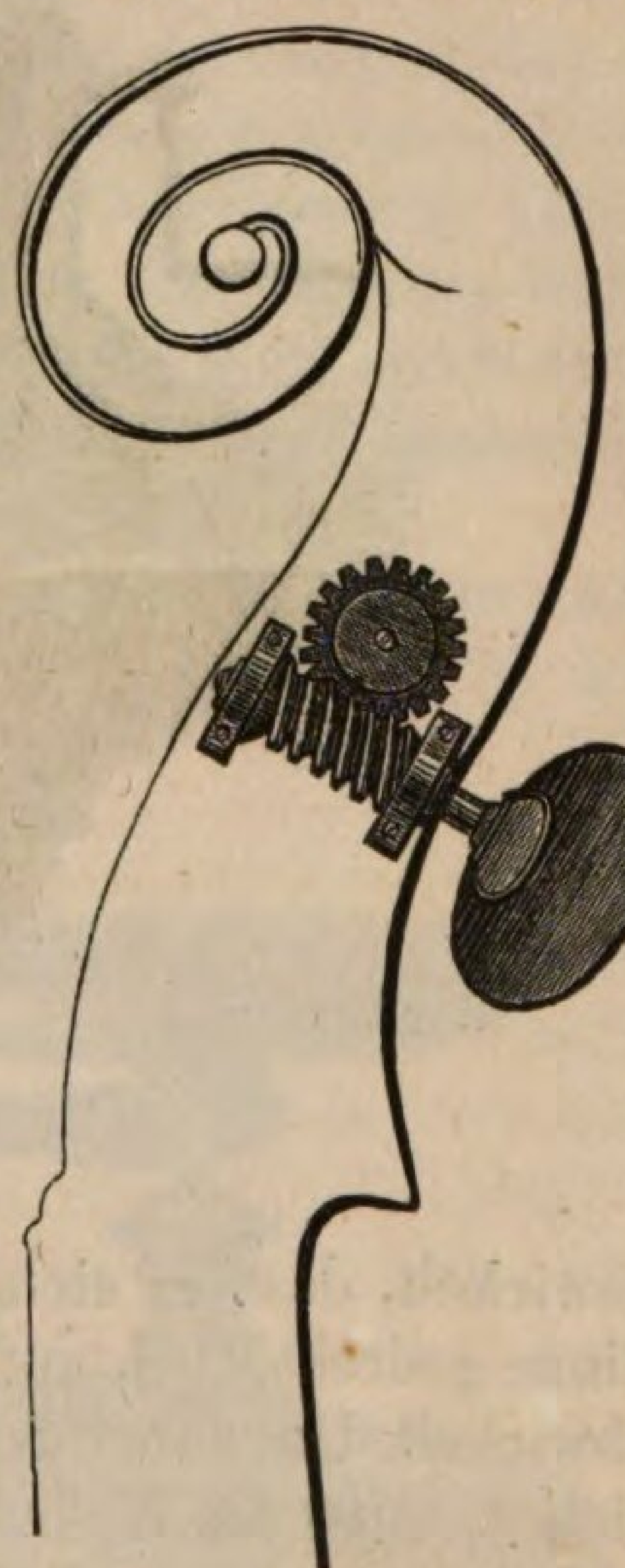


Fig. 124.

§. 83. **Die Gegenwinde.** — In §. 60 haben wir gesehen, dass sich die Kraft, welche an einem Haspel oder einer Winde einer Last das Gleichgewicht hält, zu dieser Last verhalten muss, wie der Halbmesser der Haspelwelle zu dem Hebelarm, an welchem die Kraft wirkt. Man sieht daraus, dass man mit Hülfe einer solchen Maschine mit einer gegebenen Kraft einem Widerstand von beliebiger Grösse das Gleichgewicht halten kann, wenn man nur den Halbmesser der Haspelwelle hinreichend klein im Verhältniss zum Hebelarm der Kraft nimmt. Aber in Wirklichkeit darf man doch gewisse Grenzen nicht überschreiten. Einerseits kann man die Länge der Hebelstange, auf welche die Kraft wirken muss, nicht über ein gewisses Mass vergrössern, wenn man nicht eine Maschine erhalten will, die ausserordentlich unbequem und schwer zu handhaben ist; auf der andern Seite darf man aber auch den Halbmesser der Welle nicht zu sehr vermindern, da sie immer noch die nöthige Festigkeit behalten muss, um unter dem Gewicht der zu überwindenden Last nicht zerbrochen zu werden. Für solche Fälle nun, wo der gewöhnliche Haspel nicht mehr ausreicht, tritt die Gegenwinde an seine Stelle, mittelst welcher, ohne Grenze, mit einer beliebig kleinen Kraft einem Widerstande von beliebiger Grösse das Gleichgewicht gehalten werden kann.

Diese Winde unterscheidet sich von der gewöhnlichen Winde oder dem Haspel dadurch, dass ihre Welle aus zwei Cylindern mit ungleichen Halbmessern besteht (Fig. 125). An dem dickeren dieser beiden Cylinder ist das eine Ende eines Seiles festgemacht, welches, nachdem es mehrmals um denselben herumgeschlungen ist, abwärts geht, um sich um den Hals einer losen Rolle zu legen, worauf es wieder emporsteigt, und auf dem kleineren Cylinder aufgerollt wird, an welchem sein zweites Ende festgemacht ist. An der Scheere der losen Rolle ist der empor zu hebende Körper aufgehängt. An den Enden der Welle sind Kurbeln angebracht, welche dazu dienen, dieselbe zu drehen. Das Seil ist auf den beiden Theilen der Welle so auf-

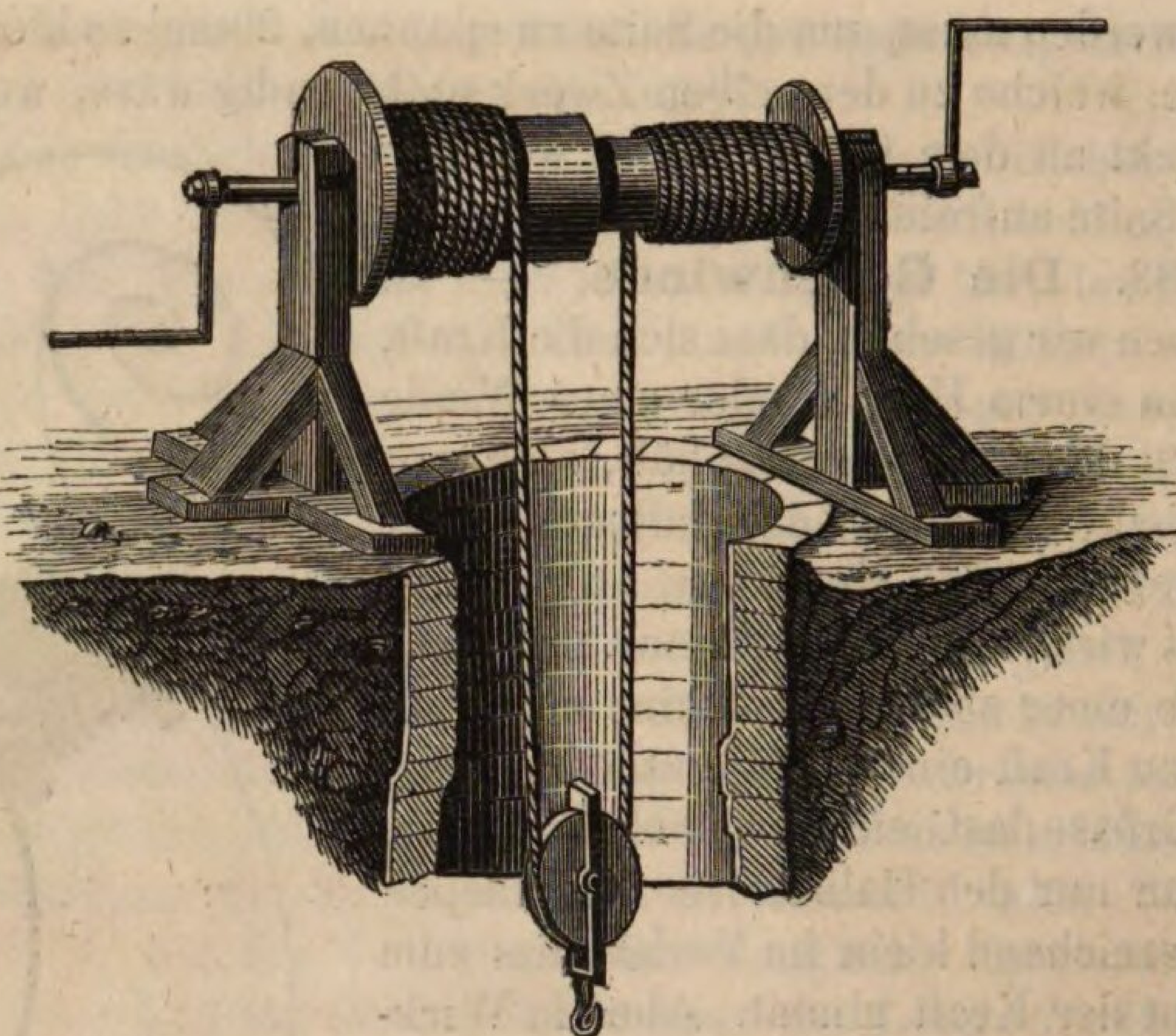


Fig. 125.

gewickelt, dass es sich, während die Welle in dem einen oder andern Sinne gedreht wird, auf der einen Seite auf- und auf der andern Seite abwickelt. Um daher den an der Rolle hängenden Körper aufwärts zu ziehen, muss die Welle so gedreht werden, dass sich das Seil an dem dickeren Cylinder auf-, an dem dünneren dagegen abwickelt. Nehmen wir an, es würden zwei Umdrehungen an der Haspelwelle gemacht, so ist klar, dass sich das Seil, an welchem die lose Rolle hängt, auf der einen Seite um den doppelten Umfang des dickeren Cylinders verkürzt, während es sich auf der andern Seite um den doppelten Umfang des kleineren Cylinders verlängert; es verkürzt sich also, im Ganzen, um die doppelte Differenz zwischen dem Umfang des dickeren und dem des dünneren Cylinders. Diese Verkürzung des frei herabhängenden Theiles des Seiles vertheilt sich gleichmässig auf die beiden Seilstücke, welche die Rolle tragen, und welche als parallel angesehen werden können; daraus folgt, dass die Rolle um eine Strecke, gleich der Differenz der Umfänge der beiden Cylinder empor steigt. Während also der Angriffspunkt der Kraft, die Peripherie eines Kreises, dessen Halbmesser gleich dem Kurbelarm ist, zweimal durchläuft, rückt der Angriffspunkt der Last um die Differenz zwischen dem Umfang des dickeren und dünneren Cylinders der Welle vorwärts. Wenn wir folglich das Prinzip des §. 80 anwenden und bemerken, dass sich die Peripherien zweier Kreise wie ihre Halbmesser verhalten, so gelangen wir zu folgendem Satz: Bei der Gegenwinde verhält sich die Kraft zur Last, wie die Differenz der Halbmesser der beiden Cylinder der

Welle zur doppelten Länge des Hebel- oder Kurbelarms, an welchem die Kraft angreift.

Man sieht daraus, dass es richtig war, wenn wir oben behauptet haben, dass man mit Hülfe der Gegenwinde mit einer gegebenen Kraft einem Widerstand von beliebiger Grösse das Gleichgewicht halten könne. Man darf zu dem Ende nur die Differenz zwischen den Halbmessern der beiden cylindrischen Theile der Welle hinlänglich klein machen, was geschehen kann, ohne ihrer Dicke selbst und somit ihrer Festigkeit irgend Eintrag zu thun.

§. 84. **Die Roberval'sche Wage.** — Die Roberval'sche, auch Strassburger Wage genannt, welche in Fig. 126

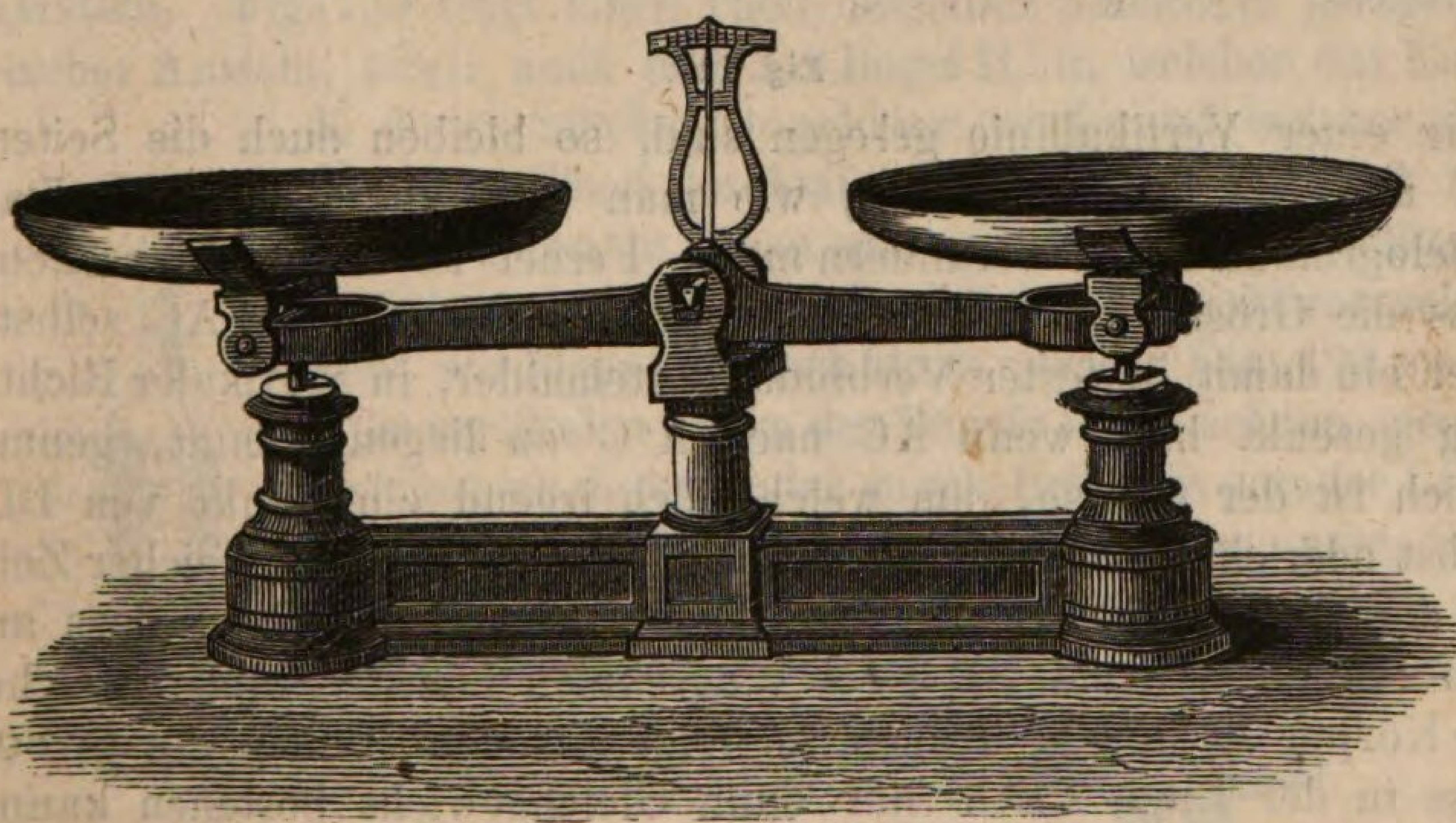


Fig. 126.

abgebildet ist, hat für den gewöhnlichen Gebrauch den Vorzug vor der gemeinen Wage, dass ihre Wagschalen von allen Seiten frei und zugänglich, nicht von Schnüren oder Aufhängketten umgeben sind, so dass der zu wiegende Körper, welcher hineinzulegen ist, von beliebiger Gestalt und Grösse sein kann.

Die Construction dieser Wagen gründet sich auf folgendes Princip. Man denke sich ein Parallelogramm ABCD (Fig. 127), welches von vier starren, unbiegsamen Stäben AB, AC, BD, CD gebildet wird, die in ihren Zusammenstossungspunkten wie in Scharnieren beweglich sind. Die Mitten E, F der Stäbe AB und CD seien beide in einer unveränderlichen Lage festgehalten, jedoch so, dass sich diese Stäbe, jeder für sich, ohne Schwierigkeit um sie drehen können. Wenn man die Gestalt des Parallelogramms verändert, indem man die Seite AB um den Punkt E dreht, bis sie die Lage A'B' erhält, so wird die untere Seite CD in die Lage C'D' kommen, und die beiden andern Seiten, welche die Lagen A'C' und B'D' er-

halten, werden immer parallel zur Linie EF bleiben, wie sie es vorher schon waren. Vorausgesetzt also, dass die Punkte E und

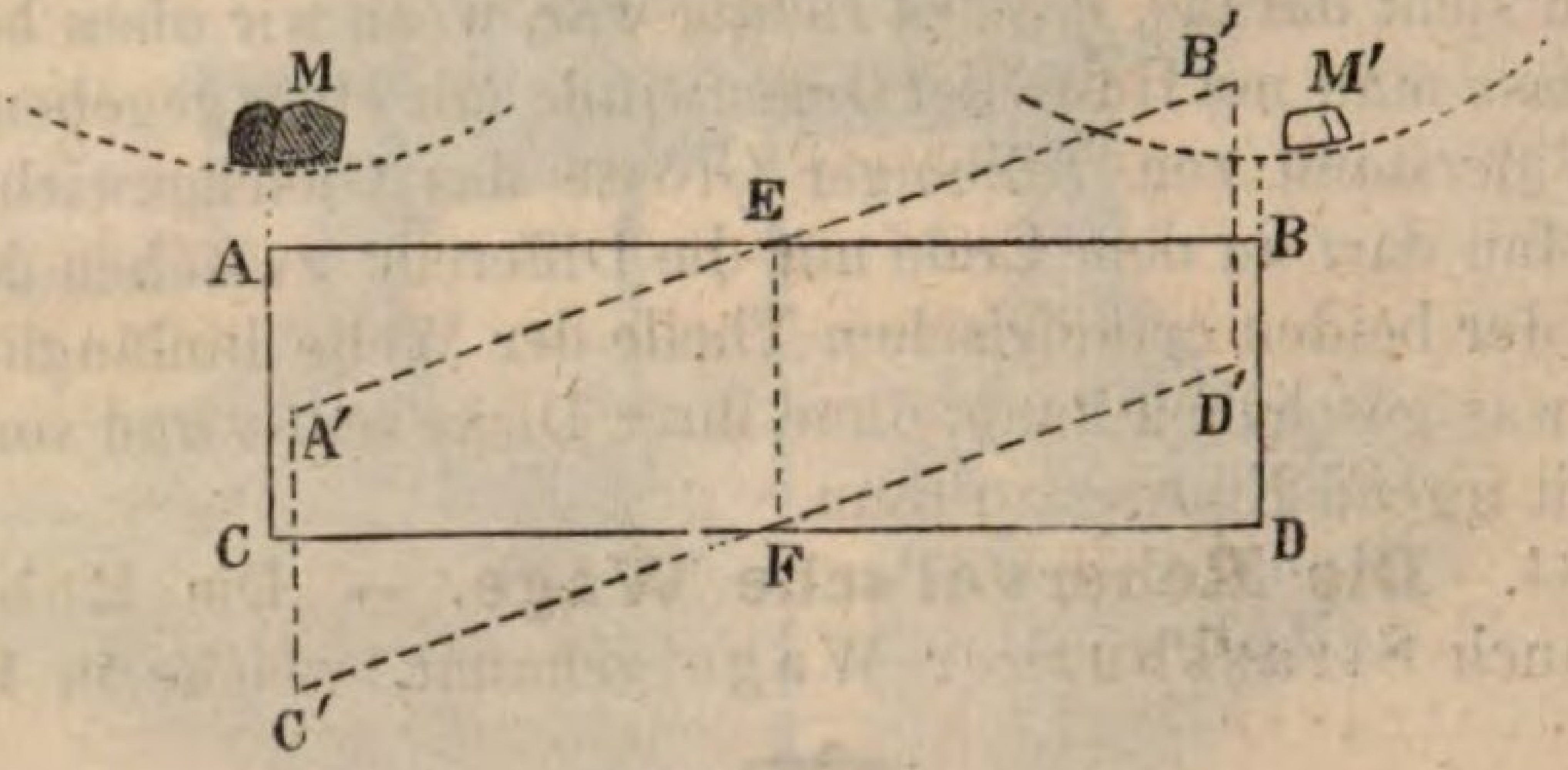


Fig. 127.

F in einer Vertikallinie gelegen sind, so bleiben auch die Seiten AC und BD immer vertikal, wie man auch die Gestalt des Parallelogramms ABCD verändern mag. Ferner ist leicht einzusehen, dass die Grösse, um welche sich irgend ein Punkt von AC selbst, oder ein damit in fester Verbindung stehender, in vertikaler Richtung gesenkt hat, wenn AC nach A'C' zu liegen kommt, genau gleich ist der Grösse, um welche sich irgend ein Punkt von BD selbst oder ein damit in fester Verbindung stehender, zu gleicher Zeit in derselben Richtung erhebt. Denkt man sich daher, dass an den Stäben AC und BD zwei Wagschalen befestigt sind, welche die Körper M und M' tragen, so folgt aus dem Princip des §. 80, dass in der Lage ABCD nur dann Gleichgewicht bestehen kann, wenn die Gewichte der beiden Körper gleichgross sind, wo dieselben auch auf den Wagschalen liegen mögen; denn diese Gewichte müssen sich verhalten wie die in der Richtung der Vertikalen gemessenen Wege, welche die Schwerpunkte der Körper beschreiben, wenn sich die eine Schale senkt und die andere hebt.

Für die wirkliche Ausführung der Wage ist es nothwendig, die verschiedenen Stücke so anzufertigen, dass das ganze Parallelogramm sehr leicht beweglich ist, eine Bedingung, die unerlässlich ist, wenn das Gewicht eines Körpers mit einiger Genauigkeit gefunden werden soll. Wenn man in den Punkten A, B, C, D einfach Scharniere angebracht hätte, so würde die in denselben entstehende Reibung alle Empfindlichkeit der Wage verhindert haben. Man hat desshalb folgende Construction vorgezogen. Das Stück AB hat die Form eines gewöhnlichen Wagbalkens, welcher sich in dem Punkte E mittelst einer Schneide auf eine feste Unterlage stützt; an den Enden A und B dieses Wagbalkens sind die Stäbe AC und BD mittelst Schneiden, mit denen sie versehen sind, aufgehängt.

Die untere Seite CD des Parallelogramms ist so eingerichtet, wie es Fig. 128 zeigt, welche die Ansicht derselben, von oben gesehen,

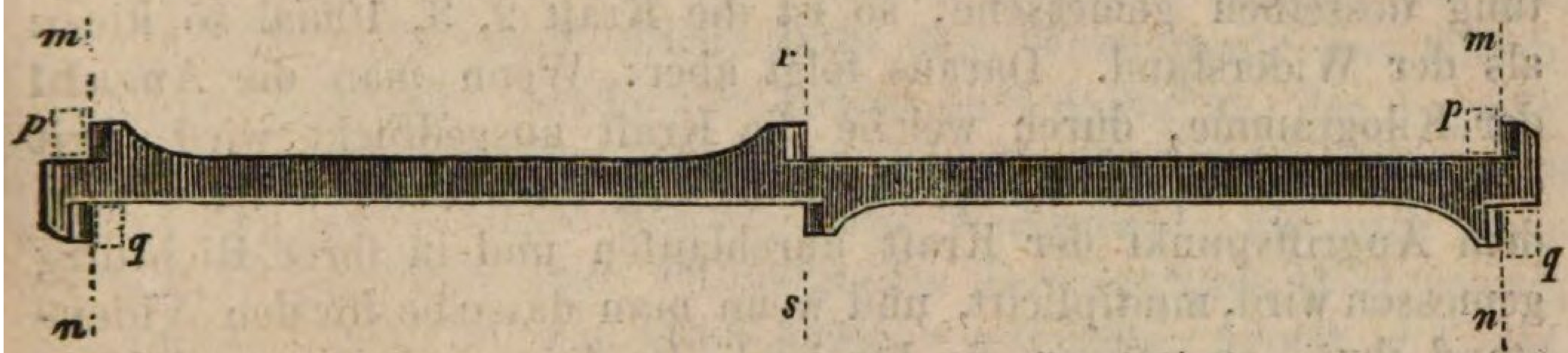


Fig. 128.

darstellt. Fig. 129 zeigt einen Theil desselben Stückes in perspectivischer Ansicht, sowie auch eine Art Bügel H, in welchen das Ende K dieses Stückes eingehängt wird, und welcher den untersten Theil des Stabes AC bildet. Der Stab BD endigt unten in einen ganz ähnlichen solchen Bügel. Das Ineinandergreifen der Stücke ist wohl von selbst klar, wir fügen nur noch hinzu, dass in Fig. 128 *p* und *q* die vertikalen Seiten des Bügels H bezeichnen, gegen welche sich die einander zugekehrten, in gerader Linie *mn* gelegenen Schneiden jedes Endes des untern Stückes CD anlegen, während dieses Stück selbst auf beiden Seiten auf der nach oben gekehrten Schneide





Fig. 129.

des untern Steges der Bügel H ruht; dadurch wird dasselbe bereits vollständig getragen, und es darf nur noch dafür gesorgt werden, dass sich der Punkt F nicht in horizontaler Richtung verschieben kann. Diess erreicht man aber mittelst zweier Schneiden, die, nach entgegengesetzter Seite gerichtet und in der nämlichen geraden Linie rs (Fig. 128) gelegen, an den aufrechtstehenden Stücken eines festen Bügels G (Fig. 129) anliegen. Die so eben beschriebenen untern Theile des Mechanismus sind im Innern des Gestells der Wage verborgen.

§. 85. **Arbeit der Kräfte.** — Nach dem Princip des §. 80 wissen wir: Wenn an einer Maschine, welche sich im Zustande der gleichförmigen Bewegung befindet, an welcher sich also Kraft und Widerstand das Gleichgewicht halten, der von dem Angriffs-

punkt der Kraft zurückgelegte und in der Richtung derselben gemessene Weg 2, 3, 10mal so gross ist, als der in derselben Zeit von dem Widerstand zurückgelegte und gleichfalls in der Richtung desselben gemessene, so ist die Kraft 2, 3, 10mal so klein als der Widerstand. Daraus folgt aber: Wenn man die Anzahl der Kilogramme, durch welche die Kraft ausgedrückt wird, mit der Anzahl der Meter, welche den Weg darstellen, welcher von dem Angriffspunkt der Kraft durchlaufen und in ihrer Richtung gemessen wird, multiplicirt, und wenn man dasselbe für den Widerstand thut, so müssen die für beide Produkte erhaltenen Zahlen einander gleich sein.

Man nennt nun das Produkt aus irgend einer Kraft, worunter auch ein Widerstand verstanden sein kann, in den von dem Angriffspunkt derselben zurückgelegten und in ihrer Richtung gemessenen Weg die Arbeit der Kraft, wobei man sich natürlich die Kraft in Kilogrammen und den Weg in Metern ausgedrückt denken muss. Demnach kann man das Princip des §. 80 auch so aussprechen: Wenn an einer Maschine Kraft und Widerstand im Gleichgewicht sind, so muss die Arbeit, welche in irgend einem Zeitraum der Bewegung der Maschine von der Kraft entwickelt wird, gleich der Arbeit des Widerstandes in der nämlichen Zeit sein.

§. 86. Um den hier angewandten Ausdruck „Arbeit“ zu rechtfertigen, wollen wir zeigen, dass das Produkt, welchem wir diesen Namen gegeben haben, in der That gebraucht werden kann, um dasjenige zu messen was man im gewöhnlichen Leben unter dem Worte Arbeit versteht. *) Wenn wir zunächst die verschiedenen Arbeiten näher betrachten, welche entweder von Maschinen, als Wasserrädern oder Dampfmaschinen, oder von Thieren oder Menschen, welche ihre Muskelkräfte anstrengen, geleistet werden, so sehen wir leicht, dass es sich allemal darum handelt, den Angriffspunkt des zu überwindenden Widerstandes fortzubewegen. So kann die Arbeit darin bestehen, schwere Körper, wie Steine oder Wasser, in die Höhe zu heben; die gegenseitige Lage der Moleküle eines festen Körpers zu verändern, wie beim Schmieden des Eisens oder des Kupfers; oder diese Moleküle von einander zu trennen,

*) Wir haben hier natürlich nur die mechanische Arbeit (im Gegensatz zu der geistigen) im Auge, welche von Maschinen oder Thieren, oder auch von Menschen ausgeführt wird, vorausgesetzt, dass in letzterem Falle die etwa in Anspruch genommene geistige Thätigkeit nicht in Betracht gezogen wird.

wie bei dem Bearbeiten des Holzes oder der Steine, beim Mahlen des Getreides u. s. f. In diesen verschiedenen Fällen und in allen andern, welche noch angeführt werden könnten, besteht, wie man sieht, die Arbeit nicht allein darin dem Widerstande das Gleichgewicht zu halten, sondern es kommt auch darauf an, den Angriffspunkt des Widerstandes fortzubewegen. Der Begriff der Arbeit setzt also ebensowohl einen überwundenen Widerstand, als auch einen vom Angriffspunkt dieses Widerstandes durchlaufenen Weg voraus.

Die Grösse der von einem Arbeiter geleisteten Arbeit, d. h. das, nach welchem sich der Lohn richtet, den er erhält, hängt offenbar von den zwei Momenten ab, die wir so eben in dem Begriff der Arbeit gefunden haben. Wenn zwei Arbeiter damit beschäftigt sind, mittelst Schaufeln Erde von einer Fläche auf eine höher gelegene zu heben (Fig. 130), und es fördert der eine von ihnen doppelt so

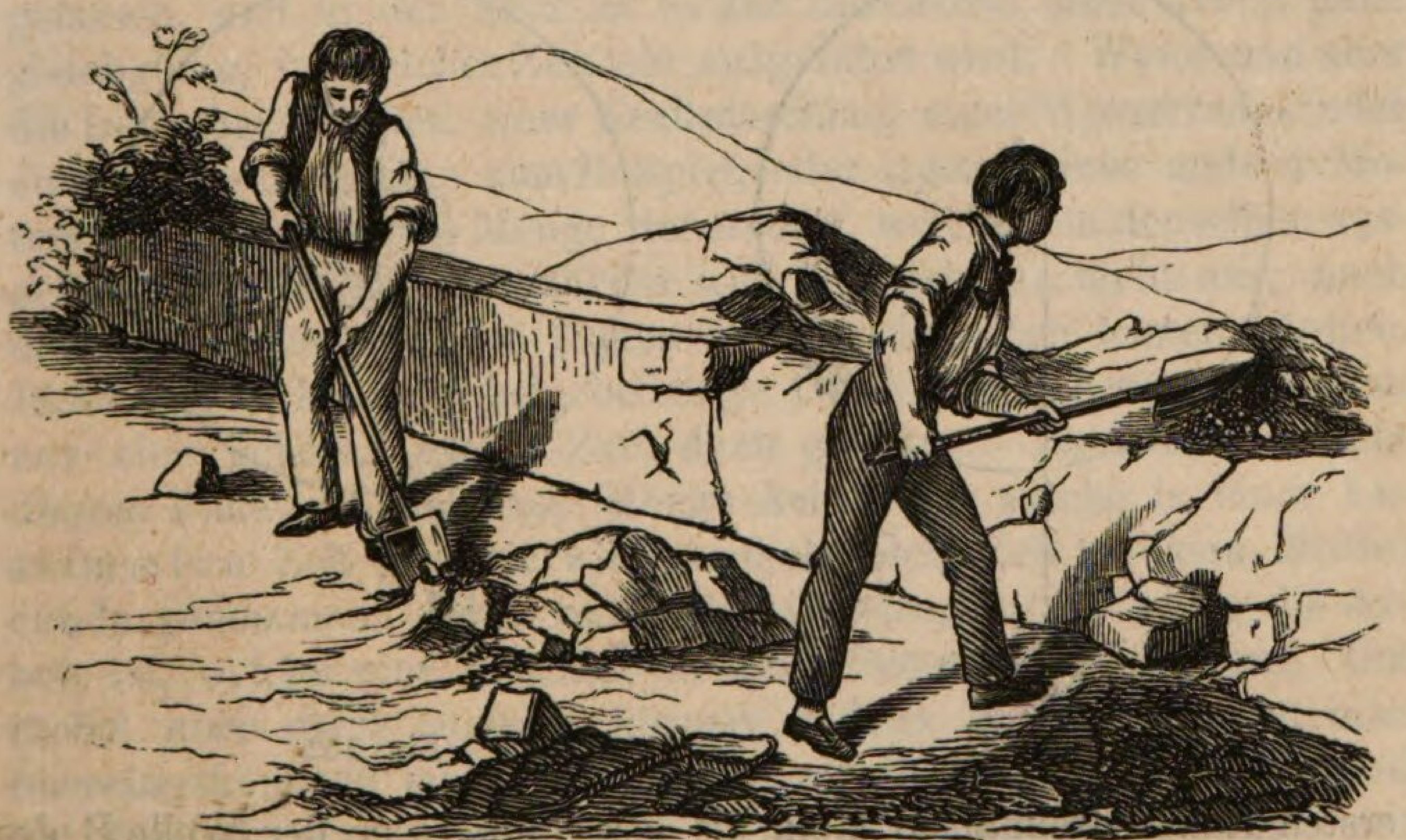


Fig. 130.

viel als der andere, so ist klar, dass die von ihm geleistete Arbeit doppelt so gross ist, und er wird folglich auch den doppelten Lohn erhalten müssen. Wenn ebenso der eine dieser Arbeiter eine gewisse Quantität Erde 2 Meter hoch fördert, während der andere dieselbe Quantität blos einen Meter hoch hebt, so hat der erste eine doppelt so grosse Arbeit geleistet als der zweite, und wird folglich auch doppelt so viel bezahlt erhalten müssen. Man sieht also, dass bei derselben aufgewendeten Kraft die Arbeit der Grösse des Weges proportional ist, welchen der Angriffspunkt dieser Kraft durchlaufen muss, diesen Weg in der Richtung der Kraft gemessen, und ebenso, dass bei demselben Weg, welcher zurückgelegt werden

muss, die Arbeit der Grösse des überwundenen Widerstandes proportional ist. Daraus folgt aber nothwendig, dass die Arbeit dem Produkt aus dem überwundenen Widerstand in den von seinem Angriffspunkt durchlaufenen und in seiner Richtung gemessenen Weg proportional sein muss, so dass also dieses Produkt als Maass für die Arbeit genommen werden kann.

Aus dem bisher Gesagten folgt, dass die Grösse der Arbeit dieselbe bleibt, wenn der überwundene Widerstand zwei-, dreimal so gross, zugleich aber der von seinem Angriffspunkt durchlaufene Weg zwei-, dreimal so klein wird. Diess wird durch folgendes sehr einfaches Beispiel bestätigt. Ein und derselbe Arbeiter wirke nach einander auf zwei Sprossenräder, die einander ganz ähnlich sind (Fig. 131 und 132), nur sei der Halbmesser der Welle A des

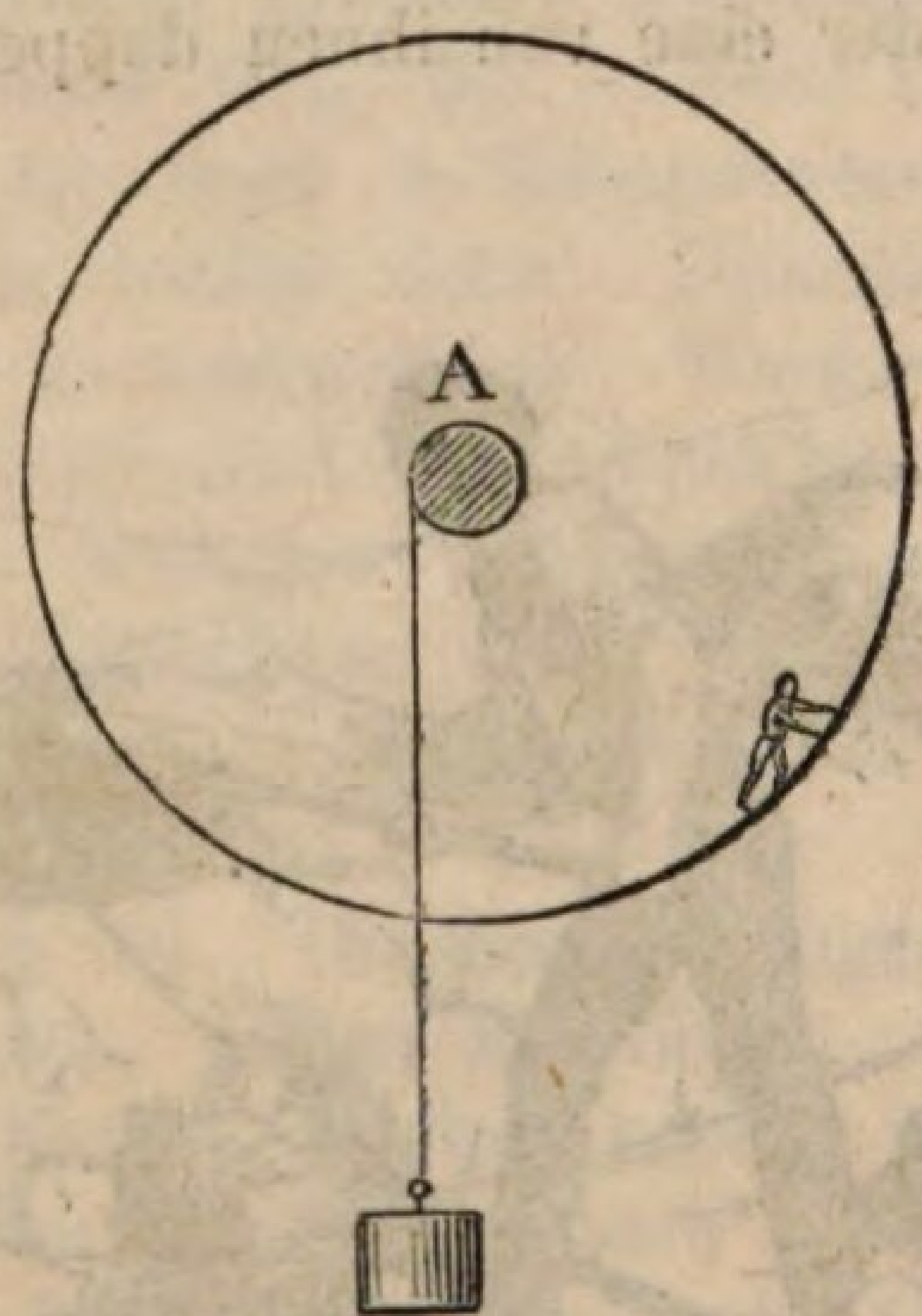


Fig. 131.

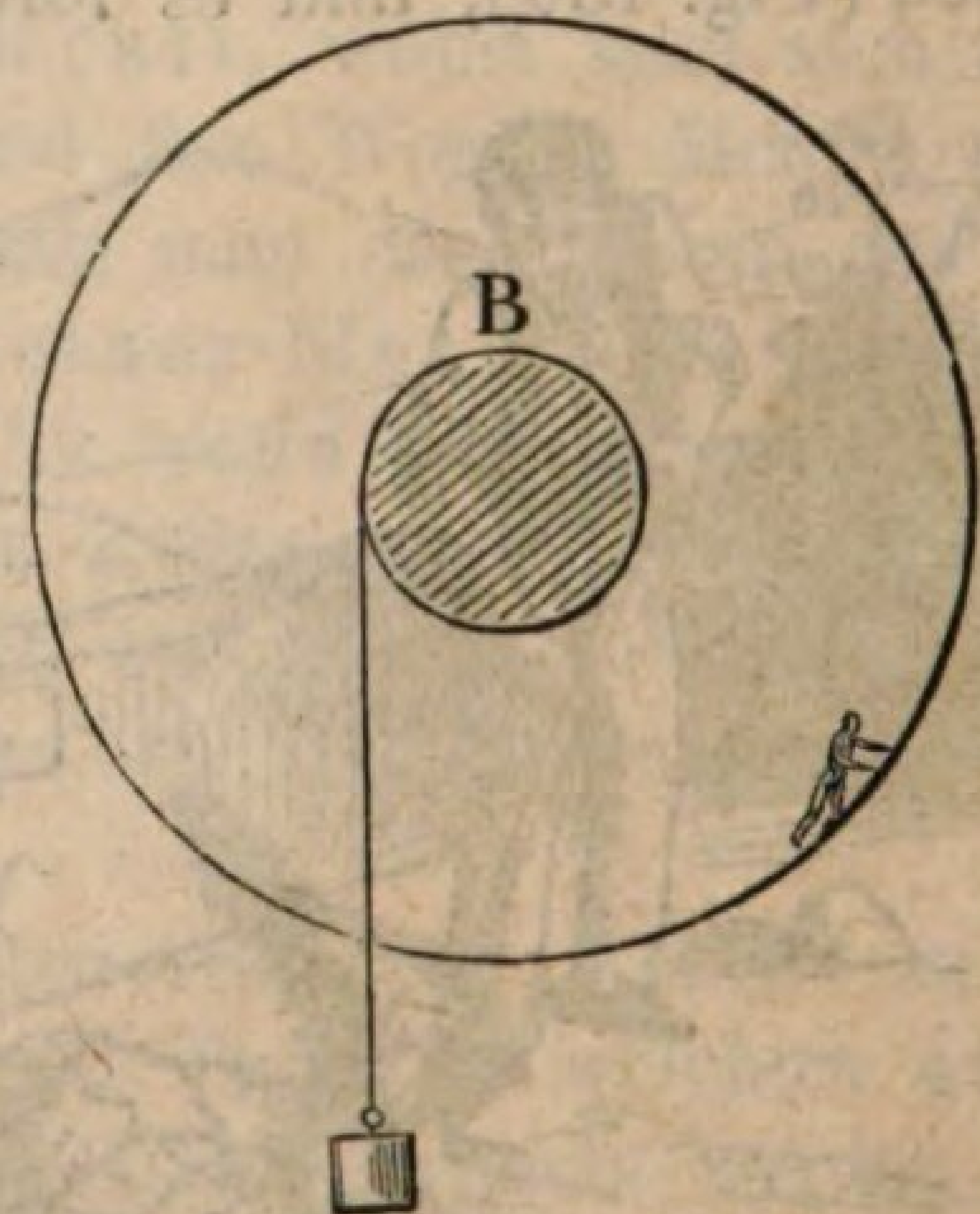


Fig. 132.

ersten Rades dreimal so klein als der Halbmesser der Welle B des zweiten, und dagegen sei das Gewicht des an dem Seil der Welle A hängenden Körpers dreimal so gross als das Gewicht des an dem Seil der Welle B hängenden.

Unter diesen Voraussetzungen ist klar, dass sich der Arbeiter auf beiden Rädern an derselben Stelle befinden muss, um den zu hebenden Gewichten das Gleichgewicht zu halten. Wenn er nun die beiden Räder gleich oftmal herumdreht, so wird dadurch offenbar der leichtere von den beiden Körpern dreimal so hoch gehoben, als der dreimal so schwere andere; in beiden Fällen ist aber sicher ganz die nämliche Arbeit aufgewendet worden, weil sich der Arbeiter unter denselben Verhältnissen befindet, ob er auf das eine oder auf das andere der beiden Räder wirkt.

§. 87. **Einheit der Arbeit. Kilogrammeter.** — Nach der Definition, welche wir von der Arbeit einer Kraft gegeben haben, folgt von selbst, dass man unter der Einheit der Arbeit diejenige Arbeit zu verstehen hat, welche nöthig ist, um einen Körper von einem Kilogramm Gewicht einen Meter hoch zu heben. Man nennt diese Einheit Kilogrammeter. Um also einen 8 Kilogramm schweren Körper 3 Meter hoch zu heben, ist eine Arbeit von 24 Kilogrammeter erforderlich, welches kürzer mit 24^{km} bezeichnet wird. Manchmal sagt man wohl auch, dass diese Arbeit gleich sei 24 Kilogramm einen Meter hoch gehoben. Wenn man die Kraft in Pfunden und den Weg in Fussen ausdrückt, so nennt man die Einheit der Arbeit ein Fusspfund, ähnlich wie oben.

§. 88. **Pferdekraft.** — Wir haben bisher die Zeit, in welcher eine bestimmte Arbeit geleistet wird, ganz unberücksichtigt gelassen, und in der That ist es für die Grösse einer Arbeit ganz gleichgültig, in welcher Zeit sie ausgeführt wird. Wenn man aber die Leistungsfähigkeit einer Kraftmaschine, eines Wasserrades oder einer Dampfmaschine zum Beispiel, oder irgend eines andern Motors in Bezug auf die Menge der Arbeit, welche von denselben ausgeführt werden soll, beurtheilen will, so reicht es nicht aus, nach der Arbeit überhaupt zu fragen, welche dieselben leisten können. Diese Arbeit kann ja jede beliebige Grösse erreichen, wenn man nur eine gehörig grosse Zeit dazu gestattet. Es kommt also in diesem Falle auf diejenige Menge Arbeit an, welche in einer bestimmten Zeit geleistet wird, und als solche Zeit hat man die Secunde genommen. Man wird also stets fragen, wie gross die Arbeit ist, welche eine Maschine in einer Secunde leisten kann. Um hiebei aber auch zugleich kleinere Zahlen zu erhalten, ist man übereingekommen eine grössere Einheit zu Grunde zu legen, und hat desshalb eine Arbeit von 75 Kilogrammeter, geleistet in einer Secunde, eine Pferdekraft genannt. Man sagt demnach eine Maschine habe zwei, drei, vier Pferdekräfte, wenn sie im Stande ist, jede Secunde eine Arbeit von zwei-, drei-, viermal 75^{km} zu leisten, also in jeder Secunde zwei-, drei-, viermal etc. 75 Kilogramm einen Meter hoch zu heben.

In Bayern beträgt eine Pferdekraft 460, in Preussen 513, in Oesterreich 424, in Württemberg 560, in Baden 500 Fusspfund.

Darnach ist es leicht, die Kraft, oder besser gesagt, die Leistungsfähigkeit einer Maschine, ausgedrückt in Pferdekräften, zu berechnen, wenn die Arbeit, welche dieselbe in irgend einer Zeit leistet, bekannt ist. Denken wir uns, es sei die Kraft, welche zum Fortziehen eines Eisenbahnzuges nothwendig ist, mittelst eines

Dynamometers gemessen, und gleich 250k gefunden worden; wenn nun dieser Zug mit einer Geschwindigkeit von 12^m in der Secunde fortbewegt werden soll, so ist also in jeder Secunde eine Arbeit von 12×250 gleich 3000^{km} auszuführen. Nun sind 75^{km} in der Secunde eine Pferdekraft; die zur Bewegung des Zuges angewandte Maschine muss also mindestens 40 Pferdekräfte haben.

Die Arbeit, welche ein Pferd unter gewöhnlichen Umständen leisten kann, ist nicht ganz so gross als diejenige, welche wir soeben mit dem Namen Pferdekraft bezeichnet haben. Der Werth einer Pferdekraft ist eine rein conventionelle Festsetzung und sogar in verschiedenen Ländern verschieden. Wenn man also sagt, eine Maschine habe zum Beispiel 10 Pferdekräfte, so ist diess nicht streng so zu verstehen, dass die von ihr geleistete Arbeit auch von 10 Pferden ausgeführt werden könnte. Ausserdem ist zu bemerken, dass das Wort Pferdekraft eigentlich nicht richtig gewählt ist, weil es keine Kraft, sondern eine gewisse Menge Arbeit bezeichnen soll. Man hat desshalb, um Irrungen vorzubeugen, in neuerer Zeit andere Bezeichnungen dafür vorgeschlagen, wie namentlich *Dampfpferd*, *dynamisches Pferd* u. s. f. Aber es scheint nicht, dass der ursprüngliche Name Pferdekraft von den Praktikern aufgegeben wird, und da es am Ende weniger Inconvenienzen hat, mit diesem Wort den *richtigen* Begriff zu verbinden, als ein neues an seine Stelle zu setzen, so haben wir die ältere Bezeichnungsweise beibehalten.

§. 89. **Bewegungsarbeit, Widerstandsarbeit.** — Die Kräfte welche an einer in Bewegung befindlichen Maschine wirken, spielen nicht alle dieselbe Rolle. Die einen suchen die Geschwindigkeit des Punktes, an welchem sie angreifen, zu vermehren; sie sind im Sinne der Bewegung dieses Punktes gerichtet, oder ihre Richtung bildet wenigstens einen spitzen Winkel mit der Richtung dieser Bewegung. Die anderen suchen die Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes zu verringern; sie sind der Bewegung dieses Punktes entweder direkt entgegengesetzt, oder ihre Richtung bildet doch wenigstens einen stumpfen Winkel mit der Richtung dieser Bewegung. Die ersteren nennt man *bewegende*, die letzteren *widerstehende Kräfte*. Zu den letzteren gehören, wie wir sehen werden, allemal die Reibung, der Widerstand der Luft u. s. f.

Wir haben schon bisher häufig einen Unterschied zwischen diesen beiden Arten von Kräften gemacht. Unter Kraft, ohne weitere Bezeichnung, haben wir gewöhnlich eine bewegende Kraft verstanden, wogegen wir mit dem Ausdruck Widerstand oder Last allemal eine widerstehende Kraft bezeichnet haben. Wenn ein Fass auf die Art, wie es in §. 70 beschrieben worden ist, eine

schiefe Ebene hinabgelassen wird, so ist das Gewicht des Fasses die bewegende Kraft, wogegen die Kräfte, welche die Männer aufbieten, die die Seilenden in den Händen haben, widerstehende Kräfte sind. Wenn die Männer, indem sie an dem Seil ziehen, das Fass aufwärts bewegen, so sind die von ihnen aufgebotenen Zugkräfte die bewegenden Kräfte, das Gewicht des Fasses dagegen ist die widerstehende Kraft.

Die Arbeit, welche von einer bewegenden Kraft geleistet wird, heisst Bewegungsarbeit, wogegen diejenige, welche von einer widerstehenden Kraft entwickelt wird, Widerstandsarbeit heisst.

§. 90. **Die Bewegungsarbeit ist gleich der Widerstandsarbeit.** — Nach dem bisher Gesagten lässt sich nun der Satz, zu welchem wir im §. 85 gelangt sind, auch so ausdrücken: Wenn sich zwei Kräfte, eine bewegende und eine widerstehende, an einer in Bewegung befindlichen Maschine das Gleichgewicht halten, so ist die während irgend einer Zeit geleistete Bewegungsarbeit gleich der in derselben Zeit geleisteten Widerstandsarbeit.

Wenn eine Maschine in gleichförmiger Bewegung begriffen ist, und es wirkt eine einzige bewegende Kraft, dagegen mehrere Widerstandskräfte auf dieselbe, so muss die bewegende Kraft für sich allein den Widerstandskräften das Gleichgewicht halten. Nun kann man sich vorstellen, dass diese einzige bewegende Kraft in mehrere Seitenkräfte zerlegt werde, deren jede einzeln einer der Widerstandskräfte das Gleichgewicht hält (§. 39). In jeder der einzelnen Gruppen, welche auf diese Weise von einer Componente der bewegenden Kraft und einen der Widerstände gebildet werden, wird man dann finden, dass die Bewegungsarbeit gleich der Widerstandsarbeit ist. Indem man also alle die den verschiedenen Gruppen entsprechenden Arbeitsgrössen wieder vereinigt, erkennt man leicht, dass die Summe der Bewegungsarbeiten, entwickelt durch die verschiedenen Componenten der bewegenden Kraft, oder was offenbar dasselbe ist, die Bewegungsarbeit, entwickelt durch die ganze bewegende Kraft, gleich ist der Summe der Widerstandsarbeiten, welche durch die verschiedenen Widerstände geleistet werden.

Wenn an einer Maschine, die in gleichförmiger Bewegung begriffen ist, mehrere bewegende und mehrere widerstehende Kräfte wirken, so müssen sich diese sämmtlichen Kräfte gegenseitig aufheben. Jede der ersteren kann betrachtet werden, als wenn sie einen Theil der Widerstände das Gleichgewicht hielte; die Be-

wegungsarbeit, welche sie hervorbringt, muss also gleich der Summe der Widerstandsarbeiten sein, welche durch den Theil der Widerstände, denen sie das Gleichgewicht hält, geleistet werden. Wenn man also alle Arbeitsgrössen, sowohl der bewegenden als der widerstehenden Kräfte summirt, so wird man finden, dass die Summe der Bewegungsarbeiten, entwickelt durch die verschiedenen bewegenden Kräfte, gleich ist der Summe der Widerstandsarbeiten, welche durch die verschiedenen Widerstände entwickelt werden.

Die Summe der Bewegungsarbeiten, hervorgebracht durch die verschiedenen, auf eine Maschine wirkenden, bewegenden Kräfte heisst kürzer die gesammte Bewegungsarbeit dieser Kräfte; dasselbe gilt für die Summe der Widerstandsarbeiten. Man kann also ganz allgemein folgenden Satz aussprechen: *Wenn auf eine Maschine irgend eine Anzahl von beliebigen, bewegenden und widerstehenden, Kräften wirkt, und die Bewegung der Maschine ist gleichförmig, so ist die einem bestimmten Zeitraum entsprechende gesammte Bewegungsarbeit gleich der in derselben Zeit entwickelten gesammten Widerstandsarbeit.*

Dieser Satz ist für das richtige Verständniss der Maschinen von ungemeiner Wichtigkeit; er enthält alles dasjenige in sich, was wir bisher über die Maschinen, die sich im Zustande der gleichförmigen Bewegung befinden, gesagt haben. Man darf ihn niemals aus den Augen verlieren, wenn man sich nicht der Gefahr aussetzen will, in grobe Irrthümer zu verfallen.

Erzeugung und Veränderung der Bewegung durch die Kräfte.

§. 91. Wenn sich eine Maschine nicht gleichförmig bewegt, so halten sich die an ihr wirkenden Kräfte nicht das Gleichgewicht. Sie können sich zwar theilweise aufheben, aber immer ist es nothwendig, dass entweder die bewegenden Kräfte die Widerstände überwiegen, oder umgekehrt, dass die Widerstände zu gross sind, als dass ihnen die bewegenden Kräfte das Gleichgewicht halten könnten; denn es wäre sonst offenbar gar keine Ursache vorhanden, warum sich die Bewegung der Maschine ändern sollte; sie würde gleichförmig bleiben. Um uns aber über die Wirkungsweise der an einer Maschine thätigen Kräfte, welche sich nicht im Gleichgewicht halten, Rechenschaft geben zu können, müssen wir die Gesetze kennen lernen, nach welchen die Kräfte die Bewegung der Körper, auf welche sie wirken, hervorbringen und ver-

ändern. Die Betrachtung dieser Gesetze soll daher unsere nächste Aufgabe sein. Zu diesem Zwecke denken wir uns zunächst den einfachsten Fall, wo nur eine einzige Kraft von constanter Grösse und Richtung auf einen Körper wirkt, der sich ursprünglich in Ruhe befindet. Dieser einfachste Fall kommt in der Natur wirklich vor, nämlich dann, wenn ein Körper unter der alleinigen Wirkung der Schwere frei herabfällt. Es wird folglich diese Erscheinung besonders geeignet sein, die Gesetze der Bewegung zu untersuchen, und wir werden sie desshalb zunächst näher betrachten; die Resultate, welche wir daraus erhalten werden, können wir dann durch Analogie leicht auf die Wirkung anderer Kräfte ausdehnen.

§. 92. **Fall der Körper.** — Wenn man einen Körper, der in der Hand gehalten wird, loslässt, so fällt er herab, bis er einem Hinderniss begegnet, welches sich der Fortsetzung seiner Bewegung widersetzt. Man bemerkt dabei sogleich, dass verschiedene Körper sehr verschieden lange Zeit brauchen, um dieselbe Höhe herabzufallen, sie fallen mit sehr verschiedener Geschwindigkeit. So fällt eine Bleikugel, ein Stein mit grosser Schnelligkeit herab, während eine leichte Flaumfeder, ein Schneeflocken, eine Seifenblase viel längere Zeit brauchen, um dieselbe Höhe herabzufallen. Aber diese Unterschiede in den Geschwindigkeiten entspringen lediglich aus dem Widerstande, welchen die Luft der Bewegung dieser verschiedenen Körper entgegensetzt, und welcher sich bei dem einen viel mehr fühlbar macht als bei dem andern. Diess kann durch folgenden Versuch vollständig erwiesen werden.

Man nimmt eine weite, etwa zwei Meter lange Glasröhre, die an ihren beiden Enden durch messingene Fassungen verschlossen ist. An einer dieser Fassungen ist ein kurzes messingenes Ansatzröhrchen angebracht, welches mit einem Hahn versehen ist, mittelst dessen das Innere der Glasröhre nach Belieben mit der äussern Luft in Verbindung gesetzt, oder von derselben abgeschlossen werden kann. In das Innere der Glasröhre bringt man kleine Körper verschiedener Art, wie Bleistückchen, Papierschnitzelchen, kleine Goldblättchen, Stückchen eines Federbartes u. s. f. Man befestigt alsdann die Röhre mittelst eines Schraubengewindes, das an dem untersten Ende des Ansatzröhrchens eingeschnitten ist, auf dem Teller einer Luftpumpe (Fig. 133); hierauf öffnet man den Hahn und pumpt die Luft, welche in der Glasröhre enthalten ist, aus. Wie eine solche Luftpumpe eingerichtet ist, und wie man sich ihrer bedient, um luftleere Räume herzustellen, werden wir später sehen. Wenn die Röhre, wenigstens bis auf eine sehr

geringe Quantität Luft, ausgepumpt ist, so schliesst man den Hahn, schraubt die Röhre ab und kehrt sie darauf rasch um, um sie in die in Fig. 134 bezeichnete Lage zu bringen. Dadurch werden die kleinen Körper, welche sich in der ersten Lage unten in der Röhre befanden, schnell an das obere Ende des Raumes versetzt, welchen man luftleer gemacht hat, und man sieht sie nun alle mit einander in derselben Weise herabfallen; zu gleicher Zeit von dem obern Ende der Röhre abgehend, kommen sie mit einander an dem untern Ende an. Wenn man aber den Hahn ein wenig öffnet und sogleich wieder schliesst, um eine kleine Menge Luft eintreten zu lassen, und man kehrt die Röhre auf's Neue rasch um, so wird man die Erscheinung schon verändert sehen. Das Stückchen Blei kommt nun am ersten unten in der Röhre an, und die leichteren Körper folgen ihm, einer nach dem andern, je nachdem sie durch die eingetretene Luft mehr oder weniger aufgehalten werden. Diese Verzögerung wird um so besser bemerkt werden, je mehr man Luft eintreten lässt, und am besten dann, wenn der Hahn ganz geöffnet bleibt.

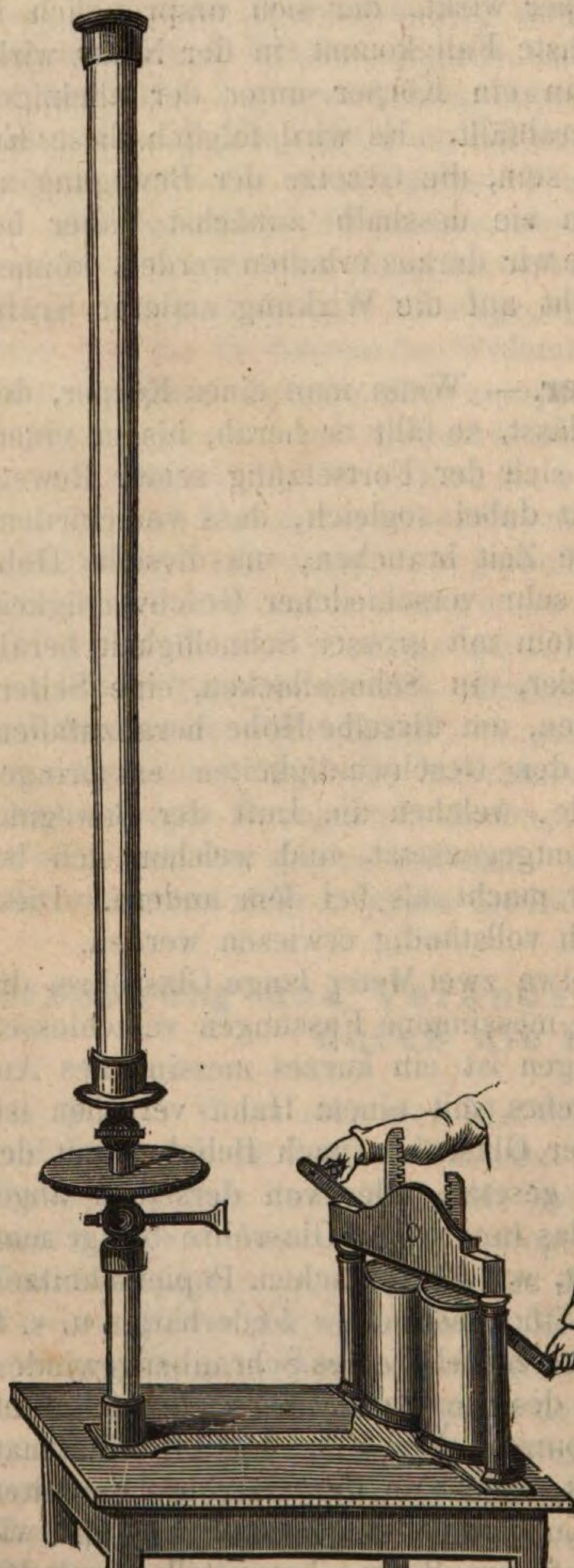


Fig. 133.

Aus diesen Versuchen folgt, dass im luftleeren Raume alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit fallen, und dass folglich, wenn wir sie in der Luft mit sehr verschiedener Geschwindigkeit fallen sehen, der Widerstand der Luft die einzige Ursache davon ist. Später werden wir sogar sehen, dass durch den Widerstand der Luft gewisse Körper, wie der Luftballon, die Wolken, der Rauch, gleichsam von der Einwirkung der Schwere befreit werden, so dass sie in die Höhe steigen, anstatt herabzufallen. Im luftleeren Raume würden der Luftballen, die Wolken, der Rauch mit derselben Schnelligkeit zu Boden fallen, wie ein Stein oder eine Bleikugel.



Fig. 134.

Um die Gesetze der Bewegung zu untersuchen, welche stattfindet, wenn ein Körper unter dem Einfluss der Schwere allein herabfällt, sollte dieses Fallen eigentlich im luftleeren Raum beobachtet werden; weil aber die Versuche in dieser Weise schwer auszuführen wären, und weil auf der andern Seite der Einfluss des Luftwiderstandes auf solche Körper, die bei einer kleinen Oberfläche ein ziemlich grosses Gewicht haben, ausserordentlich gering ist, so begnügt man sich damit, die Fallbewegung solcher Körper, wie sie eben beschrieben wurden, im lufterfüllten Raum zu beobachten.

§. 93. **Galilei's schiefe Ebene.** — Wenn man die Schnelligkeit bedenkt, mit welcher eine Bleikugel herabfällt, so sieht man ein, dass es so zu sagen unmöglich ist, die Räume zu beobachten, welche sie in den aufeinanderfolgenden Secunden, vom Anfange ihres Falles an gerechnet, durchlaufen hat. Aber wo man auf direktem Wege nicht zum Ziele kommt, kann man künstliche Mittel anwenden. Sehen wir zunächst, welches das Mittel ist, dessen sich Galilei bediente, um die Gesetze des freien Falles der Körper, welche vor ihm noch unbekannt waren, zu entdecken, was ungefähr im Jahre 1600 geschah.

In §. 69 (Seite 102) haben wir gesehen, dass das Gewicht eines Körpers, welcher auf einer schiefen Ebene liegt, in zwei Seitenkräfte zerlegt werden kann, von denen die eine senkrecht, die andere parallel zur schiefen Ebene ist. Die erstere sucht den

Körper an die schiefe Ebene anzudrücken, ohne denselben weder nach der einen noch nach der andern Seite bewegen zu können. Die zweite Seitenkraft dagegen, welche parallel zur schiefen Ebene ist, kann ihre ganze Wirkung ungestört ausüben und bewegt den Körper die schiefe Ebene herab, wenn sie nicht durch eine zweite, ihr gleiche und entgegengesetzte Kraft aufgehoben wird. Die Grösse dieser zweiten Seitenkraft verhält sich zum Gewicht des ganzen Körpers wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge (§. 69). Wenn also der Körper der Wirkung jener Seitenkraft frei überlassen wird, so wird er sich ganz eben so bewegen, als wenn er vertikal herabfiele, und die Intensität der Schwere im Verhältniss der Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge vermindert worden wäre. Wenn man also eine schiefe Ebene gebraucht, deren Höhe zum Beispiel zehnmal so klein als ihre Länge ist, so beobachtet man eine Bewegung, welche ganz ebenso ist, wie die eines frei herabfallenden Körpers sein würde, wenn die Schwere nur zehnmal so klein wäre, als sie wirklich ist.

Dieses sinnreiche Mittel, die Intensität der Schwere, und folglich auch die Schnelligkeit der Bewegung, welche sie hervorbringt, so zu sagen nach Belieben zu vermindern, wurde von Galilei in folgender Weise zur Ausführung gebracht. Eine gleichförmig dicke, wohlgeglättete Schnur, 10 bis 12 Meter lang, wurde zwischen den Punkten A und B (Fig. 135), von denen der erstere

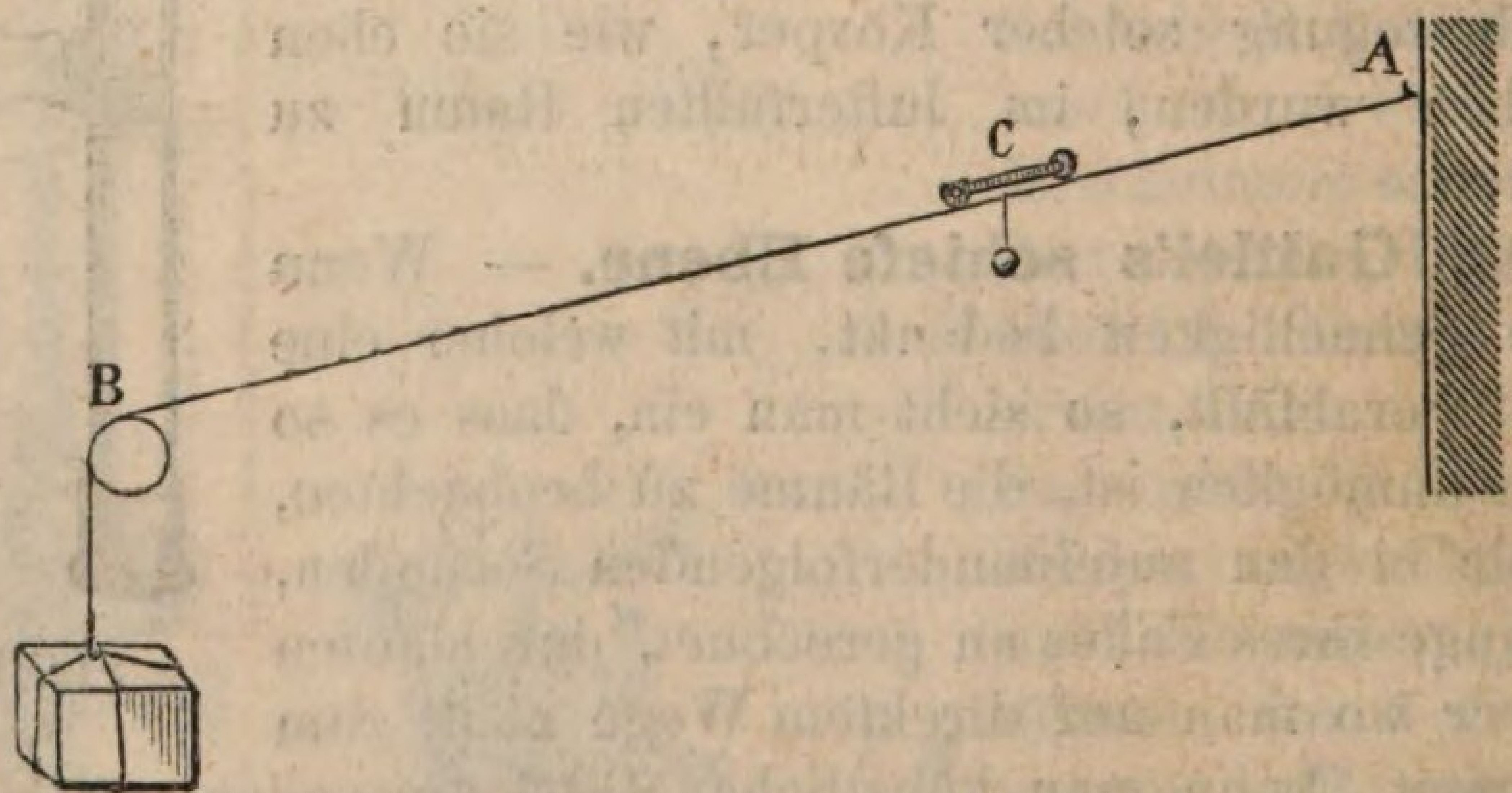


Fig. 135.

höher lag als der zweite, stark ausgespannt. Auf diese Schnur wurden zwei kleine metallene Rollen C gesetzt, die durch eine gemeinschaftliche Zwinge mit einander verbunden waren. Durch ein kleines Gewicht, welches an dieser Zwinge aufgehängt war, wurde der Schwerpunkt der ganzen Vorrichtung unter die Unterstützungspunkte der Rollen gebracht, wodurch dieselben verhindert wurden, auf der einen oder andern Seite herabzufallen. Die

Rollen an der Zwinge und das Gewicht bildeten so eine Art kleinen Wagen, welcher sich die schiefe Ebene, ohne einen bedeutenden Widerstand zu erfahren, herabbewegen konnte, und es war leicht, den Weg zu beobachten, welchen dieser Körper während der ersten, zweiten, dritten Secunde, vom Anfang der Bewegung an gerechnet, durchlief.

§. 94. **Die Atwood'sche Fallmaschine.** — Ein englischer Physiker, Atwood, hat zum Zwecke der Beobachtung der Gesetze des Falles der Körper eine Maschine erdacht, die viel bequemer als die schiefe Ebene des Galilei ist, und die nach ihm die Atwood'sche Fallmaschine genannt wird. Dieselbe hat folgende Einrichtung.

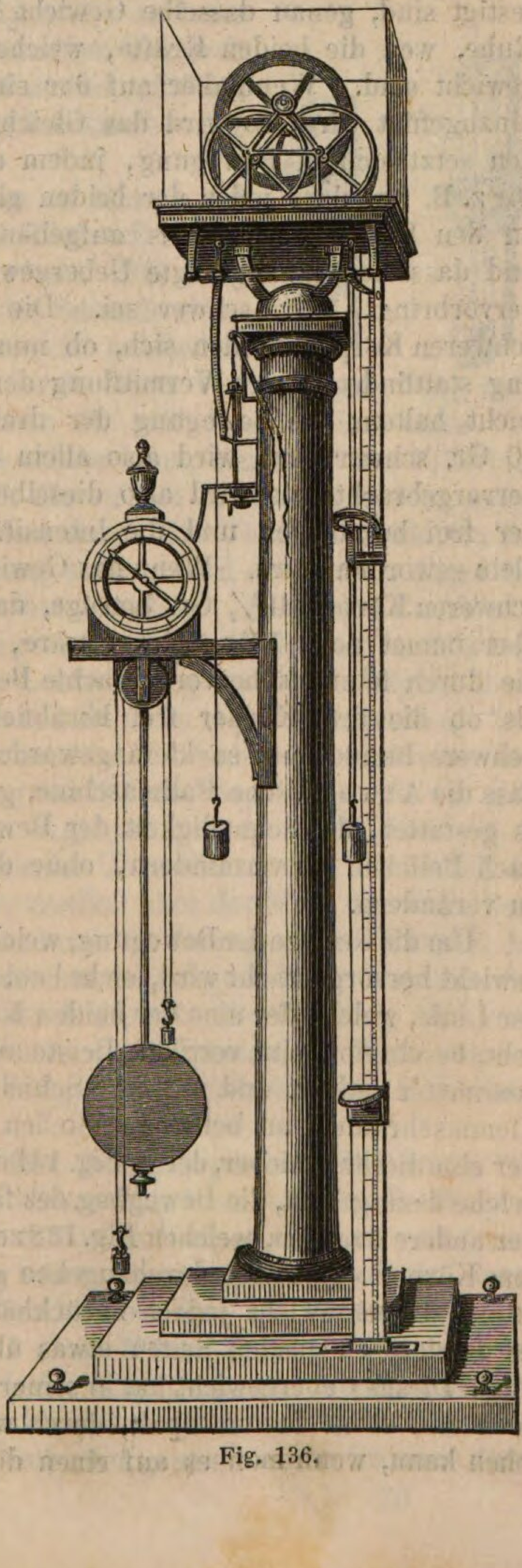


Fig. 136.

Ueber den Hals einer sehr leicht beweglichen Rolle (Fig. 136), welche man an dem obersten Theil der Maschine bemerkt, geht ein feiner Seidenfaden, welcher an seinen beiden Enden zwei genau gleich schwere Körper trägt. Die grosse Beweglichkeit der Rolle wird durch eine besondere Art der Unterstützung ihrer Axe erreicht; dieselbe ruht nämlich auf den Umfängen von vier Rädern, von denen sich zwei vor, zwei hinter der Rolle befinden (wir

werden später auf diese Art der Unterstützung zurückkommen). Wenn die beiden Körper, welche an den Enden des Fadens befestigt sind, genau dasselbe Gewicht haben, so bleibt die Rolle in Ruhe, weil die beiden Kräfte, welche auf sie wirken, im Gleichgewicht sind. Wenn aber auf der einen Seite ein kleines Gewicht hinzugefügt wird, so wird das Gleichgewicht gestört und der Faden setzt sich in Bewegung, indem er die Rolle dreht. Nehmen wir z. B. an, dass jeder der beiden gleichschweren Körper, welche an den Enden des Fadens aufgehängt sind, 4½ Gramm wiege, und dass das hinzugefügte Uebergewicht, welches die Bewegung hervorbringt, 1 Gr. schwer sei. Die Gewichte der beiden gleich schweren Körper werden sich, ob nun Gleichgewicht oder Bewegung stattfindet, durch Vermittlung der Rolle immer das Gleichgewicht halten; die Bewegung der drei Körper, welche zusammen 10 Gr. schwer sind, wird also allein durch eine Kraft von 1 Gr. hervorgebracht; sie wird also dieselbe sein, als ob die drei Körper frei herabfielen und die Intensität der Schwere zehnmal so klein geworden wäre. Wenn das Gewicht jedes der beiden gleichschweren Körper 49½ Gr. betrüge, das hinzugefügte Uebergewicht aber immer noch 1 Gr. schwer wäre, so erkennt man leicht, dass die durch letzteres hervorgebrachte Bewegung dieselbe sein würde, als ob die drei Körper frei herabfielen, und die Intensität der Schwere hundertmal so klein geworden wäre. Man sieht daraus, dass die Atwood'sche Fallmaschine, ganz so wie die schiefe Ebene, es gestattet, die Schnelligkeit der Bewegung der fallenden Körper nach Belieben zu vermindern, ohne die Gesetze dieser Bewegung zu verändern.

Um die Gesetze der Bewegung, welche durch das beigefügte Uebergewicht hervorgebracht wird, leicht beobachten zu können, ist nahe an der Linie, welche der eine der beiden Körper, indem er nach abwärts geht, beschreibt, eine vertikale Leiste aufgestellt. Diese Leiste ist in Centimeter getheilt und mit zwei Schiebern versehen, welche mittelst Klemmschrauben an beliebigen Stellen festgehalten werden können. Der eine dieser Schieber, der in Fig. 137 dargestellt ist, trägt eine Platte, welche dazu gehört, die Bewegung des fallenden Körpers zu hemmen. Der andere dagegen, welchen Fig. 138 zeigt, trägt einen Ring, welcher dem Körper selbst frei durchzugehen gestattet, das demselben beigefügte Uebergewicht jedoch zurückhält, zu welchem Zwecke dieses letztere zu beiden Seiten etwas über den Körper hervorragen muss. Dieses Uebergewicht hat in seiner Mitte ein kleines kreisrundes Loch und einen breiten Spalt, durch welchen der Faden hindurch gehen kann, wenn man es auf einen der beiden Körper legen will;

diess zeigt die Fig. 137, wo sich der Körper und das beigefügte Uebergewicht zusammen abwärts bewegen. Wenn aber diese beiden dem Ringe begegnen (Fig. 138), so kann nur der Hauptkörper durch denselben hindurch gehen; das Uebergewicht wird zurückgehalten, indem es mit seinen Enden auf den Rändern des Ringes liegen bleibt.

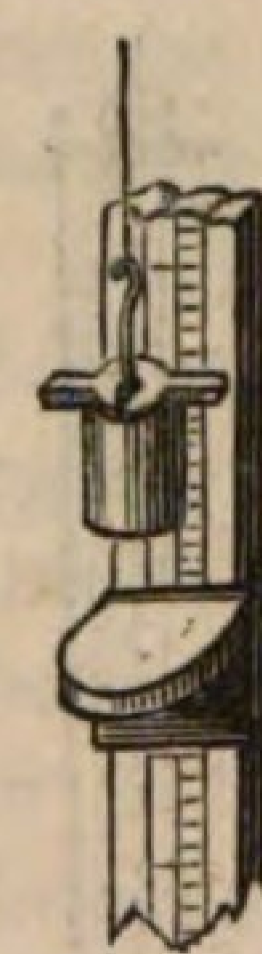

Fig. 137.


Fig. 138.

Um die Zeit genau messen zu können, ist an der Säule der Maschine ein Uhrwerk befestigt. Dasselbe bewegt vor einem Zifferblatt einen Zeiger so, dass er in jeder Secunde einen Theilstrich zurücklegt, und markirt ausserdem den Anfang jeder Secunde durch einen vernehmlichen Schlag, sodass man die seit dem Beginne eines Versuches verflossenen Secunden zählen kann, ohne auf das Zifferblatt sehen zu müssen. Damit sich die an den Enden des Fadens aufgehängten Körper genau mit dem durch das Uhrwerk markirten Beginn einer Secunde in Bewegung setzen, wird der Anfang dieser Bewegung durch das Uhrwerk selbst veranlasst. Zu diesem Zweck ruht der Körper, welcher das Uebergewicht trägt, und der sich im Abwärtsgehen längs der eingetheilten Leiste bewegen soll, vor Beginn dieser Bewegung auf dem abgeebneten Ende eines metallenen Hackens. Dieser Hacken, der um eine horizontale Axe drehbar ist, wird unter dem Körper durch eine Verbindung von Stäben festgehalten, die wir nicht näher beschreiben wollen; wir begnügen uns, zu sagen, dass sich in dem Augenblick, wo der Zeiger des Uhrwerks an dem Theilstrich des Zifferblatts ankommt, welcher vertikal über der Mitte desselben liegt, der Hacken plötzlich senkt, wodurch die Bewegung des Körpers beginnt. Um die von dem Körper zurückgelegten Wege bequemer beobachten zu können, liegt der Nullpunkt der Theilung der vertikalen Leiste mit der untern Fläche des Körpers, wenn dieser von dem oben besprochenen Hacken festgehalten wird, in einer Horizontalebene.

§. 93. **Gesetze des Falls der Körper.** — Ein erster Versuch mit der Atwood'schen Fallmaschine besteht darin, die Wege zu beobachten, welche von dem fallenden Körper während einer, zwei, drei Secunden, vom Anfang seiner Bewegung an gerechnet, durchlaufen werden. Zu diesem Zwecke stellt man z. B. den Schieber mit der Platte so, dass sich seine obere Fläche 16 Centimeter unter dem Nullpunkt des Masstabes befindet (Fig. 139), und sucht dann durch Probiren die Grösse, welche das beizufügende Uebergewicht haben muss, damit der Körper diese 16 Centimeter genau in einer Secunde durch-

läuft. Man erkennt diess daran, dass der Körper, welcher am Anfang einer Secunde seine Bewegung beginnt, genau am Anfang der zweiten

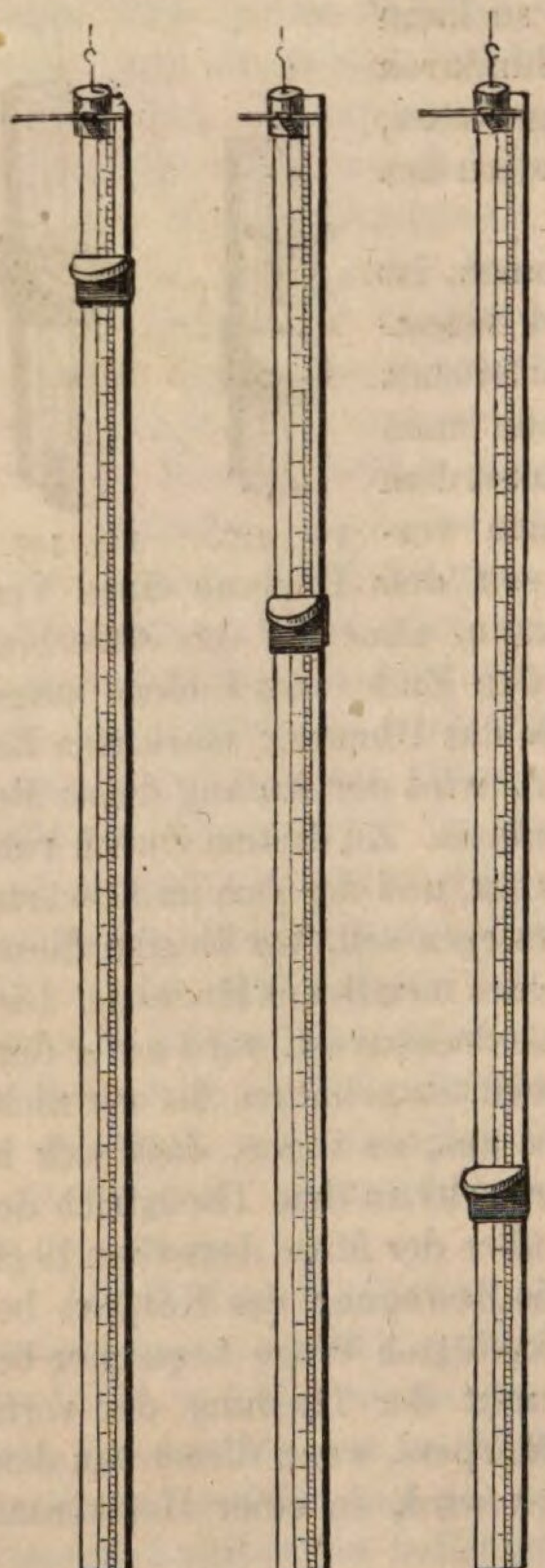


Fig. 139. Fig. 140. Fig. 141.

Secunde, also mit dem Schlag, der diesen markirt, auf der Platte des Schiebers aufstösst.

Man senkt nun den Schieber, bis er 64 Centimeter unter dem Nullpunkt steht (Fig. 140). Wenn man alsdann den Körper durch dasselbe Uebergewicht in Bewegung setzen lässt, so wird man sehen, dass er gerade zwei Secunden braucht, um von seinem Ausgangspunkte bis zu der Stelle zu gelangen, wo er von dem Schieber aufgehalten wird. Wenn man den Schieber noch weiter herunterlässt, so dass er $1^m,44$ vom Nullpunkt entfernt ist (Fig. 141), so sieht man, dass der Körper gerade drei Secunden gebraucht, um diese Entfernung zurückzulegen u. s. w.

Nach diesen Versuchen durchfällt also der Körper

in einer Secunde $0^m,16$

in zwei Secunden $0^m,64$, also 4-mal so viel,

in drei Secunden $1^m,44$, also 9-mal so viel, als in einer Secunde u. s. f.

Daraus folgt, dass sich die vom Ausgangspunkt der Bewegung angemessenen Wege, welche ein Körper, der unter der Wirkung der Schwere frei herabfällt, durchläuft, verhalten wie die Quadrate der Zeiten, welche der Körper zu ihrer Zurücklegung nöthig hatte. Man sieht daraus, dass wir im §. 12 die Bewegung eines fallenden Körpers mit Recht als ein Beispiel einer veränderten Bewegung aufgestellt haben, weil die Wege, welche er durchläuft, nicht proportional der Zeit sind.

§. 96. In demselben §. 12 haben wir angegeben, was unter der Geschwindigkeit einer veränderte Bewegung in einem be-

stimmten Augenblick zu verstehen ist; diese Geschwindigkeit ist nämlich die Geschwindigkeit der gleichförmigen Bewegung, welche stattfinden würde, wenn sich von jenem Augenblick an die Bewegung nicht mehr veränderte. Die Voraussetzungen dieser Definition können, wie wir gleich sehen werden, an der Atwood'schen Maschine erfüllt werden. Wenn die beiden, an den Enden des Fadens aufgehängten Körper durch ein Uebergewicht in Bewegung gesetzt worden sind, so wird diese Bewegung durch die Wirkung des Uebergewichts fortwährend beschleunigt; aber wenn der abwärtsgehende Körper, auf welchem das Uebergewicht liegt, dem Schieber mit dem Ringe begegnet, so setzt er selbst seinen Weg durch den Ring hindurch fort, während das Uebergewicht zurückgehalten wird, wie diess Fig. 138 zeigt. Von da ab bewegen sich also die beiden Körper allein in Folge der bereits gewonnenen Geschwindigkeit; ihre Gewichte halten sich gegenseitig das Gleichgewicht, und es ist folglich keine Kraft mehr vorhanden, welche die Bewegung zu verändern sucht; diese ist also gleichförmig.

Die Gleichförmigkeit der so erhaltenen Bewegung kann übrigens auf folgende Weise bestätigt werden. Man nimmt dieselben zwei Körper, welche an dem Faden aufgehängt werden, und dasselbe Uebergewicht, wie im vorhergehenden Paragraphen, und stellt den Schieber mit dem Ring so, dass das Uebergewicht aufgehalten wird, nachdem der fallende Körper eine Höhe von 16 Centimeter durchlaufen hat; den Schieber mit der Platte befestigt man an einer Stelle, wo die Oberfläche der letzteren 48 Centimeter unter dem Nullpunkt des Masstabs liegt, wie es Fig. 142 zeigt. Wenn man hierauf die Körper in Bewegung setzt, so sieht man mit Hülfe des Uhrwerks, dass zu Ende der ersten Secunde das Uebergewicht aufgehalten wird, und dass zu Ende der zweiten Secunde der Körper selbst, welcher durch den Ring gegangen ist, gegen die Platte des unteren Schiebers stösst. Man beginnt nun den Versuch von Neuem, mit dem Unterschied jedoch, dass man zuvor den Schieber mit der Platte 80 Centimeter unter den Nullpunkt stellt, wie es Fig. 143 zeigt; dann verfliesst natürlich vom Anfang der Bewegung bis zu dem Augenblick, wo das Uebergewicht von dem Ring aufgehalten wird, wieder genau eine Secunde; der Körper aber, welcher seine Bewegung durch den Ring hindurch fortsetzt, braucht nun zwei Secunden, um von diesem bis zur Platte des untern Schiebers zu gelangen. Diess zeigt, dass der abwärts gehende Körper, nachdem er sein Uebergewicht auf dem Ring zurückgelassen hat, 32 Centimeter in einer, und 64 Centimeter in zwei Secunden durchläuft, dass seine Bewegung also eine gleichförmige ist.

Um die Geschwindigkeit des unter der Wirkung des Uebergewichtes fallenden Körpers nach einer, zwei, drei Secunden seines Falls zu finden, darf man nur den Schieber mit dem Ring so stellen, dass er das Uebergewicht nach einer, zwei, drei Secunden vom Anfang der Bewegung an gerechnet, zurückhält, und hierauf den Weg bestimmen, welcher, nachdem die Bewegung gleichförmig geworden ist, in einer Secunde durchlaufen wird. Der Versuch kann auf folgende Art ausgeführt werden. Man stellt zunächst den Ring so, dass das Uebergewicht abgenommen wird, nachdem der Körper mit demselben 16 Centimeter durchlaufen hat; der Schieber mit der Platte wird 48 Centimeter unter dem Nullpunkt des Masstabes befestigt (Fig. 144). Dann wird man sehen, dass zu Ende der ersten Secunde das Uebergewicht durch den Ring, und zu Ende der zweiten Secunde der Körper selbst von der Platte aufgehalten wird. Die in der ersten Secunde des Fallens gewonnene Geschwindigkeit ist also 32 Centimeter in der Secunde. Hierauf schiebt man den Ring bis auf 64, die Platte bis auf 128 Centimeter unter dem Nullpunkt herab (Fig. 145); dann hält der Ring das Uebergewicht zu Ende der zweiten Secunde zurück und der Körper stösst eine Secunde nachher, also am Ende der dritten Secunde, auf der Platte des untern Schiebers auf. Die nach zwei Secunden gewonnene Geschwindigkeit beträgt also 64 Centimeter in der Secunde. Daraus folgt, dass die Geschwindigkeit, welche ein Körper, der unter der Wirkung der Schwere frei herabfällt, in irgend einem Augenblick gewonnen hat, der Zeit proportional ist, welche seit dem Anfang der Bewegung verflossen ist.

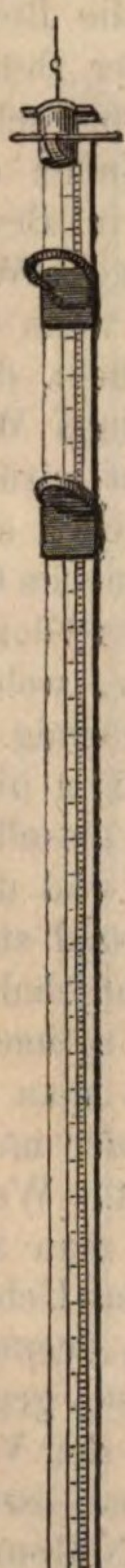


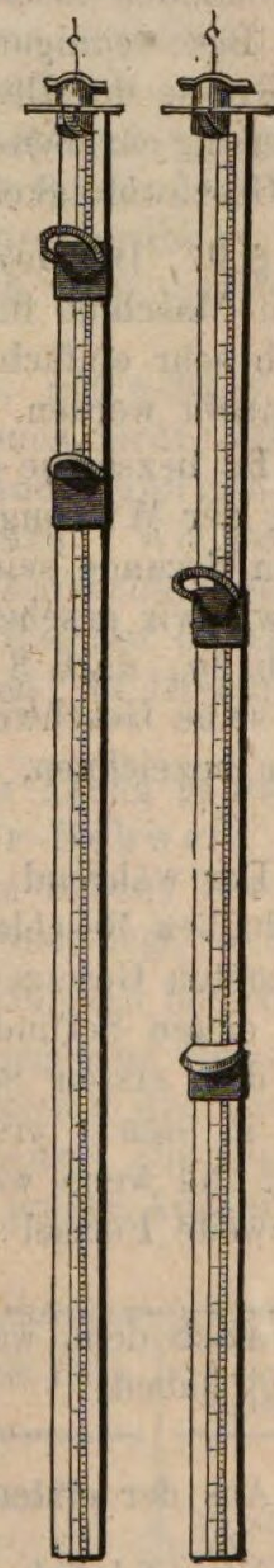
Fig. 142.



Fig. 143.

Aus der Proportionalität zwischen der seit dem Anfang der Bewegung verflossenen Zeit und der Geschwindigkeit, welche bis zum Ende dieser Zeit gewonnen wurde, folgt, dass die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers in jeder gleichen Zeit immer um gleichviel zunimmt. Aus diesem Grunde wird die Fallbewegung,

sowie jede Bewegung ähnlicher Art gleichförmig beschleunigte Bewegung genannt. Unter der Beschleunigung einer solchen Bewegung versteht man die durchweg gleiche Zunahme der Geschwindigkeit in einer Secunde, also auch die Geschwindigkeit, welche in der ersten Secunde, vom Anfang der Bewegung an gerechnet, gewonnen wird. Wenn wir nun beachten, dass bei dem obigen Versuch der Körper, nachdem er in der ersten Secunde einen Weg von 16 Centimeter zurückgelegt hat, eine Geschwindigkeit von 32 Centimeter in der Secunde besitzt, so folgt daraus, dass die von einem fallenden Körper am Ende der ersten Secunde gewonnene Geschwindigkeit, seine Beschleunigung also, doppelt so gross als der Fallraum in der ersten Secunde ist.


Fig. 144. Fig. 145.

Etwas ganz Aehnliches erhält man, wenn man die Geschwindigkeit, welche in irgend einer Zeit gewonnen wurde, mit dem in dieser Zeit zurückgelegten Weg vergleicht. Die Geschwindigkeiten zu Ende der zweiten, dritten Secunde sind in unserem Versuch bezüglich 64, 96 Centimeter, und die in zwei, drei Secunden zurückgelegten Wege 64, 144 Centimeter. Wenn man nun von den ersten Zahlen die Hälfte, 32, 48 nimmt, und dieselbe mit der entsprechenden Zeit, 2, 3 Secunden multiplicirt, so erhält man 64, 144 Centimeter, die Wege, welche in jenen Zeiten zurückgelegt wurden. Daraus folgt: Der Weg, welcher in irgend einer Zeit, vom Anfang der Bewegung an gerechnet, durchlaufen wird, ist gleich der halben Geschwindigkeit, welche zu Ende dieser Zeit gewonnen wurde, multiplicirt mit dieser Zeit. Der Körper würde denselben Weg zurückgelegt haben, wenn er sich die ganze Zeit hindurch gleichförmig, mit der Hälfte der am Ende dieser Zeit gewonnenen Geschwindigkeit, also, da er zu Anfang der Bewegung die Geschwindigkeit Null hatte, mit der mittleren Geschwindigkeit bewegt hätte.

Es wird gut sein, hier zu bemerken, dass sich zwei verschiedene gleichförmig beschleunigte Bewegungen nur durch die raschere oder minder rasche Zunahme der Geschwindigkeiten, also durch ihre Beschleunigungen von einander unterscheiden. Es ist also die Grösse der Beschleunigung für die gleichförmig beschleunigte Bewegung ein ebenso characteristisches Kennzeichen, wie die Grösse der Geschwindigkeit für die gleichförmige Bewegung.

§. 97. Die Gesetze, welche wir so eben mittelst der Atwood'schen Maschine für die Fallbewegung gefunden haben, kann man durch sehr einfache algebraische Formeln ausdrücken, die häufig gebraucht werden.

Es bezeichne der Buchstabe g die Geschwindigkeit, welche ein unter der Wirkung der Schwere frei herabfallender Körper in der ersten Secunde seines Falls erhält, seine Beschleunigung also, so ist, wie wir gesehen haben, seine Geschwindigkeit nach 2 Secunden gleich $2g$, nach 3 Secunden $3g$ u. s. f. Nach t Secunden wird also seine Geschwindigkeit gleich gt sein, und wenn wir dieselbe mit v bezeichnen, so haben wir die Formel:

$$v = gt$$

Der während der ersten Secunde durchlaufene Weg, gleich der halben Beschleunigung, wird ausgedrückt durch $\frac{1}{2}g$. Zufolge des ersten Gesetzes, welches wir gefunden haben, ist der in den zwei ersten Secunden durchlaufene Weg gleich 4mal $\frac{1}{2}g$, der in den drei ersten Secunden durchlaufene gleich 9mal $\frac{1}{2}g$ u. s. w. Der in den t ersten Secunden durchlaufene Weg ist folglich $\frac{1}{2}gt^2$, und wenn wir diesen Weg mit h bezeichnen, so haben wir als zweite Formel:

$$h = \tfrac{1}{2}gt^2$$

oder nach dem, was wir noch zu Ende des vorigen Paragraphen gesagt haben,

$$h = \tfrac{1}{2}vt$$

Aus der ersten Formel folgt $v^2 = g^2t^2$ und aus der zweiten $t^2 = \frac{2h}{g}$ folglich ist auch

$$v^2 = 2gh \text{ oder } v = \sqrt{2gh}$$

Diese letzte Formel dient dazu, die Geschwindigkeit zu finden, welche ein Körper erhält, wenn er eine gegebene Höhe frei herabfällt. Wir werden sie namentlich dann anwenden können, wenn wir uns mit der Bewegung der flüssigen und luftförmigen Körper beschäftigen werden.

§. 98. Um die vorhergehenden Formeln anwenden zu können, ist es nothwendig, den Werth des Buchstabens g, die Beschleunigung zu kennen; derselbe kann auf folgendem Wege bestimmt werden. Man lässt einen Stein, oder besser eine Bleikugel von einem Thurme, dessen Höhe bekannt ist, herabfallen und zählt mit Hülfe einer Uhr die Anzahl der dazu nöthigen Secunden. Dann setzt man in der Formel $h = \frac{1}{2}gt^2$ für h die Höhe des Thurmes, ausgedrückt in Metern, und für t die Anzahl der Secunden, welche man beobachtet hat, woraus sich dann der Werth von g leicht ergibt.

Dieses Mittel ist, wegen der Schnelligkeit, mit welcher der Körper herabfällt, nicht sehr genau; es wird auch nicht wirklich angewendet und kann nur dazu dienen, einen annähernd richtigen Begriff von der Grösse des Werthes g zu erhalten. Wir werden bald sehen, wie man diese Grösse durch Pendelbeobachtungen mit der grössten Genauigkeit bestimmen kann; das Resultat dieser Beobachtungen wollen wir aber schon jetzt angeben; es ist nämlich

$$g = 9^{m},8088$$

Diese Zahl, welche in der Mechanik sehr häufig gebraucht wird, heisst kurz die Beschleunigung der Schwere und wird fast durchgehends, wie wir es hier gethan haben, mit dem Buchstaben g bezeichnet. Wenn man sie zu Grunde legt, so kann man aus der Formel $v = \sqrt{2gh}$ die Geschwindigkeit berechnen, welche ein Körper besitzt, nachdem er eine gegebene Höhe frei herabgefallen ist, und welche man gewöhnlich kürzer die dieser Höhe entsprechende Geschwindigkeit nennt. Die folgende Tabelle enthält die auf diese Weise für eine grosse Anzahl von Werthen der Fallhöhe berechneten Resultate:

Fall-Höhe.	Gewonnene Geschwindigkeit.	Fall-Höhe.	Gewonnene Geschwindigkeit.	Fall-Höhe.	Gewonnene Geschwindigkeit.
m	m	m	m	m	m
0,25	2,214	9	13,288	19	19,306
0,50	3,132	10	14,006	20	19,808
1	4,429	11	14,690	30	24,260
2	6,264	12	15,343	40	28,013
3	7,672	13	15,970	50	31,319
4	8,858	14	16,572	60	34,308
5	9,904	15	17,154	70	37,057
6	10,849	16	17,717	80	39,616
7	11,718	17	18,262	90	42,019
8	12,528	18	18,791	100	44,292

§. 99. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, dass die im §. 97 aufgestellten Formeln nicht blos für den freien Fall eines Körpers, sondern überhaupt für jede gleichförmig beschleunigte Bewegung gelten, wenn man nur für g die Beschleunigung dieser Bewegung setzt. Da aber der Buchstabe g in der Mechanik fast ausschliesslich die Beschleunigung der Schwere bezeichnet, und der Buchstabe h in obigen Formeln auf Höhe hindeutet, so wollen wir allgemein mit b die Beschleunigung einer gleichförmig beschleunigten Bewegung und mit s den Weg, der in der Zeit von t Secunden zurückgelegt wird, bezeichnen. Der Buchstabe v soll nach wie vor die in dieser Zeit t gewonnene Geschwindigkeit bedeuten. Unter diesen Voraussetzungen erhalten wir für die obigen Formeln:

$$v = bt \; ; \; s = \tfrac{1}{2}bt^2 \; ; \; s = \tfrac{1}{2}vt \; ; \; v = \sqrt{2bh}$$

§. 100. Wenn ein schwerer Körper vertikal von unten nach oben geworfen wird, so erhebt er sich bis zu einer gewissen Höhe, welche grösser oder kleiner ist, je nach der Grösse der Geschwindigkeit, welche dem Körper ursprünglich ertheilt wurde. In dem Maasse, als er in die Höhe steigt vermindert sich seine Geschwindigkeit, und wird bald vollständig Null; der Körper bleibt einen Augenblick stehen und kehrt dann um, um auf demselben Wege mit beständig zunehmender Geschwindigkeit wieder zurückzukehren. In dem Augenblick aber, wo er im Niederfallen wieder an die Stelle kommt, von welcher er ausgegangen ist, hat er genau dieselbe Geschwindigkeit wieder erhalten, welche ihm ertheilt worden ist, als er emporgeworfen wurde. Diess kann durch folgenden Versuch nachgewiesen werden.

Denken wir uns, es seien an dem Masstab der Atwood'schen Fallmaschine zwei Scheiben mit Ringen angebracht und so gestellt, dass der an dem einen Ende des Fadens angehängte Körper durch den einen, und der am andern Ende aufgehängte durch den andern Ring hindurch gehen kann (Fig. 146 u. 147). Um die beiden Körper in Bewegung zu setzen, legt man auf den zur Rechten ein Uebergewicht, wodurch sich derselbe abwärts bewegt (Fig. 146). Zu gleicher Zeit steigt aber der andere, und in dem Augenblick, wo der erste durch den zur Rechten befindlichen Ring geht und sein Uebergewicht auf demselben zurücklässt, geht der zweite durch den Ring zur Linken und nimmt dort ein ebenso grosses Uebergewicht auf, welches vorher auf diesen Ring gelegt worden ist (Fig. 147). Die Bewegung dauert in Folge der gewonnenen Geschwindigkeit fort, aber während sie unter der Wirkung des ers-

ten Uebergewichtes eine beschleunigte war, verzögert sie sich mehr und mehr unter der Wirkung des zweiten, das sich unter denselben Verhältnissen befindet, wie ein in die Höhe geworfener Körper. Die beiden Körper bewegen sich also in dem nämlichen Sinne fort, bis ihre Geschwindigkeit durch den Widerstand, welchen das zweite Uebergewicht leistet, vollständig zerstört ist. Alsdann nehmen sie, nach einem Augenblick des Stillstehens, eine Bewegung im entgegengesetzten Sinne an; das Gewicht zur Linken geht mit beschleunigter Bewegung abwärts und lässt bald sein Uebergewicht auf dem Ring zurück, durch welchen es hindurch gehen muss; zugleich nimmt das Gewicht zur Rechten das seinige, welches es im Abwärtsgehen zurückgelassen hatte, wieder auf; die Bewegung verzögert sich also von Neuem, bis sie wieder einen Augenblick ganz aufhört um dann wieder im entgegengesetzten Sinne zu beginnen u. s. f.

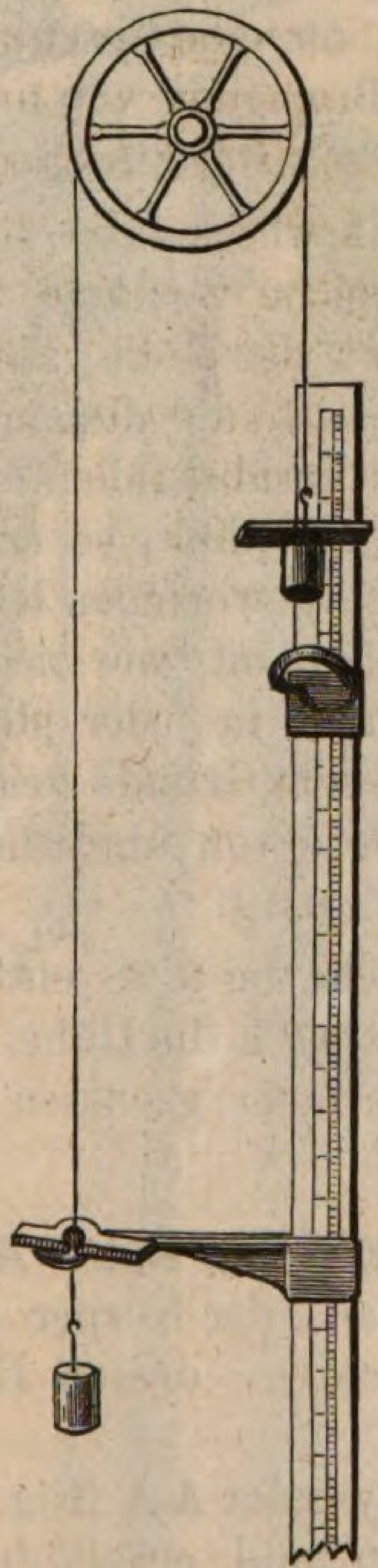


Fig. 146.

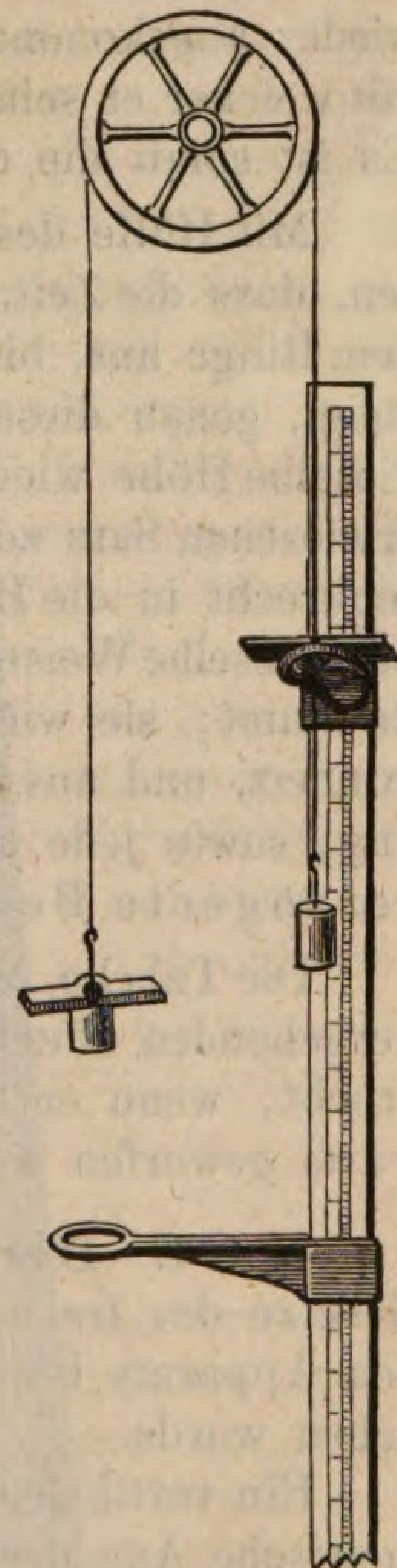


Fig. 147.

Wenn das Uebergewicht zur Rechten, während es abwärts geht, auf dem entsprechenden Ring zurückgelassen wird, so besitzt es eine gewisse Geschwindigkeit, welche der Höhe entspricht, die es herabgefallen ist. In demselben Moment ergreift der Körper zur Linken, welcher mit der nämlichen Geschwindigkeit aufwärts geht, das andere Uebergewicht, und ertheilt ihm augenblicklich dieselbe Geschwindigkeit, die er selbst besitzt. Dieses zweite Uebergewicht wird also mit derselben Geschwindigkeit in die Höhe geworfen, welche das erste im Fallen gewonnen hatte. Nun ergibt der Versuch, dass die Höhe, bis zu welcher sich das zweite Uebergewicht in Folge des ihm ertheilten Impulses erhebt, gleich derjenigen ist, welche das

erste herabgefallen war; wenn daher der Körper zur Linken, der sich ganz unter denselben Umständen befindet, wie vorhin der zur Rechten, diese Höhe wieder herabfällt, so erhält er, bei dem Ring wieder angekommen, dieselbe Geschwindigkeit von oben nach unten, mit welcher er seine Bewegung von unten nach oben begonnen hatte. Es ist somit die oben ausgesprochene Behauptung erwiesen.

Mit Hülfe des Uhrwerks lässt sich ausserdem leicht nachweisen, dass die Zeit, welche verfliesst, bis das eine Uebergewicht von dem Ringe aus, bis zu der Höhe, auf welche es sich erhebt, emporsteigt, genau dieselbe ist, als diejenige, welche er nöthig hat, um dieselbe Höhe wieder herabzufallen. Wenn man diess mit dem oben erwiesenen Satz zusammenhält, so ergibt sich leicht, dass bei einem, senkrecht in die Höhe geworfenen Körper die Geschwindigkeit ganz auf dieselbe Weise abnimmt, wie sie bei einem frei herabfallenden zunimmt; sie wird also in jeder gleichen Zeit um gleichviel vermindert, und aus diesem Grunde heisst die in Rede stehende Bewegung, sowie jede andere von ähnlicher Art, eine gleichförmig verzögerte Bewegung.

Die Tabelle, welche im §. 98 enthalten ist, gibt nach dem Vorhergehenden offenbar auch die Höhe, bis zu welcher sich ein Körper erhebt, wenn er mit einer gewissen Geschwindigkeit vertikal aufwärts geworfen wird.

§. 101. **Der Morin'sche Apparat.** — Man kann die Gesetze des freien Falls der Körper auch noch mittelst des folgenden Apparats beobachten, dessen Einrichtung von Morin angegeben wurde.

Ein vertikaler Cylinder AA (Fig. 148) kann sich um seine geometrische Axe drehen und erhält durch ein Uhrwerk B, welches durch ein Gewicht C in Bewegung gesetzt wird, um diese Axe eine gleichförmige Rotationsbewegung. Wir gehen nicht näher auf die Beschreibung der einzelnen Theile, aus denen dieser Mechanismus zusammengesetzt ist, ein, wir können hier auch noch nicht vollständig klar machen, auf welche Weise eine vollkommen gleichförmige Bewegung des Cylinders erreicht wird. Es möge hier genügen, zu sagen, dass in der ersten Zeit, nachdem der Cylinder der Wirkung des Gewichtes C frei überlassen wurde, die Bewegung desselben sich beschleunigt, dass sie aber bald in Folge eines oben angebrachten Windrades sehr genau gleichförmig wird. Diese Gleichförmigkeit erkennt man mittelst des Geräusches, welches eine schwache Lamelle *a* von Fischbein hören lässt, die succesive den vier Armen des oben erwähnten Windrades begegnet, welches sich in jedem

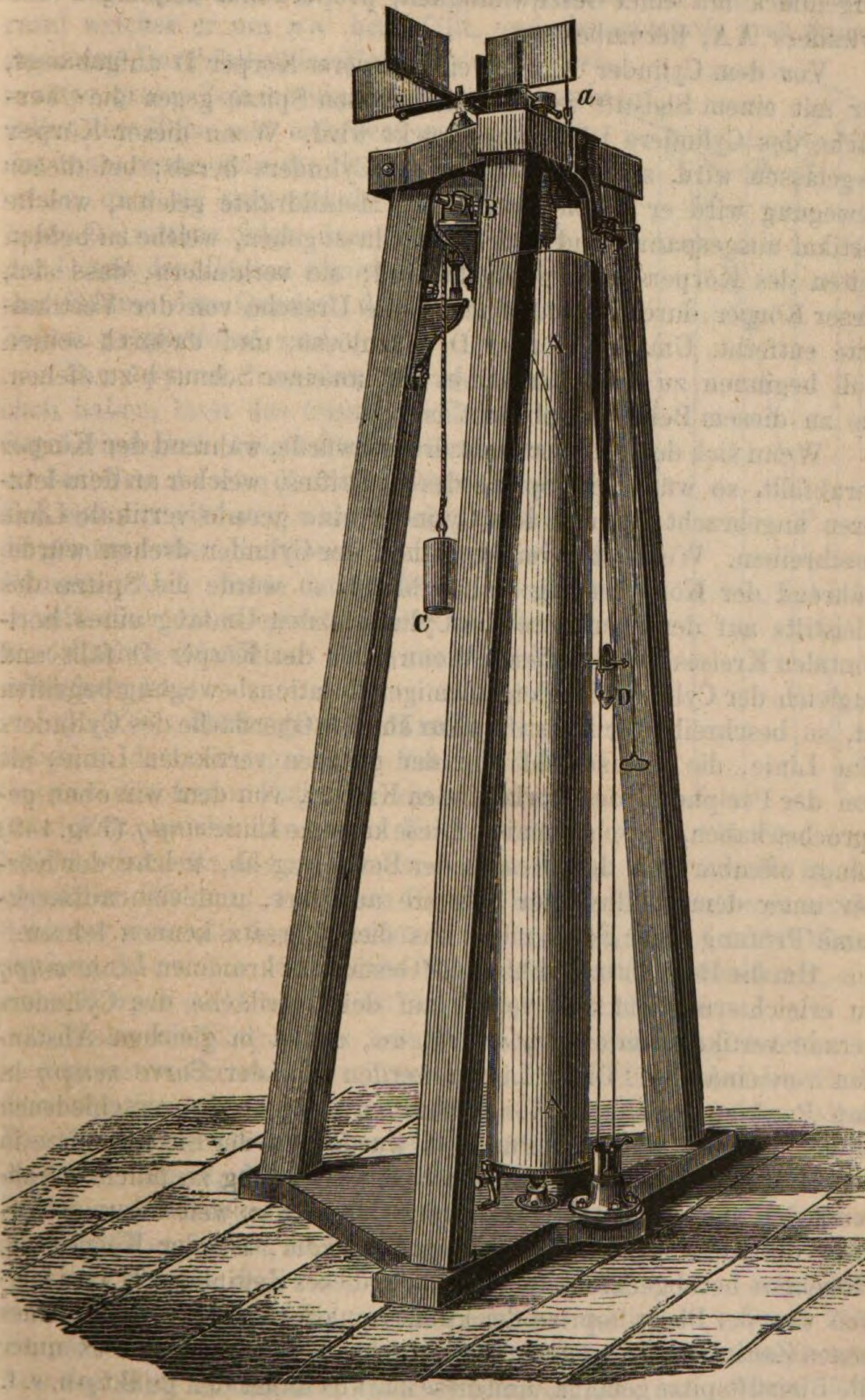


Fig. 148.

Augenblick mit einer Geschwindigkeit, proportional derjenigen des Cylinders AA, herumbewegt.

Vor dem Cylinder AA ist ein schwerer Körper D aufgehängt, der mit einem Bleistift versehen ist, dessen Spitze gegen die Oberfläche des Cylinders leicht angedrückt wird. Wenn dieser Körper losgelassen wird, so fällt er längs des Cylinders herab; bei dieser Bewegung wird er durch zwei dünne Metalldrähte geleitet, welche vertikal ausgespannt sind und durch Öhren gehen, welche zu beiden Seiten des Körpers D angebracht sind; sie verhindern, dass sich dieser Körper durch irgend eine fremde Ursache von der Vertikallinie entfernt. Um den Körper D auszulösen, und dadurch seinen Fall beginnen zu lassen, reicht es hin, an einer Schnur b zu ziehen, die zu diesem Behuf angebracht ist.

Wenn sich der Cylinder nicht drehen würde, während der Körper herabfällt, so würde die Spitze des Bleistiftes, welcher an dem letzteren angebracht ist, auf dem Cylinder eine gerade vertikale Linie beschreiben. Wenn sich im Gegentheil der Cylinder drehen würde, während der Körper ruhig stehen bleibt, so würde die Spitze des Bleistifts auf der Oberfläche des Cylinders den Umfang eines horizontalen Kreises beschreiben. Wenn aber der Körper D fällt und zugleich der Cylinder in gleichförmiger Rotationsbewegung begriffen ist, so beschreibt die Bleistiftspitze auf der Oberfläche des Cylinders eine Linie, die ebensowohl von der geraden vertikalen Linie, als von der Peripherie des horizontalen Kreises, von dem wir oben gesprochen haben, verschieden ist. Diese krumme Linie *mnpq* (Fig. 149) hängt offenbar von dem Gesetz der Bewegung ab, welche der Körper unter dem Einfluss der Schwere ausführt, und eine aufmerksame Prüfung ihrer Form muss uns dieses Gesetz kennen lehren.

Um die Betrachtungen über die Gestalt der krummen Linie *mnpq* zu erleichtern, zieht man vorher auf der Oberfläche des Cylinders gerade vertikale Linien *rr*, *ss*, *tt*, *uu*, *vv*.... in gleichen Abständen von einander. Diese Linien werden von der Curve *mnpq* in den Punkten *m*, *n*, *p*, *q* geschnitten, welche in verschiedenen Höhen gelegen sind. Der Punkt *m* wurde von der Bleistiftspitze in dem Augenblick markirt, wo der Körper D anfing zu fallen. Während sich von diesem Moment an der Cylinder so weit herumdrehte, dass die Linie *ss* an die Stelle der *rr* kam, ist der Körper die Höhe $n'n$ herabgefallen, und am Ende dieses Zeitintervalls wird folglich von der Bleistiftspitze der Punkt *n* markirt. Nach Verfluss eines neuen Zeitintervalls, gleich dem vorgehenden ist die Linie *tt* unter die Bleistiftspitze gelangt, und diese markirt daher den Punkt *p* u. s. f. Hiernach ist klar, dass der Körper, um die Höhe pp' herabzufal-

len, eine doppelt so grosse Zeit braucht, als diejenige ist, während welcher er um *nn'* herabfällt, und ebenso würde man finden, dass zum Durchfallen der Höhe *qq'* eine dreimal so grosse Zeit nöthig ist, als zum Durchfallen der Höhe *nn'* erfordert wird. Nun findet man, wenn man die Höhen *nn'*, *pp'*, *qq'* misst, dass sie sich verhalten wie die Zahlen 1, 4, 9, woraus folgt, dass die von dem Körper D seit dem Beginn seines Falls durchlaufenen Räume dem Quadrat der dazu nöthigen Zeiten proportional sind.

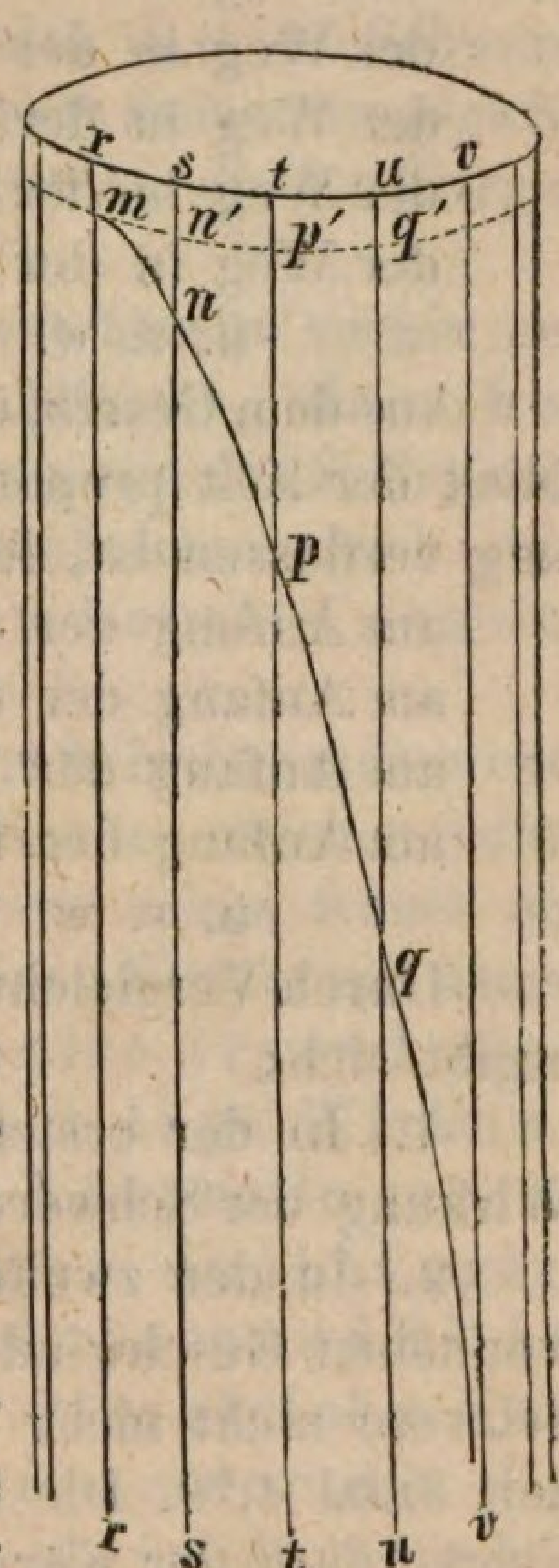


Fig. 149.

Der Apparat, von dem wir oben gesprochen haben, lässt das Gesetz der Zunahme der Geschwindigkeiten nicht direkt untersuchen, wie es bei der Atwood'schen Fallmaschine der Fall war; er gibt nur, wie wir eben auseinandergesetzt haben, das Gesetz der durchlaufenen Räume. Aber dieses letzte Gesetz bestätigt er mit einer Genauigkeit, welche mit der Atwood'schen Maschine bei weitem nicht zu erreichen ist.

§. 102. **Bewegende Kraft.** — Wir haben in den vorhergehenden Paragraphen die Gesetze des freien Falls, als einer Bewegung entwickelt, welche durch eine Kraft hervorgebracht wird, die allein, mit constanter Stärke und immer in der nämlichen Richtung auf einen Körper wirkt. Sehen wir nun welche Schlüsse sich aus diesen Gesetzen in Bezug auf die Art und Weise ergeben, in welcher eine solche Kraft, wie hier die Schwerkraft, auf einen Körper wirkt und seine Bewegung hervorbringt.

Wenn ein Körper frei herabfällt, so ist der Weg, welchen er in der ersten Secunde durchläuft, gleich der Hälfte der am Ende der ersten Secunde gewonnenen Geschwindigkeit d. h. gleich der halben Beschleunigung $9,^{m}8088$, also gleich $4,^{m}9044$, oder sehr nahe $4,^{m}9$. Aus dem Gesetz, dass die durchlaufenen Wege dem Quadrate der Zeiten, welche dazu gebraucht wurden, proportional sind, folgt:

der Weg in der ersten Secunde ist	$4,^{m}9$
der Weg in den zwei ersten Secunden ist . .	4mal $4,^{m}9$
der Weg in den drei ersten Secunden ist . .	9mal $4,^{m}9$
der Weg in den vier ersten Secunden ist . .	16mal $4,^{m}9$
der Weg in den fünf ersten Secunden ist . .	25mal $4,^{m}9$

u. s. w.

Daraus ergibt sich aber leicht:

der Weg in der ersten Secunde ist	$4,^{m}9$
der Weg in der zweiten Secunde ist	3mal $4,^{m}9$
der Weg in der dritten Secunde ist	5mal $4,^{m}9$
der Weg in der vierten Secunde ist	7mal $4,^{m}9$
der Weg in der fünften Secunde ist	9mal $4,^{m}9$
u. s. w.	

Aus dem Gesetz, dass die Geschwindigkeit in irgend einem Augenblick der Zeit proportional ist, welche seit dem Anfang der Bewegung verflossen ist, folgt die gewonnene Geschwindigkeit

am Anfang der zweiten Secunde gleich . . .	2mal $4,^{m}9$
am Anfang der dritten Secunde gleich . . .	4mal $4,^{m}9$
am Anfang der vierten Secunde gleich . . .	6mal $4,^{m}9$
am Anfang der fünften Secunde gleich . . .	8mal $4,^{m}9$
u. s. w.	

Durch Vergleichung dieser verschiedenen Resultate miteinander ergibt sich:

1. In der ersten Secunde durchläuft der Körper in Folge der Wirkung der Schwere einen Weg von $4,^{m}9$.

2. In der zweiten Secunde würde er, in Folge der bereits gewonnenen Geschwindigkeit 2mal $4,^{m}9$ durchlaufen, auch wenn die Schwere nicht mehr wirken würde; er durchläuft aber in Wirklichkeit 3mal $4,^{m}9$. Die fortgesetzte Wirkung der Schwere hat also zur Folge, dass der Körper in der zweiten Secunde $4,^{m}9$ mehr durchläuft, als ohne dieselbe.

3. In der dritten Secunde würde der Körper, in Folge der bereits gewonnenen Geschwindigkeit 4mal $4,^{m}9$ zurücklegen, auch wenn die Schwere nicht wirken würde; er durchläuft aber in Wirklichkeit 5mal $4,^{m}9$. Indem also die Schwere fortfährt, auf den Körper zu wirken, veranlasst sie denselben während der dritten Secunde $4,^{m}9$ mehr zu durchlaufen, als er ohne sie gethan haben würde, u. s. w.

Indem also die Schwere in ununterbrochener Weise auf einen fallenden Körper einwirkt, veranlasst sie denselben in jeder Secunde $4,^{m}9$ mehr zurückzulegen, als wenn er sich während dieser Secunde allein mit derjenigen Geschwindigkeit bewegt hätte, welche er zu Anfang derselben bereits gewonnen hatte.

Wir haben ferner schon oben gesehen, dass bei der Fallbewegung eines Körpers die Geschwindigkeit derselben in jeder Secunde um gleichviel, nämlich um $9,^{m}8$ zunimmt, aus welchem Grunde diese Bewegung ja eine gleichförmig beschleunigte heisst. Diese Vermehrung muss aber ebenfalls lediglich der auf den Körper wirkenden Kraft zugeschrieben werden, denn wenn dieselbe in irgend einem

Augenblick zu wirken aufhören würde, so würde sich der Körper in Folge seiner Trägheit mit der bereits gewonnenen Geschwindigkeit gleichförmig fortbewegen. Daraus folgt also dass die Schwere in jeder Sekunde die Geschwindigkeit des Körpers immer um gleichviel vermehrt, welches auch die Geschwindigkeit ist, die der Körper schon besitzt.

Hält man dieses letzte Ergebniss mit dem bereits vorhin gefundenen zusammen, so muss man daraus schliessen, dass bei der Bewegung eines frei fallenden Körpers die Schwere immer in derselben Weise wirkt, welches auch die Geschwindigkeit ist, die der Körper bereits gewonnen hat.

Was aber hier in Bezug auf die Schwerkraft insbesondere entwickelt wurde, gilt offenbar ebenso für alle Kräfte, welcher Natur sie auch sein mögen, denn es können, wie wir schon früher gesehen haben, die Wirkungen aller Kräfte auf einen Körper mit denen der Schwerkraft verglichen werden. Wenn also irgend eine Kraft auf einen Körper wirkt, so ist ihre Wirkung von der Geschwindigkeit, welche der Körper in irgend einem Augenblick schon besitzt, ganz unabhängig; sie bringt, so lange sie die nämliche Grösse und Richtung behält, in derselben Zeit stets die gleiche Vermehrung der Geschwindigkeit hervor, oder die Bewegung, welche sie erzeugt ist eine gleichförmig beschleunigte. In welcher Weise die Grösse der Beschleunigung dieser Bewegung von der Grösse der Kraft abhängt, durch welche sie hervorgebracht wird, soll uns der folgende Paragraph lehren. Zuvor aber noch folgende Bemerkung.

Das Gesetz, welches wir oben aufgestellt haben, scheint in gewissen Fällen mit Thatsachen, die man sehr leicht beobachten kann, in Widerspruch zu stehen. Wenn man z. B. ein Fass, das auf gutgeebnetem horizontalen Boden liegt, mit der Hand fortrollt, so kann man ihm Anfangs eine immer schnellere und schnellere Bewegung ertheilen. Aber man fühlt recht wohl, dass man zu Anfang der Bewegung eine grössere Wirkung auf das Fass hervorzubringen vermag, als später. In dem Maasse, als sich das Fass schneller bewegt, kann man seine Bewegung immer weniger und weniger beschleunigen, und es kommt bald eine Zeit, wo sie nicht weiter beschleunigt werden kann. Aber nach einiger Ueberlegung erkennt man leicht, dass zwischen diesem Fall und der Bewegung eines frei fallenden Körpers ein wesentlicher Unterschied stattfindet. Man sieht in der That, dass mit wachsender Geschwindigkeit des Fasses, der

Druck, welchen man mit der Hand gegen dasselbe auszuüben vermag, kleiner und kleiner wird, und wenn das Fass die grösste Geschwindigkeit erreicht hat, welche der Mensch im Laufen annehmen kann, so ist es demselben offenbar nicht mehr möglich, einen Druck gegen das Fass auszuüben und seine Geschwindigkeit noch weiter zu erhöhen. Mit der Vermehrung der Geschwindigkeit des Fasses findet also zugleich eine Verminderung der Grösse der Kraft statt, welche auf dasselbe wirkt, und dieselbe kann desshalb die Geschwindigkeit, je grösser sie wird, um so weniger beschleunigen. Wenn die Stärke des durch die Hand ausgeübten Druckes immer dieselbe bliebe, so würde sie auch immer die gleiche Vermehrung der Geschwindigkeit in der Secunde hervorbringen. Das Fass, indem es immer schneller und schneller fortrollt, entzieht sich mehr und mehr der Wirksamkeit der Hand, während ein frei herabfallender Körper, wie sehr auch seine Geschwindigkeit anwächst, stets der gleichen Wirkung der Schwere unterliegt.

§. 103. Die Beschleunigungen, welche ein und denselben Körper durch zwei Kräfte, die genau unter denselben Verhältnissen auf ihn wirken, ertheilt werden, sind der Grösse dieser Kräfte proportional. Dieser wichtige Satz kann auf folgende Weise mittelst der Atwood'schen Fallmaschine bewiesen werden.

Man hängt an den beiden Enden des Fadens der Atwood'schen Maschine zwei gleichschwere Körper, jeden von 240 Gramm z. B. auf, und legt auf denjenigen von ihnen, welcher sich längs der getheilten Leiste herabbewegt, ein Uebergewicht von 20 Gramm (Fig. 150). Durch dieses Uebergewicht werden die beiden Körper in Bewegung gesetzt, und man kann auf dieselbe Weise wie oben, die Geschwindigkeit, welche sie nach Verfluss der ersten Sekunde gewonnen haben, ihre Beschleunigung also, bestimmen.

Hierauf ersetzt man die beiden Körper von 240 Gramm durch zwei andere, von denen jeder 230 Gramm wiegt und das Uebergewicht von 20 Gramm durch ein anderes von 40 Gramm (Fig. 151), und bestimmt nochmals die Geschwindigkeit, welche von diesen neuen Körpern unter der Wirkung des neuen Uebergewichts nach Verfluss von einer Secunde der Bewegung gewonnen wird.

In jedem dieser beiden Fälle wiegen die Körper, welche sich zusammen bewegen, 500 Gramm; man kann also sagen, dass ein und derselbe Körper in dem ersten Fall durch eine Kraft von 20, in dem zweiten durch eine Kraft von 40 Gramm in Bewegung gesetzt wird. Nun ergibt der Versuch, dass die in der ersten Sekunde gewonnene Geschwindigkeit in dem zweiten Fall zweimal so gross

ist, als in dem ersten. Wenn man einen dritten Versuch machen würde, wo die Körper, welche zusammen 500 Gramm schwer sind, durch ein Uebergewicht von 60 Gramm in Bewegung gesetzt würden, so würde man die nach einer Secunde erlangte Geschwindigkeit dreimal so gross als in dem ersten Fall finden. Dadurch ist also bestätigt, dass die Beschleunigungen, welche ein und demselben Körper durch verschiedene Kräfte ertheilt werden, die unter den nämlichen Umständen auf ihn wirken, diesen Kräften proportional sind.

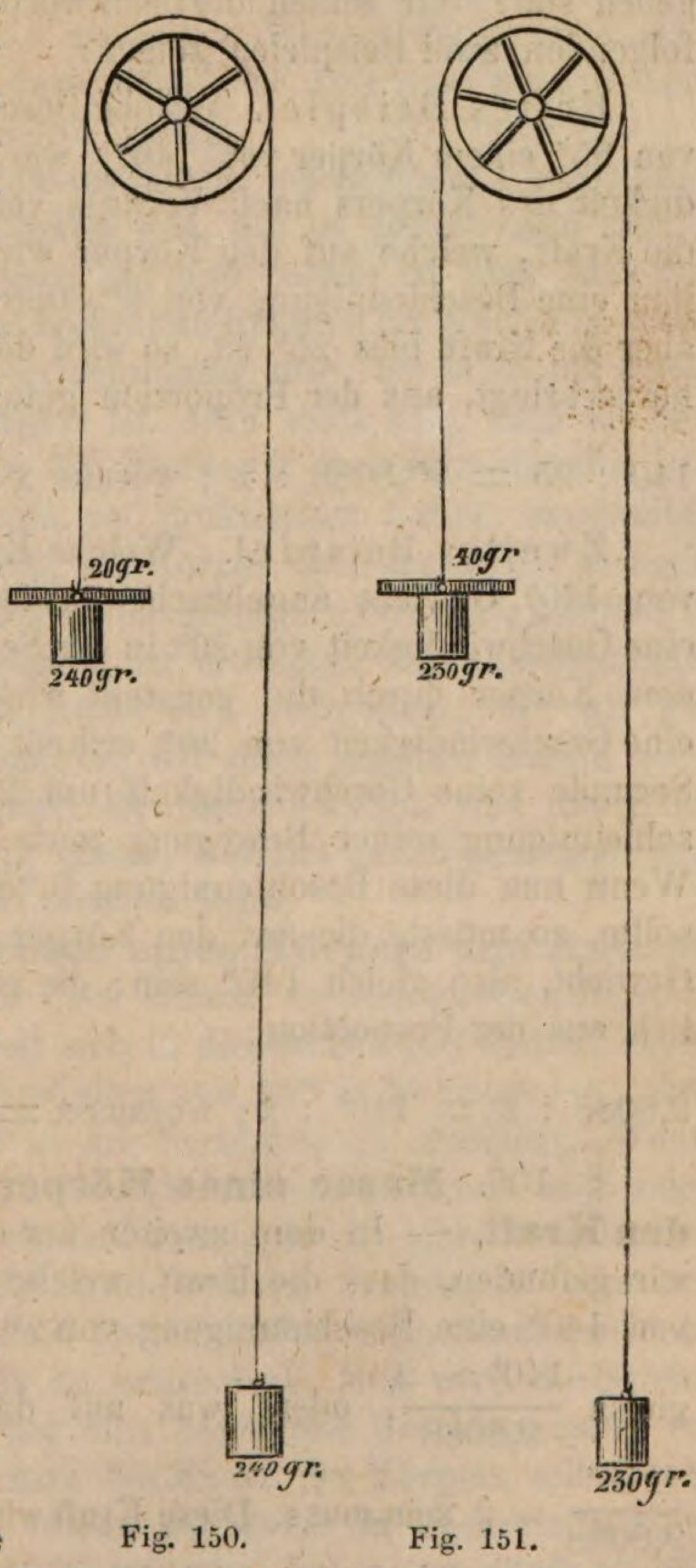


Fig. 150. Fig. 151.

§. 104. In §. 92 haben wir gesehen, dass alle Körper gleichschnell fallen. Es folgt daraus, dass, um irgend einen Körper, indem man ihn frei herabfallen lässt, eine Beschleunigung von 9,^{m}8 in der Secunde zu ertheilen, eine Kraft gleich dem Gewichte dieses Körpers erforderlich ist; da aber, wie schon wiederholt bemerkt wurde, alle Kräfte in Bezug auf ihre Wirkung mit der Schwerkraft verglichen werden können, so können wir allgemein sagen, dass, um einem Körper die Beschleunigung von 9,^{m}8 in der Secunde zu ertheilen, eine Kraft gleich dem Gewichte dieses Körpers erforderlich ist. Nehmen wir nun dieses mit dem Satze, den wir im vorhergehenden Paragraphen nachgewiesen haben, zusammen, so wird es uns leicht, folgende zwei Hauptfragen zu beantworten: 1) Wie gross ist die Beschleunigung, welche einem bestimmten Körper ertheilt wird, indem eine Kraft von gegebener Grösse auf ihn wirkt? 2) Wie gross muss die Kraft sein, welche einem bestimmten Körper eine gewisse

Beschleunigung ertheilen, oder, was auf dasselbe hinauskommt, welche ihm in einer gegebenen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit geben soll? Wir wollen die Beantwortung dieser beiden Fragen an folgenden zwei Beispielen zeigen:

Erstes Beispiel. Welche Beschleunigung ertheilt eine Kraft von 25^k einem Körper von 140^k; wie gross ist also die Geschwindigkeit des Körpers nach Verfluss von einer Secunde? — Wenn die Kraft, welche auf den Körper wirkt, 140^k wäre, so würde sie ihm eine Beschleunigung von $9^m,8088$ in der Secunde ertheilen; da aber die Kraft blos 25^k ist, so wird die Beschleunigung, welche sie hervorbringt, aus der Proportion gefunden:

$$140 : 25 = 9^m,8088 : x \text{ ; woraus } x = \frac{9^m,8088 \times 25}{140} = 1^m,752$$

Zweites Beispiel. Welche Kraft muss an einem Körper von 140^k Gewicht angebracht werden, um ihm in 10 Secunden eine Geschwindigkeit von 20^m in der Secunde zu ertheilen. — Wenn dem Körper durch die constant wirkende Kraft in 10 Secunden eine Geschwindigkeit von 20^m ertheilt werden soll, so muss in jeder Secunde seine Geschwindigkeit um 2^m zunehmen, d. h. die Beschleunigung seiner Bewegung muss 2^m in der Secunde betragen. Wenn nun diese Beschleunigung $9,^m8088$ in der Secunde betragen sollte, so müsste die auf den Körper wirkende Kraft gleich seinem Gewicht, also gleich 140^k sein; die gesuchte Kraft ergibt sich folglich aus der Proportion:

$$9,8088 : 2 = 140^k : x\text{; woraus } x = \frac{140^k \times 2}{9,8088} = 28^k,546$$

§. 105. **Masse eines Körpers; Grösse der bewegenden Kraft.** — In dem zweiten der obigen beiden Beispiele haben wir gefunden, dass die Kraft, welche im Stande ist, einen Körper von 140^k eine Beschleunigung von 2^m in der Secunde zu ertheilen, gleich $\frac{140^k \times 2}{9,8088}$, oder, was auf dasselbe hinauskommt, gleich $\frac{140^k}{9,8088} \times 2$ sein muss. Diese Kraft wird also erhalten, indem man das Gewicht des Körpers durch 9,8088, d. h. durch die Zahl, welche wir oben die Beschleunigung der Schwere genannt und mit g bezeichnet haben, dividirt, und den Quotienten mit der Zahl multiplicirt, durch welche die Beschleunigung des Körpers ausgedrückt wird. Diesen Quotienten aus dem Gewicht eines Körpers in die Beschleunigung der Schwere g hat man die Masse des Körpers genannt, und wenn man die Bedeutung dieses Wortes festhält, so

ergibt sich aus dem Resultat des zweiten der obigen Beispiele der Satz:

Die Grösse der bewegenden Kraft, welche einem bestimmten Körper eine gewisse Beschleunigung ertheilen soll, ist gleich dem Produkt aus der Masse des Körpers in diese Beschleunigung.

Daraus folgt offenbar, dass die Kraft, welche einem Körper eine bestimmte Beschleunigung ertheilen soll, um so grösser sein muss, je grösser die Masse des Körpers ist; und ebenso ist klar, dass die Geschwindigkeit, welche eine bestimmte Kraft einem Körper in einer gewissen Zeit ertheilt, die Beschleunigung also, um so kleiner wird, je grösser die Masse des Körpers ist. Man sieht also, dass die Bedeutung des Wortes Masse in der Mechanik ungefähr dieselbe ist, als diejenige, welche man ihm im praktischen Leben zuschreibt. Man sagt schon für gewöhnlich, ein Körper habe mehr oder weniger Masse, je nachdem man grössere oder geringere Schwierigkeit findet, um ihm eine bestimmte Bewegung zu ertheilen. Diese gewöhnliche Bedeutung des Wortes Masse findet sich auch noch, wie wir gesehen haben, in der Definition, die wir oben gegeben haben, aber das Unbestimmte dieses Begriffs ist verschwunden, und das Wort Masse bezeichnet uns künftig etwas, welches genau gemessen und in Zahlenwerthen ausgedrückt werden kann.

§. 106. **Bewegungsgrösse eines Körpers und Antrieb einer Kraft.** — Kehren wir noch einmal zu dem zweiten Beispiel des §. 104 zurück. Es handelt sich in diesem Beispiel darum, einen Körper von 140^k die Geschwindigkeit von 20^m in 10 Secunden, also eine Beschleunigung von 2^m in der Secunde, zu ertheilen. Wenn aber derselbe Körper die Geschwindigkeit von 20^m schon in 5 oder gar schon in $2\frac{1}{2}$ Secunden erhalten sollte, so ist klar, dass die Beschleunigung, welche ihm die Kraft ertheilen müsste, 4^m oder bezüglich 8^m in der Secunde sein müsste, also doppelt und beziehungsweise 4mal so gross, als im ersten Fall. Nun wird die Grösse der Kraft, welche einem Körper eine bestimmte Beschleunigung ertheilen soll, erhalten, wenn man die Masse des Körpers mit dieser Beschleunigung multiplicirt. Wenn wir daher in unserem Beispiel für die Grösse der Kraft $28,^k546$ gefunden haben, so würde in dem Fall, wo der Körper dieselbe Geschwindigkeit schon in 5 oder $2\frac{1}{2}$ Secunden erhalten sollte, eine Kraft von 2mal $28^k,546$ gleich $57^k,092$ oder beziehungsweise von 4mal $28^k,546$ gleich $114^k,184$ nöthig sein. Wenn also eine Kraft einem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit ertheilen soll, so muss ihre Grösse umgekehrt proportional der Zeit sein, während

welcher sie zu diesem Behufe auf den Körper wirkt. Je kleiner diese Zeit ist, desto grösser muss die Kraft werden, um dem Körper die verlangte Geschwindigkeit zu ertheilen, und es leuchtet daher ein, dass es unmöglich ist, einen in Ruhe befindlichen Körper augenblicklich in eine Bewegung von gegebener Geschwindigkeit zu versetzen; es wäre hiezu eine unendlich grosse Kraft erforderlich. Wenn wir daher auch manchmal sehen, dass ein Körper sehr schnell von der Ruhe aus in Bewegung versetzt wird, wie diess z. B. der Fall ist, wenn er einen Stoss oder Schlag erhält, so dürfen wir daraus doch nicht schliessen, dass die Kraft nur momentan gewirkt habe; sie hätte sonst unendlich gross sein müssen. In allen Fällen, wo einem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit ertheilt werden soll, ist eine bestimmte Zeit dazu erforderlich, eine längere, wenn die wirkende Kraft nur klein, eine kürzere, wenn sie gross ist.

Wenn daher gefragt wird, welche Kraft erforderlich ist, um einem bestimmten Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, so ist diese Frage so lange unvollständig und daher nicht zu beantworten, als nicht die Zeit angegeben wird, in welcher es geschehen soll. Ist diese Angabe noch gemacht, so muss man die gegebene Geschwindigkeit durch die Zeit dividiren und mit diesem Quotienten die Masse des Körpers multipliciren, um die Grösse der bewegenden Kraft zu erhalten. Wenn man folglich die Masse des Körpers mit der Geschwindigkeit selbst multiplicirt, so ist dieses Produkt nicht gleich der bewegenden Kraft, sondern gleich dieser, mit der Zeit ihrer Wirksamkeit multiplicirten Kraft. Man hat dem Produkt aus der Masse eines Körpers in die Geschwindigkeit, welche er besitzt, den Namen „Grösse der Bewegung“ oder „Bewegungsgrösse“ des Körpers, und dem Produkt aus der Grösse einer Kraft in die Zeit, durch welche sie gewirkt hat, den Namen „Antrieb“ der Kraft gegeben. Wenn wir diese Benennungen festhalten, so können wir nach dem Obigen folgenden Satz aussprechen: Die Bewegungsgrösse eines Körpers, der eine bestimmte Geschwindigkeit besitzt, ist gleich dem Antrieb der Kraft, welche nöthig war, ihm diese Geschwindigkeit zu ertheilen.

Eine Kanonenkugel, 10^k schwer, habe eine Geschwindigkeit von 400^m in der Secunde erhalten, nachdem von dem Augenblick an, wo sie den Zustand der Ruhe verliess, bis zu dem Augenblick, wo sie jene Geschwindigkeit erreicht hat, eine Kraft auf sie wirkte, welche innerhalb dieses Zeitraums als constant angenommen wird. — Die Masse dieser Kugel ist gleich $\frac{10}{9{,}8088} = 1{,}019$, und folglich

ihre Bewegungsgrösse, nachdem sie ihre Geschwindigkeit von 400^m erlangt hat, gleich $1{,}019 \times 400 = 407{,}6$. Diese Zahl ist also auch gleich dem Antrieb der Kraft, welche ihr jene Geschwindigkeit ertheilt hat, also gleich dem Produkt aus dieser Kraft in die Zeitdauer ihrer Wirkung. Je nachdem also die Wirkung der Kraft 1 oder $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{100}$ Secunde gedauert hat, musste ihre Grösse 407,6 oder 4076 oder 40760 Kilogramm betragen.

Wenn die Kugel in dem Augenblick, wo ihre Geschwindigkeit noch 400^m beträgt, auf einen Widerstand, gegen eine Mauer oder einen Erdwall z. B., stösst und dadurch zur Ruhe kommt, so wird dadurch ihre ganze Bewegungsgrösse 407,6 vernichtet. Offenbar nun muss dieser Widerstand, den wir als constant annehmen, so gross sein, dass er, in umgekehrter Richtung als Kraft wirkend, der Kugel in derselben Zeit die Geschwindigkeit von 400^m ertheilen würde, in welcher er dieselbe vernichtet hat. *Es muss folglich der Antrieb des Widerstandes, der eine bestimmte Bewegungsgrösse vernichtet* (diesen Ausdruck, analog mit dem bei der Kraft, für das Produkt aus dem Widerstand mit der Zeitdauer seiner Wirkung genommen) *gleich der vernichteten Bewegungsgrösse sein.* Je nachdem also die Kugel durch den Widerstand in $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ Secunde zur Ruhe kommt, muss die Grösse dieses Widerstandes 4076 oder 40760 oder 407600 Kilogramm betragen.

Wenn wir an einem Körper beobachten, dass seine Geschwindigkeit bald grösser bald kleiner wird, so müssen wir daraus schliessen, dass diese Veränderungen der Bewegung durch bewegende Kräfte oder durch Widerstände hervorgebracht werden, von denen die ersteren in dem nämlichen, die letzteren in dem entgegengesetzten Sinne der Bewegung wirken. Aus dem Vorhergehenden folgt leicht, dass die Zunahme der Bewegungsgrösse in dem Fall, wo die Geschwindigkeit grösser wird, gleich dem Antrieb der Kraft ist, welche die Zeit hindurch, in welcher diese Zunahme stattgefunden hat, mit constanter Stärke auf den Körper wirkte. Ebenso ist die Abnahme der Bewegungsgrösse in dem Fall, wo die Geschwindigkeit des Körpers kleiner wird, gleich dem Antrieb des Widerstandes, welcher die Zeit hindurch, in welcher diese Verminderung stattgefunden hat, mit constanter Stärke der Bewegung sich entgegensetzte.

§. 107. **Lebendige Potenz und Arbeit.** — Wenn wir in dem vorhergehenden Paragraphen gesehen haben, dass jede Kraft eine bestimmte Zeit braucht, um einem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, so folgt daraus von selbst, dass die Kraft den Körper auch eine gewisse *Strecke* hindurch bewegen

muss, bis er die Geschwindigkeit erreicht, die er erhalten soll. Die Grösse dieses Weges erhält man nach §. 96, wenn man die halbe Geschwindigkeit mit der Zeit, die nöthig war, um sie hervorzubringen, multiplicirt. Nun haben wir im vorigen Paragraph die mit dieser Zeit multiplicirte Kraft den Antrieb dieser Kraft genannt; wenn man daher diesen Antrieb mit der halben Geschwindigkeit, welche dem Körper ertheilt wurde, multiplicirt, so ist die dadurch erhaltene Zahl nichts anderes als das Produkt aus der Grösse dieser Kraft in dem Weg, welchen sie den Körper durchlaufen machte, um ihm die in Rede stehende Geschwindigkeit zu ertheilen, d. h. die Arbeit, welche die Kraft zu diesem Behufe zu leisten hatte. Wenn man in gleicher Weise die Bewegungsgrösse, welche der Körper besitzt, nachdem er die bestimmte Geschwindigkeit erreicht hat, das Produkt aus seiner Masse in diese Geschwindigkeit, mit der halben Geschwindigkeit multiplicirt, so erhält man eine Zahl, gleich dem halben Produkt aus der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit des Körpers. Nun sind nach dem vorigen Paragraphen Antrieb der Kraft und Bewegungsgrösse des Körpers einander gleich, folglich sind auch die Zahlen, welche man erhält, wenn man jede dieser beiden Grössen mit der halben Geschwindigkeit multiplicirt, gleichgross, und daraus folgt also der Satz:

Die Arbeit, welche eine Kraft leistet, indem sie einen Körper, um ihm eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, eine gewisse Strecke weit fortbewegt, ist gleich dem halben Produkt aus der Masse des Körpers in das Quadrat jener Geschwindigkeit.

Es wird gut sein, sogleich darauf aufmerksam zu machen, dass hiebei von allen Widerständen, als Reibung etc., die sich der Bewegung des Körpers entgegensetzen könnten, abgesehen wurde; die auf den Körper wirkende Kraft soll blos die Trägheit desselben zu überwinden, d. h. blos die Aufgabe haben, dem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen. Wenn ausserdem noch Widerstände zu überwinden sind, so ist dazu noch eine besondere Kraft und eine besondere Arbeitsleistung erforderlich.

Um einem Eisenbahnzug von 300000 Kilogramm Gewicht, dessen Masse also gleich $\frac{300000}{9,8088} = 30585$ ist, eine Geschwindigkeit von 12 Meter in der Secunde zu ertheilen, hat die hiezu nöthige Kraft eine Arbeit von $\frac{1}{2} \times 30585 \times 144 = 2202120$ Kilogrammeter zu leisten. Wenn jene Geschwindigkeit in einer halben Minute oder in 30 Secunden erreicht wurde, so war der in dieser

Zeit durchlaufene Weg gleich $\frac{1}{2} \times 12 \times 30 = 180$ Meter, und folglich die Kraft, welche die Lokomotive aufzuwenden hatte, gleich $\frac{2202120}{180} = 12234^k$. Diese Kraft wurde lediglich zur Erzeugung der Geschwindigkeit verwendet, und wenn ausserdem Widerstände der Bewegung zu überwinden sind, so ist hiezu noch eine besondere Kraft erforderlich. Natürlich braucht jene erste Kraft nur *so lange* wirksam zu sein, als die Geschwindigkeit des Zuges vergrössert werden soll; von da an, wo diese Geschwindigkeit gleichbleibt, hat die Lokomotive blos noch die Widerstände der Reibung etc., welche sich beständig der Bewegung entgegensetzen, zu überwinden.

Wenn ein Körper, der durch eine auf ihn wirkende Kraft eine bestimmte Geschwindigkeit erhalten hat, sich selbst überlassen wird, so würde er sich, wenn keine Hindernisse vorhanden wären, gleichförmig fortbewegen. Durch Widerstände, welche sich seiner Bewegung entgegensetzen, wird seine Geschwindigkeit vermindert, und zuletzt ganz Null. Die gänzliche Vernichtung der Geschwindigkeit kann aber, wie wir im vorigen Paragraphen gesehen haben, nicht plötzlich vor sich gehen; es ist immer eine gewisse Zeit erforderlich, bis der Körper zur Ruhe kommt, und daraus folgt, dass sich der Körper, wie gross auch die Hindernisse sind, welche sich seiner Bewegung entgegensetzen, immer noch eine bestimmte Strecke weit bewegen wird, bis er stehen bleibt. Er überwindet also in Folge seiner gewonnenen Geschwindigkeit die Widerstände, die sich ihm entgegensetzen, längs eines bestimmten Weges, d. h. er leistet eine Arbeit. Nun haben wir gesehen, dass der Antrieb der Widerstände gleich der Bewegungsgrösse des Körpers, welche sie vernichten, ist. Daraus folgt, *dass die Arbeit, welche der Körper leistet, indem er diese Widerstände überwindet, die Widerstandsarbeit, ebenfalls gleich dem halben Produkte aus der Masse des Körpers in das Quadrat seiner Geschwindigkeit ist.* Das Produkt aus der halben Masse eines Körpers in das Quadrat seiner Geschwindigkeit repräsentirt also nicht blos die Arbeit, welche geleistet werden musste, um dem Körper jene Geschwindigkeit zu geben; sondern es stellt auch die Arbeit vor, welche der Körper, wenn er sich überlassen wird, zu leisten vermag. Es wird folglich die Arbeit, welche abgesehen von der Ueberwindung anderer Widerstände *lediglich* dazu verwendet wird, dem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, gleichsam in dem Körper aufgesammelt, und kann zu einer andern Zeit zu irgend einem Zweck, zur Ueberwindung von Widerständen etc. verwendet wer-

den. Und wenn der Körper wieder zur Ruhe gekommen ist, so hat er genau die Arbeit, welche am Anfang dazu verwendet wurde, um ihm eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen, in Folge dieser erhaltenen Geschwindigkeit aus sich selbst wieder geleistet. Man nennt daher das halbe Produkt aus der Masse eines Körpers in das Quadrat der Geschwindigkeit, die er besitzt, welches Produkt die in dem Körper aufgesammelte Arbeit misst, die lebendige Potenz*) des Körpers und kann nun folgenden Satz aussprechen:

Die lebendige Potenz eines Körpers, der eine bestimmte Geschwindigkeit besitzt, ist gleich der Arbeit, welche nöthig war, um dem Körper diese Geschwindigkeit zu ertheilen, oder auch gleich der Arbeit, welche der Körper selbst, in Folge seiner Geschwindigkeit, die er besitzt, leisten kann, indem er Widerstände, die sich seiner Bewegung entgegensetzen, überwindet.

Die lebendige Potenz des Eisenbahnzuges, von dem wir oben gesprochen haben, beträgt 2202120^{km}. Derselbe ist also, sich selbst überlassen, im Stande, eine Arbeit von 2202120^{km} zu leisten. Wenn wir daher z. B. finden, dass er, nachdem die Lokomotive ganz aufgehört hat zu wirken, noch eine Strecke von 1200^{m} durchläuft, so können wir daraus schliessen, dass die Widerstände $\frac{2202120}{1200} = 1835,^{k}1$ betragen. Umgekehrt, wenn wir wüssten, dass die Widerstände 2000^{k} betrügen, so könnten wir daraus schliessen, dass sich der Zug von dem Augenblick an, wo die Maschine aufgehört hat zu wirken; noch $\frac{2202120}{2000} = 1101,06$ Meter weit bewegen würde.

Wenn die Geschwindigkeit eines Körpers bald grösser, bald kleiner wird, so ist aus dem Vorhergehenden klar, dass in dem ersten Fall die aus der Vergrösserung der Geschwindigkeit hervor-

*) Dieser Ausdruck wurde erst in neuerer Zeit von französischen Mechanikern eingeführt; früher nannte man gewöhnlich das ganze Produkt aus der Masse eines Körpers in das Quadrat seiner Geschwindigkeit seine lebendige Kraft. Da aber die Bezeichnung Kraft für diese Grösse ungeeignet ist, und zudem das ganze Produkt selbst keine Bedeutung hat, sondern nur seine Hälfte, so haben wir es vorgezogen, die neue Bezeichnung anzunehmen. Das Wort „Potenz“, das so viel als Vermögen, Arbeitsvermögen bedeutet, bezeichnet recht gut die Bedeutung der damit gemeinten Grösse, und das Beiwort „lebendig“ dient, wie Coriolis sich ausdrückt, zur Unterscheidung der Arbeit, welche aus einer erworbenen Geschwindigkeit wieder zu gewinnen ist, von derjenigen, welche aus zusammengedrückten Federn oder irgend einem andern Motor wieder gewonnen werden kann.

gehende Vermehrung der lebendigen Potenz des Körpers der Arbeitsleistung der bewegenden Kraft, welche die Geschwindigkeit vergrössert, gleich ist. Im zweiten Fall ist ebenso die aus der Verkleinerung der Geschwindigkeit entspringende Verminderung der lebendigen Potenz des Körpers gleich der Arbeit, welche zur Ueberwindung der Widerstände geleistet werden musste, welche die Geschwindigkeit verminderten.

§. 108. Die in den beiden vorhergehenden Paragraphen entwickelten Sätze können in sehr einfachen algebraischen Formeln ausgedrückt werden. Wenn man mit m die Masse des Körpers bezeichnet, welchem durch eine Kraft P, nachdem sie t Secunden lang auf ihn gewirkt hatte, die Geschwindigkeit v ertheilt wurde, so ist das Produkt mv die Bewegungsgrösse des Körpers, und das Produkt Pt der Antrieb der Kraft P. Nach §. 104 ist daher

$$mv = Pt$$

Wenn ferner ausserdem s den Weg bedeutet, den die Kraft P den Körper zurücklegen machte, bis er die Geschwindigkeit v erreicht hatte, so ist die lebendige Potenz des Körpers gleich $\frac{1}{2}mv^2$ und die Arbeit der Kraft Ps. In Folge seiner lebendigen Potenz überwinde der Körper einen Widerstand Q und lege dabei noch den Weg s' zurück, bis er zur Ruhe kommt, so ist Qs' die von ihm geleistete Arbeit, und nach dem Satze des vorigen Paragraphen hat man

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = Ps = Qs'$$

§. 109. **Bewegung eines schweren Körpers auf einer schiefen Ebene.** — Wenn sich ein Körper, auf welchen blos die Schwerkraft wirkt, auf einer schiefen Ebene befindet, so bewegt er sich längs derselben herab. Sein Gewicht zerlegt sich, wie wir in §. 69 gesehen haben, in zwei Seitenkräfte: in eine zur schiefen Ebene senkrechte, welche keine Wirkung hervorbringt, und in eine zweite, zur schiefen Ebene parallele, welche allein die Bewegung des Körpers erzeugt. Das Verhältniss dieser letzteren Seitenkraft zum Gewicht des ganzen Körpers ist gleich dem Verhältniss der Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge. Da diese Seitenkraft fortwährend in derselben Stärke und nach derselben Richtung hin wirkt, so ertheilt sie dem Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung, die jedoch langsamer ist als diejenige, welche er annehmen würde, wenn er unter der Wirkung seines ganzen Gewichts frei herabfiele; ihre Beschleunigung verhält sich, wie man leicht sieht, zur Beschleunigung der Schwere, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Die Bewegung auf der schiefen Ebene zeigt eine sehr merkwürdige Eigenschaft, auf welche wir näher eingehen wollen. Wenn

sich nämlich der Körper die schiefe Ebene eine Strecke weit herabbewegt, und dabei um eine gewisse, vertikal gemessene Höhe senkt, so erhält er, gleichviel, welche Neigung auch die schiefe Ebene hat, dieselbe Geschwindigkeit, als wenn er dieselbe Höhe in vertikaler Richtung frei durchfallen hätte. Diess kann folgendermassen erwiesen werden: Nehmen wir an, dass die Höhe AC (Fig. 152) der schiefen Ebene der dritte Theil ihrer Länge AB sei, so ist die Seitenkraft des Gewichts des Körpers, welche parallel zur schiefen Ebene ist, und welche allein die Bewegung erzeugt, dreimal so klein als dieses Gewicht, und ebenso ist die Beschleunigung der Bewegung auf der schiefen Ebene der dritte Theil der Beschleunigung des freien Falls. Die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende irgend einer Zeit, zu Ende der ersten Secunde z. B. gewonnen haben wird, ist folglich dreimal so klein als wenn der Körper in vertikaler Richtung die nämliche Zeit hindurch frei herabgefallen wäre, und ebenso ist der Weg, den der Körper in dieser Zeit auf der schiefen Ebene zurücklegt, dreimal so klein als der Raum, den er in derselben Zeit frei durchfallen hätte, da beide Wege gleich der halben Geschwindigkeit am Ende dieser Zeit, multiplicirt mit der Zeit sind. Wenn man daher AF als $4,^{m}9044$ annimmt und AD dreimal so klein als AF macht (was leicht dadurch geschehen kann, dass man FD senkrecht auf AB fällt), so wird ein Körper, der von A ausgeht und sich auf der schiefen Ebene herabbewegt, nach Verfluss der ersten Secunde in D ankommen, während er sich, wenn er vertikal herab fiele, am Ende derselben Zeit in F befinden würde; zugleich wird die Geschwindigkeit des Körpers in D dreimal so klein als die in F sein.

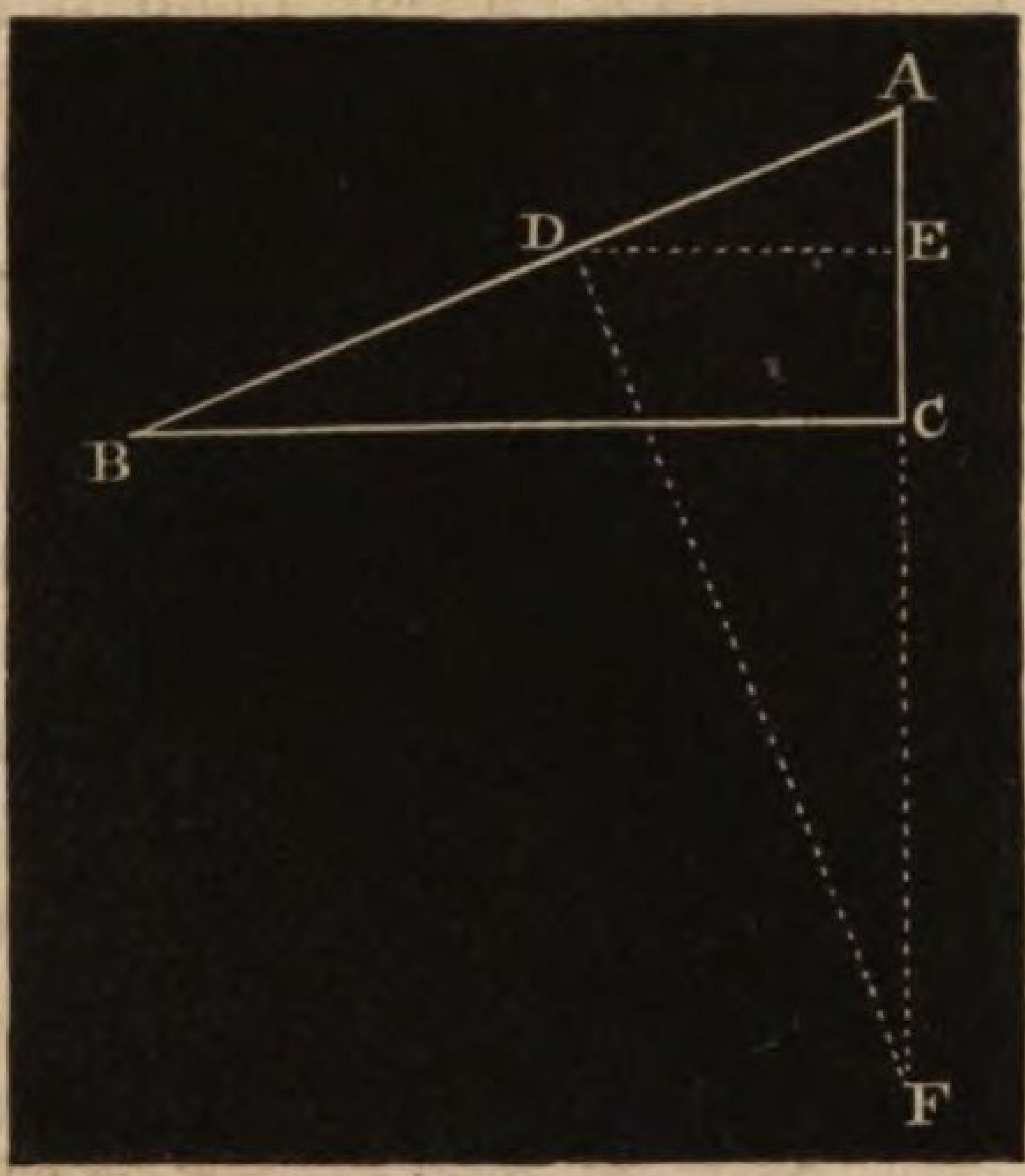


Fig. 152.

Ziehen wir nun die horizontale Linie DE, so ist das Verhältniss von AE zu AD dasselbe, wie das Verhältniss von AC zu AB, also das von 1 zu 3. Es ist also AE der dritte Theil von AD, und da AD selbst schon der dritte Theil von AF ist, so ist AE der neunte Theil von AF. Nach dem Gesetz, dass sich die Wege wie die Quadrate der Zeiten verhalten, die zu ihrer Zurücklegung er-

forderlich waren, ergibt sich, dass der Körper, indem er von A frei herabfällt, sich in dem Punkte E am Ende der ersten Drittelsecunde befinden wird, da er im Punkte F nach einer Sekunde ankommt. Die Geschwindigkeit im Punkte E wird also dreimal so klein sein, als die im Punkte F. Nun haben wir schon gezeigt, dass der Körper, wenn er sich die schiefe Ebene herabbewegt und nach Verfluss einer Secunde in D ankommt, in diesem Punkte eine dreimal so kleine Geschwindigkeit besitzt, als diejenige, welche er im Punkte F erlangen würde, wenn er eine Secunde lang frei herabfiele. Es sind folglich die Geschwindigkeiten des Körpers, das einemal in dem Punkte D, wenn er sich die schiefe Ebene herabbewegt, das anderemal im Punkte E, wenn er frei herabfällt, genau dieselben.

Dasselbe was wir hier über die Geschwindigkeit gesagt haben, welche der Körper bei seiner Bewegung auf der schiefen Ebene zu Ende der ersten Secunde gewonnen hat, gilt natürlich auch, wie schon oben angedeutet wurde, für die in irgend einem andern Augenblick gewonnene Geschwindigkeit. Wenn daher zwei Körper von demselben Punkt A (Fig. 153) ausgehen und sich unter dem alleinigen Einfluss ihres Gewichtes, der eine auf der schiefen Ebene AB, der andere in der Richtung der Vertikalen AC herabbewegen, so sind die Geschwindigkeiten, welche der erste Körper besitzt, wenn er sich in den Punkten D, D,' D'' befindet bezüglich gleich denjenigen, welche er in den Punkten E, E', E'', die auf derselben Horizontalen wie jene gelegen sind, erhält. Man kann also aus dem Vorhergehenden schliessen, dass die Geschwindigkeit, welche ein Körper erhält, wenn er sich irgend eine Strecke weit auf einer schiefen Ebene herabbewegt, der Höhe entspricht, um welche er sich, von seinem Ausgangspunkt an gerechnet, vertikal herabgesenkt hat (§. 98).

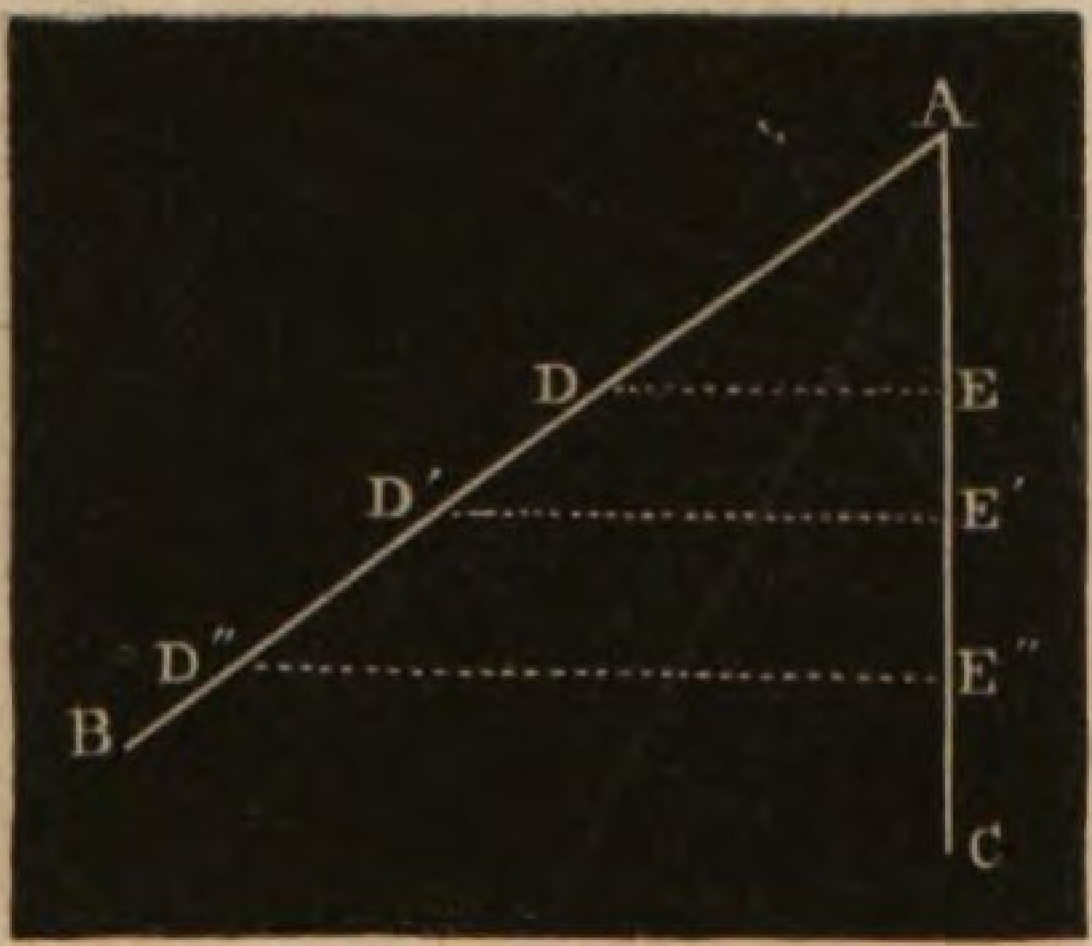


Fig. 135.

Wenn ein schwerer Körper längs einer schiefen Ebene AB (Fig. 154) von unten nach oben geworfen wird, wie es der Pfeil anzeigt, so wird seine Geschwindigkeit durch die Wirkung seines Gewichtes, dessen eine, zur schiefen Ebene parallele Seitenkraft ihn am Emporsteigen zu hindern sucht, verzögert. Die Veränderung der Geschwindigkeit, welche stattfindet, indem der Körper von D nach D' hinaufsteigt, ist offenbar genau so gross, als die

Vergrösserung, welche die Geschwindigkeit erfahren würde, wenn er sich in entgegengesetzter Richtung dieselbe Strecke die schiefe Ebene herabbewegen würde. Wenn daher der Körper in D eine Geschwindigkeit besitzt, welche der Höhe CD entspricht, so hat seine Geschwindigkeit in D' nur noch die Grösse, wie sie aus der Höhe C'D' folgt, vorausgesetzt dass die Punkte C und C' in der nämlichen Horizontallinie liegen.

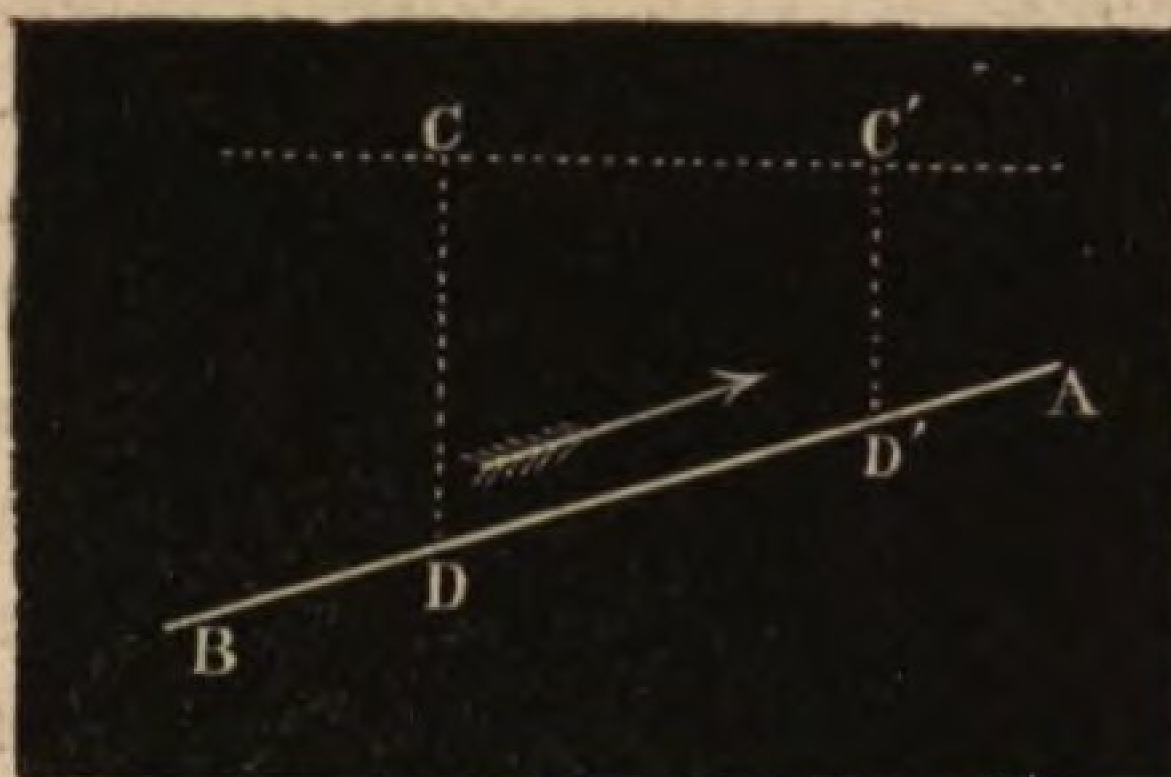


Fig. 154.

§. 110. **Bewegung eines schweren Körpers auf einer krummen Linie.** — Wenn sich ein schwerer Körper längs einer krummen Linie bewegt, so gewinnt er, in dem Maasse, als er tiefer herabkommt, verschiedene Geschwindigkeiten, welche wir mit Hülfe dessen, was wir bisher gelernt haben, leicht bestimmen können. Zu diesem Behufe theilen wir die krumme Linie in mehrere Theile AB, BC, CD (Fig. 155), die so klein sind, dass sie als gerade Linien betrachtet werden können, und die man also mit kleinen schiefen Ebenen vergleichen kann, über welche sich der Körper hinabbewegen muss. Wenn der Körper von dem Punkte A ausgeht und sich bis zu dem Punkte B herabbewegt, so hat er, in diesem Punkte B angekommen, eine Geschwindigkeit, welche der Fallhöhe MB entspricht. Hierauf nimmt der Körper die Richtung BC und zwar ohne irgend einen Geschwindigkeitsverlust, vorausgesetzt, dass die Richtungsänderung in dem Punkte B nur sehr klein ist, wie diess bei der Bewegung auf einer krummen Linie immer zutrifft. Indem also der Körper von dem Punkte B in der Richtung BC abgeht, befindet er sich unter den nämlichen Umständen, als wenn er sich auf der schiefen Ebene RBC bewegen würde, und von dem Punkte R ausgegangen wäre; in dem Punkte C ankommend, wird er folglich die Geschwindigkeit erhalten, welche der Höhe CN entspricht. Wenn man so fortfährt, die Bewegung des Körpers in den verschiedenen Theilen, in welche wir die Curve zerlegt haben, zu verfolgen, so findet man offenbar immer, dass die Geschwindig-

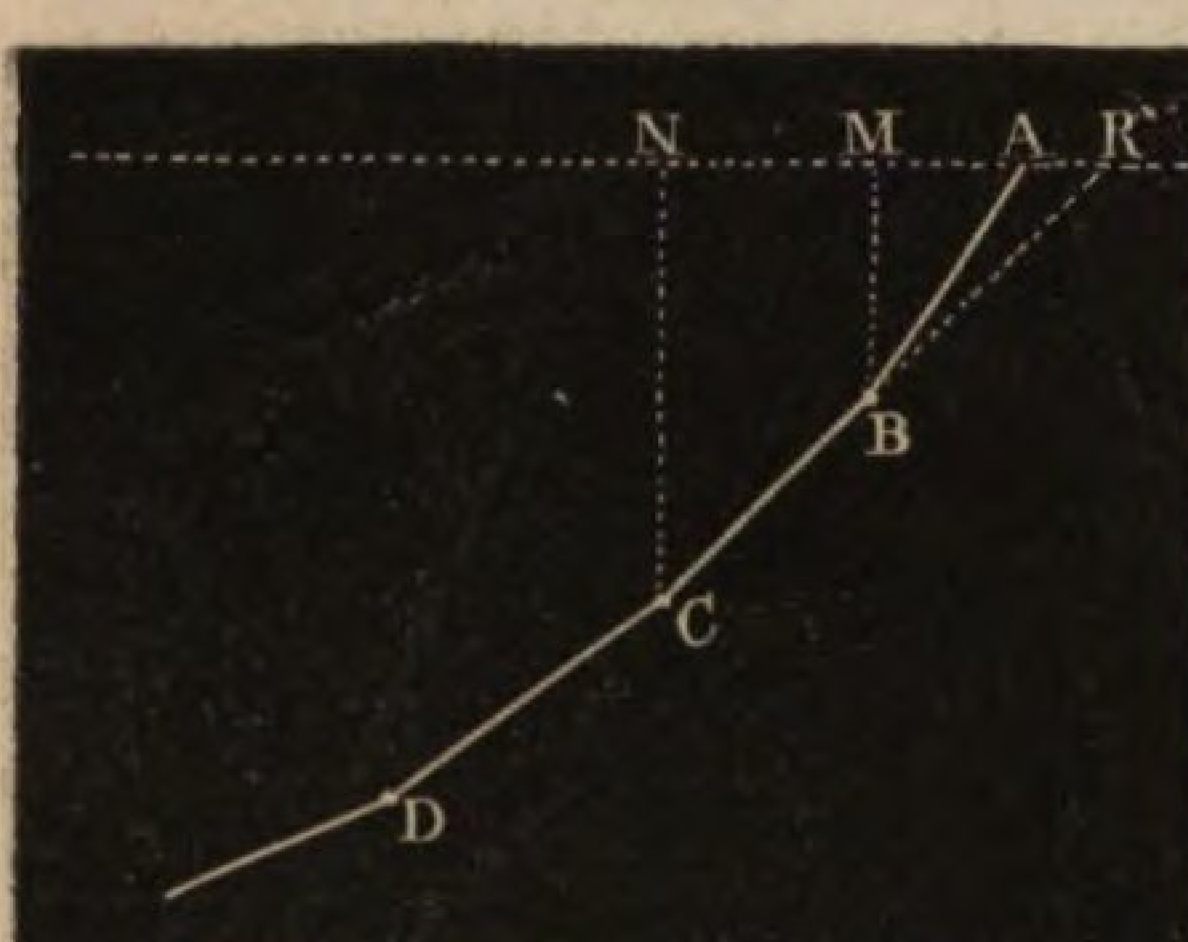


Fig. 155.

keit, welche er in irgend einem Punkte besitzt, der Höhe entspricht, um welche dieser Punkt vertikal unter dem Ausgangspunkt A gelegen ist.

Mittelst des soeben erhaltenen Resultats ist es nun leicht, die Bewegung eines Körpers auf einer beliebig gestalteten krummen Linie zu verfolgen. Wenn sich der Körper auf der krummen Linie ABC (Fig. 156) bewegt und von dem Punkte A ausgehend abwärts steigt, so wird seine Geschwindigkeit immer grösser und grösser, bis er endlich in dem tiefsten Punkt B angelangt ist; in diesem Punkt entspricht seine Geschwindigkeit der

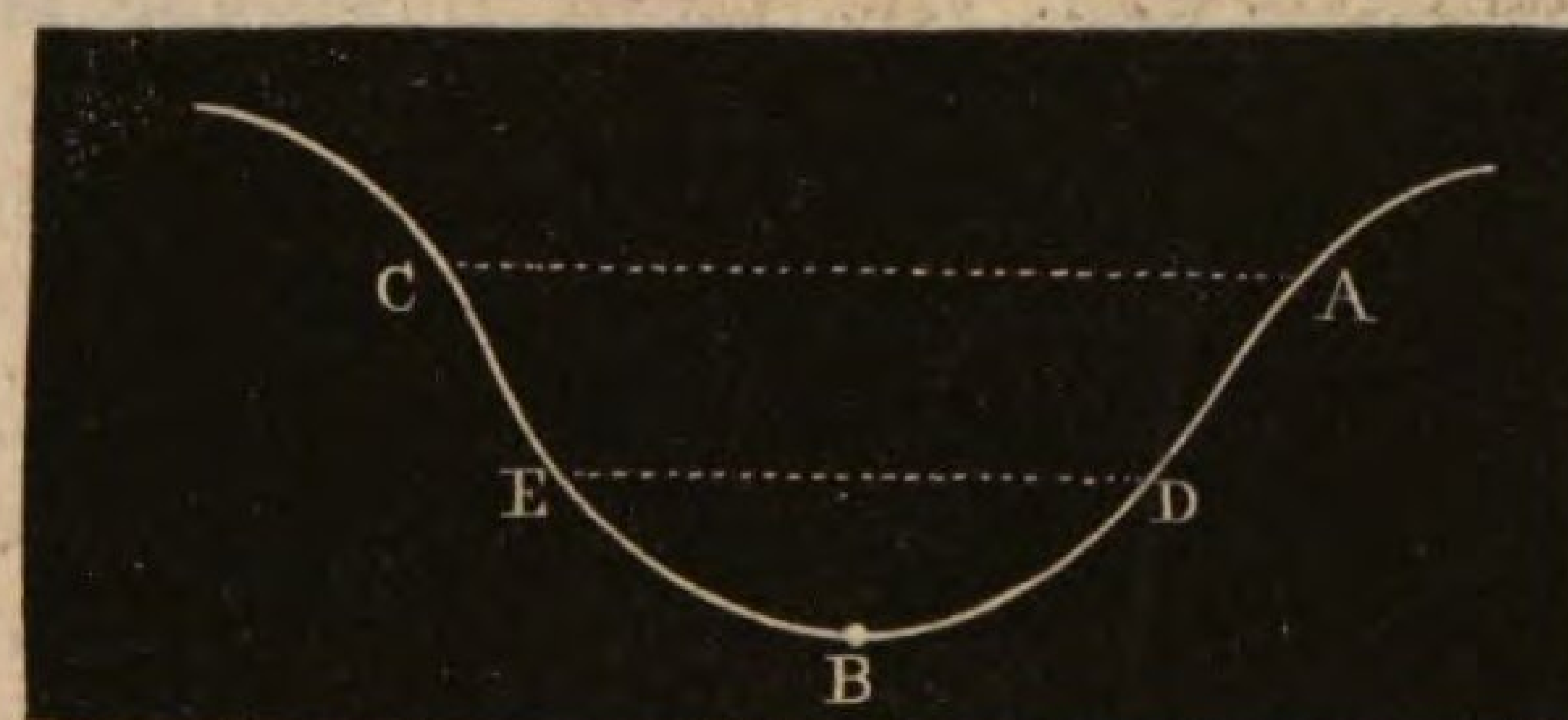


Fig. 156.

Höhe, um welche der Punkt B unter der Horizontalen AC gelegen ist. In Folge dieser gewonnenen Geschwindigkeit steigt nun der Körper gegen den Punkt C hin an; aber die Schwere sucht nun fortwährend seine Bewegung zu verzögern; seine Geschwindigkeit vermindert sich, sodass er, in dem Punkt E angelangt, nur noch eine Geschwindigkeit besitzt, die er hatte, als er durch den Punkt D ging, der mit E in einer Horizontalen gelegen ist. So lange also der Körper noch nicht in dem Punkte C, der auf derselben Horizontallinie wie A liegt, angekommen ist, hat er immer noch eine aufwärts gerichtete Geschwindigkeit, aber sobald er den Punkt C erreicht, wird seine Geschwindigkeit Null, und nun fällt er in Folge der Wirkung der Schwere wieder herab, bis zu dem Punkte B, über welchen er in Folge seiner gewonnenen Geschwindigkeit hinausgeht, um wieder bis zu dem Punkte A hinaufzusteigen, von welchem er wieder herabfällt u. s. f. ins Unendliche; vorausgesetzt natürlich dass sich der Bewegung, wie überall bisher schon angenommen wurde, keinerlei Hindernisse entgegenstellen. — Wenn sich der Körper auf der Linie ABCDE (Fig. 157) bewegen muss, und von dem Punkte A ausgeht, so steigt er bis zu dem Punkt B herab, erhebt sich wieder bis C, durch welchen Punkt

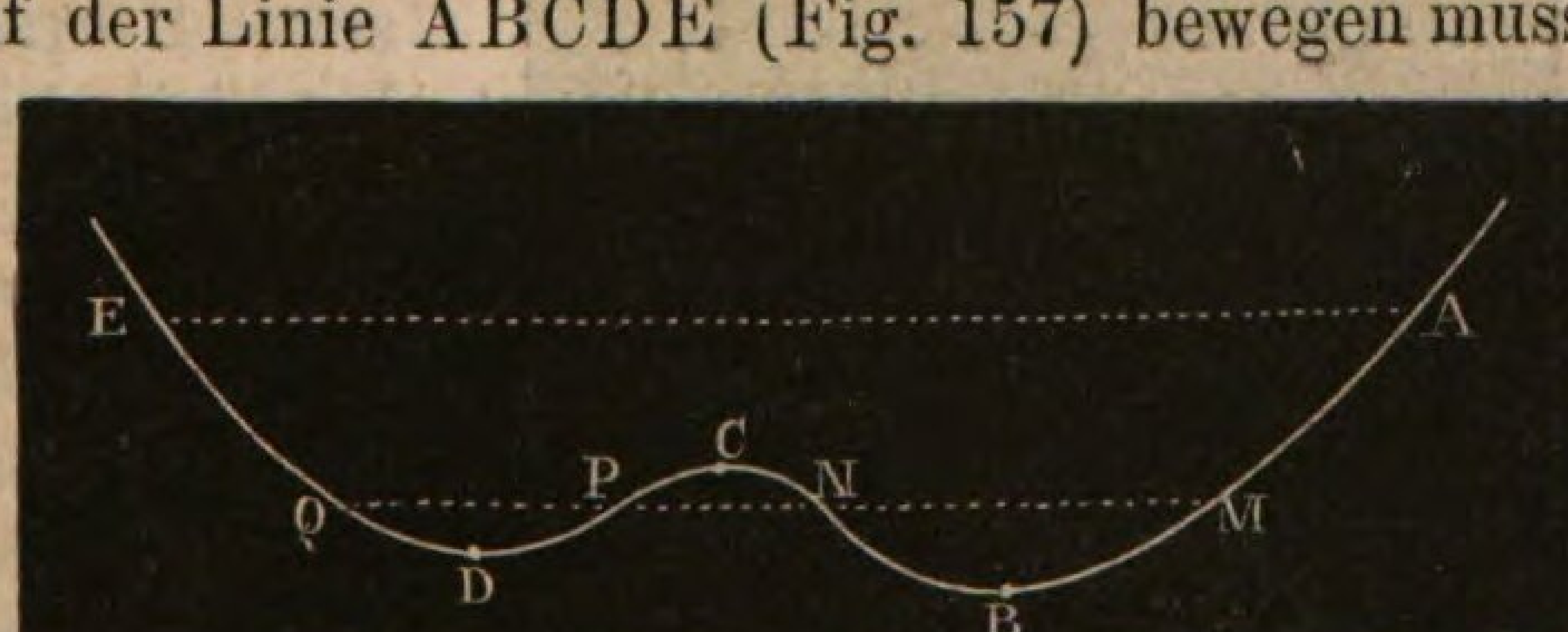


Fig. 157.

er mit bestimmter Geschwindigkeit hindurchgeht, um bis D herabzusteigen, bis er sich endlich bis zu dem Punkte E erhebt, der mit A in derselben Horizontallinie liegt. Nachdem seine Geschwindigkeit in diesem Punkte E Null geworden ist, führt ihn die fortdauernde Wirkung der Schwere wieder in entgegengesetzter Richtung herab, so dass er den Weg EDCBA durchläuft, um in A einen Augenblick stehen zu bleiben und sodann wieder umzukehren u. s. f. Bei dieser Bewegung ist die Geschwindigkeit des Körpers jedesmal, wenn er sich auf der nämlichen Horizontallinie befindet, dieselbe; so sind die Geschwindigkeiten, welche er in den vier Punkten M, N, P, Q ein und derselben Horizontallinie besitzt, unter sich gleichgross.

§. 111. **Das Pendel.** — Wenn ein sehr kleiner, schwerer Körper A (Fig. 158), eine Bleikugel zum Beispiel, an dem untern Ende eines sehr feinen Fadens, der als gewichtlos betrachtet werden kann, und dessen oberes Ende festgemacht ist, aufgehängt wird, so erhält man dadurch ein Pendel. Der Körper A ist nur dann im Gleichgewicht, wenn der Faden vertikal ist, und in diesem Fall hat man nichts anderes als ein Bleiloth, dessen man sich bedient, um zu erkennen, ob eine Linie oder eine Ebene vertikal steht. Wenn man aber den Körper A aus seiner Lage bringt, und ihn in die Fig. 159 dargestellte Stellung versetzt, so ist das Gleichgewicht gestört; das Gewicht des Körpers kann in zwei Kräfte zerlegt werden, von denen die eine, in der Verlängerung des Fadens gelegen, durch die Spannung desselben aufgehoben wird, während die andere, welche senkrecht gegen den Faden gerichtet ist, den Körper in diejenige Stellung zurückzuführen sucht, wo er im Gleichgewicht war. Der auf solche Weise in Bewegung versetzte Körper bewegt sich offenbar in der Peripherie eines Kreises, dessen Centrum in B und dessen Halbmesser BA ist, und wir können diese Bewegung in einer krummen Linie offenbar ganz so betrachten, wie in §. 110. Der Körper wird mit immer wachsender Geschwindigkeit von A nach dem tiefsten Punkt C herab-



Fig. 158.

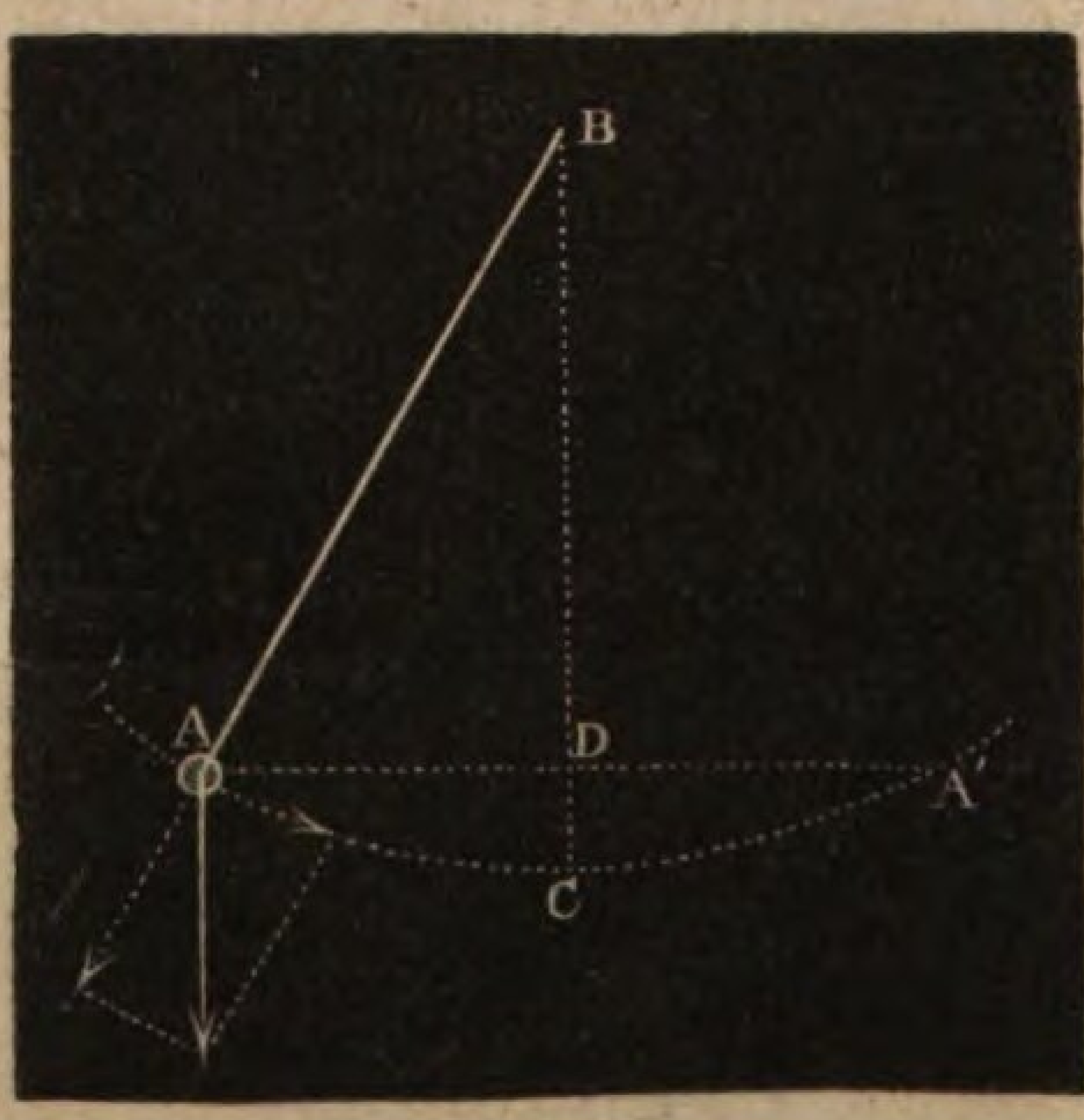


Fig. 159.

gehen, und hier angekommen wird er eine Geschwindigkeit besitzen, welche der vertikalen Höhe DC entspricht; in Folge dieser Geschwindigkeit steigt er auf der andern Seite wieder in die Höhe, und zwar bis zu dem Punkt A', der mit A in einer Horizontallinie gelegen ist; von dem Punkt A' geht er dann wieder abwärts, um nach dem Punkt A zurückzukehren u. s. f. Auf diese Weise macht das Pendel zwischen den beiden äussersten Lagen BA und BA' eine Reihe von Schwingungen, die sich bis ins Unendliche forterhalten würden, wenn keine äusseren Einflüsse die Bewegung beeinträchtigte. In Wirklichkeit, wenn man den Versuch macht, findet man, dass die Schwingungen allerdings eine Zeit lang fortdauern, dass aber die Amplitude der Schwingungen, d. h. der Winkel ABA', welchen die beiden äussersten Stellungen des Pendels mit einander bilden, und damit auch der Schwingungsbogen ACA', nach und nach immer kleiner und kleiner und zuletzt ganz Null wird, wo dann das Pendel in seine Gleichgewichtslage zurückgekehrt ist. Diese Verminderung der Schwingungsbögen entspringt aus dem Widerstande der Luft, welcher sich der Bewegung des Pendels entgegensetzt, sowie aus dem Widerstande, der sich stets in dem Aufhängepunkt darbietet, auf welche Art auch die Aufhängung bewerkstelliget sein mag.

§. 112. Die Zeit, welche das Pendel braucht, um aus der Lage BA in die entgegengesetzte BA' überzugehen, heisst die Dauer einer Schwingung oder kurz Schwingungsdauer, und es ist die wichtigste Aufgabe der Betrachtungen über das Pendel, festzustellen, in welcher Weise diese Schwingungsdauer von den verschiedenen Umständen, die hier in Betracht kommen, abhängt.

Wenn man zwei ganz gleiche Pendel hinter einander aufhängt, so dass keines das andere in seiner Bewegung hindern kann, und man lenkt das eine unter einem kleinern, das andere unter einem grössern Winkel von seiner Gleichgewichtslage ab, so sieht man, wenn man sie mit einander ihre Bewegung beginnen lässt, dass sie ihre Schwingungen genau in derselben Zeit machen, vorausgesetzt dass dieselben bei beiden nicht gross sind. Bei kleinen Schwingungen ist also die Schwingungsdauer unabhängig von der Grösse der Schwingungen, oder die Schwingungen sind, wie man sagt, isochron. Man kann sich davon auch durch folgende einfache Betrachtung überzeugen. Es seien BA und BD (Fig. 160) die beiden hinter einander aufgehängten Pendel und das eine BA werde gerade um den doppelten Winkel von der Gleichgewichtslage abgelenkt, wie das andere BD.

Man denke sich die beiden, auf die Körper A und D wirkenden vertikalen Kräfte, ihre Gewichte, die unserer Voraussetzung nach genau gleich sind, wie oben in zwei Seitenkräfte zerlegt, von denen die eine in der Richtung des Fadens, die andere senkrecht dazu wirkt. Wenn dann der Winkel ABC nur klein, d. h. nicht über 8° ist, so kann ohne merklichen Fehler angenommen werden, dass sich die beiden zur Richtung des Fadens senkrechten Kräfte wie die Winkel verhalten, um welche die Pendel aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt wurden, dass also die in A wirkende Kraft doppelt so gross als die in D ist. Wenn man sich nun eine sehr kleine Zeit denkt, in welcher sich die beiden Pendel zugleich vorwärts bewegen, so kann man die in dieser Zeit beschriebenen Wege A*a* und D*d* als gerade betrachten, und also annehmen, dass sich die Körper A und D auf den schiefen Ebenen A*a* und D*d* mit gleichförmig beschleunigten Bewegungen abwärts bewegt haben. Dann folgt aus den §§. 104 und 96 dass A*a* doppelt so gross als D*d*, und dass die in *a* erlangte Geschwindigkeit das Doppelte von der in D ist. Da aber dann auch der Winkel *a*BC noch doppelt so gross als der Winkel *d*BC ist, so ist die zur Richtung des Fadens senkrechte Seitenkraft in *a* wieder doppelt so gross als in *d*, und in der nächsten sehr kleinen Zeit wird folglich von *a* aus wieder der doppelt so grosse Weg zurückgelegt als von *d* aus u. s. f. In denselben kleinen Zeitintervallen beschreibt also der Körper A immer die doppelten Wege des Körpers D, er kommt also gleichzeitig mit D in C an, woraus folgt, dass die Schwingungsdauer beider Pendel gleich gross ist.

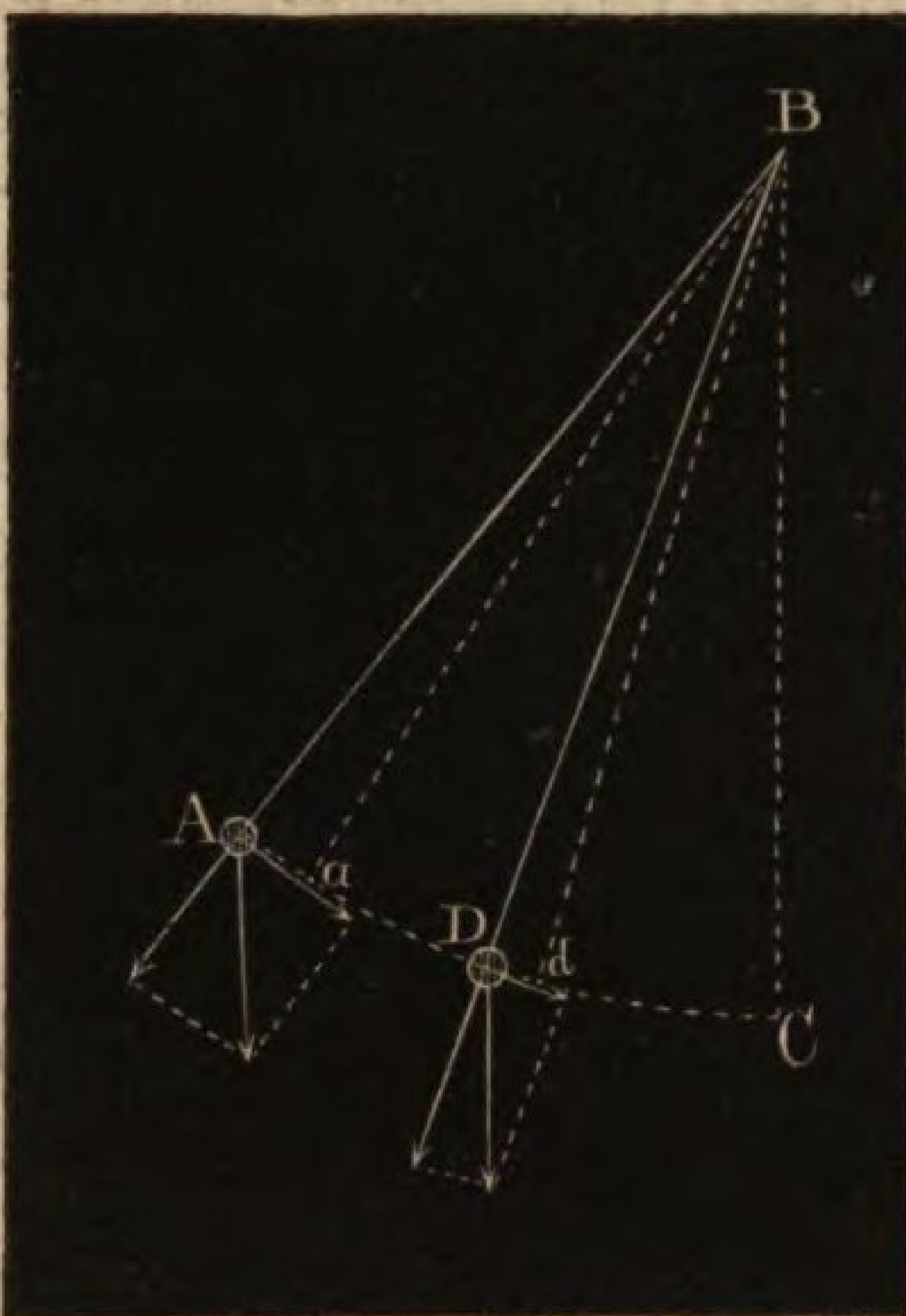


Fig. 160.

Die Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene ist, wie die des freien Falls für alle Körper dieselbe. Da nun der Kreisbogen, welchen der an dem Faden aufgehängte Körper eines Pendels beschreibt, ähnlich wie in §. 110, als eine Aufeinanderfolge von kleinen schiefen Ebenen angesehen werden kann, so ist klar, dass die Bewegung eines Pendels und damit auch seine Schwingungsdauer unabhängig von dem Gewichte und der Materie des aufgehängten Körpers ist.

Wenn man mit l die Länge eines Pendels, ausgedrückt in

Metern, mit π das Verhältniss des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser oder die Zahl 3,14159 (nahezu gleich $3\frac{1}{7}$ oder noch näher gleich $\frac{355}{113}$) und mit g, wie oben, die Beschleunigung der Schwere gleich $9^m,8088$ bezeichnet, so lehrt die höhere Mechanik, dass die Dauer t einer Schwingung des Pendels, vorausgesetzt, dass dessen Schwingungen nur klein sind, durch die Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ausgedrückt wird.

Diese Formel zeigt, dass sich die Schwingungsdauer eines Pendels mit der Länge desselben verändert, und zwar in der Weise, dass sie der Quadratwurzel aus der Pendellänge porportional ist. Um also Pendel zu erhalten, deren Schwingungsdauer sich verhält wie 1 zu 2 zu 3, muss man denselben Längen geben, welche den Zahlen 1, 4, 9 proportional sind. Dieses Gesetz kann man durch den Versuch auf folgende Art beweisen: Man hängt zwei Pendel, von denen das eine viermal so lang als das andere ist, in zwei Punkten, welche auf derselben Horizontallinie gelegen sind, so hintereinander auf, dass sie sich in ihrer Bewegung gegenseitig nicht hindern können. Wenn man diese beiden Pendel nach der nämlichen Seite hin und um denselben Winkel aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt, wie es Fig. 161 zeigt, und sie alsdann zu gleicher Zeit loslässt, so nehmen sie nach und nach die gegenseitigen Stellungen ein, wie sie in den Figuren 162, 163, 164 dargestellt sind. Nach einer ganzen Schwingung des

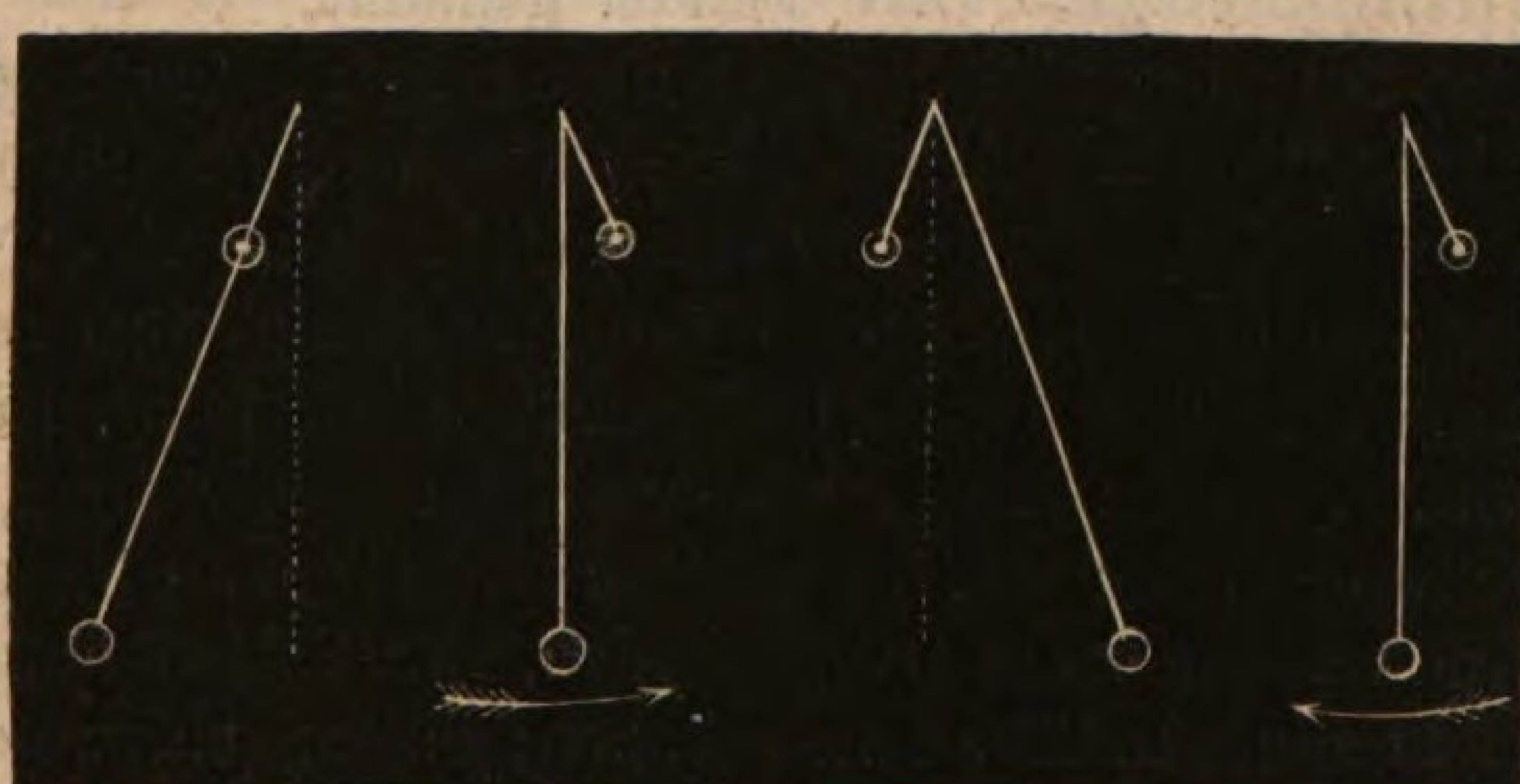


Fig. 161. Fig. 162. Fig. 163. Fig. 164.

kleinen Pendels hat das grosse erst eine halbe Schwingung gemacht (Fig. 162); während dieses alsdann seine Schwingung vollendet, ist das andere bereits an seinem Ausgangspunkt wieder zurückgekehrt (Fig. 163). Wenn alsdann das längere von beiden Pendeln eine halbe Schwingung im entgegengesetzten Sinn gemacht hat, hat das kleinere bereits eine dritte Schwingung vollendet (Fig. 164), und wenn das grössere Pendel endlich in seine erste Lage

zurückgekehrt ist, wird auch das kleinere wieder in dieselbe zurückgekommen sein, sodass sich nun beide wieder unter denselben Umständen befinden, wie zu Anfang der Bewegung. Das kleine Pendel macht also zwei Schwingungen, während das grosse nur eine macht.

§. 113. Die Formel, welche die Schwingungsdauer eines Pendels gibt, wird in der höhern Mechanik unter der Voraussetzung entwickelt, dass der Faden schwerlos sei, und dass der Körper welcher an seinem Ende aufgehängt ist, so klein angenommen werde, dass er als materieller Punkt betrachtet werden kann. Ein solches Pendel, das natürlich nur in Gedanken existirt, nennt man ein *einfaches* oder *mathematisches Pendel*. Der in der Formel vorkommende Buchstabe l bezeichnet dabei die Länge des Fadens von seinem Aufhängepunkt bis zu dem materiellen Punkt am andern Ende.

Wenn ein Pendel von einem materiellen Faden gebildet wird, an dessen Ende ein schwerer Körper befestigt ist, so ist es kein einfaches Pendel mehr, wie fein auch der Faden, oder wie klein auch der Körper sei. Die Pendel welche zur Regulirung der Bewegung der Uhren dienen, und welche aus einer Stange von Holz oder Metall bestehen, die sich in einen linsenförmigen Körper endigt, sind noch weniger solche ideale Pendel, von denen wir eben gesprochen haben. Sie werden im Gegensatz zu den vorigen *zusammengesetzte* Pendel genannt.

Bei den Schwingungen eines zusammengesetzten Pendels schwingen alle Moleküle, aus denen es besteht, in der nämlichen Weise; die Schwingungsdauer jedes von ihnen ist dieselbe, wie die von allen andern. Wenn jene Moleküle einzeln an dem Aufhängepunkt mittelst biegsamer schwerloser Fäden aufgehängt wären, und wenn jedes derselben unabhängig von den andern schwingen könnte, so würden sie eben so viele einfache Pendel von verschiedener Länge bilden, ihre Schwingungen würden daher nicht die nämliche Dauer haben; diejenigen, welche näher an dem Aufhängepunkt wären, würden schneller, die andern langsamer schwingen. Man sieht daraus, dass wenn alle Moleküle unter sich verbunden sind und dadurch das zusammengesetzte Pendel bilden, die Bewegung von einigen verzögert, von andern beschleunigt werden muss. Zwischen den erstern und letztern muss es gewisse in gleicher Entfernung vom Aufhängepunkt gelegene Moleküle geben, deren Bewegung weder verzögert, noch beschleunigt wird, und welche also auf die nämliche Art schwingen, als wenn sie allein vorhanden wären. Die Entfernung eines dieser Moleküle

als

vom Aufhängepunkt nennt man die Länge des zusammengesetzten Pendels; es ist diess offenbar die Länge desjenigen einfachen Pendels, welches dieselbe Schwingungsdauer hat wie das zusammengesetzte.

Die höhere Mechanik lehrt diese Länge durch Rechnung finden, welches auch die Gestalt des zusammengesetzten Pendels ist, und aus welcher Materie auch seine verschiedenen Theile gebildet sind. In dem Fall, wo das Pendel aus einer kleinen Bleikugel besteht, welche an einem feinen Faden aufgehängt ist, ist die Länge des einfachen Pendels, welches für dasselbe gesetzt werden kann, nur um eine unmerklich kleine Grösse von der Entfernung des Mittelpunktes der Kugel vom Aufhängepunkt verschieden. Diese Entfernung wird man also in der obigen Formel für die Länge dieses Pendels nehmen können.

§. 114. Um die Dauer der Schwingungen eines Pendels durch Versuche zu finden, zählt man am besten die Schwingungen, welche in einer bestimmten Zeit, in einer Minute, oder in einer Stunde, gemacht werden und dividirt mit der so erhaltenen Zahl in die Anzahl der Secunden, welche in der gewählten Zeit enthalten sind. Wenn ausserdem das gebrauchte Pendel ein einfaches, oder wenigstens ein solches ist, das aus einer kleinen Bleikugel, an einem feinen Faden aufgehängt, besteht, oder wenn man die Länge des zusammengesetzten Pendels, das in Anwendung gebracht wurde, kennt, so kann man aus der Formel für die Schwingungsdauer den Werth von g, die Beschleunigung der Schwere, mit grosser Genauigkeit finden. Man darf nur diese Formel zu beiden Seiten ins Quadrat erheben und dann nach g auflösen, so erhält man

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2},$$

woraus also g gefunden werden kann, wenn man die Werthe von π, l und t kennt. Auf diese Weise hat man in der That den schon im §. 96 angegebenen Werth von g gleich 9,^{m}8088 gefunden.

Aus derselben Formel für die Schwingungsdauer folgt auch noch

$$l = \frac{g\,t^2}{\pi^2};$$

wenn man also den Werth von g kennt, so darf man nur die Schwingungsdauer irgend eines Pendels messen, um seine Länge zu finden. Es gibt folglich diese Formel ein Verfahren an die Hand, die Länge eines zusammengesetzten Pendels durch den Versuch zu finden. — Ausserdem lässt dieselbe Formel die Länge eines Pendels finden, dessen Schwingungen eine gegebene Dauer haben.

Wenn man zum Beispiel die Länge des Secundenpendels, d. h. desjenigen Pendels finden will, das gerade eine Schwingung in jeder Secunde macht, so darf man in obiger Formel nur t, gleich 1 g gleich 9,8088 und π gleich 3,14159 setzen. Man findet dadurch 0,^{m}994 für die Länge des Secundenpendels. Man sieht daraus, dass die Länge des Secundenpendels und der Werth für die Beschleunigung der Schwere auf's innigste mit einander zusammenhängen.

Wenn man die Länge des Secundenpendels kennt, so kann man sich auf die einfachste Weise ein Zeitmaass verschaffen, mittelst dessen man mit grosser Genauigkeit die Dauer einer Erscheinung, vorausgesetzt, dass diese nicht zu lang sei, messen kann. Man darf nur eine kleine Bleikugel an einen feinen Faden befestigen und diesen so aufhängen, dass die Entfernung des Aufhängepunktes vom Mittelpunkt der Kugel gleich 0,^{m}994 ist. Auf diese Weise kann man z. B. die Anzahl der Secunden bestimmen, welche ein Stein braucht, um von der Mündung eines Brunnens bis auf den Grund desselben zu fallen und daraus die Tiefe des Brunnens finden. Wenn man ein Pendel wollte, dessen Schwingungsdauer eine halbe Secunde beträgt, so müsste seine Länge viermal so klein als die des Secundenpendels, also gleich 0,^{m}248 sein.

§. 115. **Die Bewegung der Schaukel.** — Die Schaukel besteht bekanntlich aus einem Brett, das an Seilen befestigt ist, und auf welches sich der, welcher geschaukelt werden soll, setzt oder stellt. Die Seile, zwei oder vier an der Zahl, sind an zwei festen Punkten befestigt, die auf der nämlichen Horizontallinie gelegen sind. Wenn die Schaukel in Bewegung gesetzt wird, so dreht sie sich um diese Horizontallinie wie um eine Axe und bildet so nichts anderes als ein Pendel. Die Schwingungen derselben werden, wenn sie nicht fortwährend unterhalten werden, nach und nach immer kleiner und hören endlich nach einiger Zeit ganz auf, wie wir es im §. 111 auch beim Pendel gesehen haben. Im Gegensatz hiezu sieht man aber, wenn derjenige, welcher auf der Schaukel steht, mit seinem Körper gewisse Bewegungen macht, dass die Amplitude der Schwingungen sich immer mehr vergrössert, so dass dieselben, wenn sie auch anfangs nur klein waren, nach und nach sehr gross werden können. Es ist nicht schwer die Ursache davon aufzufinden.

Denken wir uns, dass ein Pendel AB (Fig. 165), welches aus einem kleinen Körper A, der an einem sehr feinen Faden aufgehängt ist, besteht, auf die Art eingerichtet werden könne, dass es sich, wenn es durch die Vertikale BD hindurchgeht, plötzlich auf die Länge BD verkürzt und mit dieser Länge seine Bewegung fort-

setzt. Während einer ganzen Schwingung beschreibt alsdann der Körper A zuerst den Kreisbogen AC, indem er abwärtsgeht; in C angekommen erhebt er sich plötzlich bis zu dem Punkte D, und vollendet endlich seine Schwingung, indem er sich auf den Kreisboden DN aufwärts bewegt.

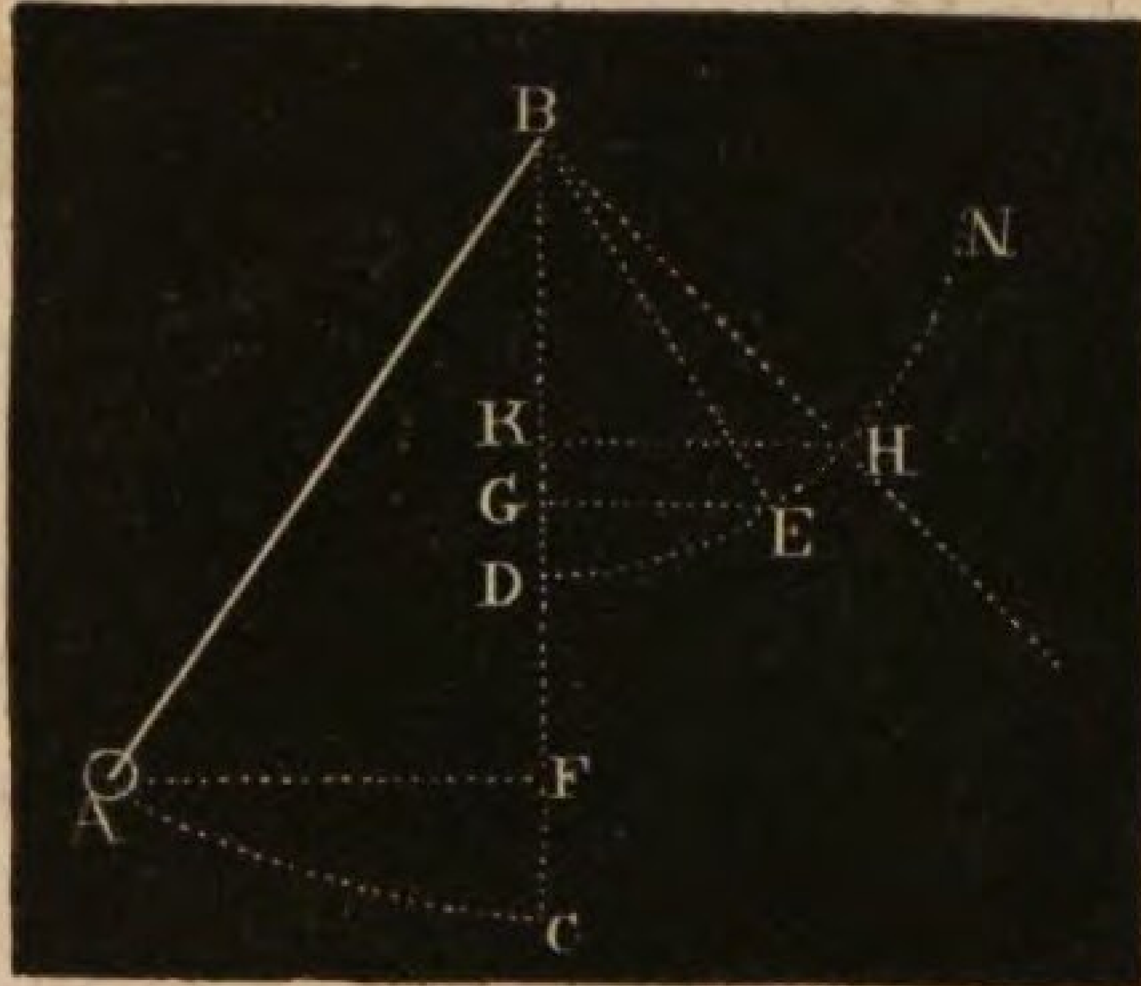


Fig. 165.

Es ist leicht zu erkennen, dass in diesem Fall die halbe aufsteigende Schwingung eine grössere Amplitude haben muss als die halbe absteigende, welche ihr vorangeht. Der Körper A hat in dem Moment, wo er in C ankommt, eine Geschwindigkeit in horizontaler Richtung, welche der Höhe CF entspricht. Indem er plötzlich von C nach D versetzt wird, behält er diese Geschwindigkeit bei, und in Folge derselben erhebt er sich in dem Kreisbogen DN bis zu einem solchen Punkt H, dessen Höhe DK über D gleich CF ist. Am Ende der halben aufsteigenden Schwingung befindet sich also das Pendel in der Lage BH, und es ist leicht einzusehen, dass der Winkel DBH grösser als der Winkel ABC ist. Wenn z. B. BD die Hälfte von BC wäre, so müsste DG gleich der Hälfte von CF genommen werden, damit der Punkt E, welcher mit G auf derselben Horizontallinie gelegen ist, einen Winkel DBE gleich ABC bestimmt; weil aber DK gleich CF ist, so folgt, dass der Punkt H höher als der Punkt E liegt, und dass folglich der Winkel DBH grösser als der Winkel ABC ist.

Denken wir uns nun noch, dass das Pendel, indem es von der Stellung BH ausgeht, um eine zweite Schwingung zu beginnen, seine ursprüngliche Länge wieder annimmt, und dass es sich von Neuem verkürzt, sobald es durch die Vertikallinie hindurch geht, so wird die Amplitude der folgenden halben aufsteigenden Schwingung wieder grösser als der Winkel DBH. Und wenn das Pendel fortfährt sich auf diese Weise zu bewegen, sich also zu verlängern, wenn es sich der Vertikalen nähert und zu verkürzen, wenn es sich davon entfernt, so ist klar, dass die Amplitude der Schwingungen fortwährend zunehmen muss.

Die Umstände, unter welchen wir so eben die Bewegung eines Pendels betrachtet haben, treffen bei der Bewegung der Schaukel, von der wir uns Rechenschaft geben wollen, vollständig zu. Der Mann, welcher aufrecht auf derselben steht, und durch die Bewegung seines Körpers die Amplitude der Schwingungen zu ver-

grössern sucht, senkt und erhebt abwechselnd seinen Körper. Er setzt sich nieder und nimmt die in Fig. 166 abgebildete Stellung an, so lange die Bewegung abwärts geht; sobald er durch die Vertikale gegangen ist und aufwärts zu steigen anfängt, erhebt er sich plötzlich und stellt sich aufrecht auf das Schaukelbrett (Fig. 167). In dem ersten Fall entfernt sich ein Theil seines Körpers von dem Aufhängepunkt der Schaukel, in dem zweiten Fall nähert er sich demselben; damit verlängert und verkürzt sich, nach dem, was wir oben gesehen haben, die Länge des zusammengesetzten Pendels, das die Schaukel bildet, und die Amplitude der Schwingungen muss fortwährend zunehmen.

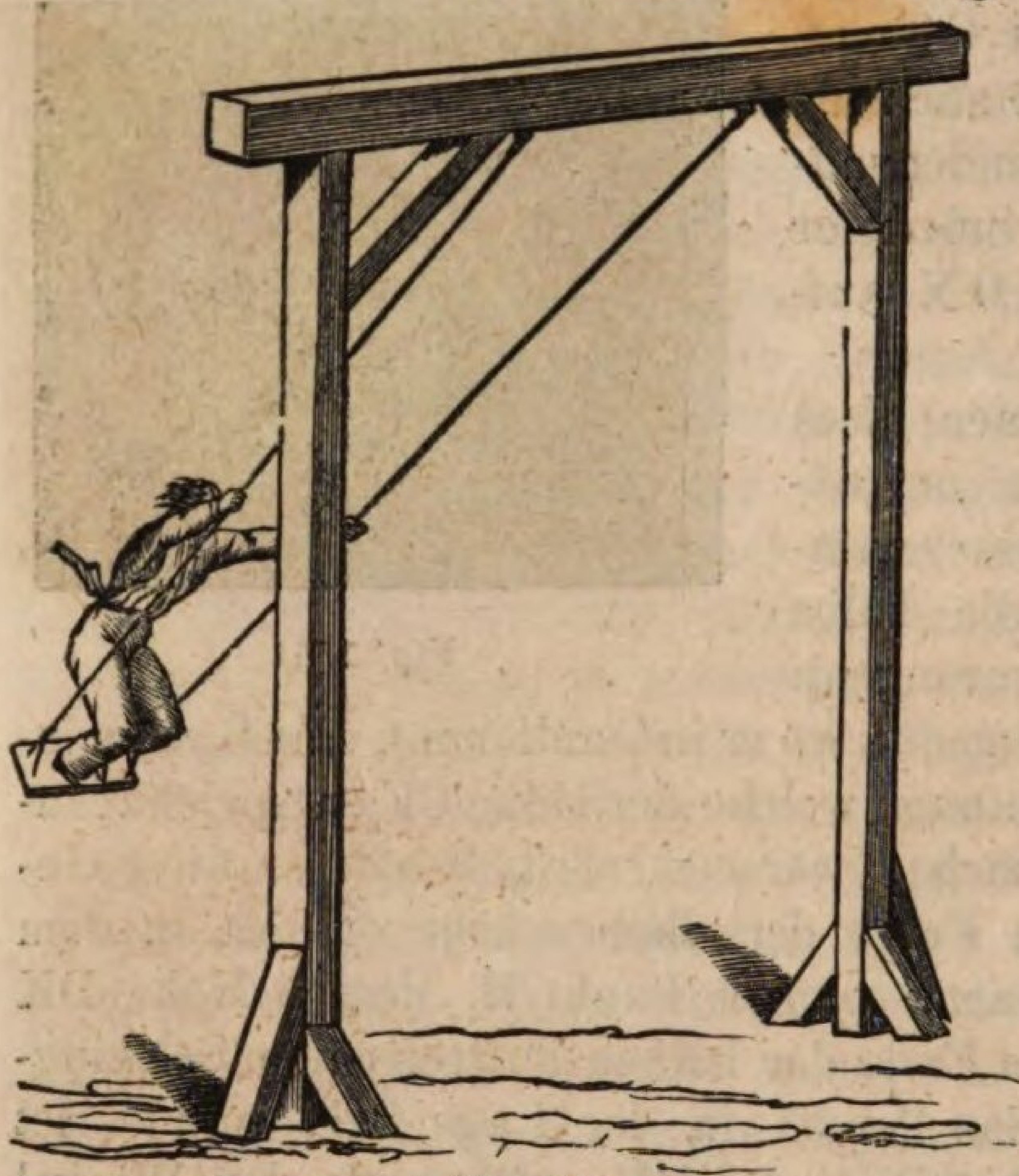


Fig. 166.

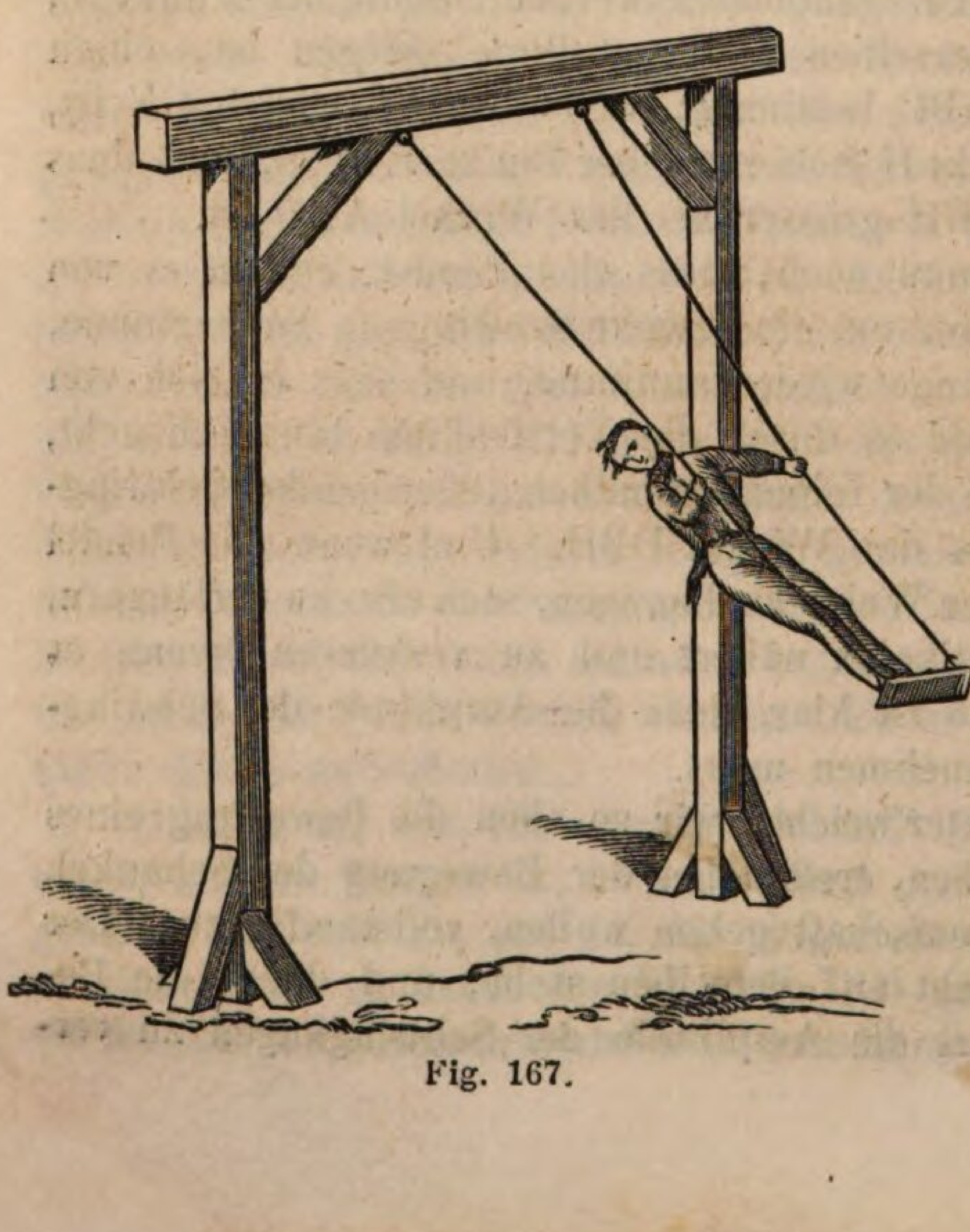


Fig. 167.

§. 116. **Krummlinige Bewegung eines ganz freien Körpers.** — Wenn auf einen Körper, welcher mit einer gewissen Geschwindigkeit hinausgeschleudert wird, keine Kraft weiter einwirkt, welche seine Bewegung verändert, so würde er sich gleichförmig und in gerader Linie fort-

bewegen. Aber von dem Augenblick an, wo er der fortgesetzten Einwirkung einer Kraft unterliegt, bleibt seine Bewegung im Allgemeinen nicht mehr gleichförmig und geradlinig.

Wenn die Kraft fortwährend in der Richtung der ursprünglichen Bewegung des Körpers wirkt, so verändert sie die Richtung seiner Bewegung nicht, sondern allein die Grösse seiner Geshwindigkeit; und zwar wird sie diese Geschwindigkeit vermehren oder vermindern, je nachdem sie im Sinne der ursprünglichen Bewegung, oder im entgegengesetzten Sinne wirkt; die Bewegung bleibt geradlinig, aber sie ist nicht mehr gleichförmig. Dieser Fall findet z. B. statt, wenn ein schwerer Körper vertikal von oben nach unten, oder von unten nach oben geworfen wird.

Wenn aber die auf den Körper wirkende Kraft nicht in der Richtung seiner ursprünglichen Bewegung wirkt, so sucht sie ihn von seinem Wege abzulenken, und da wir den Körper als gänzlich frei voraussetzen, so wird er dadurch in der That veranlasst werden, eine krumme Linie zu beschreiben: seine Bewegung wird krummlinig. Ein Beispiel hiezu finden wir in der Bewegung eines schweren Körpers, der in schiefer Richtung hinausgeworfen wird; man sieht denselben anfangs in krummer Linie emporsteigen und dann wieder in einer eben solchen herabsinken, alles in Folge der fortgesetzten Wirkung der Schwerkraft, welche die Richtung der Bewegung des Körpers in jedem Augenblick abändert. Wir werden bald auf dieses Beispiel der krummlinigen Bewegung eines Körpers zurückkommen.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dass nur eine einzige Kraft auf den Körper, den wir uns immer so vorstellen, dass seine Masse in einem Punkt vereinigt gedacht werden kann, einwirkt; es ist aber klar, dass wir uns unter derselben auch die Resultante beliebig vieler auf den Körper wirkender Kräfte denken können, und dass wir folglich damit, dass wir die Wirkung einer einzigen Kraft auf den Körper, dessen Masse wir uns in einen Punkt vereinigt denken, betrachten, zugleich den Fall, wo beliebig viele Kräfte auf diesen Körper wirken, erledigen.

Wenn wir auf die Art und Weise, wie die krummlinige Bewegung eines Körpers zu Stande kommt, etwas näher eingehen, so finden wir, dass demselben zu der Geschwindigkeit, welche er in irgend einem Augenblick in der Richtung, nach welcher er sich bewegt, schon besitzt, durch die Wirkung der Kraft eine neue Geschwindigkeit in anderer Richtung ertheilt wird. Dadurch wird die Richtung seiner Bewegung abgeändert, und der Körper erhält in dieser Richtung eine neue Geschwindigkeit, welche ihrer Grösse und

Richtung nach durch die ursprünglich schon vorhandene und durch die neu hinzukommende Geschwindigkeit bedingt wird. Wir werden uns daher erst dann über die krummlinige Bewegung eines Körpers vollständig Rechenschaft geben können, wenn wir im Stande sind, zwei Geschwindigkeiten, welche er zugleich besitzt, in eine einzige zusammenzusetzen. Diess soll uns daher zunächst beschäftigen.

§. 117. **Zusammensetzung der Geschwindigkeiten.** — Es hat auf den ersten Anblick einige Schwierigkeit, einzusehen, wie ein Körper zwei Geschwindigkeiten zugleich besitzen kann. Das folgende Beispiel wird diese Schwierigkeit beseitigen. Denken wir uns, ein Schiff (Fig. 168) bewege sich gleichförmig und in gerader Linie einen Fluss hinab; auf dem Verdeck dieses Schiffes liege in dem Punkte A eine Kugel, die an der Bewegung des Schiffes Theil nimmt und sich folglich, wenn sie ihren Platz auf dem Verdeck nicht ändert, gleichförmig und in der geraden Linie AB bewegt. Wenn aber diese Kugel in der Richtung AC eine bestimmte Geschwindigkeit erhält, so dass sie in dieser Richtung auf dem Verdeck mit gleichförmiger Bewegung fortrollen würde, so besitzt sie zwei Bewegungen zu gleicher Zeit: 1) die Bewegung des Schiffes und 2) ihre rollende Bewegung über das Verdeck.

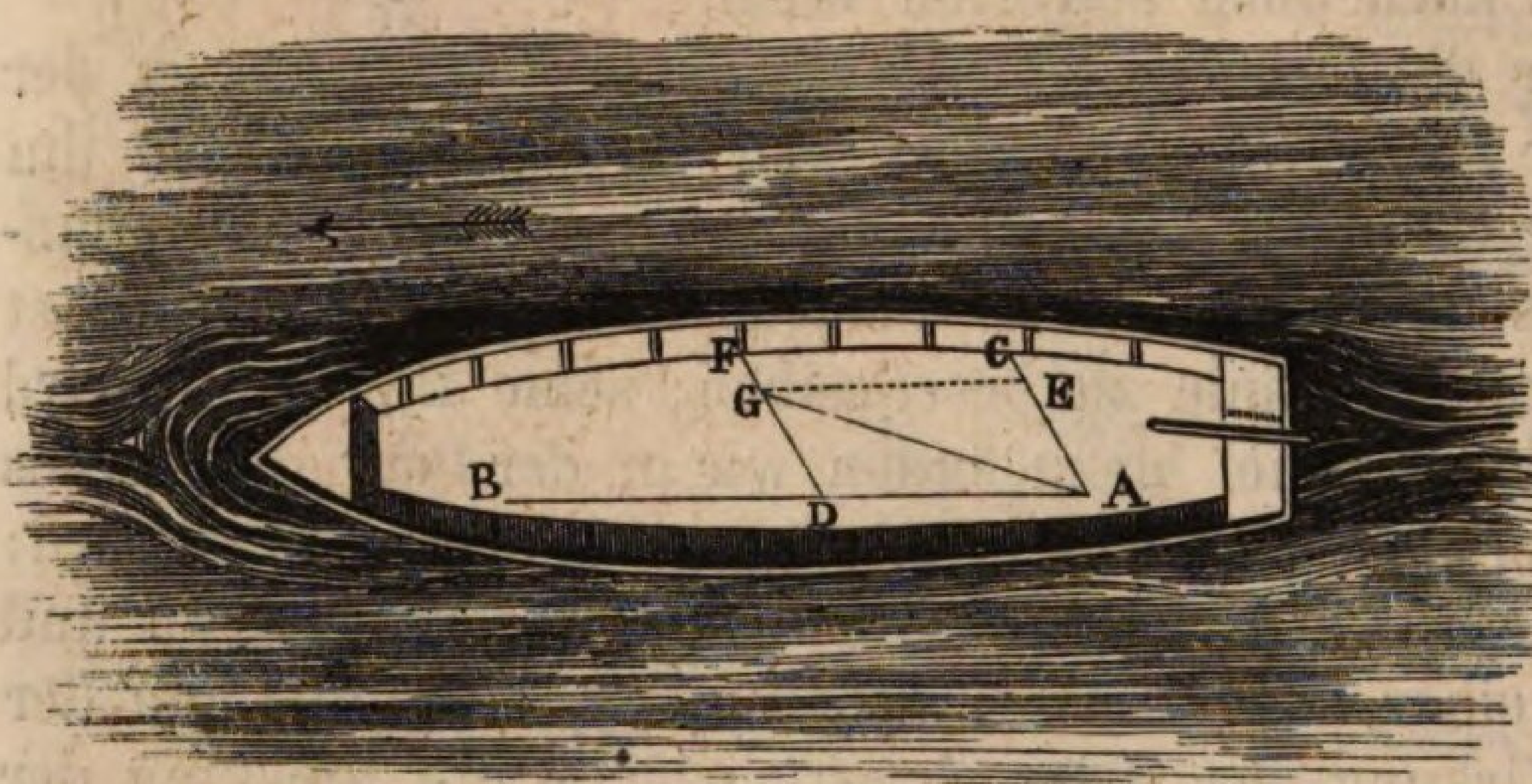


Fig. 168.

Es sei AD der Weg, welchen die Kugel in Folge der ersten Bewegung allein in einer Secunde durchläuft, also die Geschwindigkeit dieser Bewegung oder, was dasselbe ist, die Geschwindigkeit des Schiffes. Ferner sei AE die Geschwindigkeit der Kugel bei ihrer rollenden Bewegung über das Verdeck, also der Weg, den sie in Folge dieser Bewegung allein in einer Secunde zurücklegen würde. Nach Verfluss einer Secunde wird das Schiff um die Grösse AD vorgerückt sein, dadurch wird die Linie AC, auf welcher die Kugel fortrollt, und welche man sich auf dem Verdeck aufgezeichnet denken kann, parallel zu sich selbst in die Lage DF versetzt. Aber in derselben Zeit hat sich die Kugel in dieser Linie um die Länge AE fortbewegt, und weil der Punkt E nach G versetzt wird,

wobei er die Linie EG parallel zu AD beschreibt, so befindet sich die Kugel zu Ende der betrachteten Secunde in G.

Am Anfang dieser Secunde war die Kugel in A und zu Ende derselben befindet sie sich in G; es ist leicht, zu zeigen, dass sie sich während der ganzen Dauer der ersten Secunde fortwährend auf der Linie AD befindet und diese mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchläuft. Wenn man auf dieselbe Weise, wie wir es so eben gethan haben, suchen würde, wo die Kugel nach einer halben, oder nach einer Viertelsecunde wäre, so würde man finden, dass sie sich auf der Linie AG, und zwar in der Mitte oder in dem vierten Theil derselben, von A aus gerechnet, befinden würde. Hieraus folgt also, dass die Kugel, welche zu gleicher Zeit eine Geschwindigkeit AD und eine andere AE besitzt, in Wirklichkeit nur eine einzige Geschwindigkeit zeigt, welche der Grösse und Richtung nach durch die Diagonale des Parallelogramms dargestellt wird, welches man über den Geschwindigkeiten AD und AE construirt.

Man wird hier die Aehnlichkeit bemerken, welche zwischen der Zusammensetzung der Geschwindigkeiten, welche ein Körper zu derselben Zeit besitzt, und zwischen der Zusammensetzung der Kräfte besteht, welche an einem Punkt eines Körpers angreifen und nach verschiedenen Richtungen hin wirken. In Folge dieser Aehnlichkeit nennt man die Geschwindigkeiten AD und AE auch Seitengeschwindigkeiten, und die Geschwindigkeit AG mittlere oder Resultanten-Geschwindigkeit.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dass die beiden Bewegungen, von welchen der Körper zu gleicher Zeit ergriffen ist, und deren Geschwindigkeiten zusammengesetzt werden sollen, gleichförmig und stets nach der nämlichen Geraden gerichtet seien. Wenn diess nicht mehr der Fall ist, so wissen wir aus der Erklärung des §. 12, dass man sich unter den Geschwindigkeiten AD und AE, welche der Körper in dem Moment besitzt, wo er sich in A befindet, die Wege vorzustellen hat, welche der Körper in einer Secunde beschreiben würde, wenn er sich von da an, einmal der einen, einmal der andern Bewegung frei überlassen, gleichförmig und immer in der nämlichen Richtung fortbewegen würde. Die Diagonale AG stellt dann der Grösse und Richtung nach den Weg vor, welche der Körper zufolge der beiden Bewegungen in dieser Secunde wirklich beschreiben würde; ihre Grösse bezeichnet also die Geschwindigkeit, welche der Körper zufolge seiner beiden Bewegungen in dem Moment besitzt, wo

er sich in A befindet, und ihre Richtung bezeichnet die Richtung des Wegs, welche der Körper in dem Augenblick, wo er von A abgeht, wirklich einschlägt.

Im folgenden Paragraphen wollen wir nun ein Beispiel behandeln, das uns zeigen wird, wie man die eben kennen gelernte Zusammensetzung der Geschwindigkeiten dazu benützen kann, um die krummlinige Bahn eines Körpers zu finden, der in jedem Augenblick von zwei Geschwindigkeiten zugleich ergriffen ist.

§. 118. **Bewegung geworfener Körper.** — Wenn ein schwerer Körper horizontal hinausgeworfen wird, so setzt er seine Bewegung, wie gross auch seine Geschwindigkeit sein mag, niemals in horizontaler Linie fort; die Schwerkraft zieht ihn mehr und mehr von dieser Linie abwärts und zwingt ihn, eine krummlinige Bahn zu beschreiben. Um die Art und Weise, wie dabei die fortwährende Aenderung in der Richtung der Bewegung zu Stande kommt, leichter betrachten zu können, denken wir uns, dass die Schwere, anstatt ohne Unterbrechung stetig fortzuwirken, wie es in der Wirklichkeit der Fall ist, ihre Wirkung stossweise, in aufeinander folgenden Zeitintervallen ausübe; wir werden z. B. voraussetzen, dass die ganze Dauer der Bewegung in viertel Secunden getheilt sei, und dass die Schwere plötzlich zu Anfang jedes dieser kleinen Zeitintervalle wirke, gleich darauf aber wieder aufhöre, um ihre Wirkung von Neuem zu Anfang des folgenden Zeitintervalls geltend zu machen u. s. w.

Zufolge dieser Annahme bleibt der nach der Linie AM (Fig. 169) horizontal hinausgeworfene Körper nur eine viertel Secunde

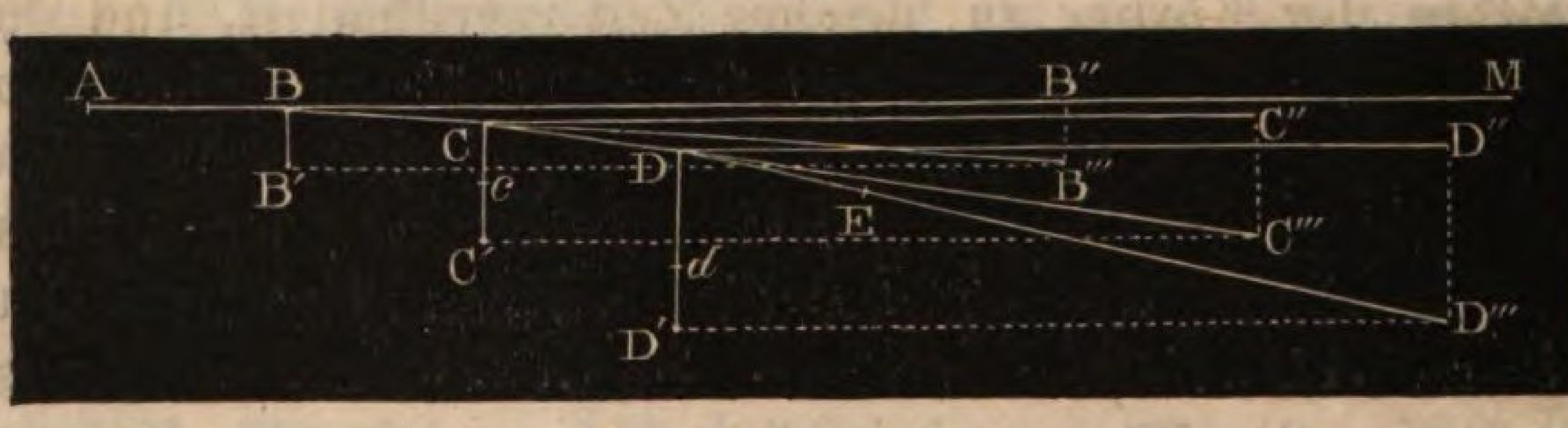


Fig. 169.

lang auf dieser Linie. Am Ende dieser Zeit, wenn er in B mit der Geschwindigkeit, welche er erhalten hat, und die durch BB″ vorgestellt sein mag, angekommen ist, erhalte er von der Schwerkraft einen Anstoss, welcher ihm eine vertikale Geschwindigkeit BB′ ertheilt. Diese letztere Geschwindigkeit setzt sich mit der BB″ zusammen, und es folgt daraus durch Construction des Parallelogramms die mittlere Geschwindigkeit BB‴. Mit dieser Geschwindigkeit und in der Richtung derselben bewegt sich nun der

Körper die nächste viertel Secunde, und am Schlusse derselben, nachdem er die Länge BC, den vierten Theil von BB‴, zurückgelegt hat, erhalte er von der Schwerkraft einen neuen Anstoss. Man denke sich nun, dass die Geschwindigkeit, welche der Körper in dem Punkte C besitzt, und die noch gleich BB‴ ist, in zwei Componenten CC″ und Cc zerlegt werde, welche bezüglich gleich und parallel den Componenten BB″ und BB′ sind, so addirt sich die Geschwindigkeit, welche der Körper in Folge des neuen Anstosses durch die Schwerkraft im Punkte C erhält, zu der Componente Cc um eine doppelt so grosse vertikale Geschwindigkeit CC′ zu bilden. Aus CC″ und CC′ erhält man aber durch Construction des Parallelogramms die mittlere Geschwindigkeit CC‴.

Mit dieser Geschwindigkeit bewegt sich nun der Körper in der Richtung CC‴ eine viertel Secunde lang gleichförmig fort, und durchläuft dabei den Weg CD, den vierten Theil von CC‴. In D angekommen, kann man sich seine Geschwindigkeit CC‴, die er in diesem Punkte noch besitzt, wieder in zwei Seitengeschwindigkeiten DD″ und D*d*, die bezüglich gleich und parallel CC″ und CC′ sind, zerlegt denken. Die letztere derselben, D*d*, wird aber durch den nun erfolgenden neuen Anstoss der Schwerkraft wieder um ebensoviel wie vorhin vermehrt, so dass die daraus folgende gesammte Vertikalgeschwindigkeit DD′ nun dreimal so gross als BB′ ist. Diese Geschwindigkeit setzt sich mit der horizontalen Geschwindigkeit DD‴ zusammen, so dass sich der Körper in der nächsten viertel Secunde in der Richtung DD‴ um DE, den vierten Theil von DD‴, fortbewegt, worauf die Schwerkraft wiederum die Grösse und Richtung seiner Geschwindigkeit ändert u. s. w. Man sieht also, dass nach unserer Annahme der Körper das Polygon ABCDE beschreibt.

Anstatt vorauszusetzen, dass die Schwere in Zwischenräumen von einer viertel Secunde auf den Körper wirkt, hätten wir auch annehmen können, dass sie nach jeder zehntel Secunde dem Körper einen Anstoss ertheilt. Wir hätten dann ein ganz ähnliches Resultat erhalten, nur würden die Seiten des Polygons, welches der Körper durchläuft, kleiner und für die nämliche Gesammtdauer der Bewegung zahlreicher ausgefallen sein. Wenn man endlich die Verhältnisse nimmt, wie sie in Wirklichkeit stattfinden, so sieht man, dass die Schwere, indem sie unaufhörlich auf den Körper wirkt, denselben nicht mehr ein Polygon, sondern eine krumme Linie beschreiben macht. Noch mehr, wenn man die Geschwindigkeit, des Körpers in dieser krummen Linie in jedem Augenblicke in eine horizontale und in eine vertikale Seitengeschwindigkeit zer-

legt, so wird man finden, dass die horizontale Componente stets gleich ist der Geschwindigkeit, welche dem Körper ertheilt wurde, indem man ihn horizontal hinausschleuderte, während die vertikale Seitengeschwindigkeit keine andere, als die Geschwindigkeit ist, welche dem Körper von der Schwere mitgetheilt worden wäre, wenn er vom Anfang seiner Bewegung an unter dem alleinigen Einfluss dieser Kraft, und ohne dass man ihm eine Geschwindigkeit mitgetheilt hätte, herabgefallen wäre.

Aus dem Letzteren folgt, dass man die Bewegung eines schweren Körpers, welcher von dem Punkt A (Fig. 170) aus mit einer gewissen Geschwindigkeit in der Richtung AM horizontal hinausgeschleudert wird, auch auf folgende Weise darstellen kann: Man denke sich, dass der Körper längs der Linie AN ohne anfängliche Geschwindigkeit vertikal herabfalle, und dass diese Linie parallel zu sich selbst mit einer Geschwindigkeit fortrücke, welche gleich derjenigen ist, welche dem Körper in der Richtung AM ertheilt wurde. In Folge dieser Geschwindigkeit nehme die Linie nach Verfluss von 1, 2, 3, 4 Secunden die Lagen BP, CQ, DR, ES ein. In der ersten Secunde falle der Körper die Höhe BG herab, so ist klar, dass er sich am Ende dieser Secunde in dem Punkte G befinden muss. In zwei Secunden durchfällt aber der Körper eine Höhe, welche viermal so gross als der Weg in der ersten Secunde ist; macht man daher CH gleich viermal BG, so muss sich der Körper am Ende der zweiten Secunde in H befinden. Ebenso ist der Weg, welchen der Körper während seines Herabfallens in 3 Secunden beschreibt, 9mal so gross als der in der ersten Secunde, und wenn man also DI gleich 9mal BG macht, so ist I der Ort des Körpers nach 3 Secunden u. s. w. Man kann ebenso leicht auch beliebige Zwischenlagen des Körpers z. B. nach Verlauf von $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ Secunden finden, so dass man im Stande sein wird, die krumme Linie, welche er beschreibt, zu ziehen. Diese krumme Linie nennt man in der Geometrie eine P a r a b e l; sie hat, wie man sieht, die Eigenschaft, dass, wenn G, H, I beliebige Punkte derselben sind, deren Abstände von der Linie AN sich wie die Zahlen 1, 2, 3 verhalten, die Abstände dieser Punkte von der Linie AM den Qua-

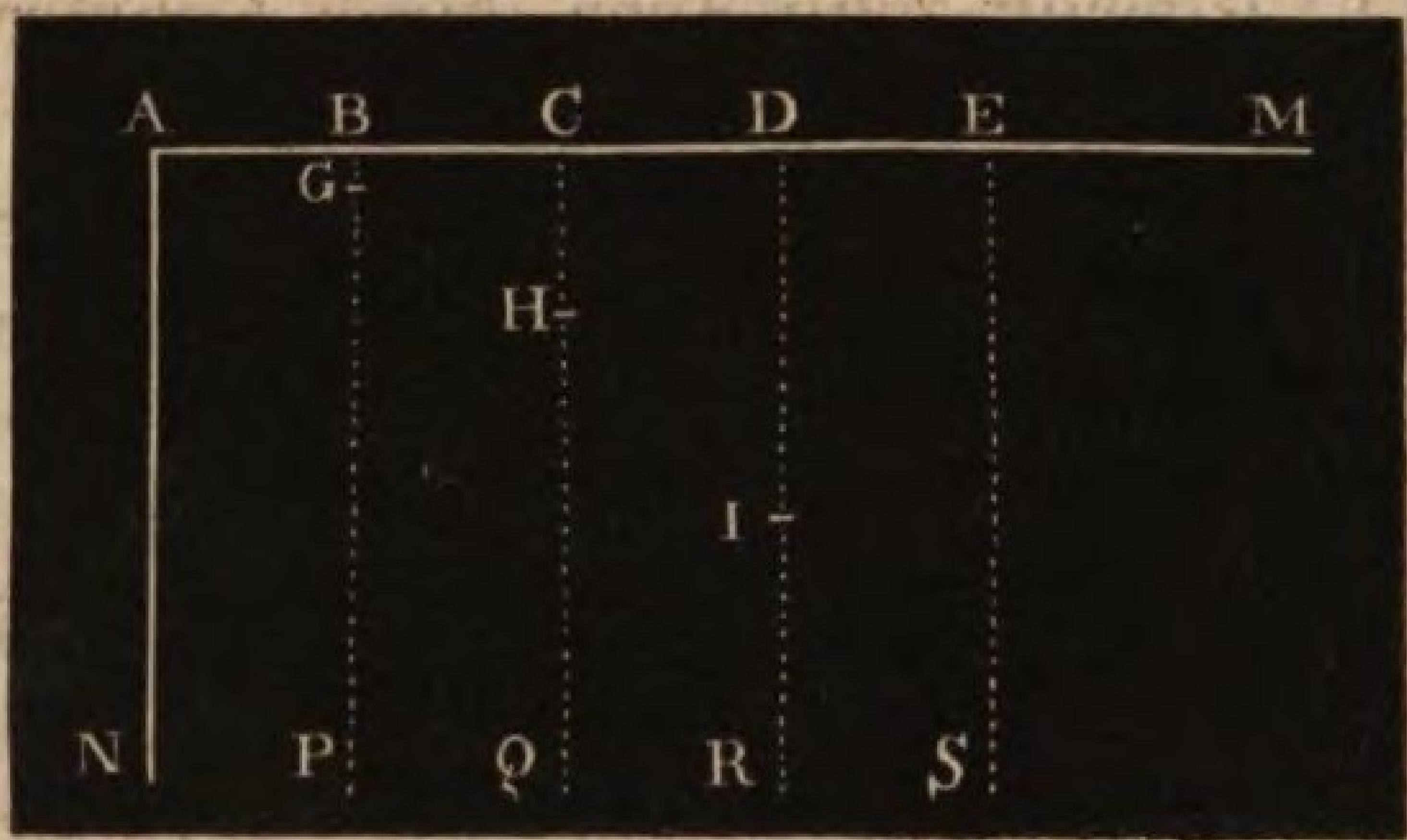


Fig. 170.

draten dieser Zahlen, 1, 4, 9 proportional sind. Die Form dieser krummen Linie hängt offenbar von der Grösse der Geschwindigkeit ab, mit welcher der Körper horizontal hinausgeworfen wird. Die Fig. 171—173 stellen die Parabeln vor, welche von Körpern beschrieben werden, deren Geschwindigkeiten, mit welchen sie horizontal hinausgeworfen werden, sich wie die Zahlen 1, 2, 3 verhalten.



Fig. 171. Fig. 172. Fig. 173.

Dass ein Körper, welcher horizontal hinausgeworfen und darauf der alleinigen Wirkung der Schwerkraft überlassen wird, eine Parabel beschreibt, kann auf folgende Weise auch durch den Versuch bewiesen werden. Man bedient sich zu diesem Zwecke des in Fig. 174 abgebildeten Apparates. Dieser Apparat besteht aus einer Tafel von Holz, auf welche man mehrere Parabeln verzeichnet hat, die von dem nämlichen Punkt A ausgehen und die Wege darstellen, welche ein Körper durchläuft, der von diesem Punkt A aus mit verschiedenen Geschwindigkeiten horizontal hinausgeworfen wird. Neben dem Punkte A befindet sich ein Stück Holz, welches einen Vorsprung bildet, und dessen gekrümmte Seite der Länge nach eine Rinne zeigt. Diese Rinne ist so angebracht, dass eine Kugel, welche unter dem Einfluss der Schwere in ihr herabrollt, an ihrem untersten Punkte mit horizontaler Geschwindigkeit ankommt, und dass sich an dieser Stelle der Mittelpunkt der Kugel in gleicher Höhe mit dem Punkt A befindet. Wenn man nun die Kugel von verschiedenen Punkten der Rinne aus herabrollen lässt, so gewinnt sie, in dem Punkte A ankommend, verschiedene horizontale Ge-

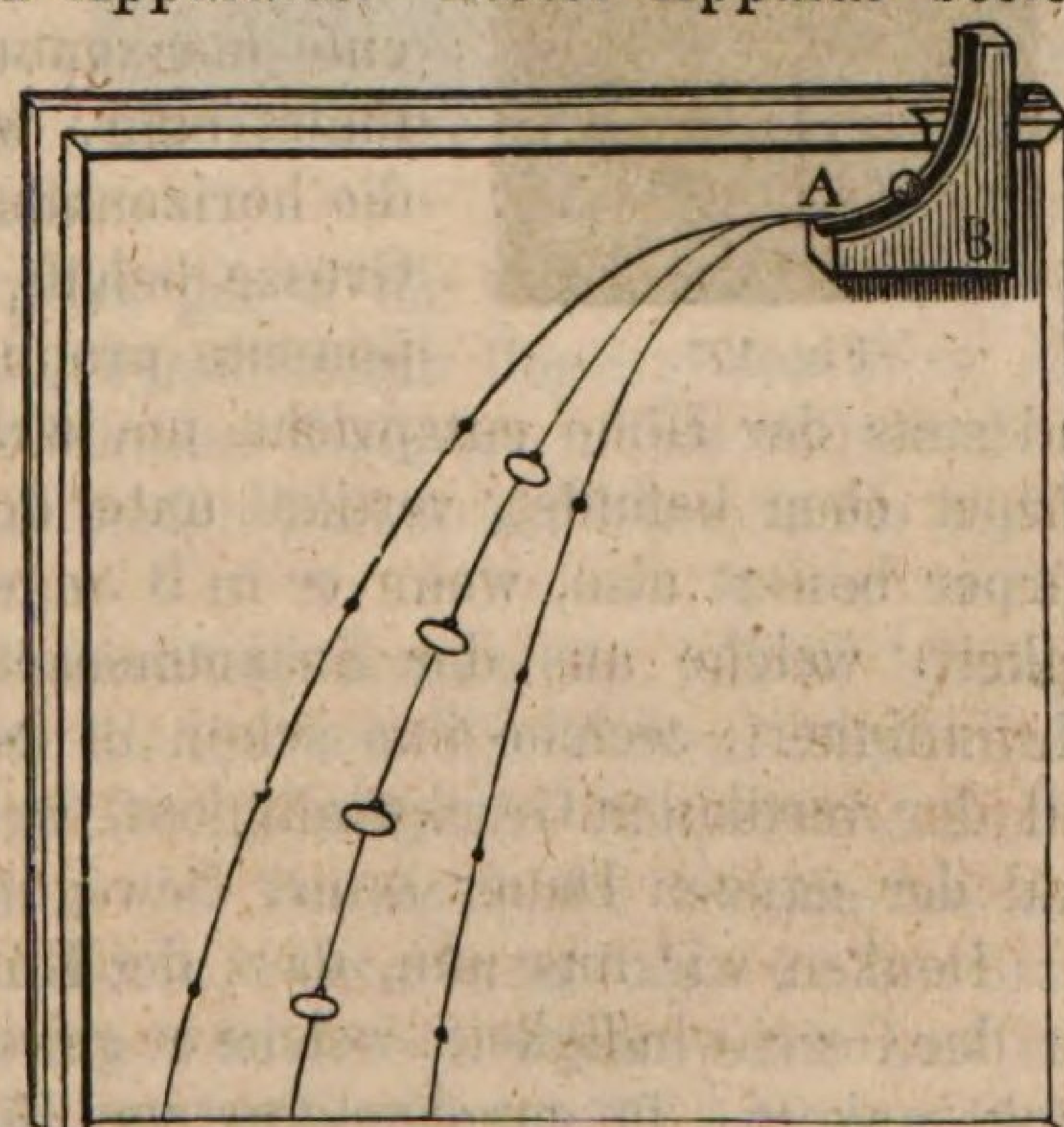


Fig. 174.

schwindigkeiten, und nach einigem Probiren gelangt man leicht dazu, ihr eine solche Geschwindigkeit zu geben, dass sie eine von den auf der Tafel verzeichneten Parabeln durchläuft. Um sich vollständig zu versichern, dass die Kugel genau einer dieser Parabeln folgt, befestigt man an mehreren Punkten dieser Curve mittelst Schrauben Ringe, durch welche die Kugel leicht hindurchgehen kann. Wenn man diese dann von einer passenden Höhe die Rinne herabrollen lässt, so sieht man sie durch alle diese Ringe hindurchgehen. Die Fig. 174 zeigt solche Ringe, wie sie auf der mittleren der dort gezeichneten Parabeln angebracht sind. An den beiden andern sieht man die Löcher, in welchen die Ringe angebracht werden können, wenn man den Versuch mit anderen Anfangsgeschwindigkeiten wiederholen will.

§. 119. Es sei AB (Fig. 175) die Parabel, welche ein schwerer Körper beschreibt, der im Sinne des Pfeiles f von dem Punkte A aus horizontal hinausgeworfen wird. Wenn man in jedem Augenblick der Bewegung dieses Körpers seine Geschwindigkeit in zwei Componenten zerlegt, in eine horizontale und in eine vertikale, so findet man, wie wir bereits wissen, dass die horizontale Componente immer dieselbe Grösse behält, während die vertikale Componente proportional mit der Zeit wächst und stets der Höhe entspricht, um welche die Stelle, wo sich der Körper eben befindet, vertikal unter dem Punkt A gelegen ist. Der Körper besitzt also, wenn er in B angekommen ist, eine Geschwindigkeit, welche aus der Zusammensetzung der horizontalen Geschwindigkeit, welche ihm schon in dem Punkt A ertheilt wurde, und der vertikalen Geschwindigkeit, welche ihm die Schwere während der ganzen Dauer seiner Bewegung gegeben hat, hervorgeht.

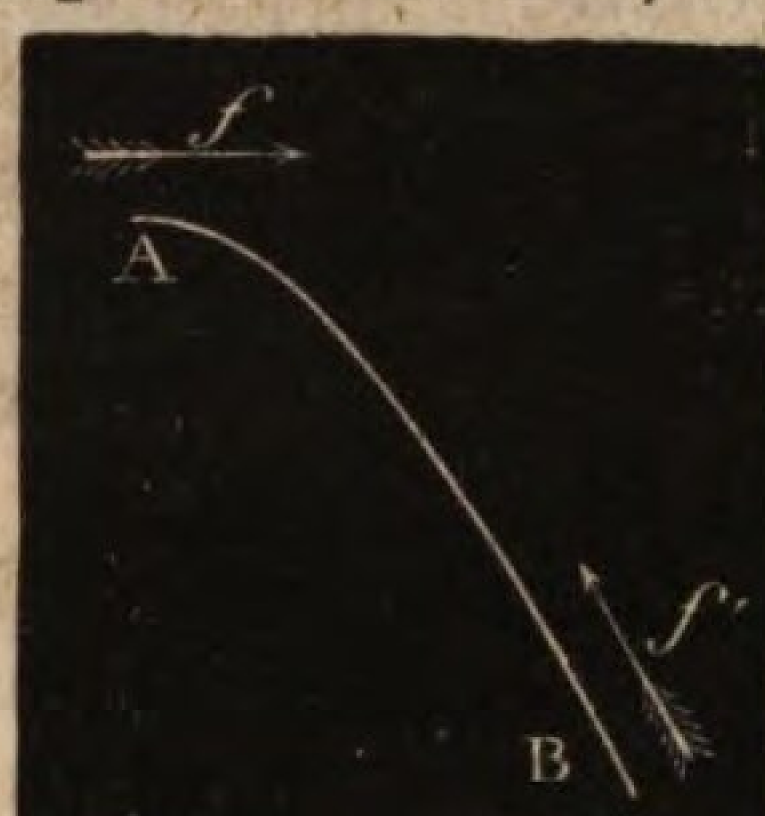


Fig. 175.

Denken wir uns nun, dass der Körper von dem Punkte B aus, mit der Geschwindigkeit, welche er gewonnen hatte, als er in diesem Punkt ankam, in entgegengesetzter Richtung, wie es der Pfeil f' anzeigt, schief aufwärts geworfen werde. Dann vermindert die Schwere nach und nach die vertikale Componente dieser Geschwindigkeit ganz auf dieselbe Art, wie sie dieselbe vorhin vergrösserte, als der Körper im Sinne des Pfeiles f geworfen wurde; die horizontale Componente dagegen erleidet keine Veränderung, und der Körper erhält folglich nach und nach in umgekehrter Ordnung Geschwindigkeiten, welche gleich, aber entgegengesetzt denjenigen sind, welche er vorhin erhalten hat. Es folgt daraus nothwendig,

dass der Körper denselben Weg, welchen er im Herabfallen zurückgelegt hat, wieder emporsteigen, d. h. dass er dieselbe Parabel AB wieder beschreiben wird, jetzt aber in der Richtung von B nach A; in A angekommen, wird er offenbar dieselbe horizontale Geschwindigkeit wieder besitzen, mit welcher man ihn vorhin von diesem Punkt aus hinausgeschleudert hatte.

Wir sind nun im Stande, die Bewegung zu verfolgen, welche ein schwerer Körper annimmt, wenn er in schiefer Richtung AB (Fig. 176) hinausgeworfen wird. Der Körper wird zunächst im Ansteigen den Parabelbogen AC beschreiben; in dem Punkt C angekommen, wo seine Bewegung horizontal gerichtet ist, befindet er sich unter denselben Umständen, als wenn er von diesem Punkt aus in der Richtung CD horizontal hinausgeschleudert würde; er wird folglich einen neuen Parabelbogen CF beschreiben. Die beiden Bögen AC und CF müssen, wie aus dem Vorhergehenden hervorgeht, gegen die Vertikallinie durch den höchsten Punkt C vollständig symmetrisch liegen; der Weg ACF welcher von dem Körper durchlaufen wird, ist nichts weiter als ein Theil der vollständigen, nach beiden Seiten ins Unendliche sich erstreckenden Parabel MCN.

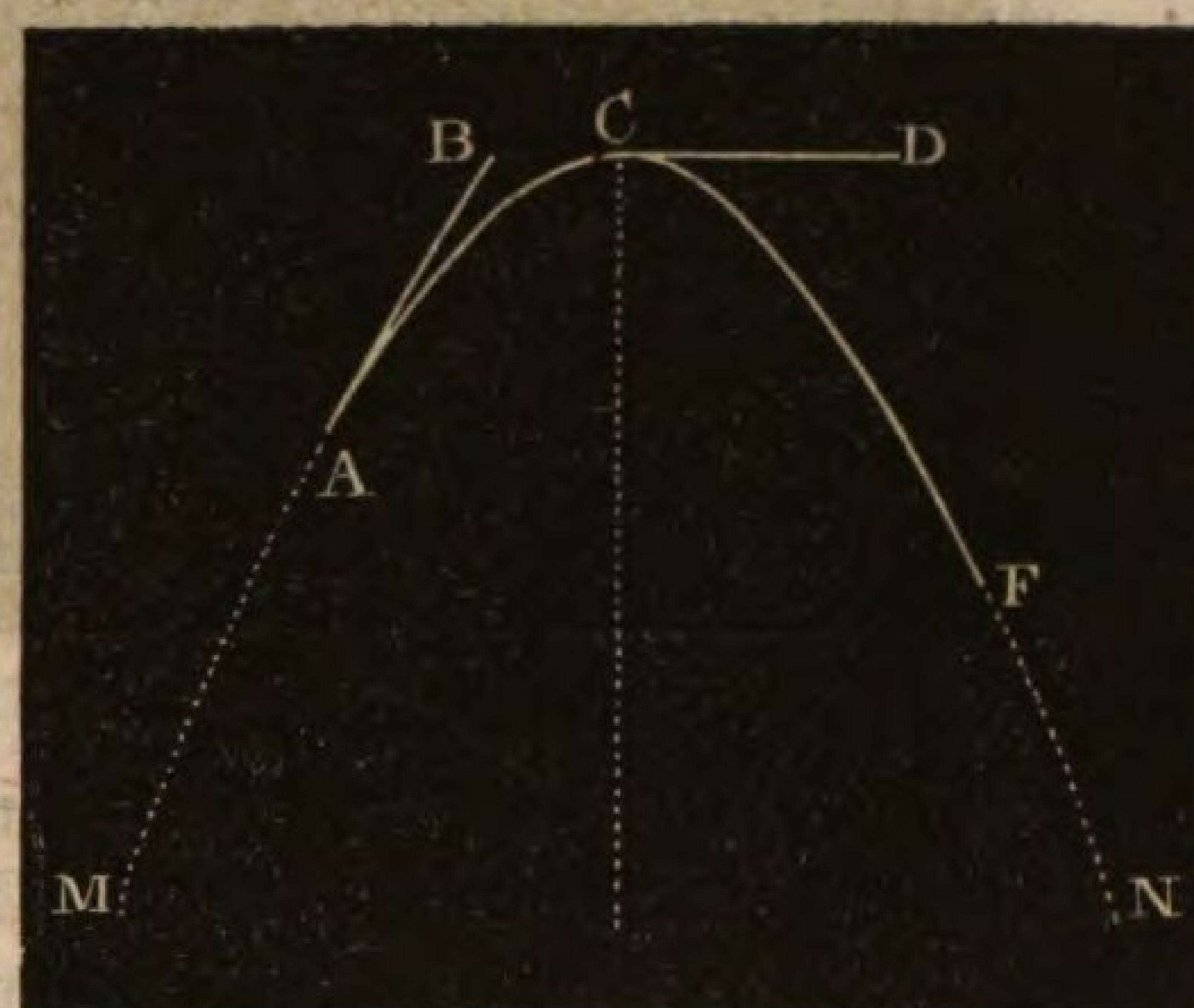


Fig. 176.

§. 120. Die Form der Parabel, welche ein schief hinausgeworfener Körper beschreibt, hängt von der Grösse sowohl, als auch von der Richtung der Geschwindigkeit ab, welche ihm ertheilt wurde. Wenn man blos die Richtung der Geschwindigkeit, aber nicht ihre Grösse verändert, wenn man also z. B. voraussetzt, dass der Körper immer mit derselben Stärke nach und nach in den Richtungen AB, AC, AD, AE (Fig. 177) hinausgeworfen wird, so sieht man, wie derselbe verschiedene Parabeln AB′, AC′, AD′, AE′ beschreibt. Die erste dieser Parabeln senkt sich alsbald unter die horizontale Linie AB, während die andern, nachdem sie sich über diese Linie erhoben hatten, derselben wieder in den Punkten G, H, K begegnen, die sehr verschiedene Entfernungen von dem Punkte A haben.

Jede der Entfernungen AG, AH, AK heisst die **Wurfweite** des Körpers in dem entsprechenden Fall. Diese Wurfweite än-

dert sich also mit der Richtung der Anfangsgeschwindigkeit, welche dem Körper ertheilt wurde. Eine genaue Untersuchung dieser

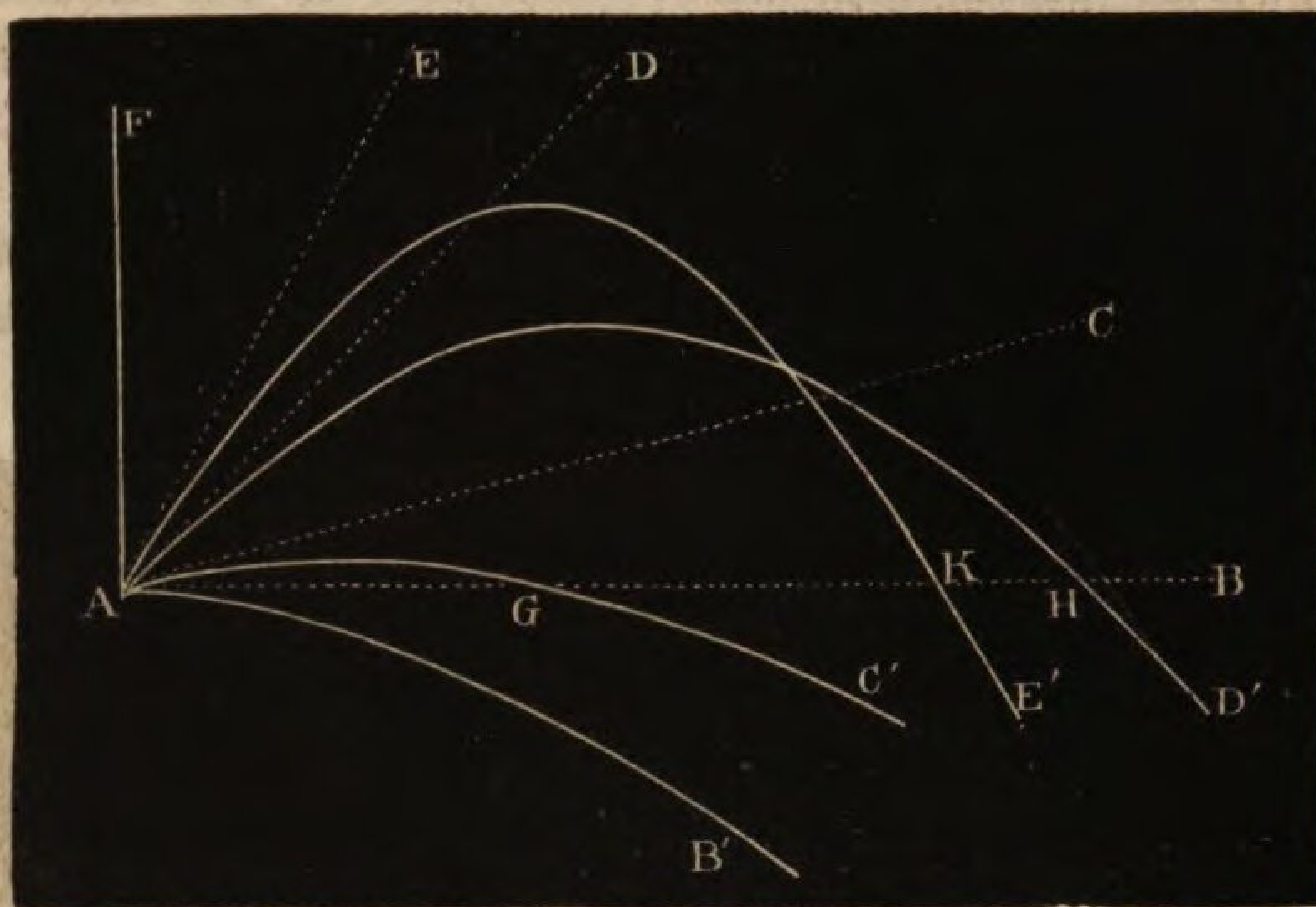


Fig. 177.

Frage zeigt, dass, wenn anfangs die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit nur einen kleinen Winkel BAC mit der Horizontalen bildet, die Wurfweite AG nur klein ist; wenn dann jene Richtung sich mehr und mehr über den Horizont erhebt, so wird die Wurfweite immer grösser und grösser, bis endlich die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit einen Winkel von 45^0 mit der Horizontalen bildet; wenn von da an jene Richtung sich der Vertikalen AF noch mehr nähert, so vermindert sich die Wurfweite wieder, und sie wird ganz Null, wenn die Anfangsgeschwindigkeit vertikal aufwärts nach AF gerichtet ist. Es muss also der Körper unter einem Winkel von 45^0 mit der Horizontalen hinausgeworfen werden, damit, bei gleichgrosser Anfangsgeschwindigkeit, die Wurfweite ihren grössten Werth erreicht. Der grösste Werth AH dieser Wurfweite wird ausserdem gerade doppelt so gross als die Höhe AF gefunden, bis zu welcher sich der Körper erheben würde, wenn er mit derselben Geschwindigkeit vertikal von unten nach oben geworfen würde.

Durch den Widerstand, welchen die Luft allen Körpern, die sich in ihr bewegen, darbietet, erleiden die Resultate, die wir im Vorhergehenden für die geworfenen Körper erhalten haben, nicht unbeträchtliche Abänderungen, wenn, wie es immer der Fall sein wird, die Bewegung in der Luft vor sich geht. Vor Allem ist die Curve, welche ein schief hinausgeworfener Körper beschreibt, keine eigentliche Parabel mehr; der höchste Punkt derselben ist etwas

mehr herabgedrückt, und der zweite Ast mehr nach einwärts gebogen, als es bei der Parabel sein würde. Dadurch wird natürlich auch die Wurfweite vermindert, und das Maximum der Wurfweite findet nicht mehr bei einem Winkel von 45°, sondern bei Geschossen ungefähr bei einem Winkel von 36° statt, welchen die Anfangsgeschwindigkeit mit der Horizontalen bildet.

§. 121. Wenn eine Kugel, die aus dem Laufe eines Gewehres oder aus dem Rohr einer Kanone abgeschossen wird, ein bestimmtes Ziel treffen soll, so darf sie nicht in der geraden Linie, welche nach jenem Ziele gezogen werden kann, abgefeuert werden. Denn wir wissen aus dem Vorhergehenden, dass sich ein Körper, welcher hinausgeworfen wird, stets mehr oder weniger unter die Richtung seiner Anfangsgeschwindigkeit herabsenkt; wenn also die Kugel ein bestimmtes Ziel treffen soll, so muss man ihr eine Richtung geben, die sich über die gerade Linie, die nach diesem Ziel gezogen wird, erhebt, und zwar gerade um so viel, dass die Parabel, welche die Kugel in Folge der Einwirkung der Schwerkraft beschreibt, durch das zu treffende Ziel hindurchgeht. Diess kommt namentlich bei dem Schiessen mit Kanonen in Betracht, und die Hauptaufgabe des Artilleristen besteht darin, dem Kanonenrohre eine solche Neigung zu geben, dass der Senkung, welche die Kugel in Folge der Einwirkung der Schwere erfährt, Rechnung getragen wird.

Bei dem Schiessen aus Gewehren richtet man den Lauf mittelst zweier Absehepunkte, dem sogenannten Korn am vorderen, und dem Diopter am hinteren Ende desselben, indem man das Gewehr so hält, dass die Visirlinie, welche durch diese beiden Punkte A, B (Fig. 178) geht, nach dem Ziele gerichtet ist, welches man treffen

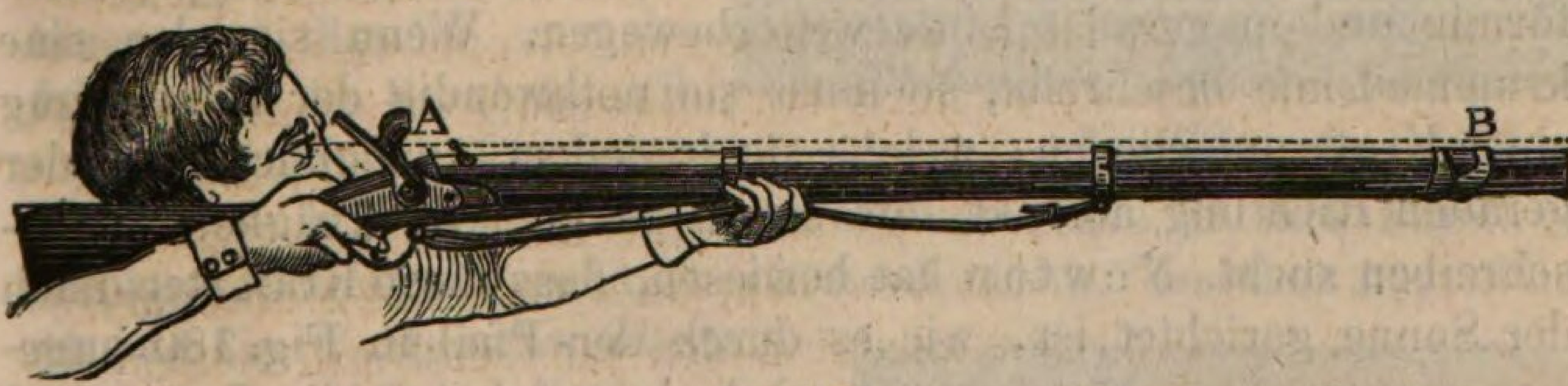


Fig. 178.

will. Wenn diese Visirlinie parallel zur Axe des Rohres ist, und das Geschoss genau dieser Axe folgt, so muss es nothwendig etwas unterhalb des Zieles ankommen; jedoch ist seine Geschwindigkeit im Vergleich zu der Distanz, welche es gewöhnlich zu durchlaufen hat, so gross, dass die Senkung, welche es in Folge des Einflusses der Schwere erhält, von sehr geringem Belang ist.

Bei den vollkommneren Gewehren dagegen, wie bei den Jagdbüchsen, den Miniébüchsen des Militärs u. s. f., welche das Geschoss

sehr weit tragen, hat man den Absehepunkt A (Fig. 179), welcher

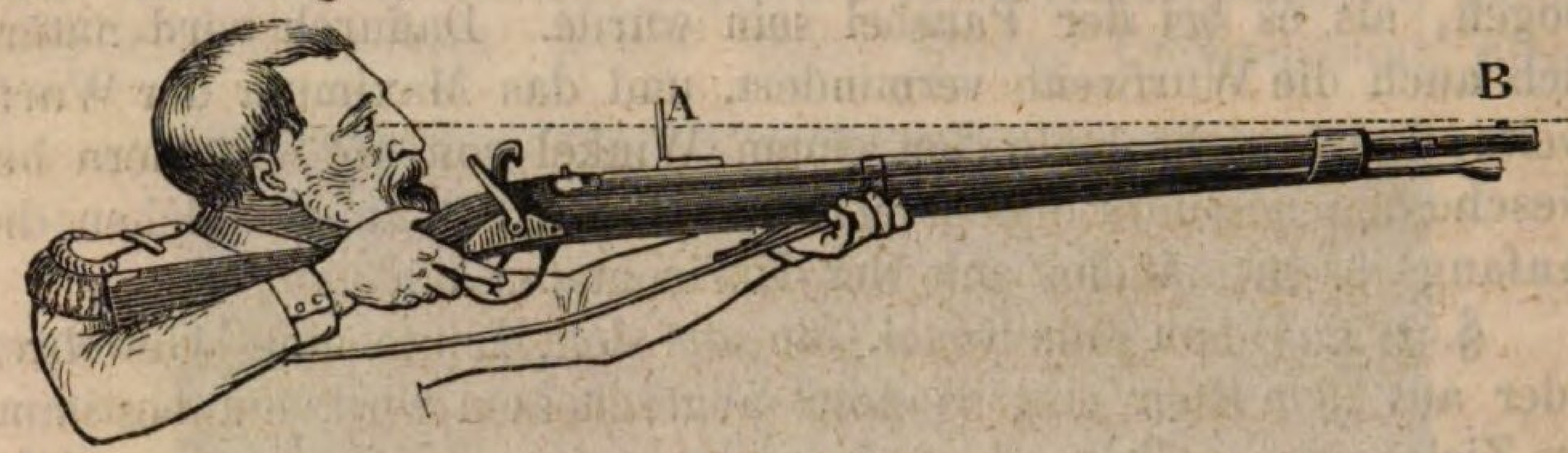


Fig. 179.

zunächst dem Auge ist, beweglich gelassen, so dass man ihn beliebig heben oder senken kann, je nachdem das zu treffende Ziel mehr oder weniger entfernt ist. Wenn auf diese Weise der bewegliche Diopter die richtige Stellung erhalten hat, so muss, während die Visirlinie durch ihn über das Korn B hinweg gerade nach dem Ziele geht, der Lauf eine solche schiefe Richtung gegen dieselbe haben, dass die Kugel, indem sie ihre Parabel beschreibt, in dem Punkt ankommt, den man treffen will.

§. 122. **Bewegung der Himmelskörper.** — Die Astronomie lehrt uns, dass die Erde, sowie die übrigen Planeten, im Raume frei schwebende Körper sind, welche sich in geschlossenen Curven, die nahezu die Gestalt von Kreisen haben, um die Sonne bewegen, und dass ebenso der Mond um die Erde läuft. Es ist nun leicht, uns über die Art und Weise, wie diese krummlinige Bewegung zu Stande kommt, Rechenschaft zu geben.

Wenn die Erde in irgend einem Augenblick der Wirkung aller äussern Kräfte entzogen würde, so würde sie sich, in Folge der Geschwindigkeit, welche sie in diesem Augenblick besitzt, gleichförmig und in gerader Linie weiterbewegen. Wenn sie also eine krumme Linie beschreibt, so muss sie nothwendig der Einwirkung einer Kraft unterliegen, welche sie in jedem Augenblick von der geraden Richtung ablenkt, die sie in Folge ihrer Trägheit zu beschreiben sucht. Newton hat bewiesen, dass diese Kraft stets nach der Sonne gerichtet ist, wie es durch den Pfeil in Fig. 180 angedeutet wird, in welcher S die Sonne und T die Erde vorstellt; dass also diese Kraft als eine Anziehung der Erde durch die Sonne anzusehen ist. Newton hat ferner gezeigt, dass die Grösse dieser Anziehung oder Gravitation dem Quadrate der Entfernung der Erde von der Sonne umgekehrt proportional ist. Unter der Wirkung dieser Anziehungskraft sucht die Erde gegen die

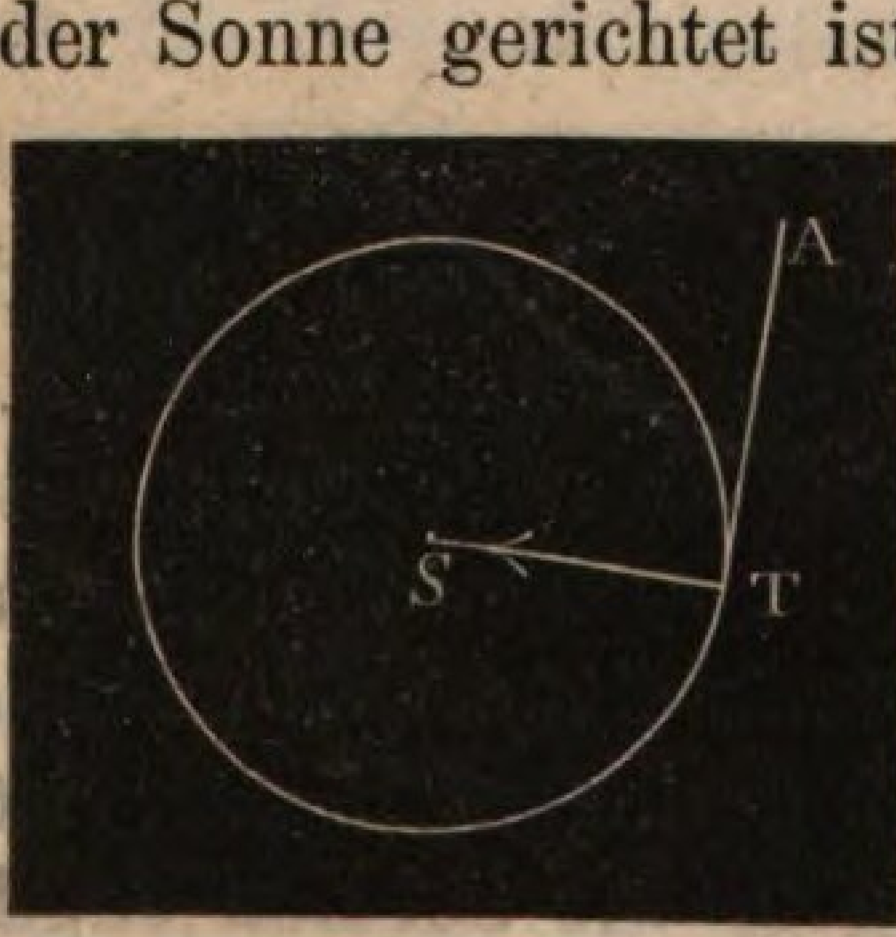


Fig. 180.

Sonne zu fallen, wie ein Stein unter der Wirkung der Schwere zur Erde fällt, und es würde diess auch in der That geschehen, wenn die Erde nicht eine Anfangsgeschwindigkeit erhalten hätte, deren Richtung, von der der Linie TS verschieden, diejenige der Tangente TA an die Bahn ist. In Folge dieser Geschwindigkeit befindet sie sich unter denselben Umständen, wie ein schwerer Körper, der in horizontaler, oder beinahe horizontaler Richtung hinausgeworfen wird, und wenn sie nicht wie dieser, eine Parabel beschreibt, so kommt diess daher, dass in dem Maasse, wie sie ihren Platz verändert, auch die Richtung der Kraft, die immer durch den Mittelpunkt der Sonne geht, verändert wird, während wir bei einem Körper, der an der Oberfläche der Erde horizontal hinausgeworfen wird, wegen der im Verhältniss zu den Dimensionen der Erde geringen Ausdehnung seines Weges, den er beschreibt, annehmen konnten, dass die Richtungen der Schwerkraft an den verschiedenen Stellen, wo er sich befindet, sämmtlich parallel unter einander sind.

Wenn eine Kanonenkugel mit immer grösserer und grösserer Geschwindigkeit horizontal hinausgeschossen wird, so fällt sie in immer weiter und weiter entfernten Punkten auf die Erde nieder, und die Parabel, welche sie beschreibt, hat eine immer weniger stark ausgesprochene Krümmung. Sie würde immer wieder auf die Erde zurückkehren, wie gross auch die ihr ertheilte Geschwindigkeit wäre, wenn die Oberfläche der Erde eine Ebene wäre (Fig. 181). Aber die Oberfläche der Erde, die nahezu die Gestalt einer Kugel hat, ist gekrümmt; die Kugel wird also nur so lange auf dieselbe zurückfallen, als die Parabeln AB oder AC oder AD (Fig. 182), welche sie in Folge der Schwerkraft beschreibt, in dem Punkte A mehr gekrümmt sind, als die Oberfläche der Erde. Von dem Augenblick an, wo die Wurfgeschwindigkeit gross genug ist, sodass die Krümmung der Parabel in dem Punkte A jene der Erde nicht mehr übertrifft, fällt die Kanonenkugel nicht mehr auf dieselbe zurück. In diesem letzteren Falle entfernt sich aber die Kugel so weit von ihrem Ausgangspunkt, dass es nicht mehr erlaubt ist, die Richtungen der Schwerkraft in allen Punkten, wo sie sich befindet, als parallel vorauszusetzen, sondern es muss

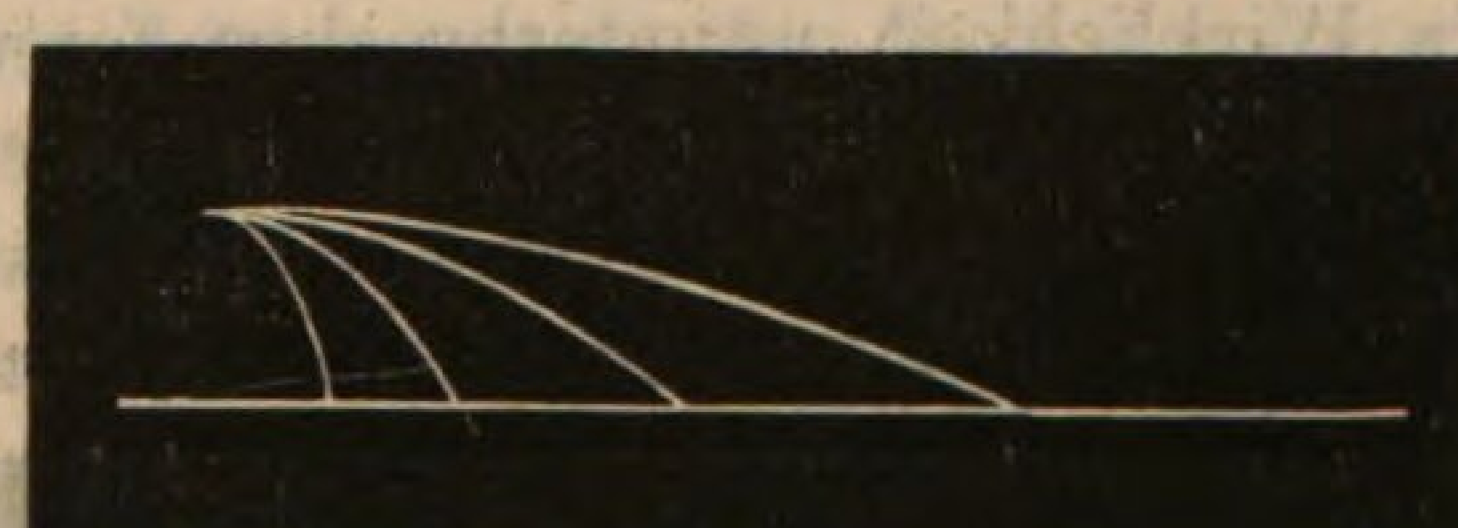


Fig. 181.

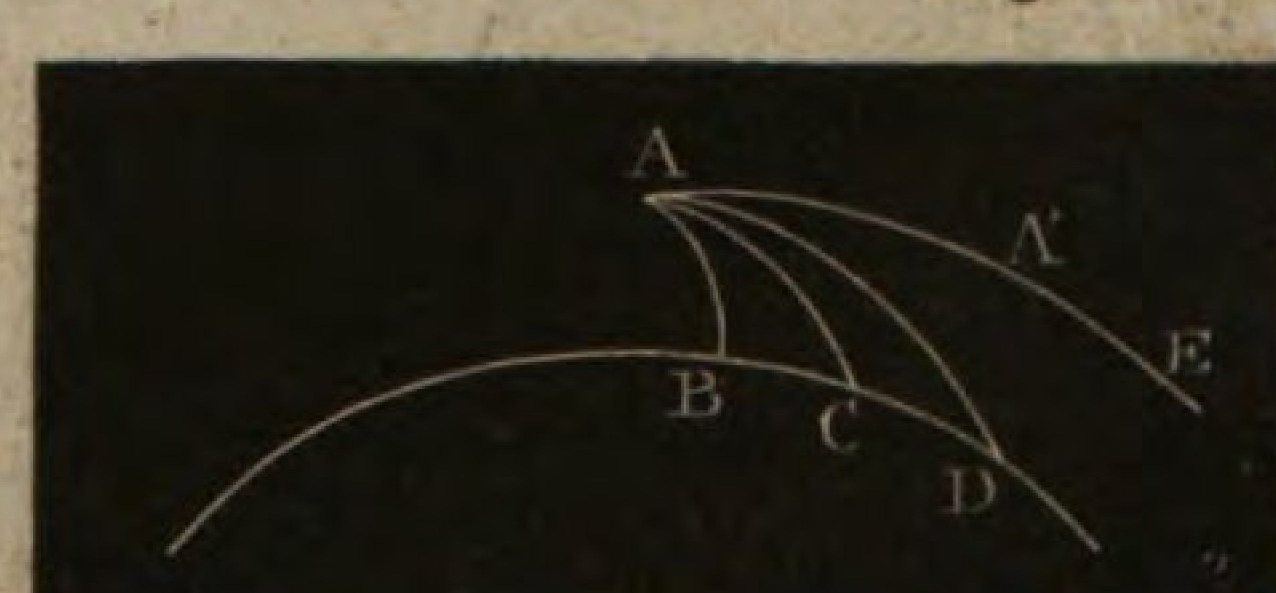


Fig. 182.

angenommen werden, dass diese Kraft stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet ist. Dann ist aber auch die Curve, welche die Kugel beschreibt, keine Parabel mehr. Denken wir uns z. B. dass sie den Bogen AA′ beschrieben hätte, ohne sich der Erde zu nähern, so befindet sie sich in dem Punkte A′ unter den nämlichen Umständen, wie zu Anfang ihrer Bewegung, und setzt daher ihre Bewegung um die Erde ohne Unterlass fort, ohne derselben jemals zu begegnen, vorausgesetzt dass keine äusseren Hindernisse, wie der Widerstand der Luft ihre Geschwindigkeit vermindern. Freilich müsste der Kanonenkugel selbst unter dieser letzteren Voraussetzung eine ungeheure Geschwindigkeit von wenigstens 8000^{m} in der Secunde ertheilt werden, damit sie nicht mehr auf die Erde zurückfallen und folglich eine Art von Satelliten der Erde, wie der Mond ein solcher ist, bilden würde.

§. 123. Wir wollen nun die Art und Weise, wie die Bewegung der Planeten um die Sonne, in Folge der Anziehungskraft, welche diese gegen sie ausübt, zu Stande kommt, näher betrachten; es wird uns diese Bewegung ein Beispiel für den Fall geben, wo eine der Grösse und Richtung nach veränderliche Kraft auf einen Körper wirkt, der ursprünglich eine bestimmte Geschwindigkeit nach einer gewissen Richtung hin erhalten hat. Wir wollen dabei einen etwas andern Weg einschlagen, als wir es bei der Wurfbewegung gethan haben, obwohl wir auch ganz so wie dort verfahren könnten. Die in Wirklichkeit ununterbrochen fortwirkende Anziehungskraft der Sonne denken wir uns wieder stossweise, zu Anfang kleiner, gleichgrosser Zeitintervalle wirkend, in welche wir uns die ganze Beweguug getheilt denken. Der Planet komme in dem Punkte P (Fig. 183) mit einer bestimmten Geschwindigkeit an, in Folge deren er sich in einem solchen Zeitintervall von P nach *a* bewegen würde. Er erhält aber durch die Anziehungskraft der Sonne zu Anfang dieses Zeitintervalls eine bestimmte Geschwindigkeit, in Folge deren er sich, wie wir annehmen wollen, während dieses kleinen Zeitabschnitts von P nach *b* in gerader Richtung gegen die Sonne bewegen würde. In Wirklich-

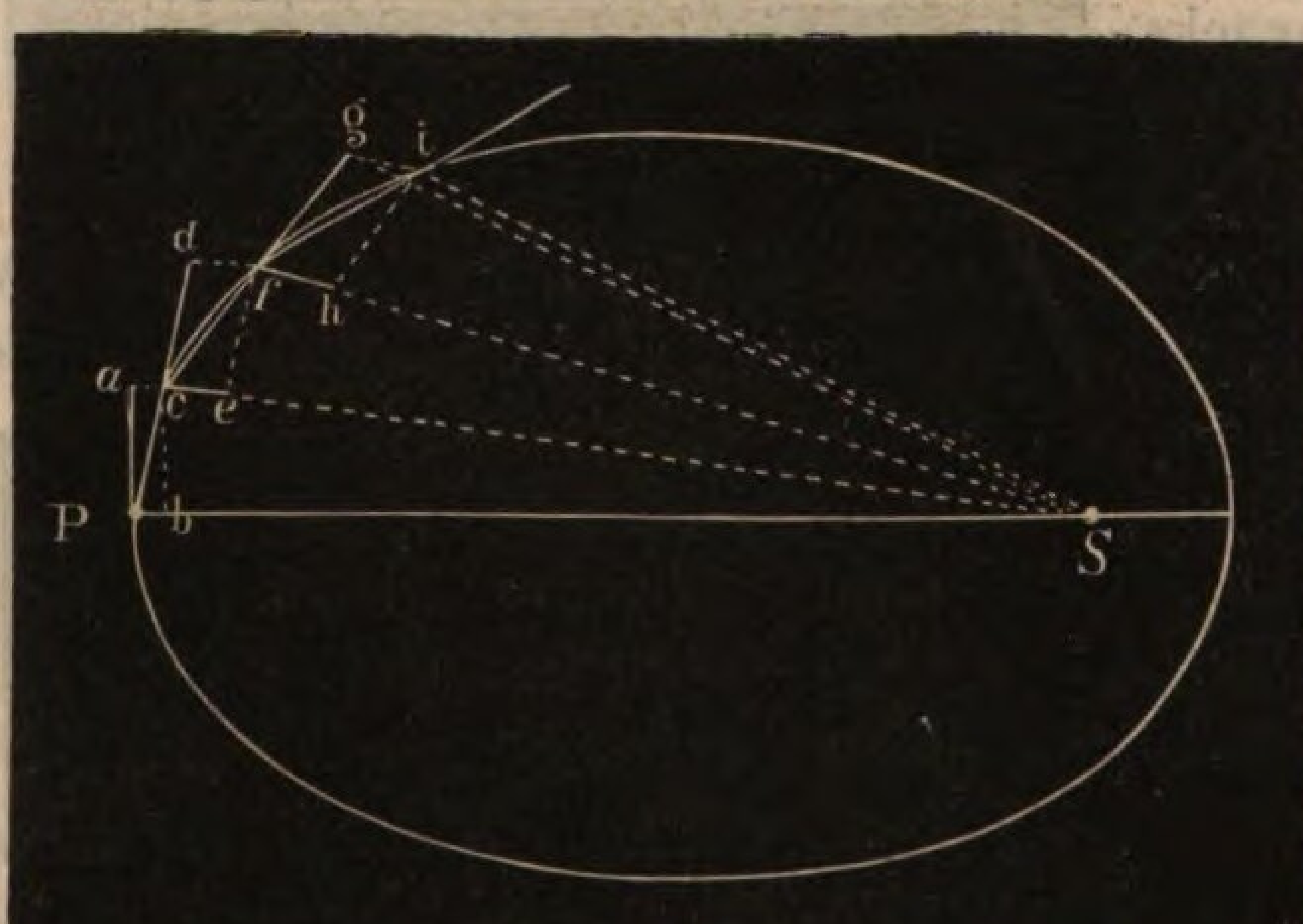


Fig. 183.

keit beschreibt er also die Diagnale Pc des Parallelogramms Pacb, das über jenen beiden Wegen construirt werden kann. Wenn er sich nun selber überlassen bliebe, so würde er sich in dem nächsten kleinen Zeitabschnitt in gleicher Richtung und mit derselben Geschwindigkeit fortbewegen, und dadurch also von c nach d gelangen, vorausgesetzt, dass cd gleich Pc genommen wird. Aber zu Anfang dieses Zeitintervalls ertheilt ihm die Sonne in der Richtung cS eine neue Geschwindigkeit, in Folge deren er in diesem Zeitabschnitt den Weg ce beschreiben würde, der sich zu dem Weg Pb umgekehrt, wie die Quadrate der Abstände des Planeten von der Sonne in den Punkten P und c verhalten muss. Im zweiten Zeitintervall beschreibt also der Planet die Diagonale cf des Parallelogramms $cdfe$, und wenn dann weiter keine Kraft auf ihn wirken würde, so würde er sich in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit weiter bewegen und folglich im dritten Zeitintervall den Weg fg gleich cf beschreiben. Aber zu Anfang dieses Intervalls erhält er von der Sonne einen neuen Anstoss, in Folge dessen er in diesem Zeitabschnitt, wenn er ihm allein überlassen würde, den Weg fh zurücklegen würde, dessen Grösse dem umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung des Planeten von der Sonne entsprechen muss. Der Planet beschreibt also wieder die Diagonale des Parallelogramms $fgih$ u. s. w. f. Wir erhalten auf diese Weise das Polygon Pcfi..... als die Bahn des Planeten. Wenn wir die Zeitintervalle kleiner genommen hätten, so würden die Seiten dieses Polygons kleiner und zahlreicher geworden sein, und wenn wir zur Wirklichkeit zurückkehren, wo die Anziehungskraft der Sonne ununterbrochen und stetig fortwirkt, so erhalten wir eine stetig gekrümmte Linie als Bahn des Planeten.

Die so eben betrachtete Art der Bewegung um einen Punkt herum, durch welchen in jedem Augenblick die Richtung der Kraft hindurch geht, heisst **Centralbewegung** und jener Punkt ihr **Mittelpunkt** (Centrum). Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Mittelpunkt hinzieht, heisst **Centripetalkraft** oder **Ziehkraft**; die Verbindungslinie des beweglichen Körpers mit dem Mittelpunkt **Radius vector** oder **Fahrstrahl**.

§. 124. Wir können durch eine einfache Betrachtung eine sehr wichtige Eigenschaft dieser Centralbewegung herausstellen. Da die Dreiecke cfS und fgS (Fig. 183) gleiche Grundlinien haben, die in derselben Geraden gelegen sind, und da ausserdem ihre Spitzen in einem Punkt S zusammenfallen, so sind sie an Flächeninhalt einander gleich. Da ferner die Dreiecke gif und giS auf derselben Grundlinie stehen und die Verbindungslinie ihrer Spitzen, Sf,

parallel zu dieser Grundlinie ist, so haben sie ebenfalls gleich grosse Flächen. Wenn man folglich das Dreieck *gi*S zum Dreieck *fg*S hinzufügt, und darauf von beiden das Dreieck *gif* wegnimmt, so bleibt ein Dreieck *fi*S übrig, das noch ebenso gross als das Dreieck *fg*S und folglich auch ebenso gross als das Dreieck *cf*S ist. Es sind also die Dreiecke *fi*S, *cf*S und ebenso auch P*c*S, welche der Radius vector in gleichen Zeitabschnitten beschreibt, sämmtlich an Fläche einander gleich, und wenn man sich jene Zeitabschnitte immer kleiner und kleiner, dagegen dann aber mehrere zusammengenommen denkt, so folgt daraus der Satz:

Die Bahnen welche die Planeten um die Sonne beschreiben, haben die Eigenschaft, dass der Radius vector in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume beschreibt.

Dieser Satz bildet das zweite der berühmten drei Kepler'schen Gesetze. Wir haben bei seiner Entwicklung nur berücksichtigt, dass die Kraft, durch welche der Planet in seiner Bahn erhalten wird, stets nach ein und demselben Mittelpunkt, der Sonne, gerichtet ist. Wenn man ausserdem noch in Betracht zieht, was uns jedoch hier zu weit führen würde, dass die Stärke der Anziehung des Planeten durch die Sonne dem Quadrat der Entfernung beider umgekehrt proportional ist, so erhält man das erste Kepler'sche Gesetz:

Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt sich die Sonne befindet.

Die Vergleichung zweier solcher Centralbewegungen, die in verschiedenen Entfernungen von deren Mittelpunkt ausgeführt werden, führt zu dem dritten Kepler'schen Gesetz:

Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Würfel der grossen Axen ihrer Bahnen.

Der Entwicklungsgang, den unsere Kenntniss von der Bewegung der Planeten in der Geschichte wirklich genommen hat, ist der umgekehrte von dem, welchen wir im Vorhergehenden gewählt haben. Kepler hat seine drei Gesetze aus den Beobachtungen der Planeten, namentlich des Mars, unmittelbar abgeleitet, und diese Gesetze waren es, welche Newton auf den Satz, dass die Planeten durch Kräfte, welche stets durch den Mittelpunkt der Sonne gehen, und deren Grösse dem Quadrat der Entfernung des Planeten von der Sonne umgekehrt proportional ist, sein berühmtes Gravitationsgesetz, geleitet haben.

§. 125. **Kreisbewegung, Centrifugalkraft.** — Unter gewissen Bedingungen kann der Körper bei seiner Centralbewegung

um einen Mittelpunkt, wie wir sie in dem vorigen Paragraphen betrachtet haben, immer gleiche Entfernung von diesem Mittelpunkt behalten, seine Bahn kann also eine Kreislinie werden. In diesem Fall müssen in Fig. 183 die Radien vectoren SP, S*c*, S*f*, S*i* sämmtlich einander gleich werden und daraus folgt leicht, dass die in den einzelnen Zeitabschnitten beschriebenen Wege P*c*, *cf*, *fg* etc. gleichgross sein müssen. Die Bewegung des Körpers in der Kreislinie ist also gleichförmig. Diese Bewegung hat ein besonderes Interesse, da sie ungemein leicht herzustellen ist und desshalb in den Anwendungen vielfältig vorkommt. Wenn man einen Körper, der an das eine Ende einer Schnur befestigt ist, deren anderes Ende in der Hand gehalten wird, im Kreise herumschwingt, so hat man eine solche Centralbewegung auf die einfachste Art hergestellt. Der Körper sucht in jedem Augenblick in gerader Richtung, in der Richtung der Tangente AC (Fig. 184) an den Kreis in dem Punkt A, wo er sich gerade befindet, hinauszugehen, wird aber durch den Widerstand des Fadens daran verhindert und genöthigt eine Kreislinie um den Punkt B zu beschreiben, wo der Faden in der Hand gehalten wird. Der Widerstand des Fadens bildet also hier die Centripetalkraft. Dieser wirkt der Körper durch sein Bestreben, in gerader Linie hinauszugehen, fortwährend entgegen, und veranlasst dadurch eine Spannung der Schnur, die selbst so gross werden kann, dass die Schnur zerreisst. Es ist klar, dass diese Gegenwirkung des Körpers genau so gross als die Centripetalkraft sein muss; da sie aber in ganz ähnlicher Weise wie eine Kraft wirkt, die den Körper mehr und mehr vom Centrum seiner Bewegung zu entfernen sucht, so wird sie Centrifugalkraft oder Fliehkraft genannt.

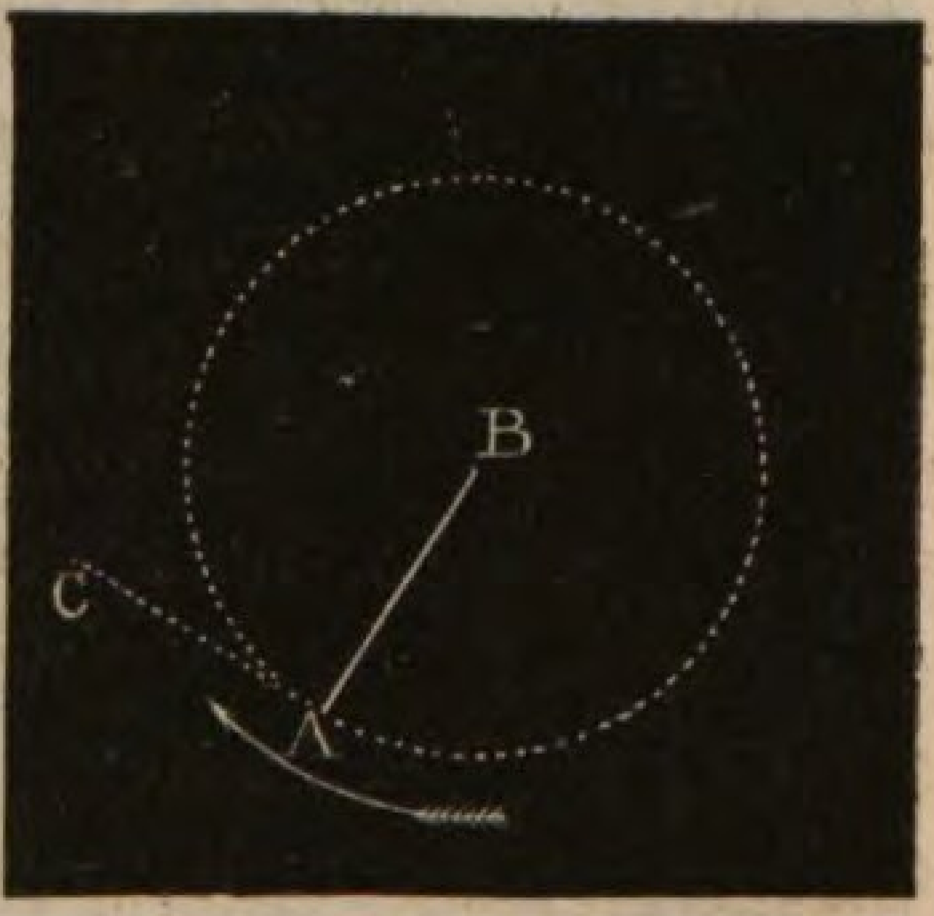


Fig. 184.

Die Centrifugalkraft wird, wie wir gesehen haben, durch die Nöthigung hervorgerufen, durch welche der Körper veranlasst wird, den Umfang eines Kreises zu beschreiben; sobald diese Nöthigung aufhört, verschwindet auch die Centrifugalkraft. Wenn man z. B. während der Bewegung die Schnur durchschneidet, so wird sich der Körper nach der Tangente AC (Fig. 184) weiter bewegen, welche durch den Punkt des Kreises gezogen wird, wo er sich eben befand, als man ihn frei machte. Diese seine Bewegung ist nur die Fortsetzung derjenigen, welche er in dem Augenblick besass, als man die Schnur durchschnitt, nur wird sie jetzt

auf keine Weise mehr durch die Centripetalkraft verändert, welche in demselben Augenblick zu wirken aufhörte; mit ihr verschwindet natürlich auch die Centrifugalkraft. Die Centrifugalkraft veranlasst also die Spannung der Schnur und kann dieselbe sogar zerreissen, aber sie wirkt nicht mehr, sobald der Körper nicht mehr genöthigt wird, einen Kreis zu beschreiben.

Die Schleuder, welche dazu dient, Steine oder andere Körper mit sehr bedeutender Geschwindigkeit hinauszuwerfen, besteht bekanntlich aus einem Stück Zeug oder Leder, an welches zwei Schnüre befestigt sind (Fig. 185). Man legt, wie es die Figur zeigt, einen Stein darauf, ergreift die Enden der beiden Schnüre und gibt der Schleuder eine schnelle Rotationsbewegung um die Hand. Während dieser Bewegung werden die Schnüre durch die Centrifugalkraft angespannt, und wenn man in einem passenden Augenblick eine derselben loslässt, so beschreibt der dadurch freigewordene Stein nicht mehr den Umfang eines Kreises, sondern geht vielmehr in der Richtung der Tangente an diesem Kreis hinaus, und zwar von dem Punkt aus, wo er sich befand, als die Schleuder aufhörte, ihn festzuhalten. Die Aufgabe Desjenigen, welcher sich dieses Instruments bedient, besteht darin, den Stein in dem richtigen Punkt A (Fig. 186) loszulassen, damit er, nachdem er von diesem Punkt in der Richtung der Tangente an den Kreis ausgegangen ist, und alsdann unter der Wirkung der Schwerkraft eine Parabel beschrieben hat, in dem Punkt B ankommt, welchen man treffen will.

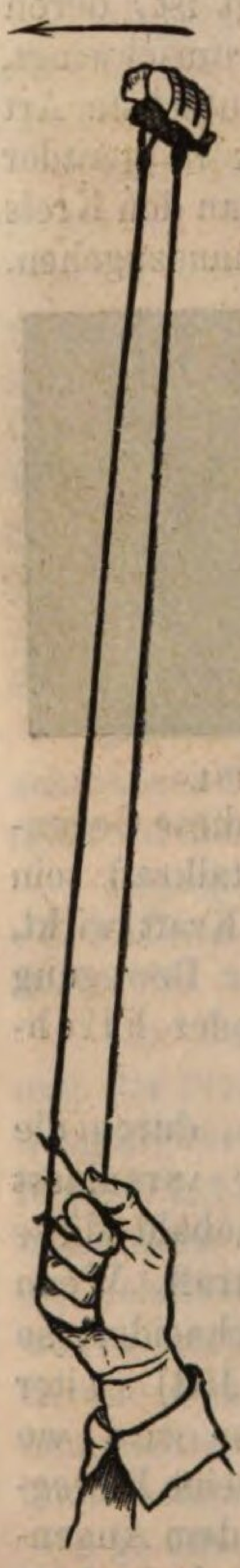


Fig. 185.

§. 126. Man sieht durch den einfachsten Versuch, dass die Centrifugalkraft, welche bei der gleichförmigen Bewegung eines Körpers in einem Kreise entwickelt wird, nicht immer dieselbe Grösse hat: sie ändert sich mit der Geschwindigkeit des Körpers und mit der Grösse des Kreises, welchen er beschreibt. Es ist leicht zu bestimmen, in welcher Weise sie von diesen Grössen abhängt. Denken wir uns, ein Körper *a* (Fig. 187) bewege sich in einem Kreis von gewisser Grösse mit solcher Geschwindigkeit, dass der Bogen *ac*, den er in einer Secunde beschreibt, klein genug ist, um als gerade Linie betrachtet werden zu können. Die Geschwindigkeit des Körpers in dem Punkt *a* sei durch die gerade Linie *ab* eines Stücks

der Tangente an den Kreis im Punkte *a* vorgestellt, d. h. *ab* sei der Weg, welchen der Körper ohne die Wirkung der Centripetalkraft in einer Secunde in gerader Linie zurücklegen würde. Dann ist klar, dass der Weg, welchen der Körper in derselben Secunde zurücklegen würde, wenn er der Wirkung der Centripetalkraft allein

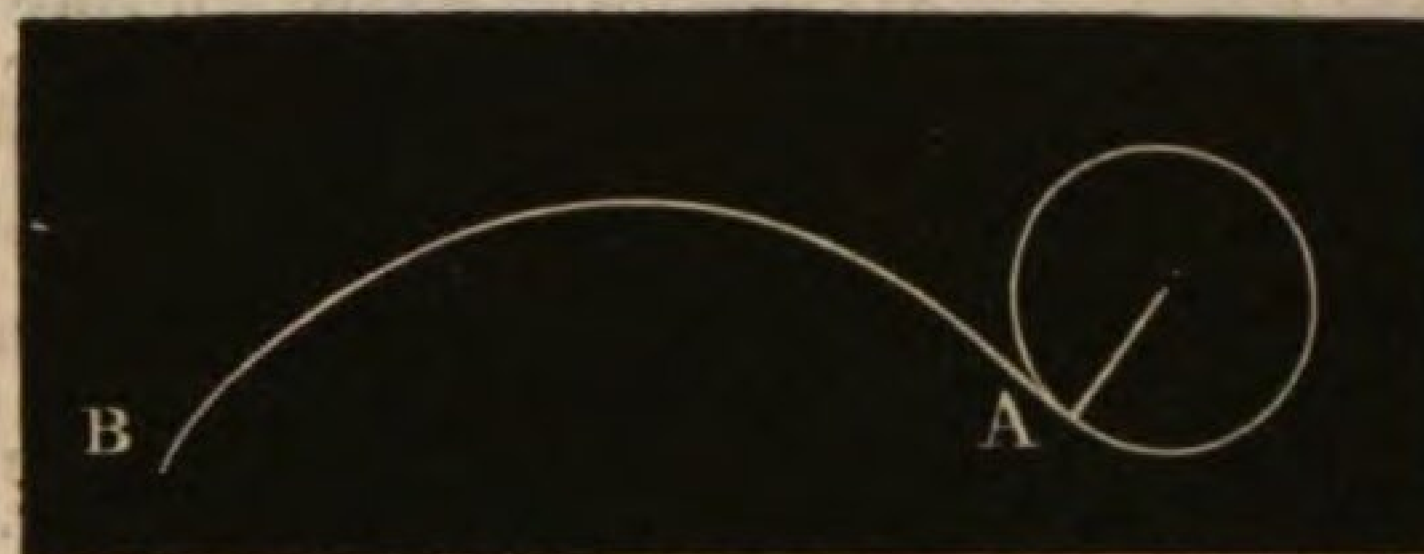


Fig. 186.

frei überlassen wäre, eine solche Grösse *ad* haben muss, dass das über den beiden Linien *ab* und *ad* beschriebene Parallelogramm den Punkt *c* zum vierten Eckpunkt hat. Nun ist die Centrifugalkraft eine stetig wirkende Kraft; der Weg *ad* würde also mit beschleunigter Bewegung und zwar mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegt werden, da im angenommenen Fall *ad* gegen *ao* so klein sein wird, dass man die Aenderung der Centrifugalkraft zwischen *a* und *d* vernachlässigen darf. Zugleich wäre bei dieser gleichförmig beschleunigten Bewegung *ad* der Weg

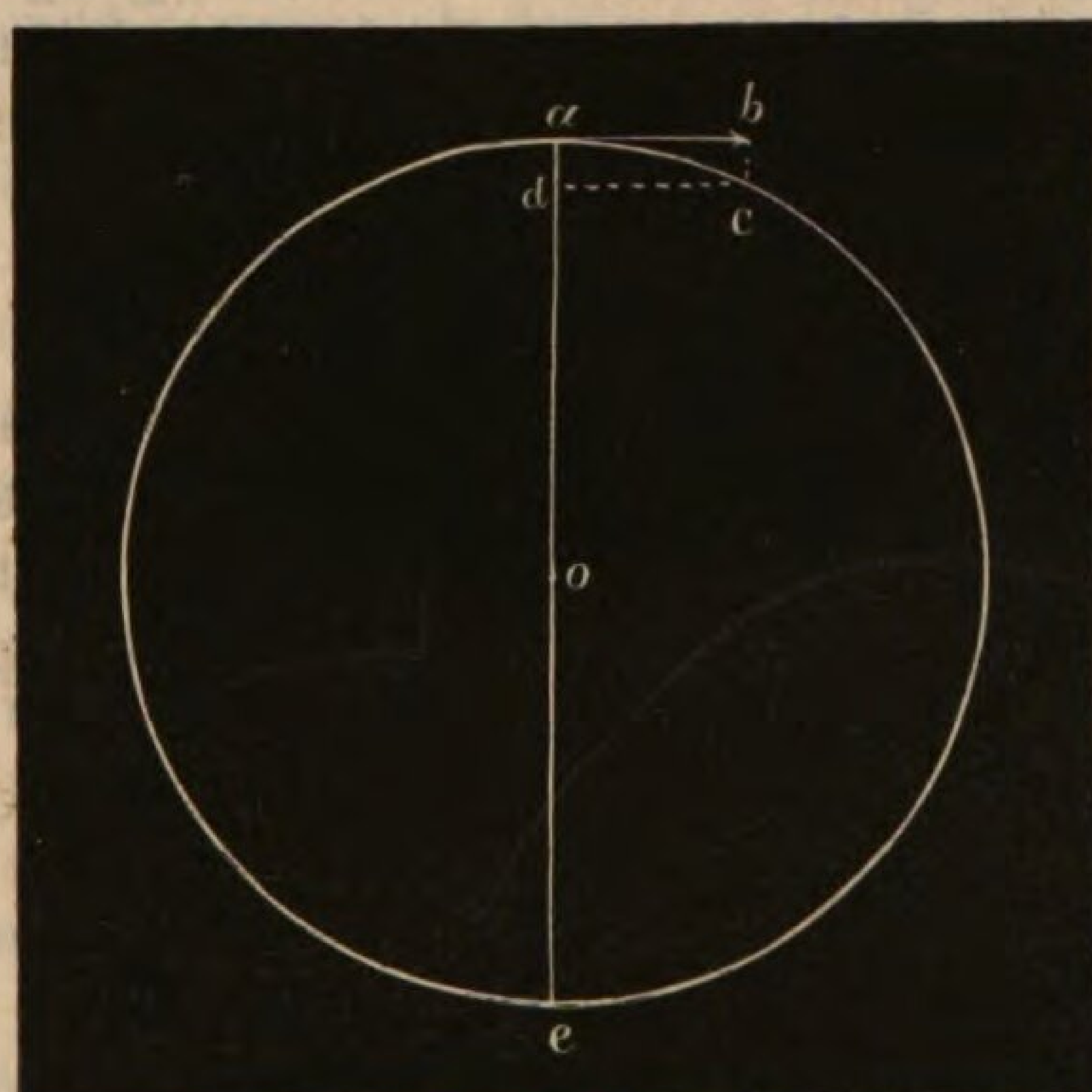


Fig. 187.

in der ersten Secunde, und folglich die Beschleunigung, welche die Centrifugalkraft dem Körper ertheilen würde, wenn sie allein auf ihn einwirkte, doppelt so gros als *ad*. Nun findet nach einem bekannten geometrischen Satz die Proportion statt:

$$ad : ac = ac : ae$$

oder auch: $2ad : ac = ac : ao$

Bezeichnet man daher die Beschleunigung welche die Centripetalkraft dem Körper, wenn sie allein auf ihn einwirkt, ertheilen würde, also $2ad$, mit b; ferner mit v die Geschwindigkeit ac des Körpers in der Secunde bei seiner Bewegung auf dem Umfang des Kreises und mit r den Radius ao dieses Kreises, so hat man die Proportion

$$b : v = v : r, \text{ woraus } b = \frac{v^2}{r}$$

Wenn der Halbmesser des Kreises so klein oder die Geschwindigkeit des Körpers so gross wird, dass der in einer ganzen Secunde beschriebene Bogen *ac* nicht mehr als gerade Linie angesehen werden kann, so nimmt man anstatt einer Secunde eine halbe, oder eine zehntel Secunde etc. Dann wird der Weg *ab*, der in dieser Zeit von dem Körper beschrieben worden wäre, wenn die Centripetalkraft nicht wirken würde, halb oder zehnmal so klein, während der Weg *ad*, welchen der Körper in derselben Zeit in Folge der Centripetalkraft allein mit gleichförmig beschleunigter Bewegung beschreiben würde, vier oder hundertmal so klein wird. Man hat also in obiger Proportion statt $2ad$ den vierten oder hundertsten Theil der Beschleunigung b und statt ac die Hälfte oder den zehnten Theil der Geschwindigkeit v su setzen. Dadurch wird aber die Proportion gar nicht geändert und liefert für

b noch denselben Werth $\frac{v^2}{r}$ wie oben.

Nun ist die Kraft, welche einem Körper eine gewisse Beschleunigung ertheilt, gleich der Masse des Körpers multiplicirt mit dieser Beschleunigung. Bezeichnet daher m die Masse eines Körpers, der sich mit der Geschwindigkeit v in einem Kreise mit dem Halbmesser r bewegt, so ist die hiezu nöthige Centripetalkraft, und folglich auch die Centrifugalkraft, welche entwickelt wird,

$$C = \frac{mv^2}{r}$$

Daraus folgt:

1) Unter sonst gleichen Umständen ist die Centripetal- oder Centrifugalkraft der Masse des Körpers, welcher sich im Kreise bewegt, proportional.

2) In gleichgrossen Kreisbahnen verhalten sich die Centripetal- oder Centrifugalkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten der bewegten Körper: sie werden 4, 9, 16mal so gross, wenn die Geschwindigkeiten 2, 3, 4mal so gross werden.

3) In Kreisbahnen von verschiedenen Halbmessern verhalten sich die Centripetal- oder Centrifugalkräfte bei gleichen Geschwindigkeiten der bewegten Körper umgekehrt wie die Halbmesser: sie sind 2, 3, 4mal so gross in Kreisbahnen, deren Halbmesser 2, 3, 4mal so klein sind.

Bei der Drehung eines festen Körpers um eine Axe beschreibt

jedes seiner Moleküle einen besondern Kreis, und es wird daher jedes der Moleküle von einer gewissen Centrifugalkraft ergriffen. Die Geschwindigkeit jedes dieser Moleküle ändert sich, wie die Winkelgeschwindigkeit des Körpers; die Centrifugalkräfte, welche sich an ihnen entwickeln, sind also dem Quadrate dieser Winkelgeschwindigkeit proportional. Wenn man andererseits von einem Molekül A auf ein Molekül B übergeht, welches doppelt so weit von der Axe entfernt ist als jenes, so ist die Geschwindigkeit dieses Moleküls doppelt so gross als die des andern, so dass aus diesem Grunde die Centrifugalkraft, welche sich in B entwickelt, viermal so gross sein mus als diejenige, von welcher A ergriffen wird. Aber der Radius des Kreises, welcher von dem Molekül B beschrieben wird, ist doppelt so gross als derjenige des Kreises, welchen A beschreibt, und aus diesem Grund ist die Centrifugalkraft des Moleküls B nur halb so gross als diejenige, welche in dem Molekül A entsteht Im Ganzen ist also die Centrifugalkraft in B blos doppelt so gross als diejenige in A. Man kann demnach den folgenden Satz aussprechen: Bei der Drehung eines Körpers um eine feste Axe sind die Centrifugalkräfte, welche sich in verschiedenen Punkten des Körpers entwickeln dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit des Körpers und ausserdem noch den Entfernungen dieser verschiedenen Punkte von der Drehungsaxe proportional.

§. 127. Wir haben in §. 122 den Zweck verfolgt, den Zusammenhang zwischen der Bewegung eines an der Erdoberfläche horizontal hinausgeschleuderten Körpers und der Bewegung der Himmelskörper hervorzuheben. — Nachdem Newton aus den Kepler'schen Gesetzen sein Gravitationsgesetz abgeleitet hatte, war es ihm hauptsächlich darum zu thun, die Identität zwischen der Kraft, mit welcher ein Stein zu Boden fällt, und der Kraft, durch welche die Himmelskörper ihre Bahnen beschreiben, darzuthun, und es lag dabei der Gedanke nahe, die Vergleichung zunächst für die Kraft, mit welcher der Mond von der Erde angezogen wird, herzustellen. Auf welche Weise diess geschehen kann, können wir nun unter der Annahme, dass die Bahn des Mondes kreisförmig sei, leicht zeigen. Der Weg, welchen der Mond in einer Secunde beschreibt, seine Geschwindigkeit, ist durch die Beobachtungen bekannt, ebenso seine Entfernung vom Mittelpunkt der Erde, welche 60 Erdhalbmesser beträgt; setzt man diese Werthe für v und r in die Formel $b = \frac{v^2}{r}$ ein, so erhält man für b

eine Zahl, die 3600mal so klein als die Beschleunigung der Schwere ist. Nun ist aber der Mond 60mal weiter vom Mittelpunkt der Erde entfernt als ein Stein, welcher an der Oberfläche derselben zu Boden fällt. Die Beschleunigung, welche die Anziehung der Erde dem Mond ertheilen würde, wenn er ihr frei folgen könnte, verhält sich also zur Beschleunigung, mit welcher ein Körper an der Oberfläche der Erde fällt, umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen dieser Körper vom Erdmittelpunkt. In demselben Verhältnisse wie die Beschleunigungen stehen aber, bei gleichen Massen, die Kräfte, welche sie hervorbringen, und daraus folgt, dass die Kraft, mit welcher der Mond von der Erde angezogen wird, demselben Gesetze unterliegt wie diejenige, in Folge deren ein Stein zu Boden fällt.

Wir haben am Schlusse des §. 122 erwähnt, dass die Geschwindigkeit, mit welcher eine Kanonenkugel horizontal hinausgeschossen werden müsste, wenn sie nicht mehr die Oberfläche der Erde treffen, sondern sich wie ein Trabant um die Erde bewegen sollte, 8000^m in der Secunde betragen müsste. Man erhält diese Zahl leicht dadurch, dass man in der Formel $C = \frac{mv^2}{r}$ für die Centripetalkraft C das Gewicht der Kugel, für m ihre Masse und für r den Halbmesser der Erde setzt, und v daraus berechnet.

§. 128. Die folgenden Apparate sollen dazu dienen, das, was bisher über die Centrifugalkraft, welche sich bei der Drehung eines Körpers um eine Axe entwickelt, gesagt wurde, durch Versuche näher zu erläutern.

Die Fig. 188 zeigt einen Apparat ABC, der von einem Fuss von Holz getragen wird und sich auf diesem Fuss horizontal umdrehen kann. Indem man an einer Schnur, welche mehrmals um den cylindrischen Theil A herumgeschlungen ist, rasch anzieht, kann man dem Apparat eine sehr schnelle Rotationsbewegung geben. Zwischen den Punkten B und C befindet sich ein Metalldrath gut ausgespannt, längs dessen sich zwei Kugeln D und E von Elfenbein, durch welche der Drath hindurchgeht, bewegen können. Wenn die Kugel D so steht wie es die Figur anzeigt, und man setzt den Apparat in rasche Rotation, so sieht man, wie sich dieselbe vom Mittelpunkt der Bewegung entfernt und an das äusserste Ende (B) des Drathes hinausrückt. Ebenso sucht die Kugel E, welche sich unter ähnlichen Umständen befindet, nach dem Punkt C hinauszurücken, wird aber daran durch eine schraubenförmig gewundene Feder verhindert, welche rings um den Drath ange-

bracht ist. Nichtsdestoweniger entfernt sich die Kugel E vom Centrum ihrer Bewegung, sie drückt die Feder zusammen, und

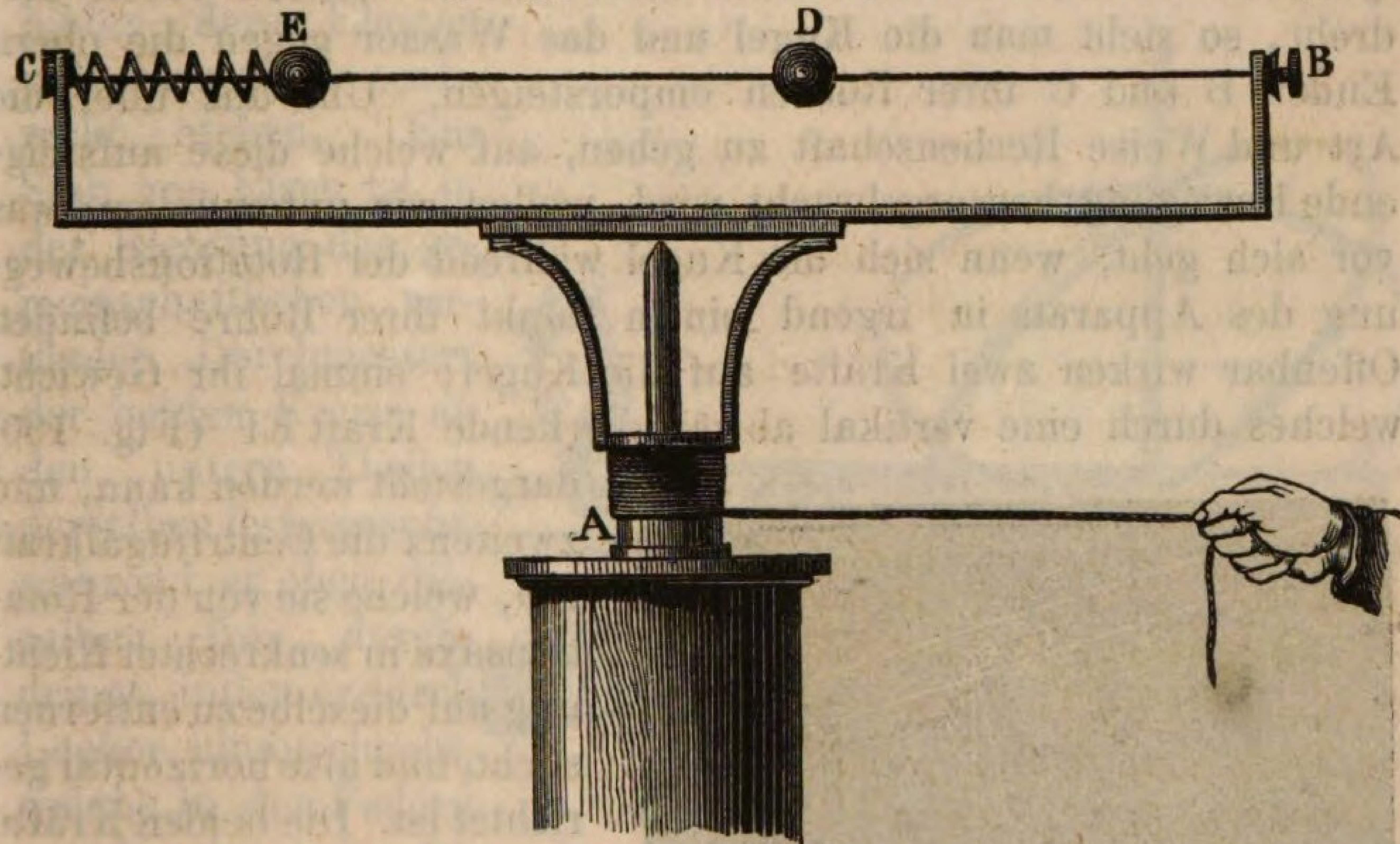


Fig. 188.

die Spannung welche sie derselben mittheilt, kann dazu dienen, die Grösse der durch die Rotationsbewegung entwickelten Centrifugalkraft zu messen und die oben entwickelten Gesetze zu bestätigen.

Die Fig. 189 zeigt einen andern Apparat, der sich auf dem

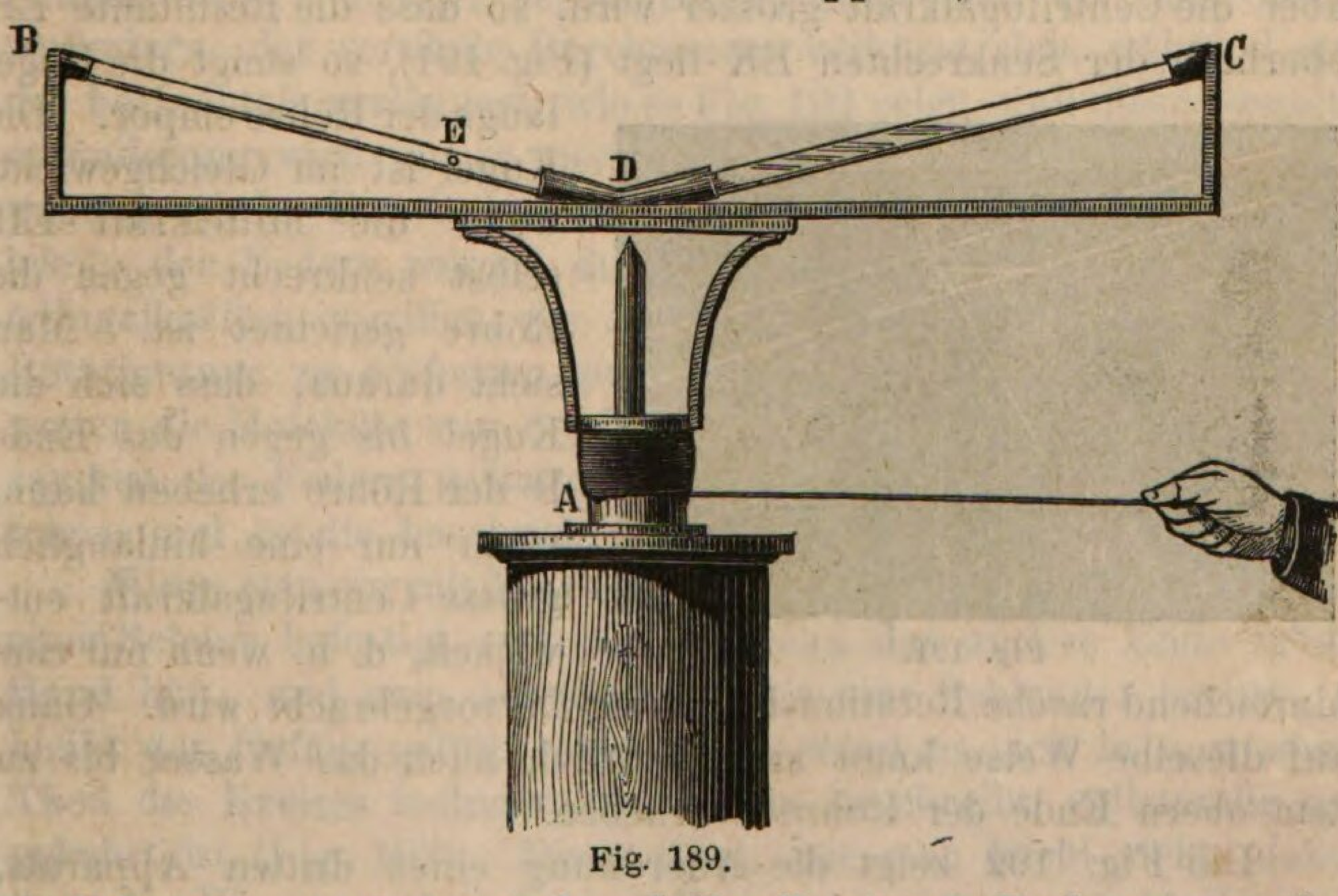


Fig. 189.

nämlichen Fuss befindet und auf dieselbe Art in Drehung um eine vertikale Axe versetzt wird. Von zwei geneigten Glasröhren DB

und DC enthält die eine eine Kugel E, die andere eine gewisse Quantität Wasser. Wenn man diese beiden Röhren rasch umdreht, so sieht man die Kugel und das Wasser gegen die obern Enden B und C ihrer Röhren emporsteigen. Um uns über die Art und Weise Rechenschaft zu geben, auf welche diese aufsteigende Bewegung hervorgebracht wird, wollen wir untersuchen, was vor sich geht, wenn sich die Kugel während der Rotationsbewegung des Apparats in irgend einem Punkt ihrer Röhre befindet. Offenbar wirken zwei Kräfte auf die Kugel; einmal ihr Gewicht, welches durch eine vertikal abwärts gehende Kraft EF (Fig. 190) dargestellt werden kann, und zweitens die Centrifugalkraft EG, welche sie von der Rotationsaxe in senkrechter Richtung auf dieselbe zu entfernen sucht, und also horizontal gerichtet ist. Die beiden Kräfte können durch eine einzige Kraft EH, ihre Mittelkraft, ersetzt werden. Wenn die Richtung dieser Kraft unterhalb der Senkrechten EK auf der Röhre liegt, wie es in Fig. 190 der Fall ist, so ist klar, dass die Kugel herabrollen muss. Wenn aber die Centrifugalkraft grösser wird, so dass die Resultante EH oberhalb der Senkrechten EK liegt (Fig. 191), so steigt die Kugel längs der Röhre empor. Die Kugel ist im Gleichgewicht, wenn die Mittelkraft EH selbst senkrecht gegen die Röhre gerichtet ist. Man sieht daraus, dass sich die Kugel bis gegen das Ende B der Röhre erheben kann, wenn nur eine hinlänglich grosse Centrifugalkraft entwickelt, d. h. wenn nur eine hinreichend rasche Rotationsbewegung hervorgebracht wird. Ganz auf dieselbe Weise kann sich natürlich auch das Wasser bis zu dem obern Ende der Röhre C erheben.

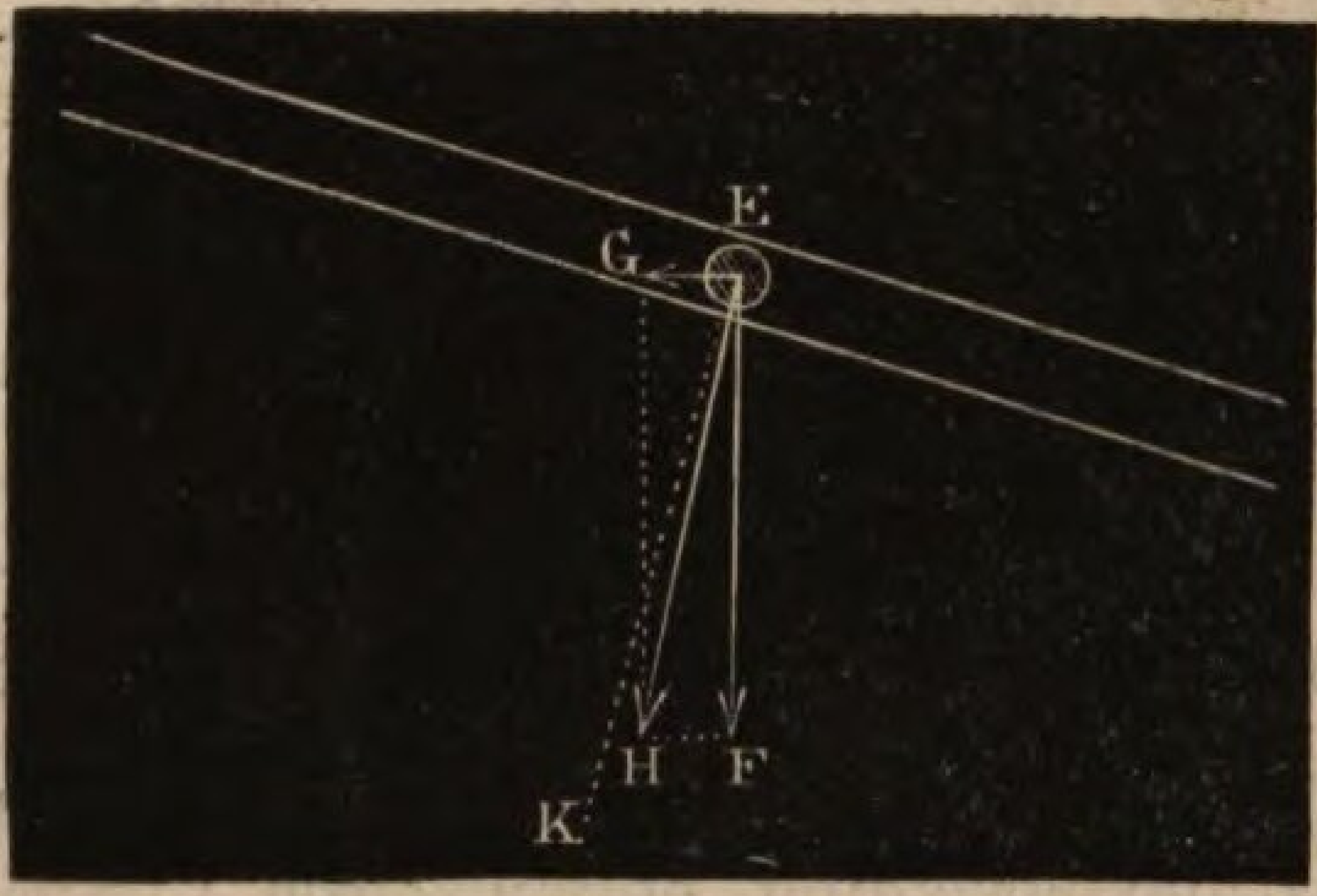


Fig. 190.

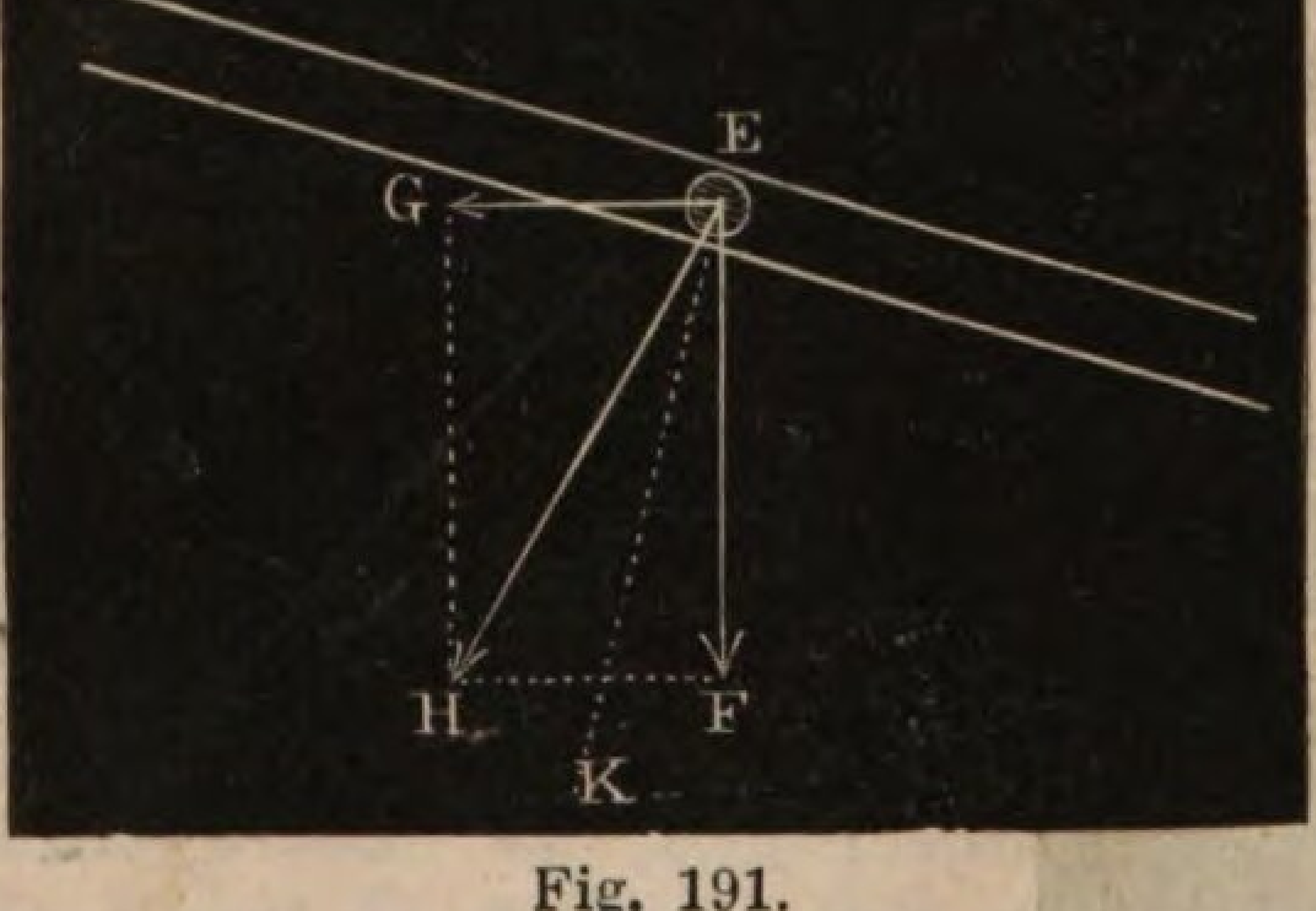


Fig. 191.

Die Fig. 192 zeigt die Anordnung eines dritten Apparats, mittelst dessen man ebenfalls die Entwicklung der Centrifugalkraft durch die Rotationsbewegung nachweisen kann. Zwei Lamellen von

sehr biegsamen Stahlfedern sind kreisförmig gebogen, und ihre Enden auf einander befestigt, sodass sie zwei vollständige Kreise bilden, deren Ebenen auf einander senkrecht stehen. Ein Stab von Eisen ist in der Richtung des gemeinschaftlichen vertikalen Durchmessers der beiden Kreise an den untern Theilen derselben festgemacht, während er oben dieselben frei durchdringt, indem er durch Löcher hindurchgeht, welche in den Federn angebracht sind. Diese Anordnung erlaubt, die Gestalt der Kreise abzuändern, indem man sie an ihrem obersten Theil mit der Hand ergreift und denselben hebt oder senkt. Der Stab kann mittelts einer Kurbel und einer Schnur ohne Ende eine schnelle Rotationsbewegung um sich selbst erhalten, und theilt diese Bewegung den an seinem untern Ende festgemachten Federn mit. Sobald diese sich aber herumdrehen, sieht man sie ihre Gestalt verändern: der vertikale Durchmesser verkürzt sich, während sich der horizontale verlängert, wie es Fig. 192 zeigt, und diese Gestaltsveränderung wird um so merkbarer, je schneller die Rotationsbewegung wird. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Alle Moleküle der Federn werden durch die Rotationsbewegung von Centrifugalkräften ergriffen, die sie in horizontaler Richtung von der Rotationsaxe zu entfernen suchen und um so grösser werden, je weiter die Moleküle von der Rotationsaxe entfernt sind. Die Biegsamkeit der Federn gestattet ihnen, diesen Kräften zum Theil zu folgen und so die beschriebene Gestalt anzunehmen.

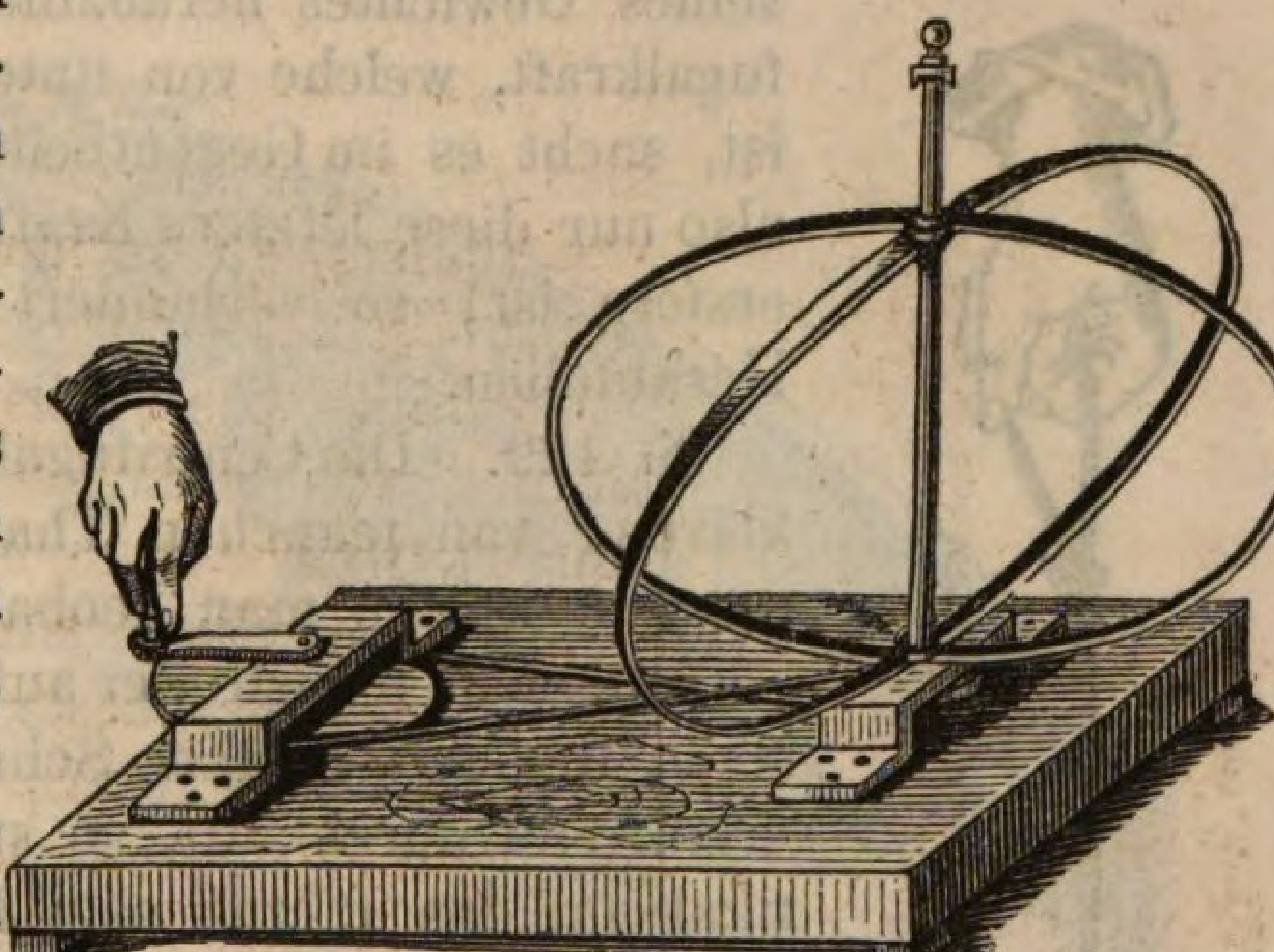


Fig. 192.

Wenn man ein mit Wasser gefülltes Gefäss an dem einen Ende einer Schnur befestigt, von welcher man das andere Ende in der Hand hält, und man schwingt es wie eine Schleuder herum, so bleibt das Gefäss gefüllt, obgleich es, wenn es sich in dem obern Theil des Kreises befindet, welchen es beschreibt, vollständig umgekehrt ist (Fig. 193). Diess rührt, wie man leicht sieht, daher, dass das Wasser während seiner Bewegung nicht unter der Wirkung seiner Schwere allein, sondern auch unter der der Centrifugalkraft

steht. Wenn sich das Gefäss in dem obersten Theil des Kreises befindet, welchen es beschreibt, so sucht das Wasser in Folge seines Gewichtes herabzufallen; aber die Centrifugalkraft, welche von unten nach oben gerichtet ist, sucht es im Gegentheil emporzuheben; wenn also nur diese letztere Kraft nicht kleiner als jene erstere ist, so verhindert sie das Wasser am Herabfallen.

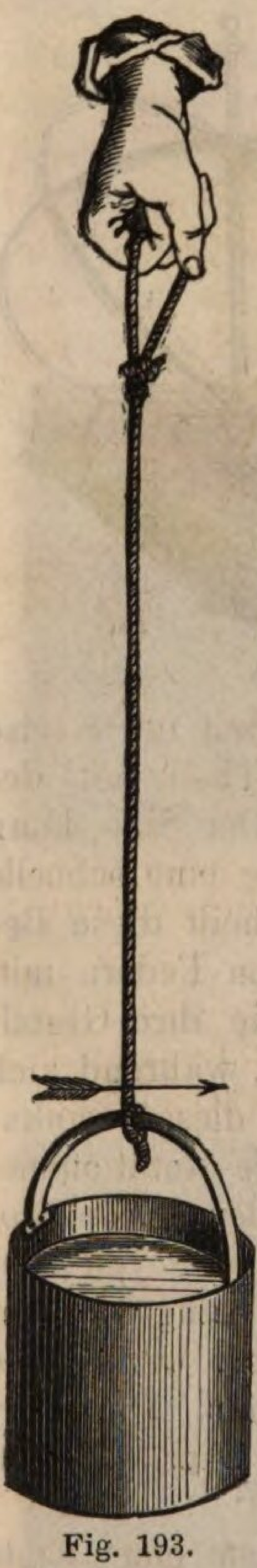


Fig. 193.

§. 129. Die Centrifugalkraft gibt uns die Erklärung von manchen Thatsachen und Erscheinungen, welche man beobachten kann.

Wenn ein Kunstreiter aufrecht auf einem Pferde steht, das mit grosser Schnelligkeit den Umfang des Circus durchläuft, so stellt er sich nicht vertikal auf das Pferd; sein Körper ist gegen den Mittelpunkt der Rennbahn geneigt, und zwar um so mehr, je schneller das Pferd läuft (Fig. 194). Es ist die Centrifugalkraft, welche ihn nöthigt diese Stellung anzunehmen; er müsste nothwendig herabfallen, wenn er sich in derselben Weise auf das Pferd stellen wollte, wie er es thun muss, wenn dasselbe still steht. Die Centrifugalkräfte, welche sich in den verschiedenen Theilen des Körpers des Kunstreiters entwickeln, setzen sich in eine einzige Kraft zusammen, welche horizontal gerichtet ist und ihn von dem Mittelpunkt der Rennbahn zu entfernen sucht. Diese Kraft vereinigt sich ihrerseits wieder mit dem Gewicht seines Körpers, und damit er unter der Wirkung der daraus hervorgehenden schiefen Mittelkraft nicht herabfällt, muss er dieselbe Neigung annehmen wie diese, so dass dieselbe das Innere des Polygons trifft, welches seine Unterstützungspunkte auf dem Pferde bilden.

Manchmal sieht man einen Kunstreiter auf einem Pferde, welches mit grosser Geschwindigkeit die Rennbahn durchläuft, ganz seitwärts, nur auf der Flanke des Pferdes sitzen. Er würde unfehlbar herabfallen, wenn er nur unter der Wirkung der Schwere stünde; aber die Centrifugalkraft hält ihn im Gleichgewicht, wie im vorhergehenden Fall.

In Werkstätten, wo Mühl- oder Schleifsteine von Sandstein in sehr schnelle Umdrehung versetzt werden, kommt es manchmal vor, dass ein Stein in Stücke zerbricht, und dass die Stücke da-

von nach allen Seiten hin mit grosser Geschwindigkeit hinausgeschleudert werden, wodurch sehr schwere Unfälle entstehen können.

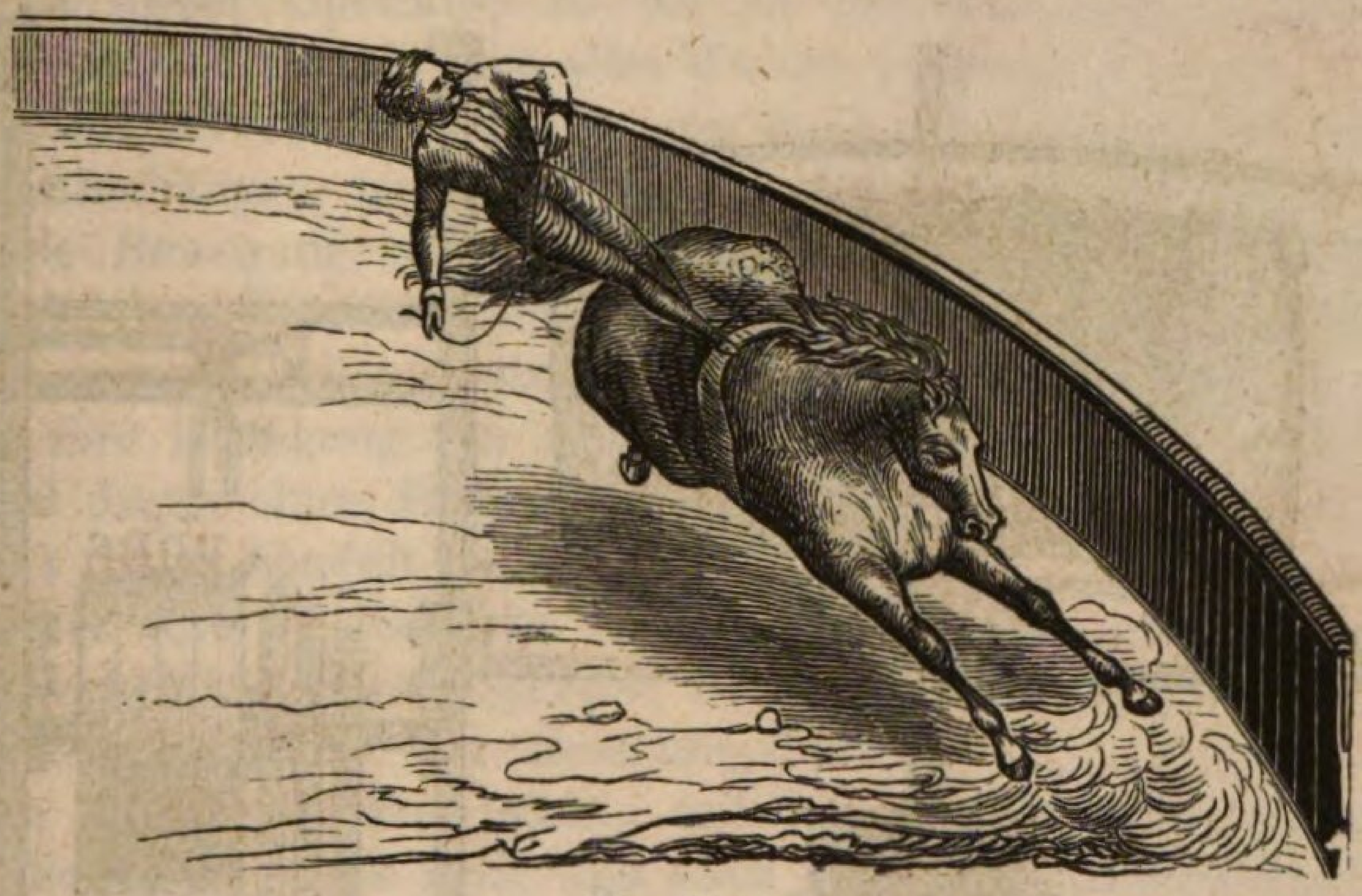


Fig. 194.

Um sich von dieser Wirkung Rechenschaft zu geben, darf man nur beachten, dass während der Bewegung des Steins jedes Molekül desselben der Wirkung einer Centrifugalkraft unterliegt, welche es von der Rotationsaxe zu entfernen sucht; dieser Wirkung widersetzen sich aber die Molekularkräfte, welche sich allemal entwickeln, sobald die Moleküle ihre gegenseitige Stellung zu verändern suchen. Gewöhnlich sind die Molekularkräfte gross genug, um die Centrifugalkräfte zu überwinden; wenn aber ein Stein in schlechtem Zustande ist, und seine Bewegung sich zu sehr beschleunigt, so überwiegen zuletzt die letzteren und der Stein zerspringt in Stücke. Man muss indess nicht glauben, dass die Stücke durch die Centrifugalkraft und in der Richtung derselben hinausgeschleudert werden. Die Centrifugalkraft existirt nur so lange, als der Mühlstein noch ganz ist; von dem Augenblick an, wo sich ein Stück lostrennt, unterliegt es nicht mehr dieser Kraft und bewegt sich allein mit der Geschwindigkeit, die es in diesem Moment besitzt, in der Richtung der Tangnete an den Kreis, den es beschrieben hat.

§. 130. Man bedient sich der Centrifugalkraft in verschiedenen Fällen, um nützliche Wirkungen hervorzubringen. Wir werden in der Folge mehrere Beispiele davon erhalten; für den Augenblick begnügen wir uns, das Folgende anzugeben.

Seit einiger Zeit benützt man bei den sogenannten Centrifugaltrockenmaschinen die Centrifugalkraft, um die Wäsche schnell

zu trocknen. Die Fig. 195 zeigt eine Maschine dieser Art, wie sie in mehreren öffentlichen Waschanstalten zu Paris in Gebrauch

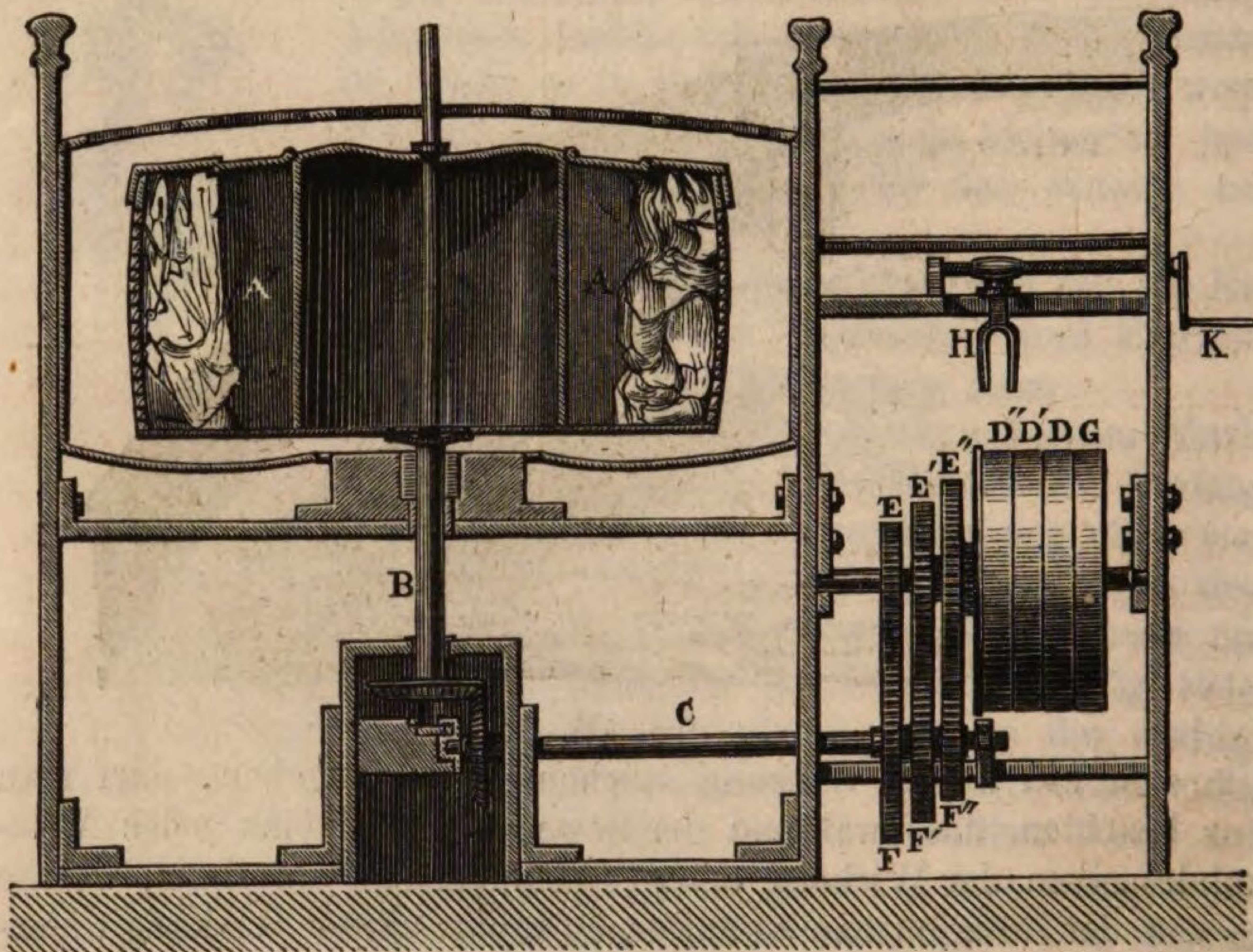


Fig. 195.

sind. Eine Trommel AA von Kupfer ist dazu bestimmt, die nasse Wäsche aufzunehmen, welche durch eine cylindrische Scheidewand in dieser Trommel verhindert wird, der Axe der letzteren zu nahe zu kommen. Die Wäsche wird durch einen Deckel von oben eingebracht, der nach Belieben geöffnet und durch starkes Andrücken leicht wieder geschlossen werden kann. Mitten durch die Trommel geht die Axe B, welche mit ihr in fester Verbindung ist, und durch welche sie in Rotation versetzt werden kann. Die ganze Trommel ist ausserdem ringsum von einer zweiten, aber feststehenden Trommel umgeben, die ebenfalls von Kupfer und gross genug ist, dass sich die erste ungehindert in ihr drehen kann.

Um die Wäsche zu trocknen, dreht man die bewegliche Trommel rasch herum: man gibt ihr bis zu 1500 Umdrehungen in der Minute. Diese Drehung erzeugt in jedem Molekül der Wäsche und des Wassers, mit welchem sie getränkt ist, eine sehr bedeutende Centrifugalkraft. Dadurch wird die Wäsche stark gegen die Seitenwand der Trommel angepresst, während das Wasser durch die kleinen Löcher, welche in grosser Anzahl in dieser Wand angebracht sind, hindurchgeht und sich in dem unteren Theil der

feststehenden Trommel sammelt, von wo es durch eine zu diesem Zweck angebrachte Oeffnung entleert werden kann. Wenn die Wäsche dieser Operation 10 bis 15 Minuten lang unterworfen worden ist, so hat sie fast alles Wasser verloren, welches sie enthielt, und es reicht hin, sie nur noch ganz kurze Zeit an der Luft aufzuhängen, um sie vollständig trocken zu bekommen.

Die Bewegung wird von einer horizontalen Axe C auf die vertikale Axe B mittelst eines Paars konischer Räder übertragen, welche unterhalb der Trommel angebracht sind. Die Axe C selbst erhält ihre Bewegung von einer andern Axe, welche ihr parallel ist und durch einen Riemen ohne Ende in Drehung versetzt wird (§. 63). Hier handelt es sich aber darum, der Axe B und somit auch der Axe C eine sehr rasche Bewegung zu geben, und es würde erhebliche Schwierigkeiten haben, eine solche plötzlich hervorzubringen. Man hat desshalb dafür gesorgt, die Axe, auf welche der Treibriemen wirkt, mit der Axe C so zu verbinden, dass die letztere erst nach und nach in immer grössere Geschwindigkeit versetzt werden kann, bis sie endlich die Geschwindigkeit erreicht, welche die Operation verlangt. Zu dem Ende kann der Treibriemen nach und nach auf verschiedene Rollen D, D′, D″ wirken. Die Rolle D ist auf der Axe befestigt, welche das Zahnrad E trägt; die Rolle D′ steckt auf einem hohlen Cylinder, welcher sich frei um jene Axe drehen kann und zugleich das Zahnrad E′ trägt, und die Rolle D″ endlich ist auf einem zweiten hohlen Cylinder befestigt, welcher sich um den vorhergehenden drehen kann und das Rad E″ trägt. Die Fig. 196 zeigt diese Anordnung im Durchschnitt. Wenn der Treibriemen auf der Rolle D liegt, so dreht diese Rolle das Rad E, welches in das auf der Axe C befestigte Rad F eingreift; zu gleicher Zeit setzen die Räder F′ und F″ die Räder E′ und E″ in Bewegung, und diese wieder die Rollen D′ und D″, aber die Uebertragung der Bewegung auf die Axe C geschieht durch die Räder E, F allein, und es ist ganz ebenso, als wenn die Räder E′, E″, F′, F″ und die Rollen D′ und D″ nicht vorhanden wären. Wenn man in der Folge den Riemen von der Rolle D auf die Rolle D′ herüberschiebt, so dreht diese das Rad E′ und dieses setzt wieder mittelst des Rades F′, in welches es eingreift, die Axe C in Bewegung, und die Uebertragung der Bewegung geschieht ganz so, als ob die Rolle D′ und die Räder E′, F′ allein vorhanden wären. Wenn endlich der Riemen auf der Rolle D″ liegt, so wird die Bewegung mittelst der Räder E″, F″ auf die Axe C übertragen. Nun sieht man aus dem Verhältniss der Halbmesser der Räderpaare E, F; E′, F′ und E″

F'', dass die Axe C nach und nach in immer raschere Drehung versetzt wird, wenn man zuerst den Treibriemen über die Rolle D dann über die Rolle D' und endlich über die Rolle D'' leitet.

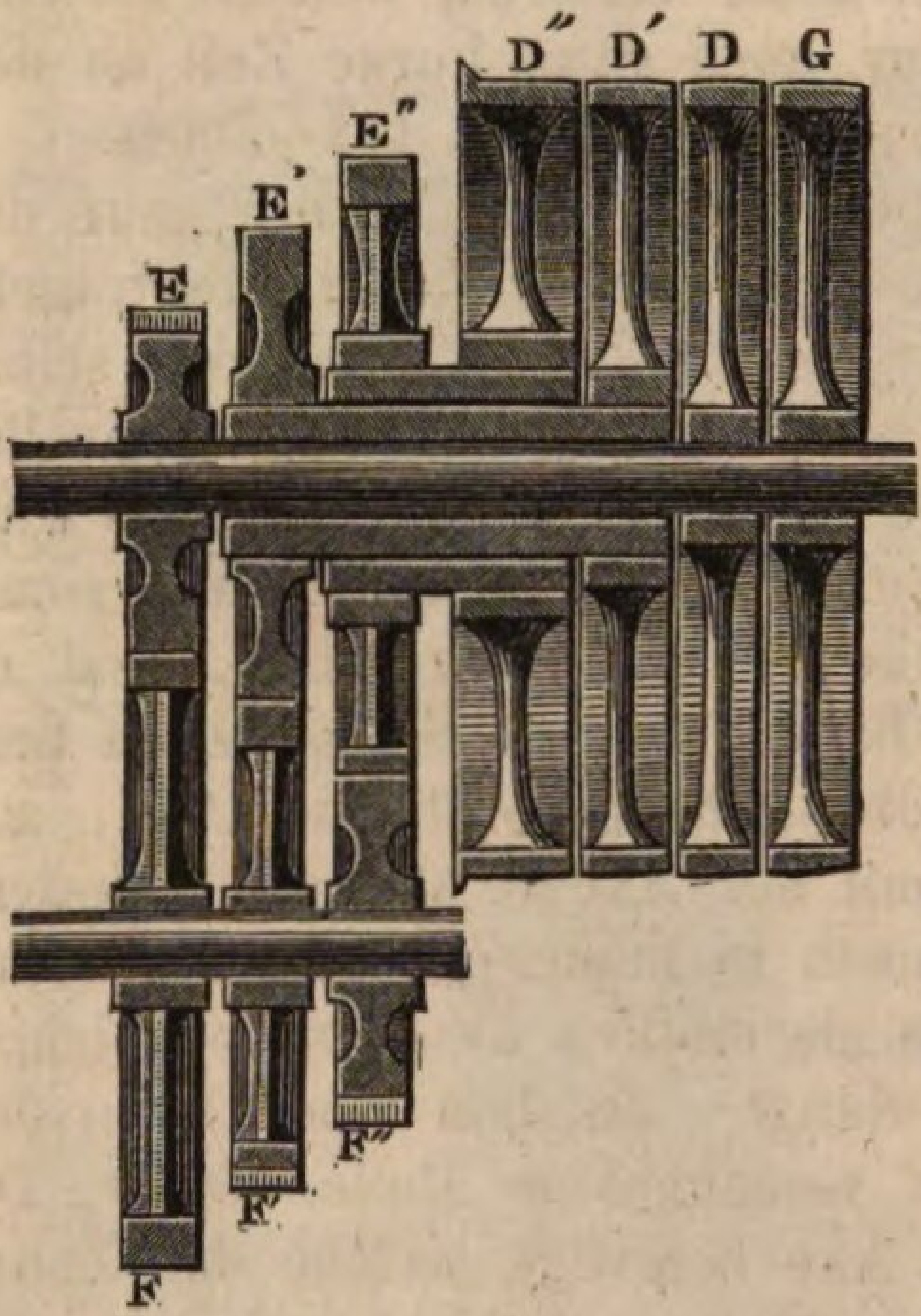


Fig. 196.

An der Seite der Rolle D befindet sich eine lose Rolle G, auf welche man den Riemen hinüberschiebt, wenn die Axe C nicht bewegt werden soll. Eine Gabel H (Fig. 195), welche den Riemen umfasst, dient dazu, ihn auf der einen oder andern Rolle festzuhalten. Wenn man den Riemen von einer Rolle auf die andere übertragen will, so darf man nur die Gabel herüber- oder hinüberbewegen, was mittelst einer Schraube geschehen kann, welche sich in einer Kurbel K endigt. Die Gabel ist nämlich mit einer Schraubenmutter versehen, welche sich nach rechts oder links verschiebt, je nachdem man die Kurbel in dem einen oder entgegengesetzten Sinn dreht, und um die Gabel zu verhindern, an dieser Drehung Theil zu nehmen, wird sie in ihrer fortschreitenden Bewegung durch einen Einschnitt geleitet, durch welchen sie hindurch geht, und längs dessen sie fortgleiten muss.

§. 131. **Drehung eines Körpers um eine feste Axe; Trägheitsmoment.** — Indem wir in dem Vorhergehenden von der Bewegung der Körper sprachen, setzten wir entweder voraus, dass dieselben so klein waren, dass man sich ihre Masse in einem Punkt vereinigt denken konnte, wie z. B. bei der Betrachtung der Centralbewegung, des Pendels u. s. w., oder wir nahmen an, dass die verschiedenen Theile des Körpers vollkommen gleiche Bewegungen machten, d. h. dass alle seine Moleküle solche Bahnen beschrieben, dass sie in jedem Augenblick parallele Richtungen und gleiche Geschwindigkeiten besassen. In diesem letzteren Fall nennt man die Bewegung des Körpers eine fortschreitende, und wir hatten Beispiele davon bei dem freien Fall der Körper, bei der Bewegung auf der schiefen Ebene, vorausgesetzt, dass kein Rollen dabei stattfindet, bei der Wurfbewegung u. s. w. Wenn aber keine der Voraussetzungen, welche soeben angegeben wurden,

mehr zutrifft, wenn der Körper eine gewisse Grösse hat, und seine verschiedenen Moleküle verschiedene Bewegungen besitzen, so kann man nicht mehr, wie es bisher geschehen ist, von einer Bewegung des Körpers im Allgemeinen sprechen, sondern man muss die Bewegungen der verschiedenen Moleküle einzeln berücksichtigen. Diess tritt allemal da ein, wo der Körper neben einer fortschreitenden zugleich eine drehende, oder wenn er gar nur eine drehende Bewegung allein besitzt. Der letztere Fall kommt vor, wenn sich ein Körper um eine feste Axe dreht; er ist wegen seines häufigen Vorkommens in den Anwendungen besonders wichtig, und wir wollen uns desshalb etwas mit ihm beschäftigen, wenigstens insoweit, als es für die Praxis unumgänglich nothwendig ist.

Offenbar findet dieser Fall seine einfachste Erledigung dann, wenn es uns gelingt, die ganze Masse des Körpers, welcher sich um eine feste Axe dreht, durch eine andere zu ersetzen, die man sich in irgend einem Punkt concentrirt denken kann, ohne dass dadurch die Bewegung des Körpers, den wir uns dann natürlich im Uebrigen als massenlos denken müssen, eine Aenderung erleidet. Denn als jenen Concentrationspunkt der Masse können wir uns dann immer den Angriffspunkt der auf den Körper wirkenden Kraft denken, oder wir können auch diese Kraft mit Hülfe des Hebelgesetzes so verlegen, dass sie ihren Angriffspunkt in jenem Punkte hat, und auf diese Weise die Bedingung herbeiführen, unter der wir bisher die Bewegung der Körper betrachtet haben. Die Aufgabe, um die es sich hier handelt, reducirt sich aber, wie man leicht sieht, auf folgende viel einfachere:

An einer gewichtlosen Stange (Fig. 197), die sich um eine Axe, welche durch den Punkt C hindurchgeht, drehen kann, befinde sich ein Massenmolekül A. Die ganze Verbindung werde durch eine gewisse Kraft in Rotation versetzt, und erhalte dabei eine bestimmte Beschleunigung. Es fragt sich, durch welche Masse, in dem Punkt B vereinigt, das Massenmolekül A ersetzt werden könne, damit die Stange unter dem Einfluss der nämlichen Kraft, die nämliche Bewegung erhält? Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, dass der Punkt A doppelt so weit von der Drehungsaxe entfernt sei, als der Punkt B. Man kann sich offenbar in dem Punkt A eine Kraft wirkend denken, welche, senkrecht auf auf AC gerichtet, der bewegenden Kraft das Gleichgewicht hält. Diese Kraft, in gleicher Grösse aber entgegengesetzt genommen, ist dann offenbar im Stande, die ursprünglich gegebene bewegende



Fig. 197.

Kraft zu ersetzen, und hat die Eigenschaft, dass sie das Massenmolekül A im nächsten Augenblick in ihrer eigenen Richtung zu bewegen sucht. Denken wir uns nun das Molekül in A durch eine Masse in dem Punkt B ersetzt, so wird diese Masse, da die Bewegung der ganzen Verbindung die nämliche bleiben soll, in jedem Augenblick nur die Hälfte der Geschwindigkeit des Punktes A haben, und es wird daher dieser Masse von der bewegenden Kraft nur eine halb so grosse Beschleunigung als dem Molekül in dem Punkt A ertheilt werden dürfen. Wenn wir uns ferner, ebenso wie vorhin, die bewegende Kraft durch eine andere ersetzt denken, die in B angreift und senkrecht auf BC wirkt, sodass sie die Masse in B im nächsten Augenblick in ihrer eigenen Richtung zu bewegen sucht, so sieht man leicht, dass diese Kraft doppelt so gross, als die vorhin in A sein muss. Die doppelt so grosse Kraft in B darf also nur die halbe Beschleunigung hervorbringen, woraus folgt, dass die nach B versetzte Masse viermal so gross als die des Moleküls A sein muss. Hätten wir in gleicher Weise die Entfernung der Masse B von der Drehungsaxe drei oder viermal so klein, als die des Moleküls A genommen, so würden wir diese Masse offenbar 9- oder 16mal so gross als die dieses letzteren Moleküls gefunden haben. Allgemein ergibt sich also: Massen, welche, in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsaxe gelegen, sich gegenseitig sollen ersetzen können, ohne dass die Rotationsbewegung geändert wird, müssen sich umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe verhalten, oder was dasselbe ist, die Produkte aus diesen Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe müssen einander gleich sein.

Man nennt das Produkt aus der Masse eines Moleküls in das Quadrat seiner Entfernung von der Drehungsaxe das Trägheitsmoment dieses Moleküls. Der obige Satz kann daher auch folgendermassen ausgesprochen werden: Man kann ein Massenmolekül, das sich in bestimmter Entfernung von der Drehungsaxe befindet, durch ein anderes in beliebiger Entfernung von derselben versetzen, ohne dass die Bewegung der ganzen Verbindung, von der jenes Molekül einen Theil ausmacht, geändert wird, wenn das Trägheitsmoment des zweiten Moleküls in Bezug auf die Drehungsaxe gleich dem des ersten ist.

Es war in dem Vorhergehenden offenbar gleichgültig, ob der Punkt B in der geraden Linie AC oder irgend wo anders in der-

selben Entfernung von der Drehungsaxe gelegen ist, wenn er nur mit der Stange AC stets in fester Verbindung bleibt. Diess berücksichtigt ist es nun leicht, sogleich auf unsere allgemeine Aufgabe überzugehen, wo es sich darum handelt, die Masse eines ganzen Körpers, der sich um eine feste Axe dreht, durch eine andere, in einem gegebenen Punkt concentrirt gedachte, zu ersetzen, ohne dass dadurch die Bewegung des Körpers eine Aenderung erleidet. Zur Lösung dieser Aufgabe darf man offenbar nur jedes Massenmolekül des Körpers auf dieselbe Art wie vorhin in den gegebenen Punkt verlegen, also so, dass sein Trägheitsmoment gleichgross bleibt. Auf diese Weise erhält man offenbar in dem gegebenen Punkt eine Masse, deren Trägheitsmoment gleich der Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Moleküle des Körpers ist. Nun nennt man die Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Moleküle eines Körpers in Bezug auf eine feste Axe das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf jene feste Axe und kann daher folgenden Satz aussprechen: Man kann sich die Masse eines um eine feste Axe drehenden Körpers, ohne dass seine Bewegung eine Aenderung erleidet, durch eine andere ersetzt denken, die in einem gegebenen Punkt concentrirt ist, wenn das Trägheitsmoment dieser letzteren in Bezug auf jene Axe, gleich dem Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf dieselbe Axe ist.

Das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine gewisse Axe, welches nach dem Vorhergehenden gleich der Summe der Trägheitsmomente seiner einzelnen Moleküle in Bezug auf dieselbe Axe ist, also gleich der Summe der Produkte, welche man erhält, wenn man die Masse jedes Moleküls mit dem Quadrat seiner Entfernung von der Drehungsaxe multiplicirt, ist offenbar blos von der Gestalt des Körpers und von der Vertheilung seiner Masse abhängig; es kann daher für jeden Körper, der eine bestimmte Drehungsaxe hat, gleich von vorneherein bestimmt werden. Wir können zwar diese Bestimmung hier nicht durchführen, da sie in Folge der unzähligen Menge der Moleküle, aus denen jeder Körper besteht, mehr Kenntnisse in der Mathematik verlangt, als hier vorausgesetzt werden sollen; aber aus dem Vorhergehenden wird doch so viel klar, dass das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine feste Axe nicht blos von seiner Masse überhaupt, sondern auch von der Anordnung derselben um die Drehungsaxe abhängt. Je weiter diese Masse, oder wenigstens ein Theil derselben, von der Drehungsaxe entfernt ist, desto grösser ist das Trägheitsmoment des Körpers.

§. 132. Wir haben oben (§. 105) angegeben, dass die Grösse der Kraft, welche einem bestimmten Körper eine gewisse Beschleunigung ertheilt, erhalten werde, wenn man die Masse des Körpers mit der Beschleunigung multiplicirt. Diess gilt aber natürlich nur dann, wenn der Körper eine rein fortschreitende Bewegung hat, oder wenn er so klein ist, dass man sich seine Masse ohne weiteres in einem Punkt concentrirt denken darf. — Es ist jetzt die Frage, welche Kraft nothwendig ist, um einem Körper, der sich um eine feste Axe drehen kann, eine bestimmte Beschleunigung seiner Rotation um diese Axe zu ertheilen. Die Antwort darauf erhalten wir aus der vorhergehenden Betrachtung über das Trägheitsmoment. Durch eine leichte Ueberlegung ergibt sich nämlich, dass das Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine feste Axe auch für die Masse angesehen werden kann, die, in einem Punkt concentrirt gedacht, der sich in der Einheit der Entfernung von der Drehungsaxe befindet, für die Masse des rotirenden Körpers gesetzt werden kann. Erinnert man sich nun, dass unter der Winkelgeschwindigkeit eines rotirenden Körpers die Geschwindigkeit desjenigen Punktes desselben verstanden werden muss, der sich in der Einheit der Entfernung von der Drehungsaxe befindet, so ist folgendes klar: Die Grösse der Kraft, welche einem rotirenden Körper eine bestimmte Beschleunigung seiner Winkelgeschwindigkeit ertheilt, wird erhalten, wenn man das Trägheitsmoment des Körpers mit jener Beschleunigung multiplicirt. Diese Kraft muss in der Einheit der Entfernung von der Drehungsaxe angebracht gedacht werden, man kann sie jedoch natürlich mittelst des Hebelgesetzes in jede beliebige Entfernung von derselben versetzen.

In gleicher Weise ergibt sich nun, dass man unter der Bewegungsgrösse eines Körpers, der sich um eine feste Axe dreht, das Produkt aus dem Trägheitsmoment desselben in Bezug auf jene Axe in seine Winkelgeschwindigkeit zu verstehen hat, und ebenso ist offenbar die lebendige Potenz eines solchen Körpers gleich dem halben Produkt aus seinem Trägheitsmoment in das Quadrat seiner Winkelgeschwindigkeit.

Wenn man sich daher nur immer die Kraft, welche einen Körper, der um eine feste Axe drehbar ist, in Bewegung versetzt, in der Einheit der Entfernung von der Drehungsaxe angebracht oder dahin versetzt denkt, so lassen sich alle Resultate, die wir in den §§. 105 bis 108 erhalten haben, unmittelbar auch auf rotirende Körper übertragen.

§. 133. **Fortpflanzung der Bewegung in den Körpern.** — Wenn eine Kraft an irgend einem Theil eines Körpers angebracht ist, so überträgt sich die Bewegung, welche sie hervorbringt, gewöhnlich auf alle übrigen Theile des Körpers; aber diese Uebertragung geht nicht augenblicklich vor sich. Wenn der Körper vollkommen starr und in seiner Form absolut unveränderlich wäre, dann würde sich allerdings in dem Moment, wo der, der Wirkung der Kraft unmittelbar unterworfene Theil seine Bewegung beginnt, der ganze übrige Körper in Bewegung setzen. Aber man muss sich erinnern, dass jeder Körper aus einer Anzahl von Molekülen besteht, welche nebeneinander liegen, ohne sich zu berühren. Wenn eine Kraft direkt auf ein oder einige von diesen Molekülen wirkt, so setzt sie dieselben unmittelbar in Bewegung; dadurch entfernen sie sich von den benachbarten Molekülen, oder nähern sich nach Umständen auch denselben und veranlassen so eine Störung des Gleichgewichts und eine Entwicklung von Molekularkräften, welche die nächsten Moleküle in Bewegung setzen. Diese ihrerseits veranlassen auf dieselbe Art die Bewegung der folgenden Moleküle, und so pflanzt sich die Bewegung nach und nach auf alle Moleküle des Körpers fort.

Gewöhnlich geschieht diese Uebertragung der Bewegung in den festen Körpern ausserordentlich rasch, sodass man den ganzen Vorgang ebenso beobachtet, als wenn die Moleküle auf unveränderliche Weise mit einander verbunden wären. In gewissen Fällen dagegen ist die Uebertragung der Bewegung auf die verschiedenen Theile eines Körpers sehr leicht zu bemerken.

Denken wir uns, dass eine Feder, wie wir sie in den §§. 17 und 18 beschrieben haben, mit einem Körper in fester Verbindung sei, dass sie, so zu sagen, einen integrirenden Theil desselben bildet. Wenn man diesen Körper in Bewegung setzt, indem man die bewegende Kraft an der Feder anbringt, so wird man sehen, wie sich der Theil der Feder, welcher der Wirkung der Kraft unmittelbar ausgesetzt ist, alsbald in Bewegung setzt; dadurch wird die Gestalt der Feder mehr und mehr verändert, und erst wenn dieselbe, freilich meist nach sehr kurzer Zeit, einen gewissen Grad der Gestaltsveränderung erreicht hat, wird der übrige Körper mit fortgerissen.

Etwas ganz Aehnliches findet statt, wenn ein Eisenbahnzug, welcher in Ruhe ist, anfängt sich in Bewegung zu setzen. Die einzelnen Wägen desselben sind untereinander durch Ketten verbunden, welche jedoch nicht unmittelbar, sondern erst durch Vermittlung von Federn an den Wägen befestigt sind. Zwei so verbundene Wägen sind für gewöhnlich, im Zustande der Ruhe, in Berührung

mit einander; wenn aber eine hinreichend grosse Kraft angewendet wird, die sie zu entfernen sucht, so spannen sich die Federn, und die Berührung wird aufgehoben. Sobald die Lokomotive, welche sich an der Spitze des Zuges befindet, ihre Zugkraft auf den ersten Wagen ausübt, so setzt sich derselbe in Bewegung; dadurch spannen sich die Federn, durch welche er mit dem zweiten Wagen in Verbindung steht, und nach Verfluss einer gewissen kleinen Zeit beginnt der zweite Wagen sich zu bewegen; die Federn welche sich zwischen dem zweiten und dritten Wagen befinden, spannen sich nun ihrerseits, bis der dritte Wagen mit fortgezogen wird, und so theilt sich die Bewegung nach und nach dem ganzen Zug mit. Während der Bewegung desselben nehmen die Federn, wenn wir von den Hindernissen der Bewegung, wie bisher immer, absehen, ihre ursprüngliche Gestalt wieder an, und die Wägen kommen wieder in Berührung mit einander; der Zug befindet sich dann in derselben Anordnung, wie vor seinem Abgang und kann als ein Ganzes, als ein einziger fester Körper in Bewegung betrachtet werden.

Das eben betrachtete Beispiel soll uns den Vorgang veranschaulichen, der zwischen den verschiedenen Molekülen eines festen Körpers, der in Bewegung gesetzt wird, stattfindet, und kann sozusagen als ausserordentlich vergrössertes Bild desselben dienen. Die verschiedenen Wägen des Zugs spielen die Rolle der Moleküle des Körpers, welche sich nach und nach in Bewegung setzen, und die Spannungen der Federn vertreten die Stelle der innern Kräfte, welche sich zwischen diesen Molekülen entwickeln, und durch welche die Bewegung fortgepflanzt wird.

Hiebei ist nicht zu übersehen, dass eine Veränderung der gegenseitigen Lage der Moleküle, wie sie im Vorhergehenden beschrieben wurde, immer eine gewisse Arbeitsleistung der äusseren Kräfte in Anspruch nimmt. Wenn daher einem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit ertheilt, und dabei die gegenseitige Lage seiner Moleküle, d. h. im Allgemeinen, seine Gestalt verändert worden ist, so wurde die dabei aufgebotene Arbeit der äussern Kräfte 1) zur Ueberwindung der etwa stattfindenden Widerstände, 2) zur Erzeugung der Geschwindigkeit, also der lebendigen Potenz des Körpers und 3) zur Veränderung der Gestalt desselben verwendet. Wenn der Körper elastisch, und seine Elasticitätsgrenze nicht überschritten worden ist, so leistet er natürlich, wenn ihm gestattet wird, seine vorige Gestalt wieder anzunehmen, dieselbe Arbeit wieder, die vorher auf seine Gestaltsveränderung verwendet wurde. Um eine Feder auf einen gewissen Grad zusammenzudrücken, ist eine bestimmte Arbeit erforderlich; wenn aber die Feder den Druck

überwindet und ihre ursprüngliche Gestalt wieder herstellt, so leistet sie dieselbe Arbeit wieder, die vorhin zu ihrer Zusammendrückung verwendet wurde.

§. 134. **Vom Stoss zweier Körper.** — Wenn ein Körper in Bewegung einem andern, der sich entweder in Ruhe befindet, oder eine andere Bewegung als er besitzt, begegnet, so entsteht ein Stoss. Die Bewegung der beiden Körper wird plötzlich abgeändert und die Art und Weise, wie diess geschieht, soll hier näher untersucht werden.

Wir nehmen der Einfachheit halber zunächst an, dass es sich um zwei kugelförmig gestaltete Körper A und B (Fig. 198) handele, deren Mittelpunkte sich beide auf der nämlichen Geraden und nach der nämlichen durch den Pfeil angezeigten Richtung bewegen. Dann ist es natürlich nothwendig, dass die Geschwindigkeit des hinteren Körpers A grösser als die des vorderen B ist, denn nur dann nähert sich der erstere mehr und mehr dem letzteren, bis zuletzt der Stoss stattfindet.

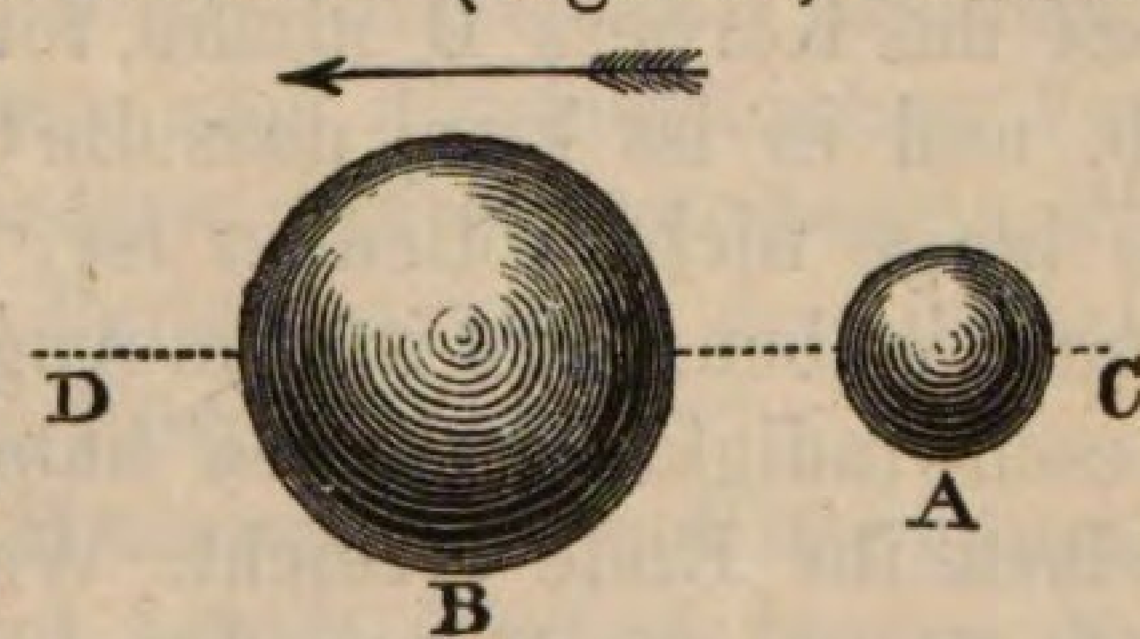


Fig. 198.

In dem Augenblick, wo der Körper A auf den Körper B trifft, sucht er die ersten Moleküle dieses Körpers schneller zu bewegen, und diese Beschleunigung der Bewegung überträgt sich durch Vermittlung derselben auf die ganze Masse des Körpers. Aber wir haben gesehen, dass diese Uebertragung der Bewegung nicht augenblicklich zu Stande kommt; es erfolgt also eine Gestaltsveränderung des Körpers B. Die zuerst getroffenen Moleküle folgen dem Anstoss, welchen sie erhalten haben; sie nehmen eine grössere Geschwindigkeit an, als der übrige Körper und nähern sich folglich seinem Mittelpunkt. Durch die sich entwickelnden Molekularkräfte werden die nächst benachbarten Moleküle auch ihrerseits eine raschere Bewegung annehmen, um sich ebenfalls dem Mittelpunkt des Körpers B zu nähern u. s. f. Am Ende eines gewissen Zeitintervalls, welches freilich immer ausserordentlich klein sein wird, findet sich daher der Körper B an der Stelle, wo der Körper A auf ihn getroffen ist, etwas abgeplattet.

Etwas ganz Aehnliches findet bei dem Körper A statt. Die vordersten Moleküle desselben müssen sich, indem sie auf den Körper B treffen, plötzlich langsamer bewegen; die Verzögerung überträgt sich auf die nächstfolgenden Moleküle u. s. w., sodass sich auch der Körper A an der Stelle, wo die Berührung stattfindet,

etwas abplatten muss. Die Fig. 199 zeigt die gleichzeitige Abplattung der beiden Körper, freilich, um sie besser sichtbar zu machen, sehr übertrieben gezeichnet.

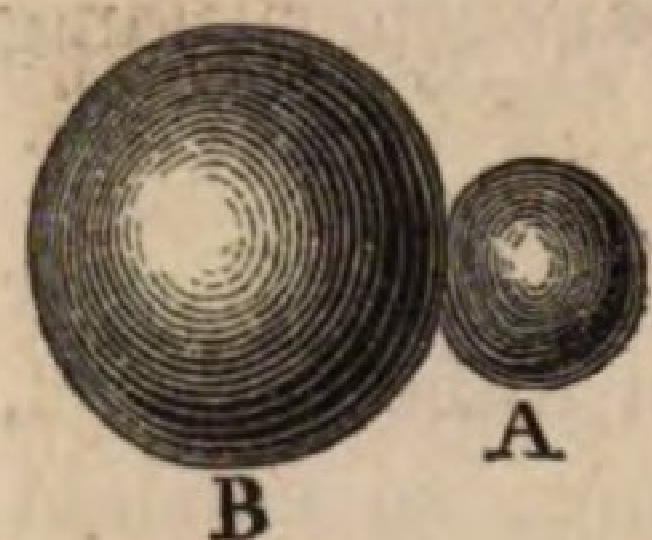


Fig. 199.

Von dem Augenblick an also, wo die beiden Körper anfangen, sich zu berühren, ändert sich ihre Gestalt mehr und mehr. Zu gleicher Zeit pflanzt sich die Beschleunigung der Bewegung, welche den zuerst getroffenen Molekülen von B gegeben wurde, nach und nach auf die ganze Masse dieses Körpers fort, wie sich auch die Verzögerung der vordersten Moleküle des Körpers A allmälig der ganzen Masse dieses Körpers mittheilt: die Geschwindigkeit des Körpers B nimmt fortwährend zu, die von A fortwährend ab, und es ist klar, dass die Gestaltsveränderung der beiden Körper so lange nicht vollendet ist, als sie noch ungleiche Geschwindigkeiten haben. Erst in dem Augenblick, wo die beiden Körper gleiche Geschwindigkeit erhalten haben, hat die Gestaltsveränderung derselben ihr Ende erreicht. Was nun von da ab geschieht, ist wesentlich durch die Natur der beiden aufeinander stossenden Körper bedingt.

Wenn die beiden Körper A und B gänzlich unelastisch sind, so suchen sie auf keine Weise ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen. Der Stoss ist beendigt, sobald sie gleiche Geschwindigkeit erreicht haben, und von diesem Augenblick an bewegen sie sich zusammen fort, ohne sich wieder zu trennen. Diess findet z. B. statt, wenn zwei Kugeln von Blei aufeinander stossen.

Wenn dagegen die beiden Körper elastisch sind, wie diess z. B. bei Elfenbeinkugeln der Fall ist, und wenn die Gestaltsveränderung, welche sie erfahren haben, ihre Elasticitätsgrenze noch nicht überschritten hat, dann ist der Stoss in dem Augenblick, wo ihre Geschwindigkeiten gleich geworden sind, nicht beendigt. Die beiden Körper suchen die Gestalt, welche sie vor dem Stosse hatten, wieder anzunehmen; diejenigen ihrer Moleküle, welche vorhin gegen den Mittelpunkt des Körpers, dem sie angehören, getrieben wurden, suchen sich wieder davon zu entfernen und die Lage wieder anzunehmen, welche sie ursprünglich inne hatten; die beiden Körper stossen sich gegenseitig ab. Dadurch wird die Geschwindigkeit des Körpers A noch mehr vermindert, die des Körpers B noch mehr vergrössert, und in Folge dessen trennen sie sich bald wieder, um sich mehr und mehr von einander zu entfernen. Dieser Vorgang findet gerade so statt, als wenn im Moment des Stosses eine Spiralfeder zwischen den beiden Körpern angebracht wäre (Fig. 200).

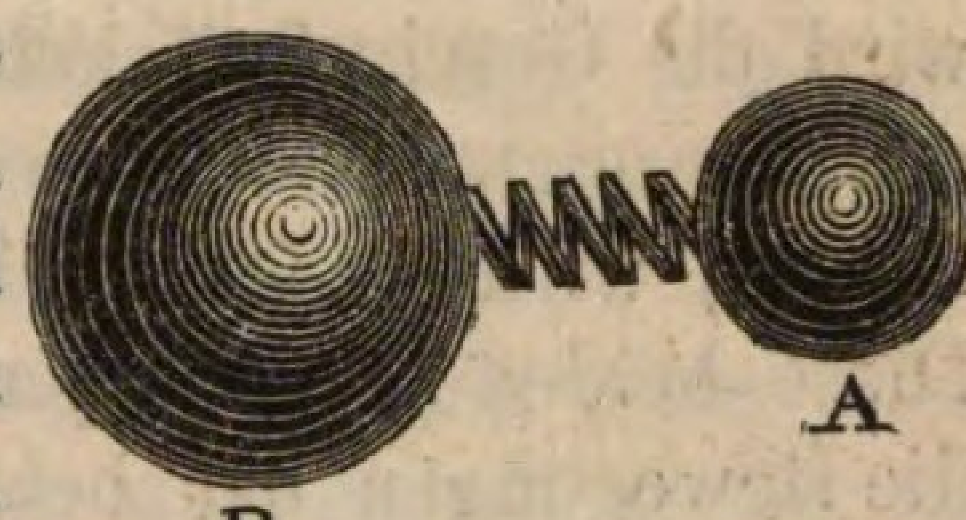


Fig. 200.

Diese Feder wird anfangs durch den Ueberschuss der Geschwindigkeit des Körpers A über die von B zusammengedrückt, und zwar so lange, bis die Geschwindigkeiten dieser beiden Körper gleich geworden sind. Hierauf aber dehnt sie sich wieder aus und entfernt die beiden Körper wieder von einander, indem sie die Geschwindigkeit des Körpers B noch mehr vergrössert und die des Körpers A noch mehr vermindert.

Wenn zwei unvollkommen elastische Körper auf einander stossen, so findet eben der zweite Vorgang, den wir oben beschrieben haben, nur theilweise statt; die Körper stellen ihre ursprüngliche Gestalt nur theilweise wieder her, und die fortgesetzte Vermehrung der Geschwindigkeit des vordern und Verminderung der Geschwindigkeit des hintern Körpers findet nicht in dem Maasse statt, wie bei vollkommen elastischen Körpern.

Die Geschwindigkeit des Körpers B nimmt während der ganzen Dauer des Stosses fortwährend zu und behält folglich immer dieselbe Richtung; bei dem Körper A dagegen ist diess nicht immer der Fall. Nach dem ersten Theil des Stosses zwar, in dem Augenblick wo die beiden Körper dieselbe Geschwindigkeit besitzen, ist diese Geschwindigkeit stets nach derselben Seite hin gerichtet, wie die Anfangsgeschwindigkeit der beiden Körper; die Geschwindigkeit des Körpers A hat sich vermindert, ohne ihre Richtung zu ändern. Aber während des zweiten Theils des Stosses kann die Geschwindigkeit dieses Körpers, indem sie fortfährt abzunehmen, Null werden, bevor der Stoss vollständig beendigt ist, und indem ihn dann der Körper B in Folge der Reaktion der Moleküle, die ihre ursprüngliche Lage wieder einzunehmen suchen, noch fortwährend abstösst, wird er eine Bewegung im entgegengesetzten Sinne erhalten.

Es ist klar, dass in dem Fall, wo sich die beiden Körper vor ihrer Begegnung in entgegengesetzter Richtung bewegen, ganz ähnliche Umstände wie diejenigen, welche wir soeben näher bezeichnet haben, eintreten. Auch der Fall, wo nur einer der beiden Körper vor dem Stoss in Bewegung ist, unterscheidet sich nicht wesentlich von den vorigen.

§. 135. Die Aenderungen welche der Stoss in den Geschwindigkeiten der beiden Körper, welche auf einander treffen, hervorbringt, können durch eine sehr einfache Betrachtung ermittelt werden. In dem Augenblick, wo die beiden Körper auf einander stossen, üben sie gegenseitig einen Druck auf einander aus. Durch den Druck, welcher von den hintern auf den vordern Körper ausgeübt wird,

wird die Geschwindigkeit des letzteren vermehrt; durch den entgegengesetzten Druck, welchen der vordere auf den hintern Körper ausübt, wird die Geschwindigkeit dieses hintern Körpers vermindert. Diese beiden Drückungen, die als Kräfte zu betrachten sind, welche die Bewegungen der beiden Körper abändern, sind aber nach dem Prinzip der gleichen Wirkung und Gegenwirkung einander genau gleich; sie wirken überdiess, wie man leicht sieht, genau die nämliche Zeit hindurch auf die betreffenden Körper ein; die Geschwindigkeitsänderungen, welche sie an diesen Körpern hervorbringen, müssen daher nach §. 106 der Masse dieser Körper umgekehrt proportional sein. Wenn die Masse des Körpers B z. B. viermal so gross als die des Körpers A ist, so nimmt seine Geschwindigkeit in einer bestimmten Zeit um einen Decimeter zu, wenn die des Körpers A in derselben Zeit um vier Decimeter abnimmt. Die beiden Körper werden also nach Beendigung des ersten Theils des Stosses eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit von solcher Grösse besitzen, dass die Geschwindigkeitsänderungen, welche sie zu diesem Behufe erfahren mussten, ihren Massen umgekehrt proportional sind. Man wird daher den Unterschied ihrer anfänglichen Geschwindigkeiten im umgekehrten Verhältniss ihrer Massen theilen. Wenn man dann den entsprechenden dieser Theile der Geschwindigkeit des Körpers B, dessen Bewegung beschleunigt wird, zulegt, und den andern von der Geschwindigkeit des Körpers A, dessen Bewegung verzögert wird, abzieht, so muss man beidesmal dieselbe Zahl, die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der Körper nach dem ersten Theil des Stosses, erhalten. Mit dieser Geschwindigkeit bewegen sich die beiden Körper fort, wenn sie unvollkommen elastisch sind. In dem Falle aber, wo sie vollkommen elastisch sind, und die Elasticitätsgrenze noch nicht überschritten worden ist, finden während des zweiten Theils des Stosses dieselben Geschwindigkeitsänderungen in dem nämlichen Sinne nochmals statt, und daraus kann die Geschwindigkeit jedes der beiden Körper nach vollständig beendigtem Stosse leicht gefunden werden. Im Falle die Körper nur unvollkommen elastisch sind, sind die zweiten Geschwindigkeitsänderungen den ersten nicht mehr vollständig gleich, sie sind um so kleiner, je weniger elastisch die beiden Körper sind.

Nehmen wir an, dass die Masse des Körpers B viermal so gross als die des Körpers A sei, und dass die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers A 15^{m}, diejenige des Körpers B dagegen nur 10^{m} in der Secunde betrage. Dann ist nach dem Obigen klar, dass durch die Wirkung des Stosses die Geschwindigkeit des A auf 11^{m} in der Secunde vermindert, die des B dagegen auf eben diese Grösse er-

höht wird. In diesem Augenblick ist der Stoss beendigt, wenn die Körper unelastisch sind; sie bewegen sich mit ihrer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit von 11^m mit einander fort. Wenn aber die Körper elastisch sind, und die Elasticitätsgrenze noch nicht überschritten worden ist, so nehmen sie genau die Gestalt wieder an, welche sie vorher hatten und entwickeln dadurch genau dieselben abstossenden Kräfte wieder zwischen sich, wie diejenigen, welche sich während des ersten Theils des Stosses geltend gemacht haben. Die Geschwindigkeit des Körpers B vermehrt sich also nochmals um 1^m und wird 12^m in der Secunde, während diejenige des Körpers B eine neue Verminderung von 4^m erfährt und dadurch auf 7^m in der Secunde reducirt wird.

Nehmen wir nun an, dass, während die beiden Körper A und B dieselben Massen, wie vorhin haben, die Anfangsgeschwindigkeit von A 7^m, diejenige von B 2^m in der Secunde betrage. Dann ist wieder klar, dass die beiden Körper, nachdem sie ihre grösste Gestaltsveränderung erreicht haben, die gemeinschaftliche Geschwindigkeit von 3^m in der Secunde besitzen; die Geschwindigkeit von B musste um 1^m zu-, die von A um 4^m in der Secunde abnehmen. Wenn die beiden Körper elastisch sind, und die Elasticitätsgrenze noch nicht überschritten worden ist, wird die Geschwindigkeit von B während des zweiten Theils des Stosses nochmals um 1^m zunehmen und also 4^m in der Secunde werden; aber die Geschwindigkeit von A, welche sich schon um 4^m vermindert hat, und also auf 3^m reducirt worden ist, kann nicht nochmals um 4^m abnehmen: sie wird zunächst vollständig zerstört werden, und darauf wird der Körper eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung mit einer Geschwindigkeit von 1^m in der Secunde annehmen.

Wenn sich die beiden Körper A und B, deren Massen immer noch dasselbe Verhältniss wie vorhin zu einander haben sollen, gegeneinander bewegen, A mit der Geschwindigkeit von 7^m in der Secunde von rechts nach links, B mit der Geschwindigkeit von 3^m in der Secunde von links nach rechts, so ist klar dass im ersten Theil des Stosses ihre beiden Geschwindigkeiten in der Richtung, welche sie haben, vermindert werden müssen, ja dass die des einen sogar allemal umgekehrt werden muss. Die Verminderungen dieser Geschwindigkeiten erhält man aber in diesem Fall offenbar, wenn man die Summe der beiden Geschwindigkeiten im umgekehrten Verhältniss der Massen theilt; es muss also die Geschwindigkeit des Körpers B um 2^m, die des A um 8^m abnehmen, sodass ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem ersten Theil des Stosses 1^m in der Secunde von links nach rechts beträgt. Wenn die Körper

vollkommen elastisch sind, findet dieselbe Veränderung der Bewegungen nochmals statt. Nach gänzlicher Beendigung des Stosses wird also der Körper B eine Geschwindigkeit von 1^m in der Secunde von rechts nach links, der Körper A eine Geschwindigkeit von 9^m in der Secunde von links nach rechts besitzen.

Aehnlich, wie in diesen drei Beispielen gezeigt wurde, können die Geschwindigkeitsänderungen durch den Stoss auch in andern Fällen gefunden werden.

§. 136. Das bisher Gesagte kann mittelst Elfenbeinkugeln, die einen sehr grossen Grad von Elasticität besitzen, experimentell nachgewiesen werden. Denken wir uns zunächst zwei gleichgrosse Kugeln neben einander aufgehängt (Fig. 201) und die eine von ihnen A aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt, wie es Fig. 202 zeigt, so wird diese letztere, wenn sie losgelassen wird, zurückfallen und auf die andere stossen. In dem Augenblick, wo der Stoss beginnt, ist die Geschwindigkeit der Kugel B Null, da ferner die Massen der beiden Kugeln gleich gross sind, so muss die eine während des Stosses dasselbe an Geschwindigkeit gewinnen, was die andere verliert. Daraus folgt, dass in dem Augenblick, wo beide Kugeln ihre grösste Gestaltsveränderung er-

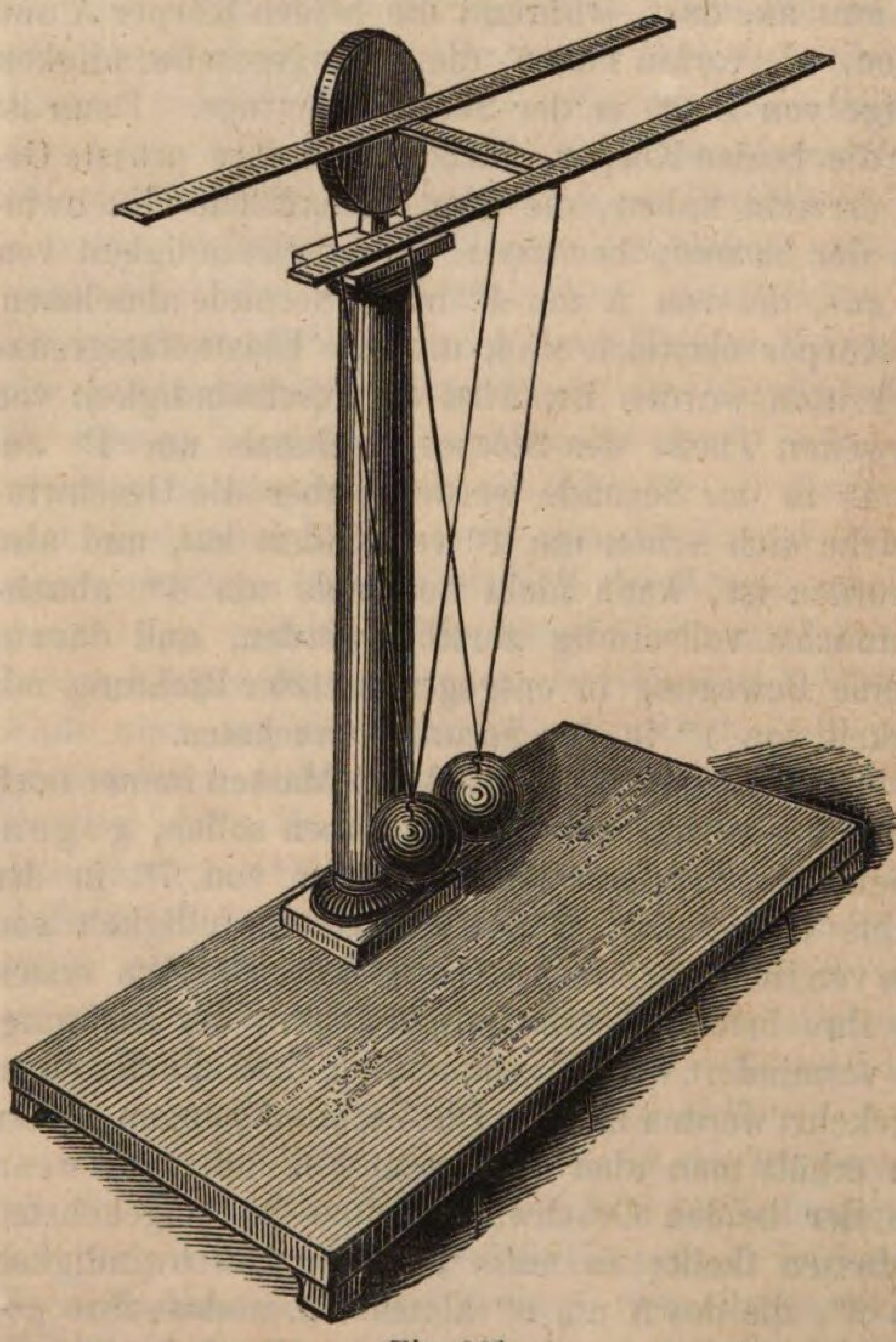


Fig. 201.

fahren haben, jede von ihnen eine Geschwindigkeit gleich der Hälfte von derjenigen hat, welche die Kugel A zu Anfang des Stosses besass. Während des zweiten Theils des Stosses wird sich die Geschwindigkeit der Kugel B um ebenso viel vermehren, als sie sich schon während des ersten Theils vergrössert hat, d. h. ihre Geschwindigkeit wird am Ende des ganzen Stosses gleich der Anfangsgeschwindigkeit der Kugel A sein; zu gleicher Zeit wird die Geschwindigkeit der Kugel A, welche sich schon auf die Hälfte reducirt hat, nochmals um ebenso viel abnehmen und folglich ganz Null werden. Man soll also beobachten, und man beobachtet es auch in der That, dass nach Beendigung des Stosses die Kugel A unbeweglich stehen bleibt, während die Kugel B in dem Kreisbogen, welchen sie beschreibt, zu derselben Höhe emporsteigt, wie die, von welcher die Kugel A herabgefallen ist. Wenn hierauf die Kugel B wieder herabfällt, so stösst sie nun ihrerseits auf die Kugel A; in Folge dessen bleibt sie stehen, und die Kugel A erhebt sich wieder bis zu dem Punkt, von welchem man sie vorhin herabfallen gelassen hat. Auf diese Art setzt sich die Bewegung fort, bis sie durch den Widerstand der Luft sowohl, als durch den an den Aufhängepunkten zerstört wird.

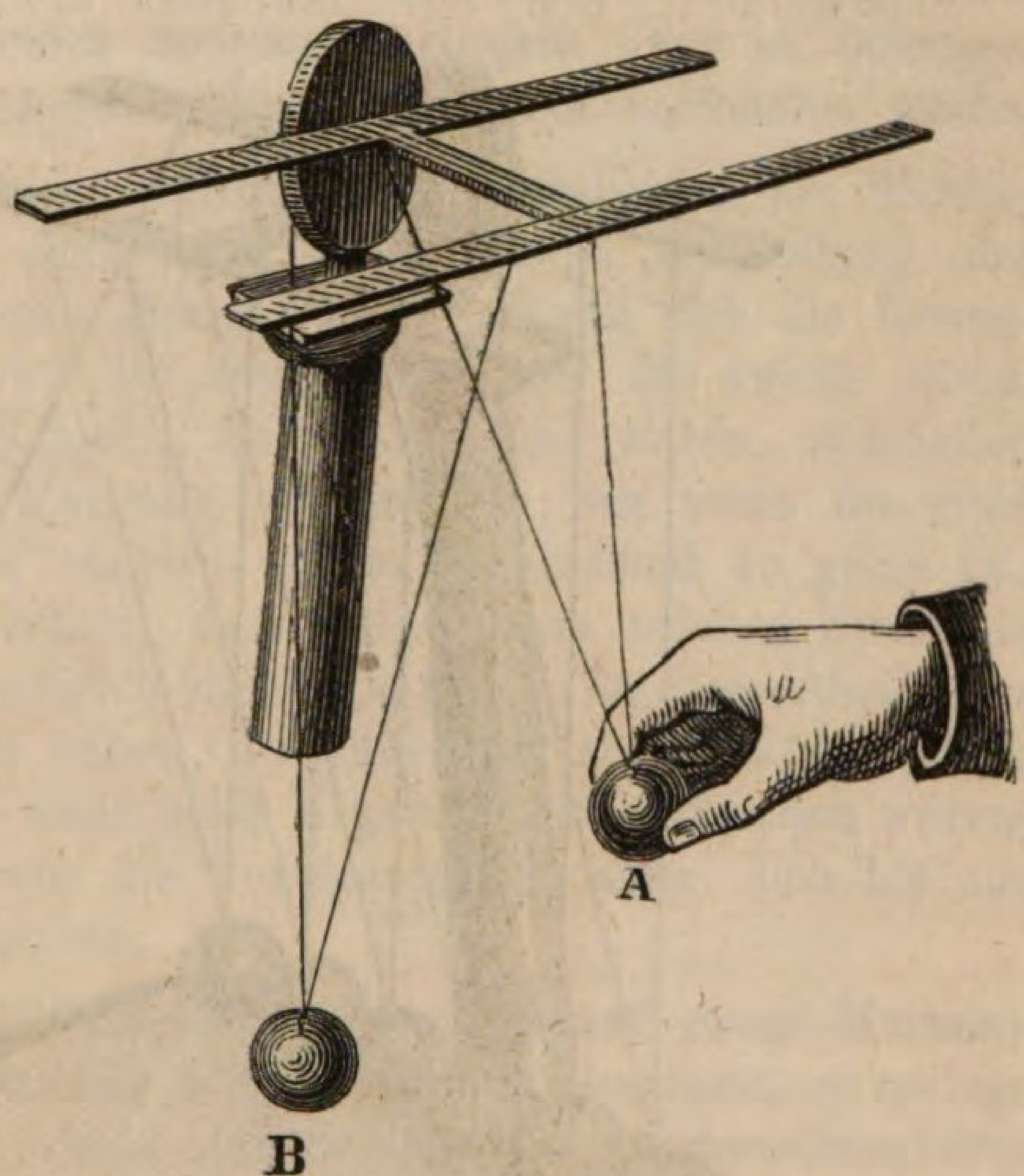


Fig. 202.

Wenn man statt zwei Kugeln eine grössere Anzahl derselben, sieben z. B., neben einander aufhängt, und man entfernt die erste aus ihrer Gleichgewichtslage (Fig. 203), so zeigt sich durch die Wirkung des Stosses, welcher durch das Zurückfallen derselben hervorgebracht wird, eine sehr merkwürdige Erscheinung. Nach dem, was so eben gesagt wurde, würde durch den Stoss der ersten Kugel auf die zweite die ganze Geschwindigkeit der ersten auf die zweite übergehen und jene dadurch zur Ruhe kommen müssen, wenn sonst

keine andere Kugel vorhanden wäre. Setzen wir voraus, dass dem auch jetzt noch so sei. Dann stösst die zweite Kugel, welche durch diesen ersten Stoss plötzlich aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergeht, auf die dritte und trägt auf dieselbe ihre ganze Geschwindigkeit über. In Folge dieses zweiten Stosses kommt also die zweite Kugel, die nur während des ausserordentlich kurzen Zeitintervalls zwischen dem ersten und zweiten Stoss in Bewegung war, wieder zur Ruhe. Ganz ebenso wird man einsehen, dass die Geschwindigkeit der dritten Kugel auf die vierte, die der vierten auf die fünfte u. s. w. übergeht, und dass sich endlich die siebente Kugel, welche keinem Hinderniss begegnet, mit derselben Geschwindigkeit aufwärts bewegt, mit welcher die erste Kugel an der zweiten ankam. Das ist es auch in der That, was man beobachtet: nachdem die erste Kugel von einer gewissen Höhe herabgefallen ist, sieht man sie, sobald der Stoss beendigt ist, stillstehen, und gleich darauf fängt die siebente Kugel an sich zu bewegen, um sich auf dieselbe Höhe zu erheben, von welcher die erste herabgefallen ist. Indem sie dann wieder herabfällt, bringt sie ihrerseits einen Stoss hervor,

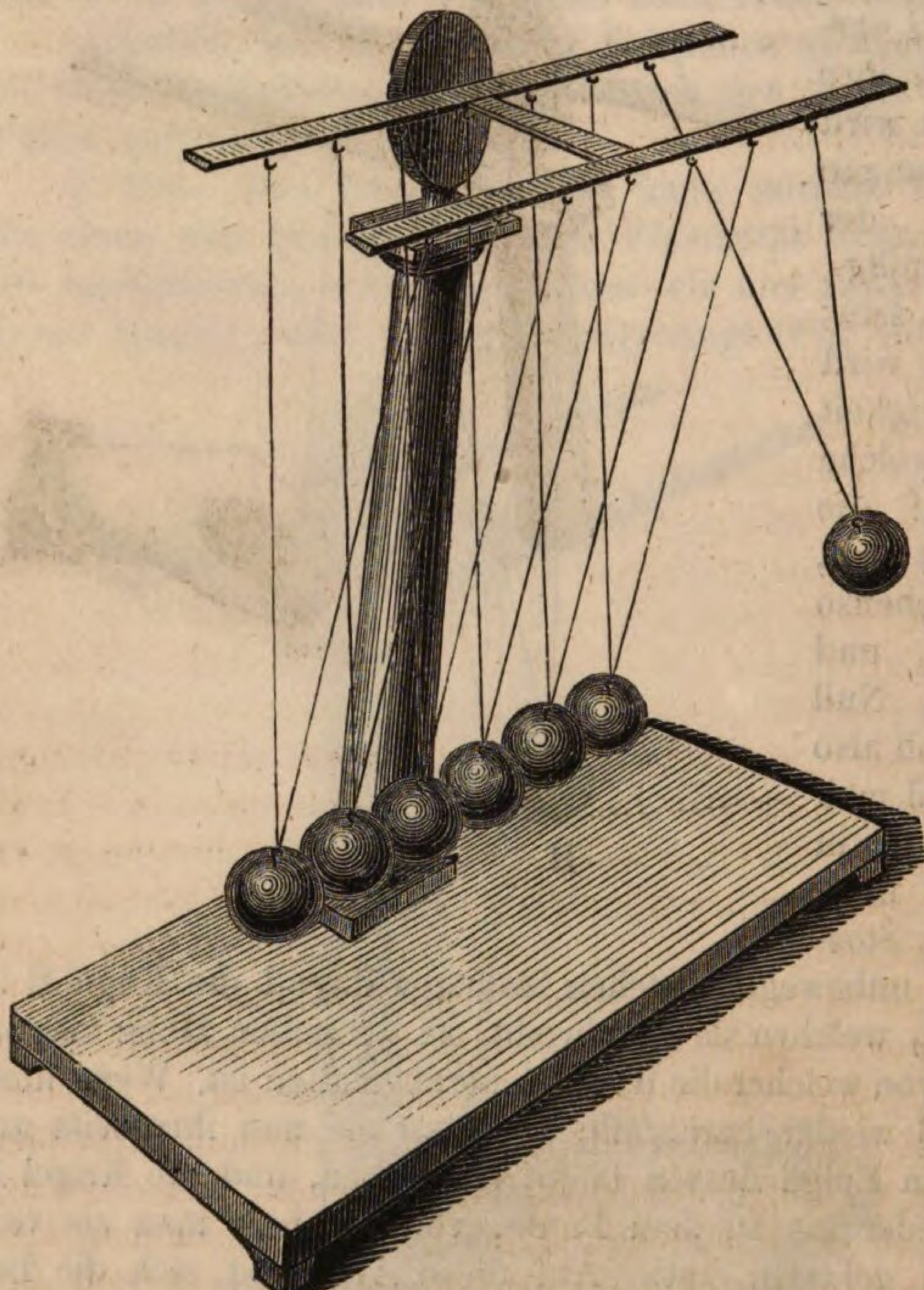


Fig. 203.

in Folge dessen sie zur Ruhe kommt, während wieder die erste Kugel in Bewegung gesetzt wird u. s. f. Die fünf Zwischenkugeln bleiben fortwährend in Ruhe; sie dienen nur zur Uebertragung der Bewegung von der ersten Kugel auf die siebente und umgekehrt, während sich diese beiden äussersten Kugeln ganz so bewegen, als wenn die andern zwischen ihnen gar nicht vorhanden wären.

Dieser Versuch zeigt zugleich sehr entschieden die Richtigkeit dessen, was wir oben über die allmälige Mittheilung der Bewegung in den Körpern gesagt haben. Wenn sich die Bewegung in dem Moment, wo die erste Kugel auf die zweite stösst, augenblicklich den 6 Kugeln, welche in Ruhe waren, mittheilen würde, so würde der Vorgang ebenso sein, als wenn die erste Kugel auf eine andere stiesse, deren Masse 6mal so gross ist; und es ist leicht einzusehen, dass nach einem solchen Stoss die erste Kugel nicht unbeweglich bleiben könnte. Im Gegentheil aber findet, wie wir gesehen haben, der Stoss der ersten Kugel gegen die zweite so statt, als wenn beide Kugeln allein vorhanden wären, und er ist beendigt, bevor die Bewegung Zeit hatte, sich bis zur dritten Kugel fortzupflanzen.

Wenn man eine Elfenbeinkugel vertikal auf einen Marmortisch, dessen Oberfläche horizontal ist, herabfallen lässt, so springt sie wieder zurück und erhebt sich beinahe bis zu derselben Höhe wieder, von welcher sie herabgefallen ist. Um sich von diesem Vorgang Rechenschaft zu geben, muss man beachten, dass der Marmortisch, welcher sehr elastisch ist, der Wirkung des Stosses nicht das geringste nachgeben kann; er muss als absolut fest betrachtet werden. In dem Moment, wo der Stoss vor sich geht, ändern die Kugel und der Tisch an der Berührungsstelle ihre Gestalt, und wenn diese Gestaltsveränderung ihr Maximum erreicht hat, haben Kugel und Tisch dieselbe Geschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit Null. Die Kugel verliert also während des ersten Theils des Stosses ihre ganze Geschwindigkeit und erhält daher im zweiten Theil dieselbe Geschwindigkeit, aber in entgegengesetzter Richtung, wieder, die sie vorher schon hatte.

Die Gestaltsveränderung, welche Kugel und Tisch bei diesem letzten Versuch im Moment des Stosses erfahren, kann leicht dadurch bemerklich gemacht werden, dass man die Oberfläche des Tisches mit etwas Graphit leicht schwärzt. Wenn man dann die Kugel herabfallen lässt, so bemerkt man auf dem Tisch einen etwas helleren, auf der Oberfläche der Kugel einen gleichgrossen, leicht schwarz gefärbten Kreis. Diese Kreise sind bedeutend grösser,

als wenn man die Kugel, ohne einen Stoss hervorzubringen, einfach auf den Tisch gesetzt hätte.

Wenn man auf dieselbe Art eine Bleikugel auf einen mit Blei belegten Tisch herabfallen lässt, so bleibt dieselbe auf dem Tisch liegen, ohne zurückzuspringen. Die Gestaltsveränderung, welche bei vollkommen elastischen Körpern während des zweiten Theils des Stosses vollständig wieder verschwindet, ist in diesem Fall eine bleibende und kann sowohl auf dem Tisch als auf der Kugel recht gut wahrgenommen werden.

§. 137. Wir haben bisher von der Grösse der Kräfte, welche die Geschwindigkeitsänderungen an den beiden sich stossenden Körpern hervorbringen, noch gar nichts weiter gesagt; und in der That lässt sich auch, wie wir sogleich sehen werden, nur wenig darüber ermitteln. Wir haben schon oben gesagt, dass die beiden Kräfte, welche die Aenderungen der Geschwindigkeit an jedem der beiden Körper hervorbringen, gleichgross sein müssen, und dass ihre Wirksamkeit genau gleichlange dauert. Es folgt daraus, dass die Aenderungen, welche die Bewegungsgrössen, die beide Körper vor dem Stosse hatten, während des Stosses erfahren, ebenfalls gleichgross sein müssen, woraus wir schon oben gefolgert haben, dass die Aenderungen der Geschwindigkeiten der beiden Körper ihren Massen umgekehrt proportional sind. Nun ist bekanntlich die Aenderung der Bewegungsgrösse eines Körpers gleich dem Produkt aus der Kraft, welche diese Aenderung hervorgebracht hat, in die Zeit, welche dazu erforderlich war. Man erhält daher die Grösse der beim Stoss wirksamen Kraft, wenn man die Aenderung in der Bewegungsgrösse eines der beiden Körper durch die Dauer des Stosses dividirt. Nun ist aber diese Dauer stets ungemein klein, fast immer so klein dass sie gar nicht mehr gemessen werden kann. Es folgt daraus zunächst, dass beim Stoss gewöhnlich ungeheuer grosse Kräfte in Wirksamkeit kommen, wie ja auch die Erfahrung täglich zeigt; dann aber folgt auch, dass der Stoss mit um so grösserer Kraft stattfindet, je kürzere Zeit er dauert, je härter, wie man im Allgemeinen sagen kann, die Körper sind, welche aufeinander treffen. Desshalb wendet man den Stoss, namentlich den zwischen harten Körpern, überall da an, wo es sich darum handelt, sehr grosse Kräfte hervorzubringen, so beim Zerschlagen eines Körpers, beim Hämmern, beim Einrammen der Pfähle u. s. w. f. Wenn man in andern Fällen die schädlichen Wirkungen, welche die durch Stösse entwickelten Kräfte mit sich führen, möglichst abschwächen will, so sorgt man dafür, dass die Körper, deren Aufeinanderstossen unvermeidlich ist, möglichst weich

und elastisch sind. Dadurch wird die Dauer des Stosses verlängert und die Intensität desselben in demselben Verhältniss geschwächt. Daher die Anwendung der Puffer bei den Eisenbahnwägen.

Um eine Idee von der Grösse der Kräfte, welche sich beim Stoss entwickeln, zu erhalten, wollen wir uns vorstellen, dass ein 30^k schwerer Hammer, welcher blos durch sein eigenes Gewicht herabfällt, mit einer Geschwindigkeit von 5^m in der Secunde auf dem Amboss oder auf dem zu schmiedenden Stück, welches auf demselben liegt, ankomme und nach dem Stoss darauf liegen bleibe. Dann wird die ganze Bewegungsgrösse dieses Hammers, welche er bei Beginn des Stosses besessen hat, und die gleich $\frac{30}{9,8} \times 5 = 15,3$ ist, durch die Kraft des Stosses vernichtet; diese Kraft ist folglich, je nachdem die Dauer des Stosses $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ oder $\frac{1}{1000}$ Secunde beträgt, gleich 153, 1530 oder 15300^k.

§. 138. Die Bewegungen der beiden Körper vor dem Stosse sind nicht immer so einfach wie wir es bisher vorausgesetzt haben. Aber nach dem Vorhergehenden ist es nun leicht, sich auch in zusammengesetzteren Fällen von den verschiedenen Umständen des Stosses Rechenschaft zu geben. Es seien A und B (Fig. 204) die beiden Körper, welche aufeinander stossen; CD stelle die Geschwindigkeit des erstern, C′ D′ die des zweiten in dem Augenblick, wo der Stoss beginnt, der Grösse und Richtung nach vor; *o* sei der Punkt, wo sich die beiden Körper berühren und *mn* die gerade Linie, welche in dem Punkte *o* senkrecht auf ihrer gemeinschaftlichen Oberfläche steht.

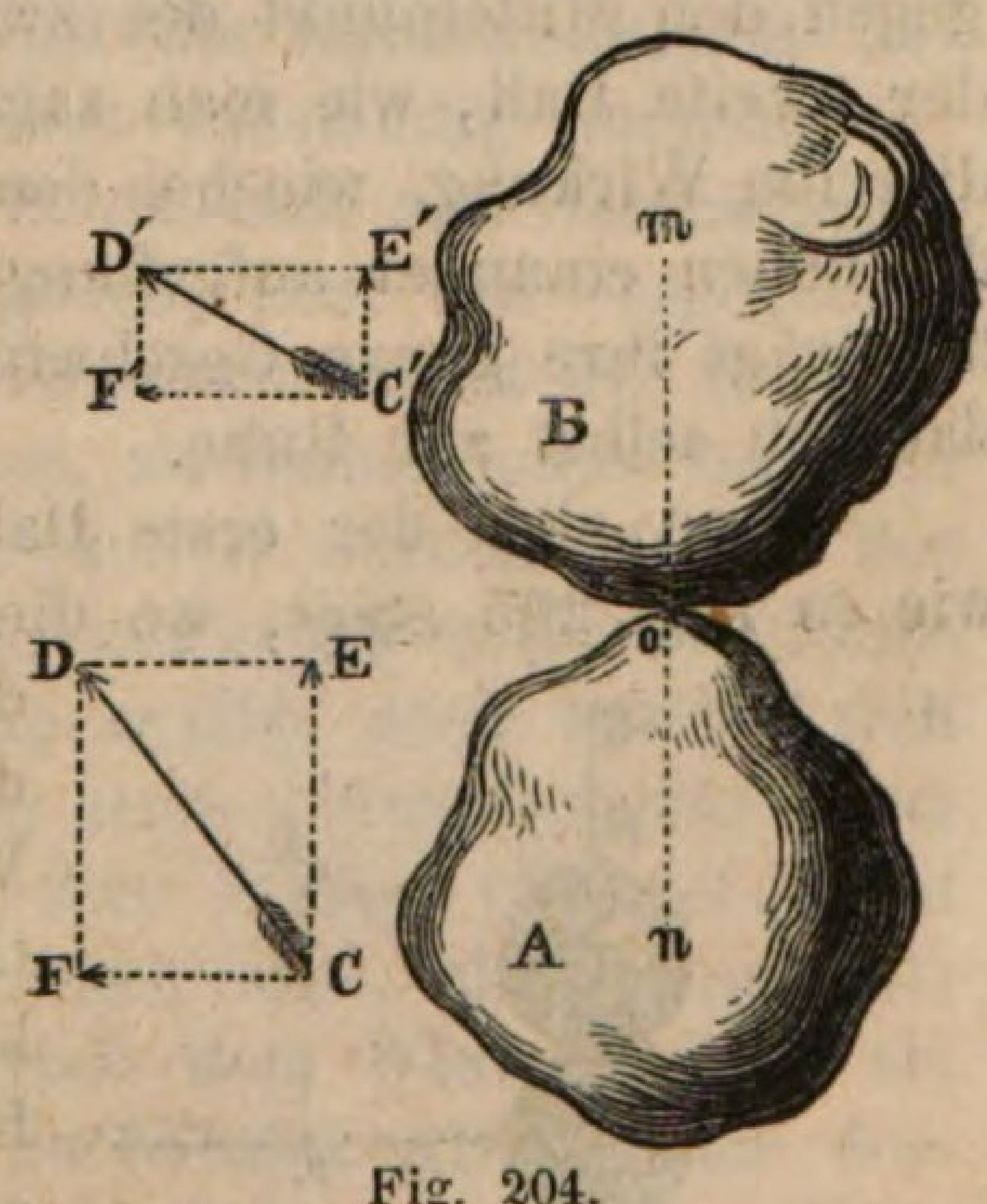


Fig. 204.

Nach Dem, was wir in §. 117 gesehen haben, kann der Körper A so betrachtet werden, als wenn er zwei Geschwindigkeiten zugleich besässe, von denen die eine CE parallel zur Linie *mn*, die andere CF senkrecht zu derselben gerichtet ist. Ebenso wird man die Geschwindigkeit C′ D′ des Körpers B in die Geschwindigkeit C′E′ parallel zu *mn* und in die C′F′ senkrecht auf *mn* zerlegen können.

Wenn die Körper A und B in dem Augenblick, wo sie sich zu berühren anfangen, die Geschwindigkeiten CF und C′F′ allein besässen, so würden sie nur übereinander weggleiten, und es würde kein Stoss stattfinden. Der Stoss kann also nur von den Ge-

schwindigkeiten CE und C'E' herrühren, und es ist klar, dass, wenn überhaupt ein solcher stattfinden soll, erstere grösser als letztere sein muss. In Folge dieser beiden ungleichen Geschwindigkeiten geht aber dann der Stoss ebenso vor sich, als wenn sie allein vorhanden wären, und die Aenderungen, welche sie durch die gegenseitige Wirkung der Körper aufeinander erfahren, können genau so wie oben gefunden werden. Man darf dann nur noch die Geschwindigkeiten CF und C'F', welche der Stoss nicht geändert hat, mit den Geschwindigkeiten, welche die Körper parallel zur Linie *mn* nach dem Stoss besitzen, vereinigen, um die Geschwindigkeiten der beiden Körper in dem Moment zu finden, wo sie sich von einander trennen. Folgende zwei Beispiele, die vom Billardspiele hergenommen sind, werden die Anwendung des oben Gesagten zeigen können.

§. 139. Wenn auf dem Billard ein in Bewegung befindlicher Ball auf einen ruhenden trifft, so entsteht ein Stoss; sehen wir zu, in welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit sich die beiden Bälle nach dem Stoss bewegen müssen.

Wenn sich der erste Ball in einer geraden Linie bewegt, welche gegen den Mittelpunkt des zweiten Balls gerichtet ist, oder wenn der zweite Ball, wie man sagt, voll genommen wird, so entsteht dieselbe Wirkung, wie bei dem Stoss zweier gleichgrosser Kugeln, die neben einander aufgehängt sind (Seite 224). Die erste Kugel überträgt ihre ganze Geschwindigkeit auf die zweite und kommt dadurch selbst zur Ruhe.

Wenn aber der erste Ball den zweiten von der Seite trifft, wie es Fig. 205 zeigt, wo die Linie AB den Weg darstellt, den der Mittelpunkt des ersten Balls vor dem Stoss durchlaufen hat, so ist der Vorgang nicht mehr derselbe. Die Geschwindigkeit BC des ersten Balls kann in zwei Componenten BD und BE zerlegt werden, von denen die eine nach der Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Bälle, also senkrecht auf ihre Oberfläche in dem Berührungspunkte, die andere senkrecht zur ersten gerichtet ist. Der Stoss erfolgt lediglich in Folge der Geschwindigkeit BD, als wenn diese allein vorhanden wäre. Das Resultat dieses Stosses zwischen den zwei Bällen, die wir als gleichgross voraussetzen, ist bekanntlich, dass sich die Geschwindigkeit BD des ersten Balls vollständig auf

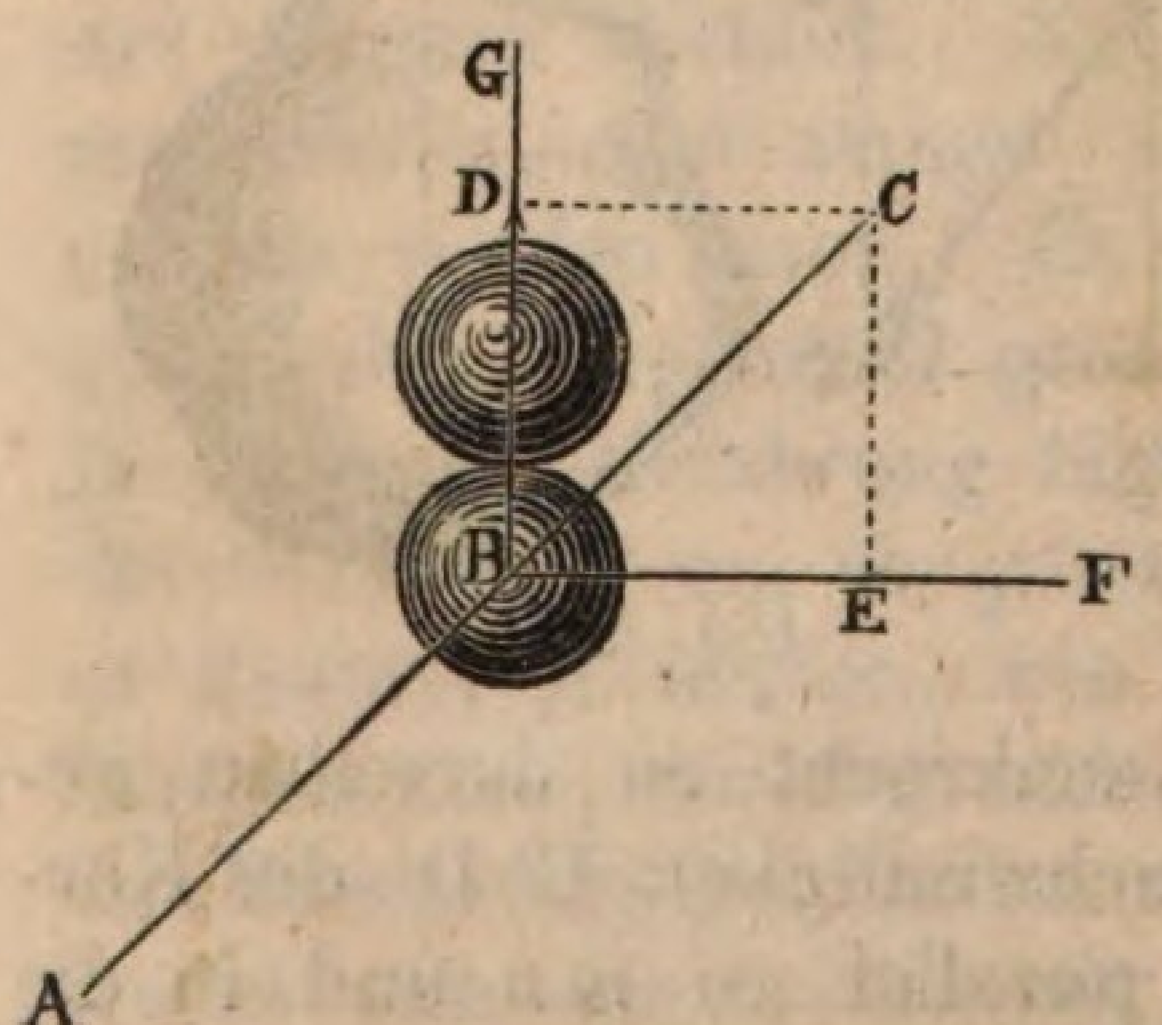


Fig. 205.

den zweiten überträgt. Nach dem Stoss besitzt also der erste Ball nur noch die Geschwindigkeit BE und wird sich mit dieser Geschwindigkeit in der Richtung BF fortbewegen. Der zweite Ball hat durch den Stoss die Geschwindigkeit BD erhalten und wird sich mit ihr nach der Linie BG in Bewegung setzen. Man sieht daraus, dass die Richtungen, nach welchen sich die beiden Bälle nach dem Stoss fortbewegen, allein von der Lage des Punktes abhängen, in welchem sich dieselben während des Stosses berühren.

Nehmen wir zweitens an, dass ein Ball, welcher sich nach der Linie AB (Fig. 206) bewegt, auf eine der Banden des Billards treffe. Die Geschwindigkeit BC des Balls kann wieder in zwei Coponenten zerlegt werden, von denen die eine BD senkrecht zur Bande, die andere BE parallel dazu gerichtet ist. Der Stoss wird ebenso stattfinden, als wenn die Componente BD allein vorhanden wäre. Weil die Bande, welche wir als vollkommen elastisch voraussetzen, dem Stoss nicht ausweichen kann, so wird die Geschwindigkeit BD während des ersten Theils des Stosses vollständig aufgehoben; während des zweiten Theils aber erhält der Ball eine Geschwindigkeit BD', die seiner ursprünglichen gleich, aber von entgegengesetzter Richtung ist. Um daher die Geschwindigkeit des Balls in dem Moment, wo er die Bande verlässt, zu finden, muss man die Geschwindigkeit BE, welche nicht verändert worden ist, mit der Geschwindigkeit BD' zusammensetzen, und erhält so die Geschwindigkeit BC', die zugleich die Richtung angibt, nach welcher sich der Ball nach dem Stoss in Bewegung setzt. Man bemerkt dabei leicht, dass der Winkel C'BD' gleich dem Winkel CBD ist, denn die beiden Dreiecke, in denen sie gelegen sind, sind congruent; aber der Winkel CBD ist wieder gleich dem Winkel ABD', als Scheitelwinkel, und folglich ist auch der Winkel ABD' gleich dem Winkel C'BD'. Man drückt diess gewöhnlich so aus: **Der Einfallswinkel (ABD') ist gleich dem Zurückwerfungswinkel (C'BD').**

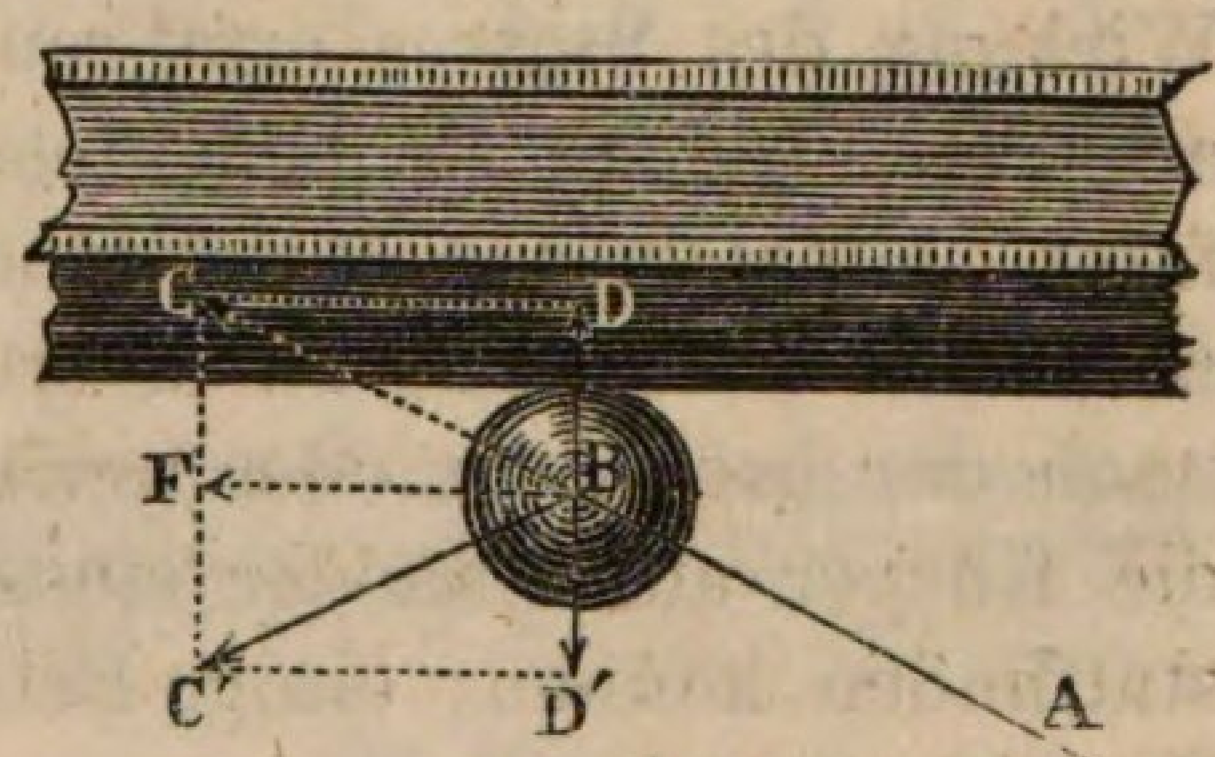


Fig. 206.

In dem Vorstehenden wurde vorausgesetzt, dass die sich stossenden Bälle eine rein fortschreitende Bewegung haben. Wo aber zugleich mit der fortschreitenden Bewegung eine Drehung vorhanden ist, wie es auf dem Billard immer vorkommt, da erleiden die Erscheinungen oft sehr auffallende Modificationen, die wir jedoch nicht näher verfolgen können.

§. 140. Wir haben gesehen, dass sich, wenn ein Körper auf einen andern stösst, die Bewegung den Molekülen des zweiten Körpers nur nach und nach mittheilt, und dass daraus eine Gestaltsveränderung dieses Körpers hervorgeht. Wenn der Stoss nur schwach ist, so ist es möglich, dass die Gestaltsveränderung die Elasticitätsgränze nicht überschreitet, und dann nimmt der Körper nach dem Stoss genau die Gestalt wieder an, welche er vorher hatte. Wenn aber der Stoss heftiger ist, so kann er eine bleibende Gestaltsveränderung, sogar einen Bruch hervorbringen. Diess trifft allemal dann ein, wenn die ersten Moleküle, welche die Wirkung des Stosses erfahren, plötzlich eine schnelle Bewegung erhalten, welche sie bedeutend von ihrer Gleichgewichtslage entfernt, ohne dass Zeit vorhanden war, die Bewegung auf die benachbarten Moleküle zu übertragen. Man sieht daraus, dass je nach der grösseren oder geringeren Geschwindigkeit, mit welcher die Körper auf einander stossen, sehr verschiedene Erscheinungen stattfinden können; einige Beispiele werden genügen, diess ausser Zweifel zu setzen.

Denken wir uns, dass eine gewöhnliche Thüre geöffnet sei und durch Nichts gehindert werde, sich frei um ihre Angeln zu drehen. Wenn man eine Kugel mit der Hand gegen dieselbe wirft, so wird dadurch ein Stoss hervorgebracht, in Folge dessen die Thüre in Bewegung gesetzt wird, ohne eine sehr merkliche Gestaltsveränderung zu erfahren. Wenn dagegen die Kugel aus einer Kanone gegen die Thüre losgeschossen würde, so würde sie dieselbe durchdringen, ohne sie zu drehen, indem sie nur diejenigen Theile derselben mit sich fortreissen würde, welche unmittelbar auf ihrem Wege liegen. Die Moleküle, welche dem Stosse direkt ausgesetzt waren, würden plötzlich eine solche Geschwindigkeit annehmen, dass sie sich von den benachbarten Molekülen schon entfernt haben würden, bevor sich die Bewegung der ganzen Thüre hätte mittheilen können.

Eine Bleikugel, welche man leicht gegen eine Fensterscheibe wirft, prallt von derselben zurück, ohne sie zu zerbrechen. Wenn man sie aber, immer noch mit der Hand, stärker gegen die Scheibe wirft, so durchdringt sie dieselbe, indem sie zugleich eine grosse Menge von Sprüngen hervorbringt, welche strahlenförmig von dem Loche ausgehen, durch welches sie hindurchgegangen ist. Wenn aber die Kugel mittelst einer Feuerwaffe durch das Fenster geschossen wird, so macht sie in die Scheibe nur ein kleines rundes Loch, durch welches sie hindurchgeht; die ganze übrige Scheibe bleibt unversehrt.

Wenn eine Kanonenkugel in schiefer Richtung durch ein eisernes Gitter hindurchgeht, sodass sie auf ihrem Wege mehreren Stäben begegnet, so werden dabei Stösse von verschiedener Wirkung hervorgebracht. Die Fig. 207 soll zeigen, was man beobachtet, wenn die Kugel blos zweien Stäben begegnet. Der erste, welchen sie trifft, ist, wie vorhin die Glasscheibe, einfach durchbrochen, ohne dass seine übrigen Theile eine Gestaltsveränderung erfahren haben. Diess ist aber bei dem zweiten Stabe nicht mehr so; er wird wohl auch durchbrochen, aber die zunächst anliegenden Theile sind im Sinne der Bewegung gekrümmt. Die Kugel, deren Geschwindigkeit durch die Begegnung mit dem ersten Stabe schon vermindert worden ist, kann gegen den zweiten keinen so heftigen Stoss mehr ausüben; während dieses Stosses hat folglich die Bewegung Zeit, sich einer grössern Länge des Stabes mitzutheilen, und dadurch wird die Krümmung der nicht abgerissenen Theile hervorgebracht.

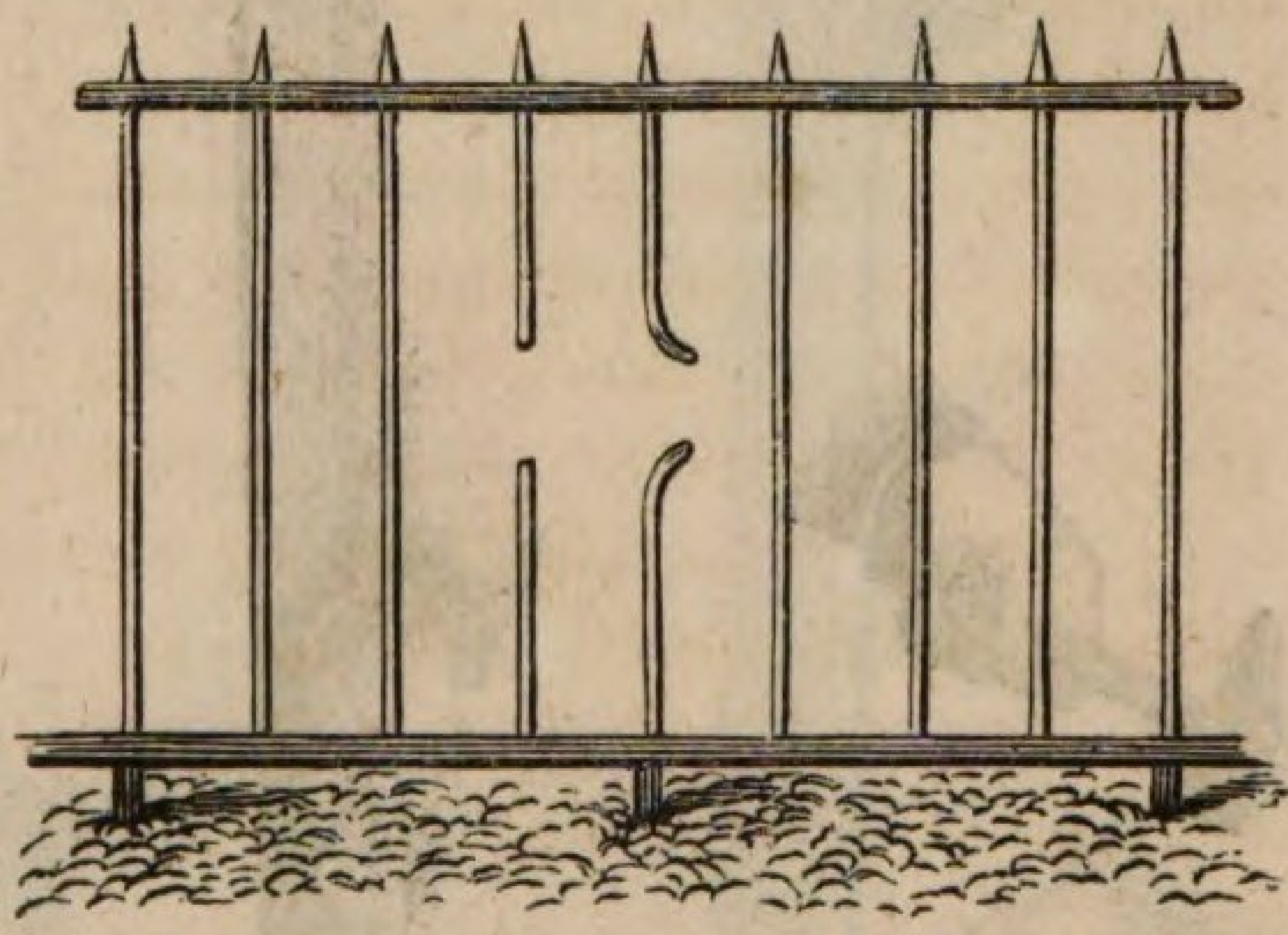


Fig. 207.

§. 141. Die Wirkung, welche durch einen Stoss hervorgebracht wird, hängt auch von der Masse des Körpers ab, welcher den Stoss empfängt. Offenbar gibt der gestossene Körper um so leichter der Wirkung des Stosses nach, je geringer seine Masse ist; und nur bei beträchtlicher Masse des gestossenen Körpers weicht derselbe so schwer aus, dass ein Losreissen oder Zerreissen der Theile desselben, welche direkt vom Stoss getroffen werden, daraus entstehen kann.

Wenn man in eine dünne Schiene, welche durch Nichts unterstützt wird, einen Nagel einschlagen will (Fig. 208), so biegt sich dieselbe bei jedem Schlage des Hammers zurück, sodass der Nagel nicht eindringen kann. Um den Nagel einzuschlagen, muss man bekanntlich bei jedem Schlag des Hammers ein Stück Holz an die hintere Fläche der Schiene anhalten (Fig. 209), dessen Wirksamkeit sehr leicht zu erklären ist. Wenn sich in diesem Fall nämlich die Schiene zurückbiegen will, so muss sie dieses Stück Holz, welches hinter ihr befindlich ist, mit fortnehmen, ihre Bewegung, die durch dieselbe Kraft wie vorhin hervorgebracht wird,

kann also nicht so rasch sein, als wenn das Stück Holz nicht daran Theil nähme, und es findet daher bei jedem Schlag des Hammers eine Gestaltsveränderung der Schiene in den Punkten statt, auf welche der Stoss direkt wirkt, d. h. der Nagel dringt ein. Es kommt bei dieser Operation nicht sowohl darauf an, mittelst des Stückes Holz einen starken Druck auf die hintere Fläche der Schiene auszuüben, sondern es soll nur mit diesem Stück Holz eine bestimmte Masse an der Schiene so angebracht werden, dass sie an der Bewegung derselben nothwendig Theil nehmen muss, und dadurch verhindert, dass die Schiene dem Anstoss, welchen sie erhält, zu leicht Folge leistet.

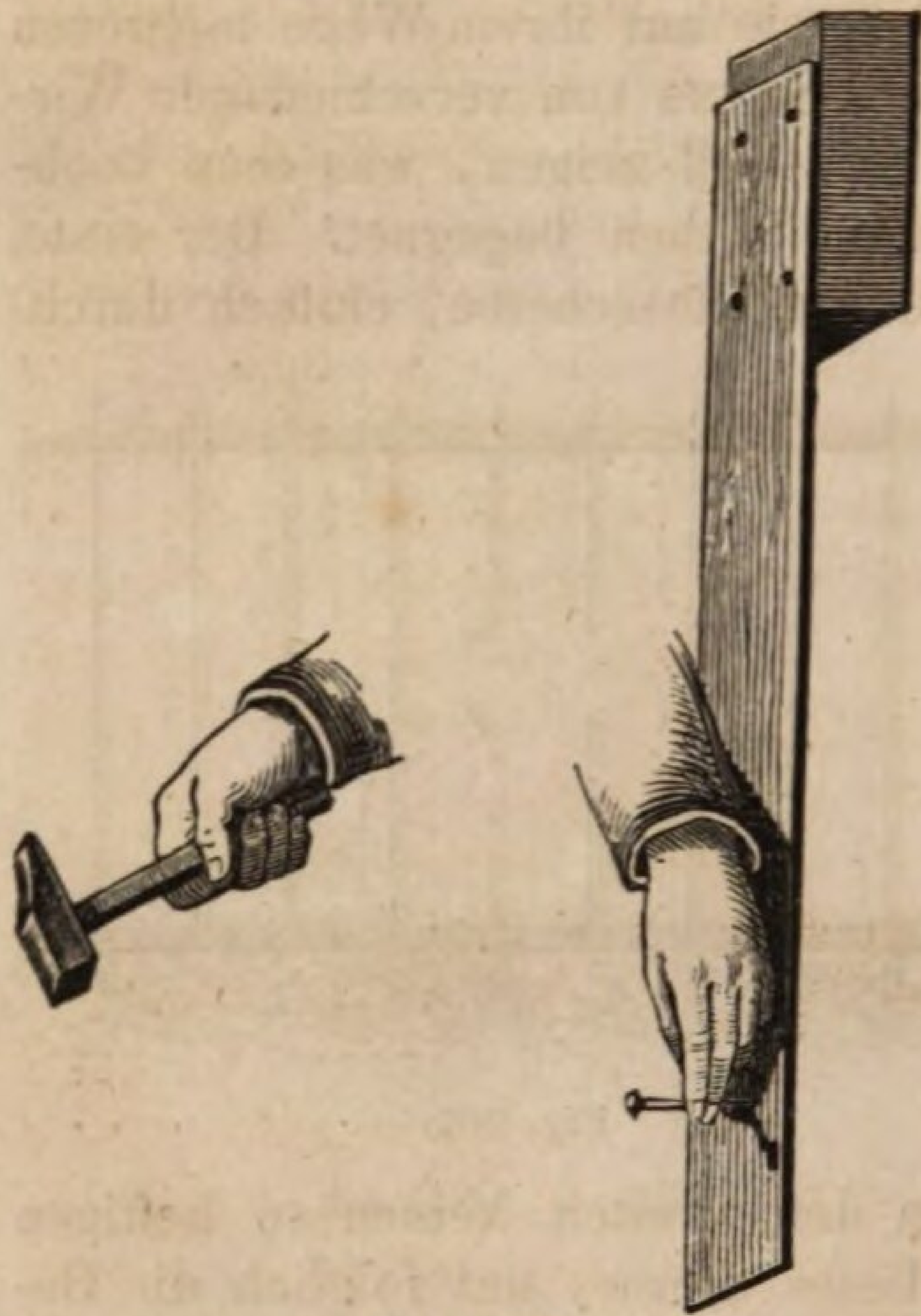


Fig. 208.

Von den passiven Widerständen.

§. 142. Eine Maschine ist dazu bestimmt, gewisse Widerstände zu überwinden, wie z. B. das Gewicht zu hebender Körper, oder die Cohäsion von Körpern, welche zerkleinert werden sollen u. s. w. Aber ausser diesen nützlichen Widerständen, die im Zwecke der angewandten Maschine liegen, kommen immer auch noch andere Widerstände vor, die aus der Bewegung der Maschine an sich entspringen, und welche einen grösseren oder geringeren Theil der bewegenden Kraft in Anspruch nehmen, ohne irgend eine nützliche Wirkung hervorzubringen. Diese Widerstände werden im Allgemeinen mit dem Namen der passiven Widerstände bezeichnet.

Man unterscheidet folgende Arten von passiven Widerständen:

1) Wenn man es versucht, einen Körper über einen andern wegzuschieben, sodass beide Körper aufeinander gleiten, so erfährt man einen gewissen Widerstand; man muss eine gewisse Kraft ausüben, sowohl um die Bewegung hervorzubringen, als auch um sie zu unterhalten, wenn sie schon vorhanden ist. Dieser Widerstand

heisst der Widerstand des Gleitens, oder einfach Reibung (gleitende Reibung).

2) Wenn man einen cylindrischen Körper über eine ebene Fläche zu rollen sucht, so erfährt man ebenfalls einen gewissen Widerstand; ein solcher entsteht z. B. bei dem Rollen der Wagenräder auf dem Boden: man nennt ihn den Widerstand des Rollens (wälzende Reibung).

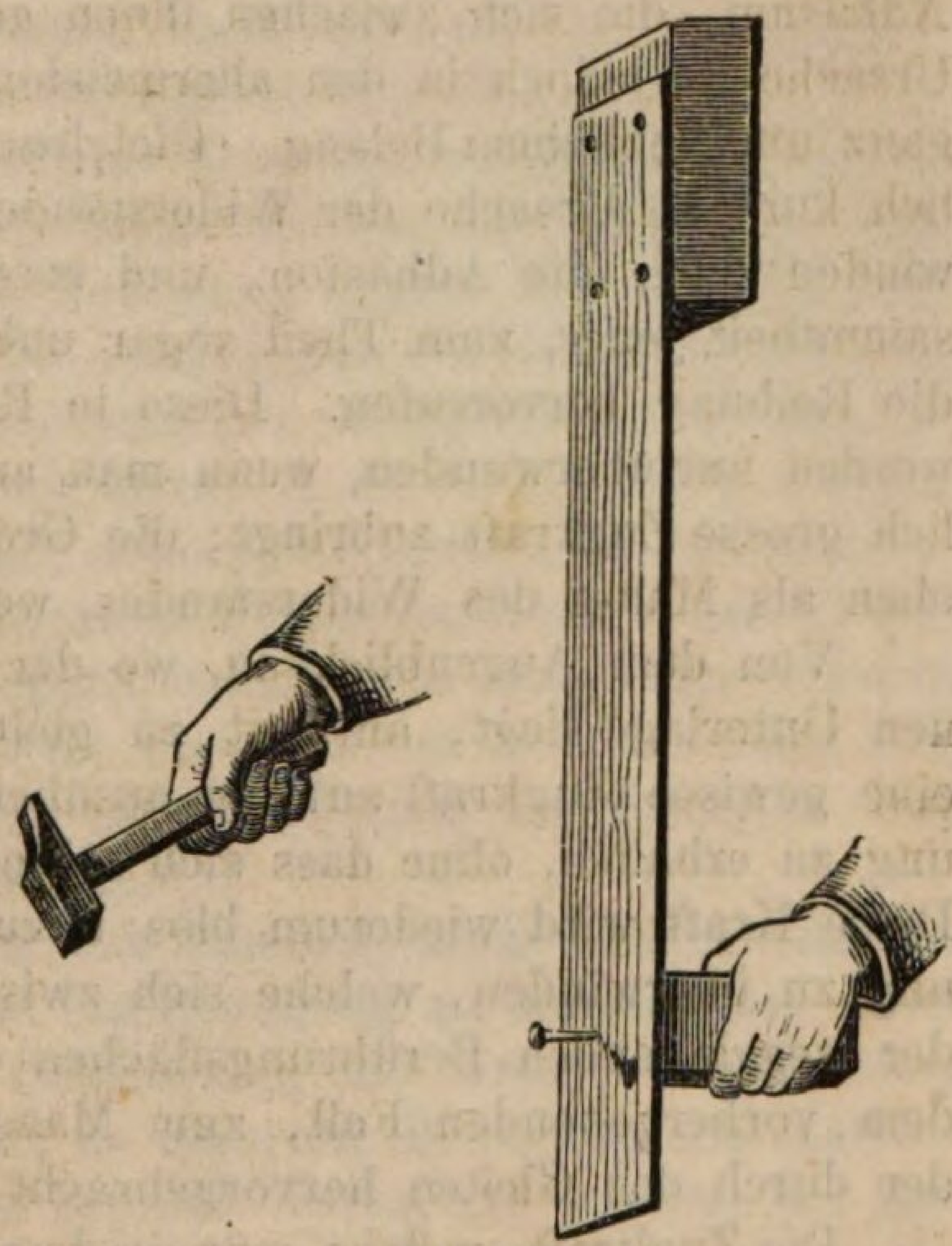


Fig. 209.

3) Wenn unter den Theilen einer Maschine Schnüre oder Seile vorkommen, so sollten dieselben, um ihrem Zweck vollständig zu entsprechen, eine vollkommene Biegsamkeit besitzen. Diess ist aber niemals der Fall, und daraus entspringt eine neue Art von Widerstand, den man mit dem Namen der Steifigkeit der Seile bezeichnet.

4) Alle Maschinen sind entweder von Luft oder von Wasser umgeben, sie befinden sich, wie man sagt, in einem Mittel. Die Moleküle dieses Mittels, welche sich in der Nachbarschaft der bewegten Theile der Maschine befinden, erhalten von denselben ebenfalls eine Bewegung, welche aber natürlich nur mit einem Aufwand eines Theils der bewegenden Kraft der Maschine hervorgebracht werden kann. Hierin besteht das, was man unter dem Widerstand des Mittels versteht.

Wir wollen nun diese verschiedenen Arten von passiven Widerständen nacheinander durchnehmen und ihre Gesetze angeben.

§. 143. **Reibung.** — Wenn ein schwerer Körper auf einer ebenen, horizontalen Fläche, auf einem Tisch z. B., aufruht, und man will ihn über diese Fläche weggleiten machen, so erfährt man einen gewissen Widerstand. Dieser Widerstand rührt, wie man sieht, von zwei Ursachen her: 1) Von dem Ineinandergreifen der Unebenheiten, der Erhabenheiten und Vertiefungen der beiden Berührungsflächen, die bei der Bewegung übereinander weggehoben, zum Theil abgerissen werden müssen und durch Schleifen und

Poliren zwar vermindert, aber niemals ganz beseitigt werden können. 2) Von der Anziehung der beiden Flächen an sich, der Adhäsion, die sich zwischen ihnen geltend macht; diese letztere Ursache ist jedoch in den allermeisten Fällen der Anwendung von ganz unerheblichem Belang. Gleichwohl bezeichnet man gewöhnlich kurz als Ursache der Widerstände, die beim Gleiten zu überwinden sind, die Adhäsion, und versteht eben darunter die Gesammtheit jener, zum Theil sogar unbekannten Ursachen, welche die Reibung hervorrufen. Diese in Rede stehenden Widerstände werden nur überwunden, wenn man an dem Körper eine hinlänglich grosse Zugkraft anbringt; die Grösse dieser Kraft aber dient eben als Maass des Widerstandes, welchen sie überwunden hat.

Von dem Augenblick an, wo der Körper, der auf einer ebenen Unterlage liegt, anfängt zu gleiten, muss man fortwährend eine gewisse Zugkraft auf ihn ausüben, um ihn in seiner Bewegung zu erhalten, ohne dass sich seine Geschwindigkeit vermindert. Diese Kraft wird wiederum blos dazu angewandt, um die Reibung zu überwinden, welche sich zwischen den beiden übereinander weggleitenden Berührungsflächen entwickelt; sie kann, wie in dem vorhergehenden Fall, zum Maass des Widerstandes dienen, der durch das Gleiten hervorgebracht wird.

Die Zugkraft, welche man in dem ersten Fall anwenden muss, hat nicht immer dieselbe Grösse wie die im zweiten Fall; sie ist häufig grösser. Man muss also zwei verschiedene Arten der Reibung unterscheiden: Die Reibung beim Beginn der Bewegung und die Reibung während der Bewegung. Beide waren der Gegenstand experimenteller Untersuchungen, welche wir nun angeben wollen.

Um die Gesetze der Reibung beim Beginn der Bewegung zu untersuchen, bediente sich Coulomb (im Jahre 1781) des Apparats, den Fig. 210 darstellt. Ein Kasten A, welchen man beliebig mit Gewichten belasten kann, ruht auf zwei neben einander liegenden horizontalen Schienen B, über welche er weggleiten kann. An dem Kasten ist eine Schnur

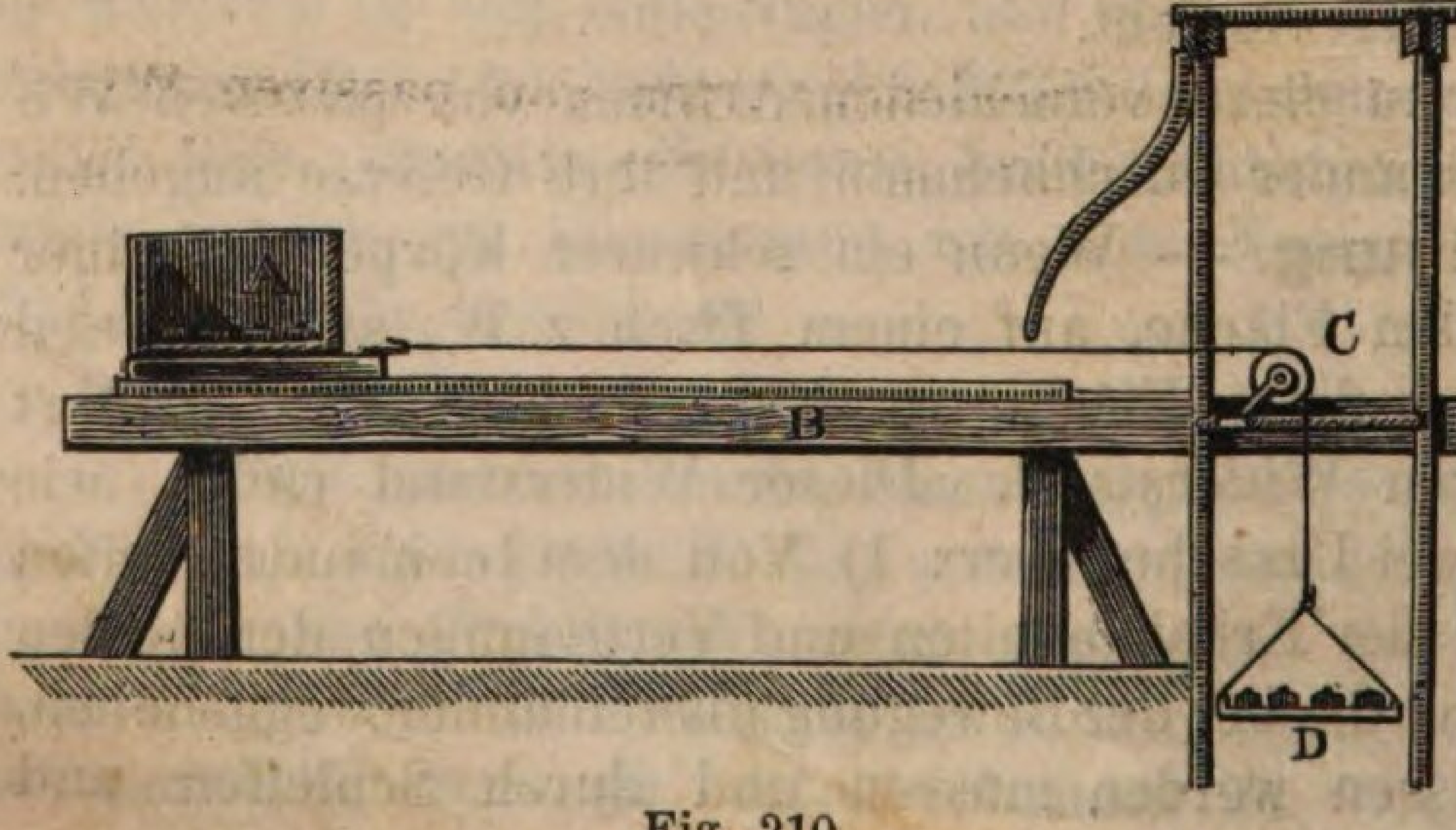


Fig. 210.

befestigt, welche zuerst über eine Rolle C und dann vertikal abwärts geht, um sich in einer Schale D zu endigen. Nachdem man den Kasten A belastet hat, darf man nur in die Schale D so viele Gewichte legen, dass der Kasten eben anfängt sich zu bewegen; die in die Schale gelegten Gewichte, vermehrt um das Gewicht der Schale selbst, sind dann offenbar das Maass der Zugkraft, welche den Kasten in Bewegung setzte, und folglich auch das Maass der Reibung, welche beim Beginn der Bewegung zu überwinden war. Man sieht, dass man bei diesen Versuchen folgende Verhältnisse beliebig abändern kann: 1) die Belastung des Kastens; 2) die Natur der sich reibenden Flächen, indem man sowohl die Schiene, als auch die untere Fläche des Kastens mit Platten von den verschiedenen Körpern belegt, die man dem Versuch unterwerfen will; 3) endlich die Grösse der sich reibenden Flächen, indem man die Breite der Belegungen der Schienen bald mehr, bald weniger gross macht.

Desselben Apparats hat sich Coulomb auch bedient, um die Gesetze der Reibung während der Bewegung zu untersuchen. Aber in diesem Fall bietet die Bestimmung der Grösse der Reibung grössere Schwierigkeiten dar; es muss die Bewegung des Kastens von dem Moment an, wo sie beginnt, beobachtet werden, um ihre Gesetze zu bestimmen. Die Mittel, welche Coulomb dazu anwandte, ermangelten jedoch der Genauigkeit, und desshalb waren auch die Gesetze der Reibung, welche er aus seinen Versuchen folgerte, nur unvollkommen erwiesen.

Im Jahre 1831 nahm Morin die Versuche Coulombs wieder auf, um sie in grösserem Masstab und mit grösserer Genauigkeit wieder anzustellen. Er untersuchte dabei sowohl die Gesetze der Reibung beim Beginn der Bewegung, als auch diejenigen der Reibung während der Bewegung, aber es kam ihm besonders darauf an, die letzteren ausser Zweifel zu setzen. Die Hülfsmittel, welche er zu diesem Zwecke anwandte, waren viel genauer als diejenigen, welche Coulomb gebrauchte; wir wollen sie zunächst näher beschreiben.

Die Schwierigkeiten, welche die Untersuchungen über die Reibung während der Bewegung darbieten, bestehen, wie wir schon gesagt haben, darin, die Gesetze der Bewegung zu beobachten, welche durch die in die Wagschale D (Fig. 210) gelegten Gewichte hervorgebracht wird. Um dazu zu gelangen, befestigte Morin an der Axe der Rolle C eine grössere Scheibe E von Kupfer (Fig. 211), welche sich zu gleicher Zeit mit der Rolle herumdrehen musste: er durfte dann offenbar nur die Gesetze der Bewegung dieser

Scheibe untersuchen, um daraus auf diejenigen der Bewegung der Schnur, sowie des Kastens A schliessen zu können. Zu dem Ende war die Scheibe mit einem Blatt Papier bedeckt und vor ihr ein Uhrwerk angebracht, welches einen mit Tusch getränkten Pinsel, dessen Spitze leicht gegen die Oberfläche des Papiers angedrückt war (Fig. 211), in gleichförmige Rotation versetzte. Wenn der Kasten A unbeweglich bleibt, und das Uhrwerk den Pinsel bewegt, so ist klar, dass derselbe auf der ruhenden Scheibe den Umfang eines Kreises beschreibt. Aber wenn der Kasten A in Bewegung ist, und sich in Folge dessen die Scheibe dreht, so beschreibt der Pinsel, welcher durch das Uhrwerk bewegt wird, keinen Kreis mehr, sondern nur eine gewisse krumme Linie, deren Gestalt von der Bewegung des Pinsels und derjenigen der Scheibe zugleich abhängt. Da aber die Bewegung des Pinsels bekannt ist, so ist klar, dass die Form jener krummen Linie die Bewegung der Scheibe kennen lehren muss; diess wird durch folgende einfache Betrachtung sogleich näher einleuchten.

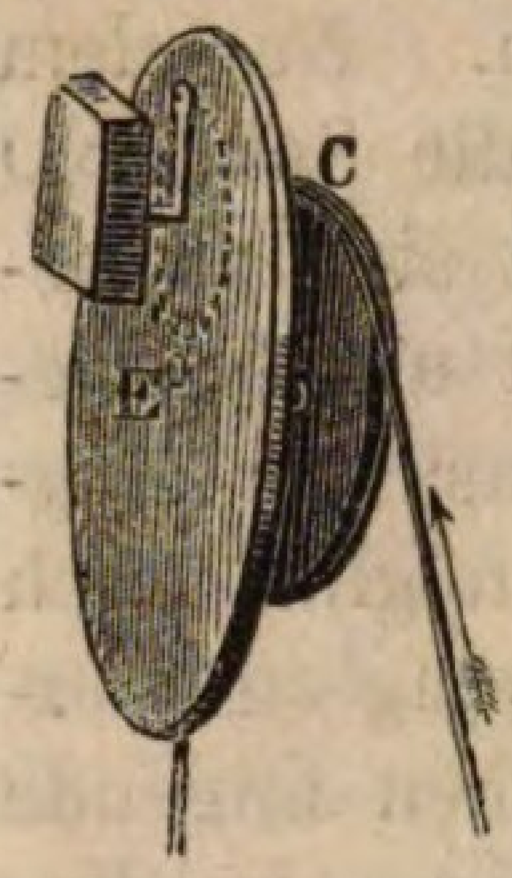


Fig. 211.

Es sei ABC (Fig. 212) die auf der Scheibe von dem Pinsel gezogene Curve und A*bc* der Kreis, welchen der Pinsel beschrieben haben würde, wenn die Scheibe nicht in Bewegung versetzt worden wäre. Die Bögen, welche der Pinsel bei seiner gleichförmigen Rotationsbewegung in den aufeinander folgenden Secunden beschreibt, seien A*b*, *bc* ... Am Anfange der Bewegung der Scheibe befinde sich die Spitze des Pinsels in A. Am Ende der ersten Secunde sei dieselbe nach *b* gekommen, aber auf der in Bewegung befindlichen Scheibe habe sie den Punkt B markirt, so musste derselbe offenbar in der ersten Secunde von B nach *b* gekommen sein, indem er den Kreisbogen B*b* um O beschrieben hat. Die Scheibe hat sich also während der ersten Secunde um den Winkel *b*OB gedreht. Am Ende der zweiten Secunde befindet sich die Pinselspitze in *c*; wenn also zu dieser Zeit der Punkt C auf der Scheibe von ihr markirt worden ist, so musste sich derselbe in

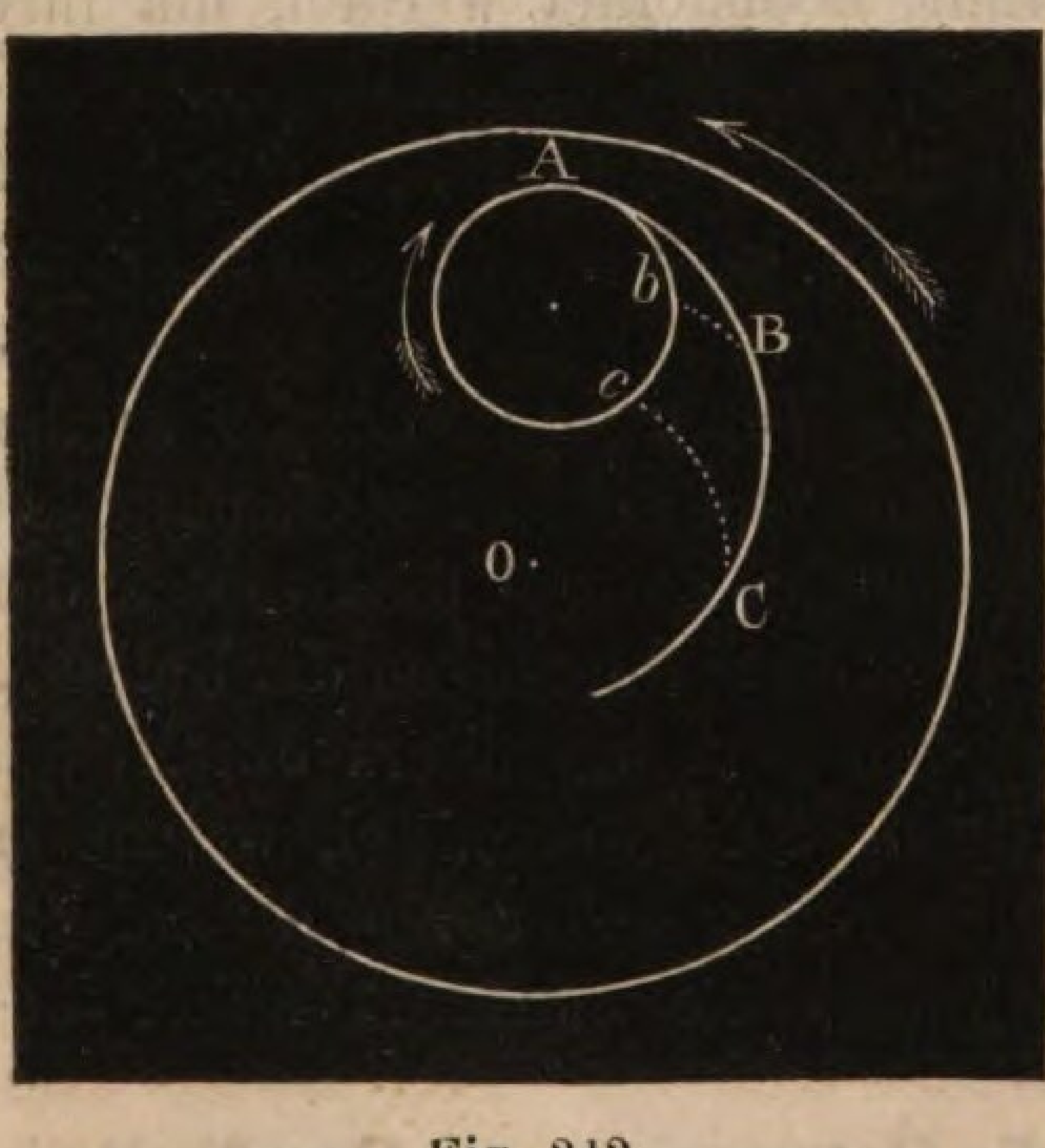


Fig. 212.

diesem Augenblick in *c* befinden, d. h. die Scheibe hat sich in den zwei ersten Secunden um den Winkel *c*OC gedreht. Indem man so fortfährt, erhält man die Winkel, um welche sich die Scheibe in 3, 4 Secunden gedreht hat.

Nun fand Morin aus allen seinen Versuchen, dass sich die Winkel, um welche sich die Scheibe in 1, 2, 3 Secunden, vom Anfang der Bewegung an gerechnet, drehte, wie die Zahlen 1, 4. 9 verhielten, d. h. dass sie proportional dem Quadrate der Zeiten waren, in welchen sie beschrieben wurden. Die Wege also, welche in denselben Zeitintervallen von dem Kasten A durchlaufen wurden, waren ebenfalls dem Quadrat dieser Zeiten proportional, oder die Bewegung des Kastens A war von derselben Art, wie die eines freifallenden Körpers, es war eine gleichförmig beschleunigte Bewegung (§. 96). Der Winkel, welchen die Scheibe während der ersten Secunde beschrieb, gab die Grösse des Weges, welcher in derselben Zeit von dem Kasten durchlaufen wurde, und das Doppelte dieses Weges war die Beschleunigung jener gleichförmig beschleunigten Bewegung.

Die Kraft, welche die Bewegung des Kastens hervorbringt, ist das Gewicht der Wagschale D und dessen, was sie enthält; aber diese Kraft wird theilweise durch die Reibung aufgehoben, welche der Kasten bei seiner Bewegung zu überwinden hat; der übrig bleibende Theil erst veranlasst die Beschleunigung, und da sich diese Beschleunigung während der ganzen Dauer der Bewegung als gleichgross ergeben hat, so folgt, dass der Ueberschuss der bewegenden Kraft (das Gewicht in der Wagschale nebst dem Gewicht der Schale selbst) über die Reibung des Kastens während der ganzen Bewegung gleiche Grösse behält. Es bleibt also auch die Reibung während der ganzen Dauer der Bewegung immer gleichgross.

Um die Grösse der Reibung zu finden, wird man beachten, dass der Versuch die Beschleunigung der stattfindenden Bewegung kennen lehrt. Aus dieser Beschleunigung und aus der Masse der Wagschale nebst der in ihr liegenden Gewichte, sowie aus der Masse des Kastens A mit seiner Belastung und dem Trägheitsmoment der Scheibe und Rolle ergibt sich aber leicht (nach §. 105 und §. 132) die Grösse der Kraft, welche jene Beschleunigung hervorbrachte. Diese Kraft von der ganzen bewegenden Kraft, d. h. den Gewichten in der Schale D nebst deren eigenem Gewicht, abgezogen, gibt die Grösse der Reibung, welche der Kasten A zu überwinden hat.

§. 144. Durch Vergleichung der Resultate einer grossen Anzahl von Versuchen gelangte Morin dazu, folgende, schon von Coulomb gegebene Gesetze als vollkommen erwiesen aufzustellen.

Die zwischen zwei bestimmten Körpern stattfindende Reibung während der Bewegung ist

1) proportional dem Druck, welchen die beiden sich reibenden Körper senkrecht zu ihrer Berührungsfläche auf einander ausüben;

2) unabhängig von der Grösse der Berührungsflächen;

3) unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung.

Die zwischen zwei bestimmten Körpern stattfindende Reibung beim Beginn der Bewegung ist ebenso

1) proportional dem Druck;

2) unabhängig von der Grösse der Berührungsflächen.

Wenn die aufeinander gleitenden Körper hart sind, wie Steine und Metalle, so ist die Reibung während der Bewegung dieselbe, wie die beim Beginn. Für weichere, leichter zusammendrückbare Körper dagegen, wie z. B. für Holz, ist die Reibung beim Beginn der Bewegung beträchtlich grösser, als während derselben. Ja es ist der Widerstand, welchen man erfährt, wenn man zwei Körper, von denen wenigstens der eine weicher und zusammendrückbarer ist, aufeinander legt und sie dann übereinander weggleiten zu machen sucht, gar nicht einmal immer derselbe; er verändert sich, je nachdem die Dauer der Berührung vor dem Beginn des Gleitens mehr oder weniger lang war. Bei dem Gleiten von Holz auf Holz erreicht die Reibung beim Beginn der Bewegung ihr Maximum erst, nachdem die Berührung vorher zwei bis drei Minuten gedauert hat. Beim Gleiten von Holz auf Metall ist diese Zeit noch viel länger; sie kann hier selbst mehrere Tage betragen. Wenn aber einmal der Contact beider Körper hinreichend lange gedauert hat, so vermehrt sich bei noch längerer Dauer desselben die Reibung beim Beginn der Bewegung nicht mehr.

Es kann auf den ersten Anblick sonderbar erscheinen, dass die Reibung, sowohl die beim Beginn, als die während der Bewegung, von der Grösse der reibenden Oberflächen unabhängig ist; es scheint im Gegentheil, dass sie proportional diesen Oberflächen sein sollte; aber wir können uns durch eine sehr einfache Schlussfolgerung Rechenschaft über jenes Resultat geben, welches aus den Versuchen gefolgert werden musste. Setzen wir voraus, dass

zwei Körper von demselben Gewicht auf einer Horizontalebene liegen, und dass die Berührungsflächen von derselben Natur, aber von verschiedener Grösse, beim ersten etwa doppelt so gross als beim zweiten seien. Wenn man diese beiden Körper über die Ebene weggleiten macht, so wird sich allerdings der erste an doppelt so vielen Punkten reiben, als der zweite; aber da sich zugleich sein Gewicht über doppelt so viel Unterstützungspunkte vertheilt, so kann man den Druck, welcher an jedem dieser Punkte hervorgebracht wird, nur als halb so gross annehmen, als derjenige ist, welcher an jedem Punkt der Unterstützungsfläche des zweiten Körpers ausgeübt wird. Es wird folglich die Reibung an jedem der Unterstützungspunkte des ersten Körpers auch nur halb so gross sein. Wenn folglich auch die Zahl der reibenden Punkte mit der Grösse der Berührungsfläche wächst, so wird doch die Reibung in jedem dieser Punkte in demselben Verhältniss kleiner, sodass die Gesammtreibung von der Grösse der Berührungsfläche unabhängig sein muss.

§. 145. Da die Grösse der Reibung zwischen zwei bestimmten Körpern dem Drucke proportional ist, den dieselben senkrecht gegen ihre Berührungsflächen aufeinander ausüben, so kann sie dadurch erhalten werden, dass man jenen Druck mit einem bestimmten Factor multiplicirt, den man den **Reibungs-Coëfficienten** zwischen den beiden Körpern nennt. Dieser Reibungs-Coëfficient ist also für je zwei Körper, so lange ihre Berührungsflächen die gleiche Beschaffenheit behalten, immer derselbe; dagegen ist er bei verschiedenen Körpern, oder auch nur bei verschiedener Beschaffenheit ihrer Oberflächen, ob dieselben rauher oder glatter sind, ob ein Schmiermittel dazwischen gebracht wurde oder nicht, sehr verschieden. Die folgende Tabelle gibt die Reibungs-Coëfficienten für einige in der Anwendung wichtige Fälle.

Bezeichnung der Natur der Berührungsflächen.		Coëfficienten der Reibung	
		beim Beginn der Beweg.	während der Bewegung
Holz auf Holz, ungeschmiert,	im Mittel	0,50	0,36
„ „ mit Seife geschmiert,	do.	0,36	0,14
„ „ mit Talg geschmert,	do.	0,19	0,07
Holz auf Metall, ungeschmiert,	do.	0,60	0,42
„ „ mit Talg geschmiert,	do.	0,12	0,08
Lederriemen auf Holz, ungeschmiert,	do.	0,63	0,45
„ „ mit Wasser benetzt,	do.	0,87	0,33
Metall auf Metall, ungeschmiert,	do.	0,18	0,18
„ „ mit Oel geschmiert,	do.	0,12	0,07

Bei der Bewegung von Zapfen in ihren Lagern oder Pfannen macht sich ein Widerstand geltend, der, wie man sogleich sieht, von der gewöhnlichen Reibung nur dadurch verschieden ist, dass die Berührungsstelle bei dem einen der beiden sich reibenden Körper nahezu stets dieselbe bleibt. Man nennt diesen Widerstand Zapfenreibung, aber es ist klar, dass auf ihn alles anwendbar sein muss, was bisher über die Reibung gesagt worden ist. Da jedoch dieser Fall in den Anwendungen so überaus wichtig ist, so hat man die Reibungs-Coëfficienten für denselben auch direkt bestimmt, indem man die Kraft mass, welche zur Ueberwindung der Reibung an einer Welle, deren Zapfen und Lager aus dem zu untersuchenden Material bestanden, erforderlich war. Folgende Tabelle enthält einige Resultate dieser Untersuchungen.

Bezeichnung der Natur der Berührungsfläche	Coëfficienten der Reibung während der Bewegung			
	Trocken	Mit Wasser benetzt	Mit Fett geschmiert: wie gewöhnl.	Mit Fett geschmiert: gut unterh.
Bronze auf Bronze	—	—	0,097	—
Gusseisen auf Bronze . . .	—	—	—	0,049
Schmiedeisen auf Bronze . . .	0,251	0,189	0,075	0,054
Gusseisen auf Gusseisen . . .	—	0,137	0,075	0,054
Schmiedeisen auf Gusseisen . .	—	—	0,075	0,054

Man sieht daraus, dass in Lagern, bei denen das Schmieren fortwährend unterhalten wird, die Reibung bedeutend geringer ist, als wenn das Schmieren, wie gewöhnlich, nur von Zeit zu Zeit geschieht. Ausserdem hat man bemerkt, dass in neuen Lagern die Reibung allemal grösser ist, als in alten, schon ausgelaufenen.

§. 146. **Widerstand des Rollens.** — Wenn man einen cylindrischen Körper über eine ebene, horizontale Fläche fortzurollen sucht, so erfährt man einen Widerstand, der offenbar von der Gestaltsveränderung herrührt, welche der Körper und die ebene Fläche, auf welche er sich stützt, in Folge des Drucks erleiden, der in den Berührungspunkten stattfindet. Der Cylinder plattet

sich ab, während sich die Fläche an der Stelle, wo er sie berührt, rinnenförmig einsenkt, und in Folge dessen muss man während des Fortrollens des Körpers denselben so zu sagen jeden Augenblick eine schiefe Ebene hinauf bewegen.

Die ersten genauen Versuche, um die Gesetze der rollenden Reibung zu bestimmen, wurden gleichfalls von Coulomb gemacht. Er bediente sich dabei des folgenden Apparates:

Zwei horizontal liegende Bohlen waren so neben einander aufgestellt, dass sie zwischen sich einen Zwischenraum liessen (Fig. 213); quer über dieselben war eine cylindrische Walze gelegt, und der Druck, welchen dieselbe ausübte, konnte mittelst gleichgrosser Gewichte, welche an dünnen Schnüren *a* über sie gehängt wurden, nach Belieben vermehrt werden. Ungefähr in der Mitte der Welle war eine Schnur *b* mehrmals um sie herumgewickelt und endigte sich in eine Wagschale *c*, in welche man verschiedene Gewichte legen konnte. Bei jedem Versuch wurden in diese Wagschale gerade so viele Gewichte gelegt, als nöthig waren, um das Rollen der Walze zu veranlassen. Diese Gewichte konnten offenbar als Maass für den Widerstand des Rollens dienen.

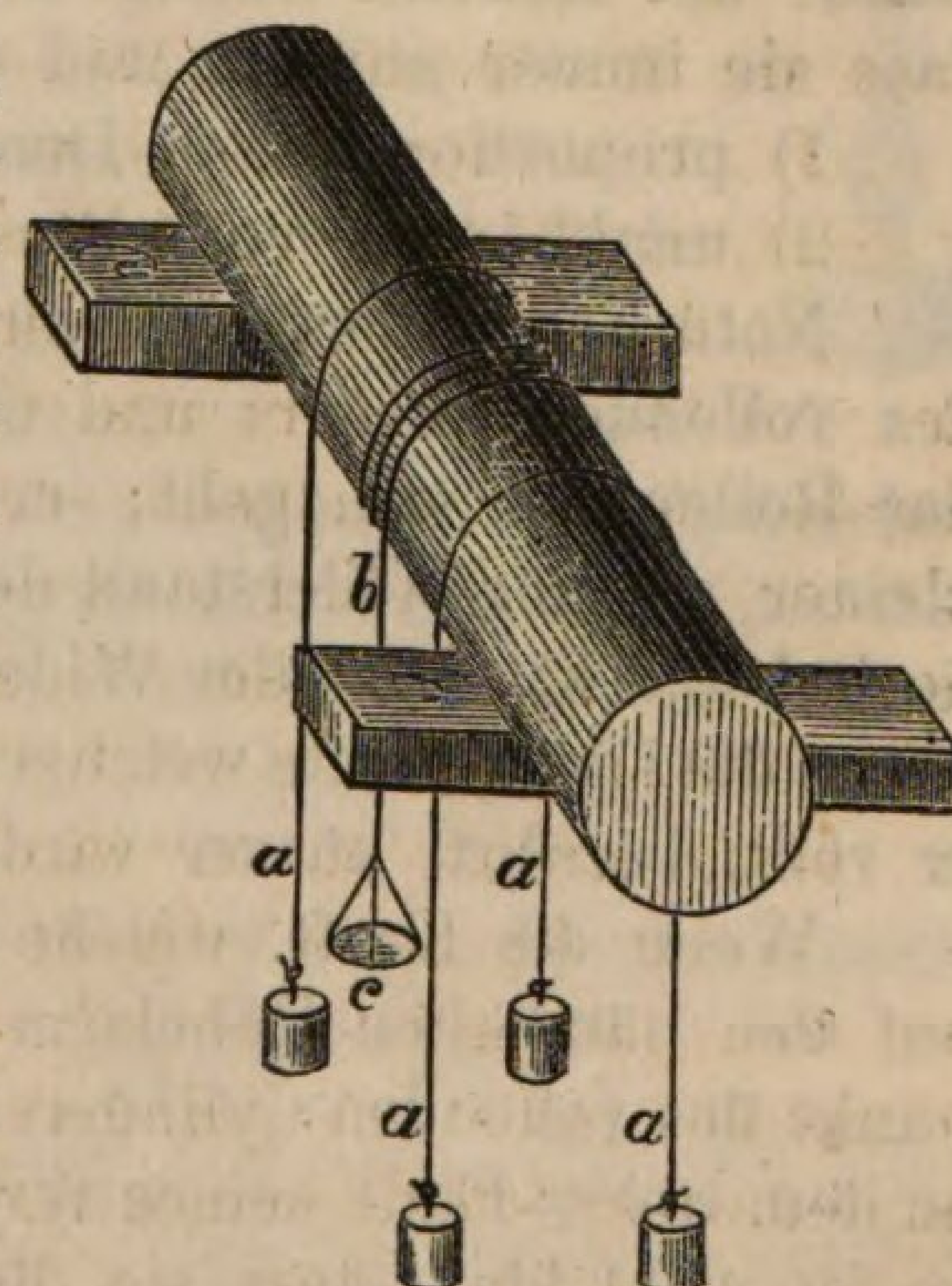


Fig. 213.

Während einer sehr kurzen Zeit der Bewegung kann man den rollenden Körper so betrachten, als wenn er sich um die gerade Linie drehte, nach welcher er aufliegt. Der Widerstand, mit dem wir uns beschäftigen, setzt sich dieser Drehung entgegen, sodass dieselbe nicht eher eintreten kann, als bis die Kraft P (Fig. 214) so gross ist, dass sie diesem Widerstand das Gleichgewicht halten kann. Dabei wirkt, wie man sieht, die Kraft P an dem Hebelarm AB. Man kann aber das Experiment auch anders anstellen, indem man das Gewicht P durch ein anderes Q ersetzt, welches in dem Punkt C horizontal an der Walze zieht, indem die Schnur, an welcher es befestigt ist, über eine Leitrolle geht.

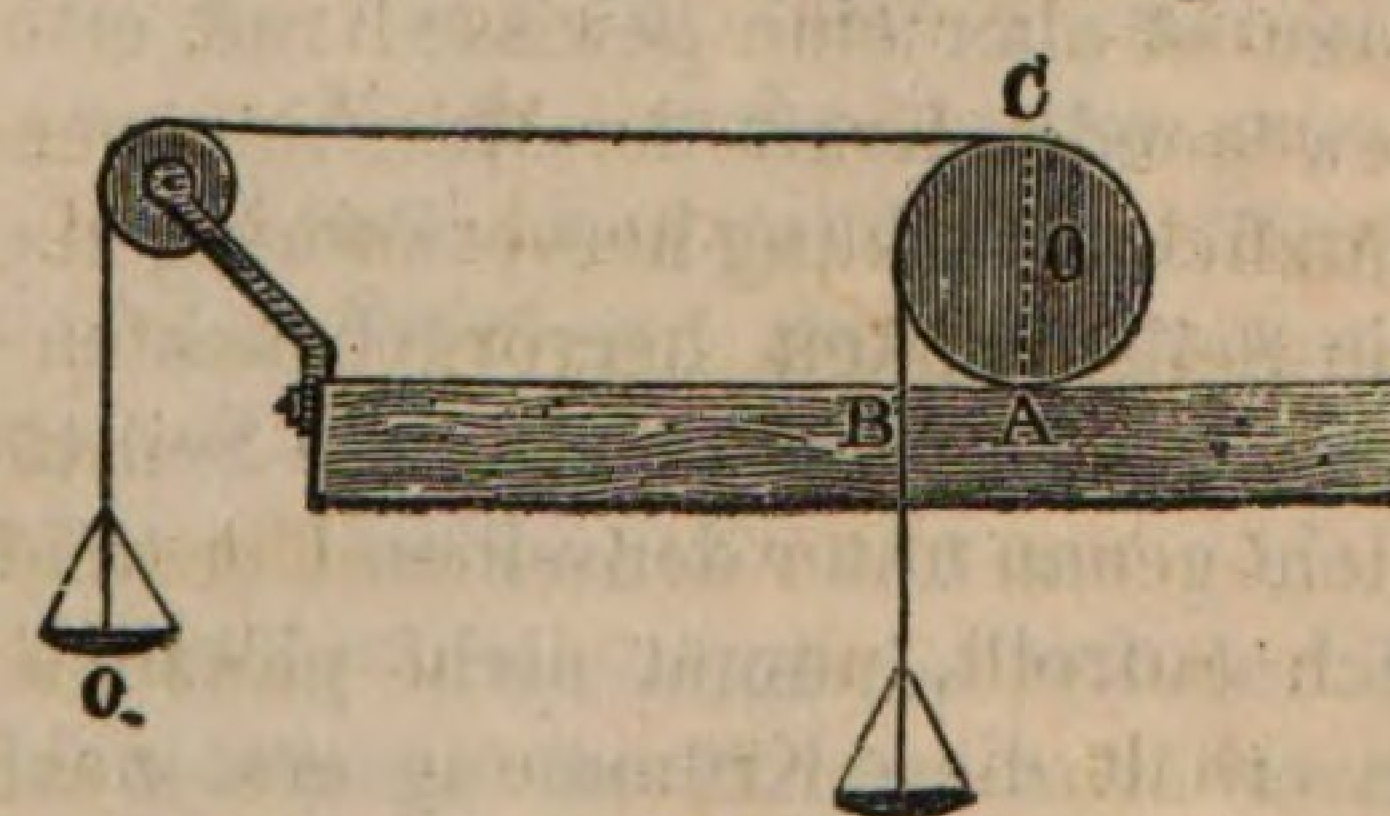


Fig. 214.

Es ist klar, dass dieses letztere Gewicht, welches auf einen Hebelarm AC wirkt, der doppelt so gross als AB ist, nur halb so gross als P sein darf, um die Walze in Bewegung zu setzen. Eine Kraft, welche auf einen andern Hebelarm als AB oder AC wirken, und demselben Widerstand des Rollens das Gleichgewicht halten sollte, müsste natürlich einen von P und Q verschiedenen Werth haben, der von der Grösse seines Hebelarms abhängt und nach den Hebelgesetzen aus einer von jenen leicht gefunden werden könnte. Aus Coulomb's Versuchen folgt, dass die zur Ueberwindung des Widerstands des Rollens nöthige Kraft, von welcher wir voraussetzen, dass sie immer auf ein und denselben Hebelarm wirkt,

1) proportional dem Druck,
2) unabhängig vom Durchmesser des rollenden Cylinders ist.

Natürlich ändert sich der Widerstand des Rollens mit der Natur des rollenden Körpers und mit der Natur der Fläche auf welcher das Rollen vor sich geht; er ist aber in allen Fällen bedeutend kleiner als der Widerstand der Reibung. Ausserdem aber hat man noch bemerkt, dass der Widerstand des Rollens etwas grösser ist, wenn die Linie, nach welcher der Cylinder die Fläche, auf welcher er rollt, berührt, kürzer wird.

Wenn die Kraft, welche das Rollen veranlasst, anstatt immer auf den nämlichen Hebelarm zu wirken, in allen Fällen im Mittelpunkt des rollenden Cylinders, wie bei den Wagenrädern, oder auch an dem obern Ende seines vertikalen Durchmessers angreifen würde, so ist wohl klar, dass sie diesem Durchmesser umgekehrt proportional sein müsste.

§. 147. **Steifigkeit der Seile.** — Man kann für den Widerstand, welcher durch die Steifigkeit der Seile hervorgebracht wird, zwei verschiedene Gründe aufstellen. Zunächst ist klar, dass einem Seil, wenn es auf eine Rolle oder Trommel aufgewickelt werden soll, die hiezu erforderliche Krümmung erst gegeben werden muss; dazu ist aber eine gewisse Kraft erforderlich, welche von der ganzen bewegenden Kraft der Maschine genommen werden muss, ohne eine nützliche Wirkung hervorzubringen. Der zweite Grund für den durch die Seilsteifigkeit hervorgebrachten Widerstand ergibt sich, wenn man beachtet, dass sich die Seilstücke zu beiden Seiten der Rolle nicht genau unter denselben Umständen befinden. Das Stück, welches sich aufrollt, nimmt nicht plötzlich die Krümmung der Rolle an; es erhält diese Krümmung erst nach und nach. Ausserdem schiebt sich dieser Theil des Seils mit immer neuen Stellen an die Rolle an, wodurch in Folge der starken Pressung, welche die aufzuziehende Last ausübt, Theilchen an seiner Oberfläche etwas zur Seite rücken

und einen Wulst bilden (Fig. 215), durch den das Seil etwas auf die Seite geschoben wird. Durch diesen, wie durch den vorhin angegebenen Umstand, wird aber offenbar der Hebelarm der zu überwindenden Last vergrössert, und da diess auf Seite der Kraft wenigstens nicht in gleichem Grade der Fall ist, so ist klar, dass die zur Ueberwindung der Last nöthige Kraft grösser sein muss, als sie es ohne die Seilsteifigkeit wäre.

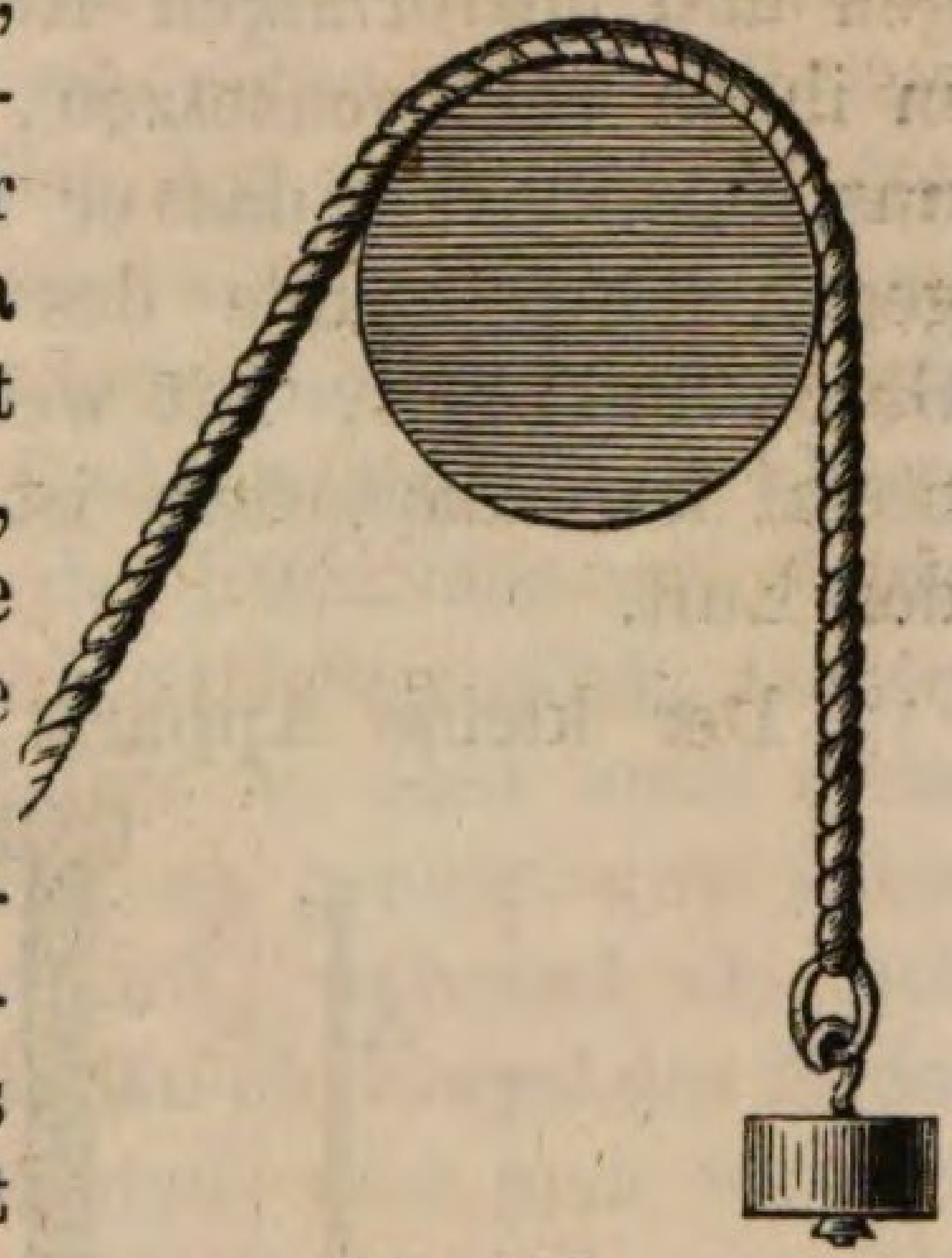


Fig. 215.

Der Theil der bewegenden Kraft, welcher durch die Steifigkeit der Seile absorbirt wird, nimmt mit der Spannung des Seils zu, aber er ist dieser Spannung nicht proportional; er ist ferner um so grösser, je kleiner der Durchmesser der Rolle oder Trommel ist, auf welcher das Seil aufgewickelt wird, und verändert sich ausserdem mit der Dicke und mit der Natur des Seils. Eine merkliche Verschiedenheit zeigt sich namentlich zwischen alten und neuen Seilen in dieser Beziehung.

Bei Riemen ohne Ende, welche über Rollen oder Trommeln gehen, findet eine ähnliche Art von Widerstand statt.

§. 148. **Widerstand des Mittels.** — Wenn sich ein Körper in einem flüssigen oder luftförmigen Mittel bewegt, so erfährt er von Seite dieses Mittels einen Widerstand, welcher fortwährend seine Geschwindigkeit zu vermindern sucht; diess kommt, wir wir schon gesehen haben, daher, dass der Körper den Molekülen des Mittels, welchen er begegnet, seine Bewegung mittheilen muss.

Wenn man diesen Widerstand mit demjenigen vergleicht, welcher durch die Reibung veranlasst wird, so findet man eine wesentliche Verschiedenheit zwischen den beiden. Ein Körper, welchen man über eine Fläche weggleiten zu machen sucht, leistet schon einen Widerstand, bevor noch das Gleiten begonnen hat. Dieser Widerstand besteht noch während des Gleitens; aber er ist dann sehr häufig geringer als vorher und ändert sich nicht mehr mit der Geschwindigkeit des gleitenden Körpers.

Diess ist nicht mehr so bei dem Widerstand des Mittels, in welchem sich ein Körper bewegt. So lange der Körper noch nicht in Bewegung ist, macht sich dieser Widerstand gar nicht fühlbar; er entwickelt sich nur während der Bewegung und vergrössert sich aber dann in dem Maasse, als die Geschwindigkeit derselben wächst.

Wir werden später auf diesen Widerstand, welchen die flüssigen und luftförmigen Körper der Bewegung eines festen Körpers in ihnen entgegensetzen, zurückkommen: für jetzt begnügen wir uns, anzuführen, dass er 1) der Grösse der Oberfläche, welche direkt gegen die Moleküle des Mittels stösst, und 2) dem Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher dieser Stoss vor sich geht, proportional ist. Ausserdem ist er im Wasser bedeutend grösser, als in der Luft.

Der kleine Apparat, welcher in Fig. 216 abgebildet ist, ist

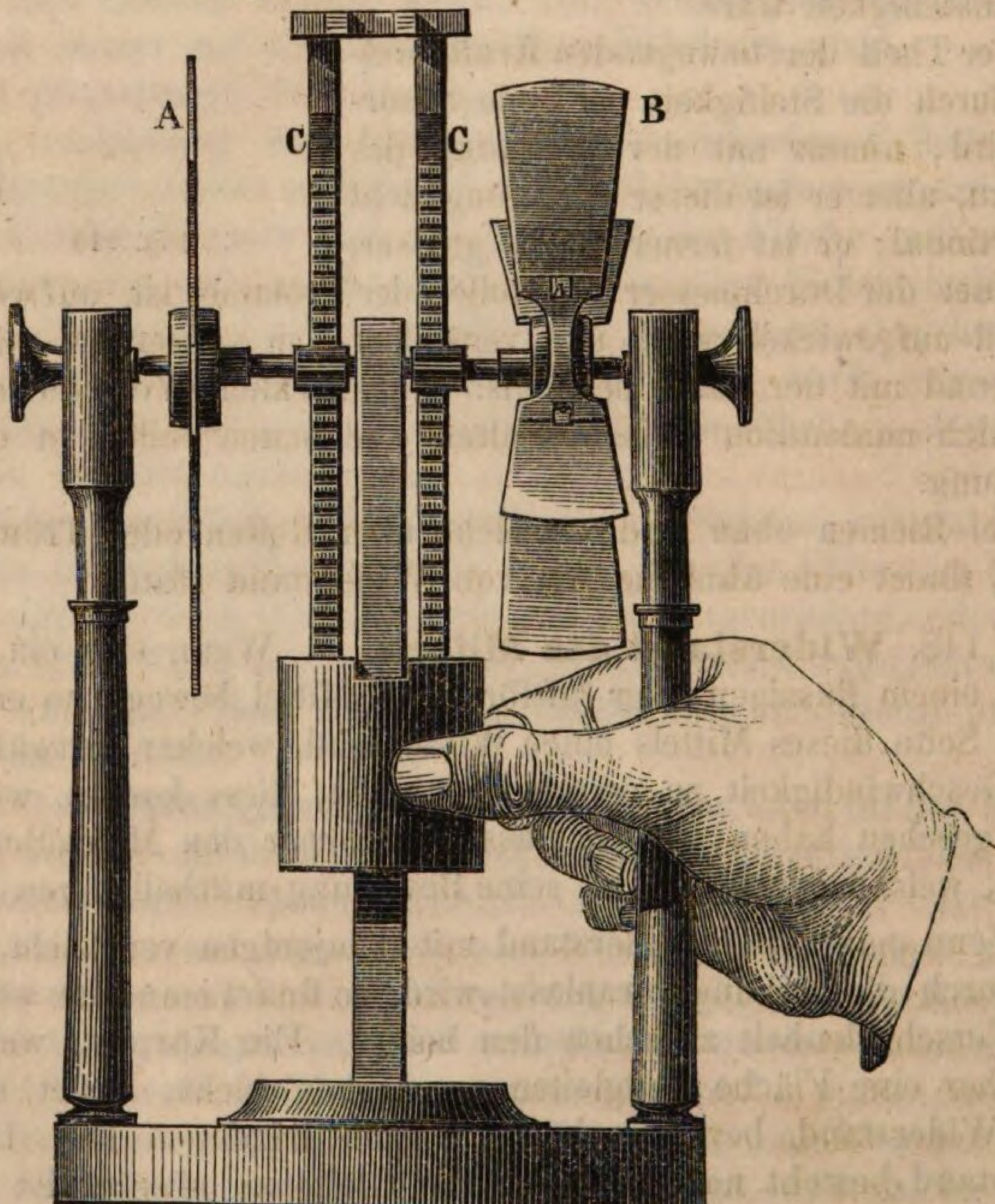


Fig. 216.

dazu geeignet, zu zeigen, dass sich in der That der Widerstand des Mittels mit der Grösse der Oberfläche, welche seinen Molekülen direkt begegnet, vergrössert. Zwei kleine Räder A und B sind jedes auf einer besondern Axe befestigt und um diese Axen sehr leicht beweglich. Die Bewegung dieser Axen geschieht mittelst zweier miteinander verbundener Zahnstangen, welche in zwei Triebe von glei-

cher Grösse eingreifen, die an jenen Axen befestigt sind. Wenn man diese beiden Zahnstangen, indem man sie so fasst, wie es Fig. 216 zeigt, schnell herabsenkt, bis sie nicht mehr mit den Trieben eingreifen und sich diese in den Ausschnitten CC frei drehen können, so wird dadurch den beiden kleinen Rädern genau dieselbe Rotationsgeschwindigkeit ertheilt. Jedes dieser Rädchen nun wird von vier Flügeln gebildet. Bei dem Rade A sind diese Flügel auf der Axe festgemacht, und begegnen der Luft blos mit ihrem Rande; bei dem Rade B dagegen sind die Flügel beweglich, sodass sie auf dieselbe Art, wie diejenige des Rades A, aber auch mehr oder weniger gegen die Richtung der Bewegung geneigt und selbst so gestellt werden können, dass sie der Luft, während sie sich drehen, mit ihrer breiten Seite begegnen. Wenn die Flügel des Rades B so wie die Flügel des Rades A gestellt sind, und man versetzt die beiden Räder mittelst der Zahnstangen in Bewegung, so sieht man beide ihre Drehung eine beträchtliche Zeit lang fortsetzen und nahezu mit einander zur Ruhe kommen; aber wenn die Flügel des Rades B anders gestellt sind, wie es Fig. 216 zeigt, so verzögert sich die Bewegung dieses Rades weit rascher, als diejenige des andern, und diese Verzögerung ist um so bedeutender, je mehr sich die Flügel der Lage nähern, wo sie während ihrer Bewegung den Molekülen der Luft mit ihrer ganzen Breite begegnen.

Betrachtung der Maschinen im Zustande der ungleichförmigen Bewegung.

§. 149. Wenn eine Maschine in Bewegung ist, und es halten sich die an ihr wirkenden Kräfte und Widerstände das Gleichgewicht, so ist ihre Bewegung gleichförmig. Aber diess ist nur selten der Fall; es gibt sogar eine grosse Anzahl von Maschinen, für welche es niemals stattfindet; das folgende Beispiel wird diess sogleich näher beleuchten.

Zur Bewegung eines Schleifsteins wendet man gewöhnlich die in Fig. 217 dargestellte Vorrichtung an. Die Axe des Steins endigt sich in einer Kurbel; von dem Ende dieser Kurbel geht eine Treibstange beinahe vertikal herab und ist mit ihrem untersten Theil an dem Ende eines Fusstrittes befestigt. Die Verbindung dieser Treibstange, einerseits mit der Kurbel, andererseits mit dem Tritt, ist so hergestellt, dass sie um die Verbindungspunkte beweglich ist. Wenn man den Schleifstein direkt mit der Hand in Umdrehung versetzt, so sieht man die Kurbel sich drehen; die Treibstange geht abwechselnd auf und ab und neigt sich bald auf

die eine, bald auf die andere Seite der Vertikalen; der Tritt endlich wird sich, indem er sich um das eine seiner Enden dreht, abwechselnd heben und senken. Wenn der Schleifer, welcher sich eines solchen Steins bedient, denselben in Bewegung setzen und darin erhalten will, so setzt er einen Fuss auf den Tritt und drückt denselben in dem Moment nieder, wo die Treibstange abwärts zu gehen beginnt; mit diesem Druck fährt er fort, bis sie ihre tiefste Stelle erreicht hat; dann lässt er nach, jedoch ohne den Fuss zurückzuziehen; die Triebstange geht von selber in die Höhe, um darauf wieder niedergedrückt zu werden, u. s. f. Zu derselben Zeit, in welcher der Schleifer auf diese Weise die Bewegung des Steins unterhält, drückt er den zu schleifenden Körper gegen die Oberfläche des Schleifsteins.

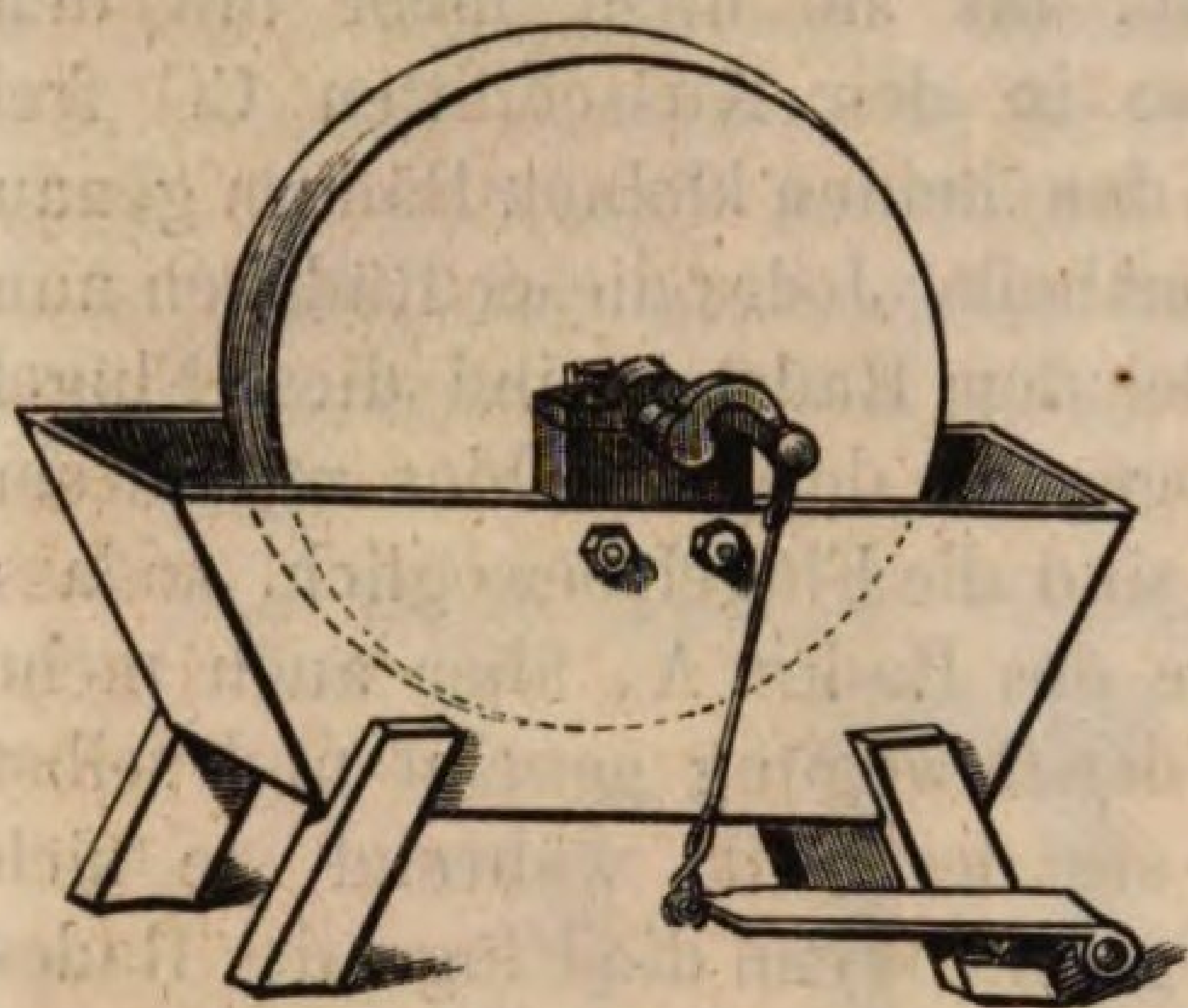


Fig. 217.

Es ist leicht zu erkennen, dass eine solche Bewegung nicht gleichförmig sein kann. Wenn man untersucht, was während einer ganzen Umdrehung des Steins vor sich geht, indem man mit dem Augenblick beginnt, wo der Tritt seine höchste Stelle einnimmt, so sieht man, dass der Druck des Fusses nur während der ersten Hälfte einer Umdrehung wirkt, in der ganzen zweiten Hälfte ist dieser Druck gleich Null. Der Widerstand dagegen, welcher hauptsächlich durch die Reibung des zu schleifenden Körpers, sowie durch die Reibung an der Axe des Steins hervorgebracht wird, wirkt nahezu mit gleicher Stärke während der ganzen Umdrehung des Steins. In der zweiten Hälfte jeder Umdrehung kann also schon desshalb zwischen Kraft und Widerstand nicht Gleichgewicht bestehen, weil die Kraft Null ist, der Widerstand aber nicht. In der ersten Hälfte der Bewegung aber existirt dieses Gleichgewicht nur in zwei bestimmten Momenten, wie wir sogleich sehen können.

Wenn sich der Stein herumdreht, so beschreibt das Ende M (Fig. 218) der Kurbel OM den Umfang eines Kreises. Die Treibstange geht bald zur Rechten bald zur Linken von dem Punkte O, dem Mittelpunkt jenes Kreises, vorbei. Während der Tritt abwärts geht, befindet sich die Treibstange fortwährend auf der rechten Seite dieses Mittelpunktes, aber ihre Entfernung OP von diesem Punkt, welche Entfernung nichts anderes als der Hebelarm ist, auf welchen die Kraft wirkt, ändert sich von einem Augenblick zum andern.

Dieser Hebelarm, anfangs Null, wenn die Treibstange eben abwärts zu gehen beginnt, vergrössert sich mehr und mehr, bis er gleich OM, der Länge des Kurbelarms, wird; dann nimmt er wieder ab, um wieder Null zu werden, wenn die Treibstange an ihrer tiefsten Stellung angekommen ist, wo sie wieder aufwärts zu steigen beginnt. Es ist aber klar, dass die Kraft, welche auf einen Hebelarm wirkt, der sich jeden Augenblick verändert, dem sich gleichbleibenden Widerstand nicht fortwährend das Gleichgewicht halten kann. Dieses Gleichgewicht wird nur in dem Moment stattfinden, wo dieser Hebelarm, indem er sich vergrössert, einen bestimmten Werth erreicht hat; dann aber auch noch ein zweitesmal, wenn er, indem er wieder abnimmt, durch denselben Werth hindurch geht. Die Kraft kann also dem Widerstand während der abwärts gehenden Bewegung der Treibstange nur zweimal, wenn dieselbe Stellungen wie z. B. MN und M'N' einnimmt, das Gleichgewicht halten.

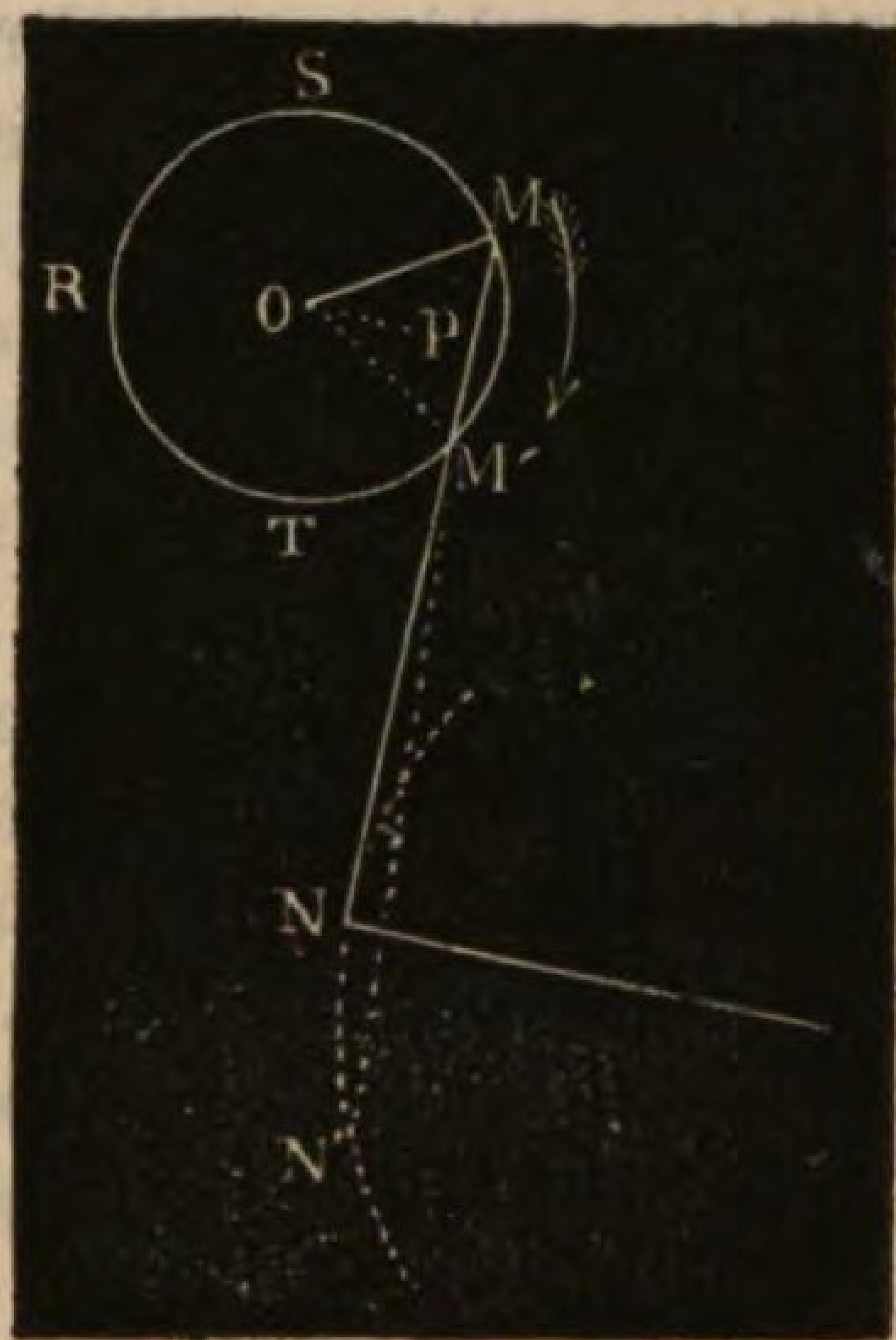


Fig. 218.

So lange sich das Ende der Kurbel zwischen den Punkten M und M' bewegt, wirkt die Kraft auf einen Hebelarm, welcher grösser ist, als es das Gleichgewicht erfordert; es reicht also schon ein Theil der Kraft hin, um den Widerstand zu überwinden; der andere Theil verursacht eine Beschleunigung der Bewegung des Schleifsteins. Wenn sich dagegen das Ende der Kurbel, während die Treibstange abwärts geht, über dem Punkt M oder unter dem Punkt M' befindet, so kann die Kraft, da sie an einem zu kleinen Hebelarm wirkt, nur einem Theil des Widerstands das Gleichgewicht halten, der andere Theil desselben verzögert die Bewegung. Und wenn nun vollends die Treibstange wieder emporsteigt und gar keine Kraft mehr wirkt, so wird die Bewegung des Steins durch die ganze Grösse der Widerstände verzögert. Man sieht also, dass sich die Geschwindigkeit des Steins während der Zeit, welche die Kurbel braucht um von M nach M' zu kommen, vergrössert; während der übrigen Zeit dagegen, in welcher die Kurbel ihre Umdrehung vollendet, indem sie von M' über T, R, S nach M geht, nimmt die Geschwindigkeit des Steins fortwährend ab. Der Stein hat folglich seine kleinste Geschwindigkeit, wenn die Kurbel in M, und seine grösste, wenn sie in M' ist.

§. 150. In den meisten Fabriken hat ein und dieselbe Kraftmaschine, eine Dampfmaschine z. B., eine grössere Anzahl von Arbeitsmaschinen, wie Drehbänke, Hobelmaschinen, Bohrmaschinen etc. zu bewegen. Gewöhnlich sind diese Maschinen aber nicht alle auf einmal in Thätigkeit. Sie erhalten ihre Bewegung von der Kraftmaschine mittelst Riemen ohne Ende, von denen wir in §. 63 gesprochen haben, und die Mittheilung der Bewegung wird während des Gangs der Kraftmaschine mittelst des Mechanismus, dessen Wesen wir in demselben Paragraphen angegeben haben, nach Belieben hergestellt und wieder unterbrochen. Im Verlauf eines Tages wechselt die Anzahl der Arbeitsmaschinen, welche in Thätigkeit sind, sehr oft; jede von ihnen bleibt zu wiederholtenmalen stehen und setzt sich wieder in Bewegung. Man sieht daraus, dass sich die Widerstände, welche die Kraftmaschine zu überwinden hat, sehr häufig und zwar oft sehr bedeutend verändern können, sodass es nur Zufall sein wird, wenn zwischen der Kraft und den Widerständen Gleichgewicht stattfindet. Wenn die Kraft grösser ist, als sie es sein müsste, um den Widerständen das Gleichgewicht zu halten, so beschleunigt sich die Bewegung an allen Maschinen, die mit der Kraftmaschine in Verbindung stehen; sie verzögert sich dagegen, wenn die Widerstände zu gross werden, um von der Kraft überwunden werden zu können.

§. 151. **Das Schwungrad.** — Es ist in den meisten Fällen von Wichtigkeit, dass die Bewegung einer Maschine so viel als möglich gleichförmig ist, damit sich die Geschwindigkeit jedes beweglichen Stücks derselben nicht über eine gewisse Grenze hinaus vermehre oder vermindere. Man erreicht diess auf folgendem Wege:

Die Bewegung einer Maschine beschleunigt sich, wenn die bewegende Kraft an derselben grösser als die zu überwindenden Widerstände ist, und die Vermehrung der Geschwindigkeit wird dabei, wie wir wissen, allein durch den Ueberschuss der bewegenden Kraft über die Widerstände hervorgebracht. Mit der Vermehrung der Geschwindigkeit tritt aber zugleich eine Vermehrung der Bewegungsgrösse der bewegten Theile der Maschine ein, die nach §. 106 gleich dem Produkt aus der Masse dieser Theile in die Vergrösserung der Geschwindigkeit ist, welche hervorgebracht wurde. Andererseits aber kann die Vermehrung der Bewegungsgrösse der bewegten Maschinentheile auch gleich dem Produkt aus jenem Ueberschuss der bewegenden Kraft über die Widerstände in die Zeit seiner Wirksamkeit gesetzt werden (s. §. 106 in Verbindung mit §. 132); wenn daher der nämliche Ueberschuss der bewegenden Kraft über die Widerstände die nämliche Zeit hindurch wirkt und also die näm-

liche Vermehrung der Bewegungsgrösse hervorbringt, so ist die Vergrösserung der Geschwindigkeit in demselben Verhältniss kleiner, als die Massen der bewegten Maschinentheile grösser sind.

Wenn im Gegentheil die Widerstände grösser als die bewegende Kraft sind, so verzögern sie die Bewegung der Maschine, indem sie einen bestimmten Theil der Bewegungsgrösse derselben verzehren, welcher durch das Produkt aus der Masse der bewegten Maschinentheile in die Verminderung der Geschwindigkeit ausgedrückt werden kann. Andererseits ist aber diese Verminderung der Bewegungsgrösse auch gleich dem Produkt aus dem Ueberschuss der Widerstände über die bewegende Kraft in die Zeit seiner Wirksamkeit, und wenn daher ein und derselbe Ueberschuss von Widerständen die nämliche Zeit hindurch wirksam ist, so ist doch wieder die dadurch hervorgebrachte Verminderung der Geschwindigkeit in demselben Verhältniss kleiner, als die Massen der bewegten Maschinentheile grösser sind.

Man sieht daraus, dass die Aenderungen in der Geschwindigkeit der bewegten Maschinentheile, welche durch einen bestimmten Ueberschuss der bewegenden Kräfte über die Widerstände, oder umgekehrt der Widerstände über die bewegenden Kräfte hervorgebracht werden, indem dieser Ueberschuss eine gewisse Zeit hindurch wirksam ist, um so kleiner ausfallen, je grösser die bewegten Massen der Maschine sind. Um daher die Bewegung einer Maschine möglichst gleichförmig zu machen, wird man den bewegten Theilen derselben schwere Massen in irgend einer passenden Gestalt beifügen.

Man gibt diesen beizufügenden Massen gewöhnlich die Form eines Rades, wie dasjenige, welches Fig. 219 zeigt. Dieses Rad wird auf einer der sich drehenden Wellen befestigt, sodass es an der Bewegung derselben Theil nimmt. Dasjenige, von welchem die Wirksamkeit dieses Rades abhängt, ist offenbar nicht blos die Masse desselben, sondern vielmehr sein Trägheitsmoment. Sein wirksamster Theil ist daher sein Kranz, der aus diesem Grunde schwerer und massenhafter gemacht wird, als es bei gewöhnlichen Rädern der Fall ist; doch müssen auch die Arme des Rades stark genug gemacht werden, um einer Zerstörung desselben, welche namentlich durch die Centrifugalkraft hervorgerufen werden kann, vorzubeugen. Ein solches Rad nennt man **Schwungrad**.

Manchmal bringt man anstatt eines Rades an einer der sich drehenden Wellen der Maschine zwei oder drei Arme an, welche sich in schwere gusseiserne Massen endigen (Fig. 220 und 221). Man gibt diesen Massen eine linsenförmige Gestalt, um den Widerstand zu vermindern, welchen die Luft ihrer Bewegung entgegen-

setzt, und welcher wegen ihrer grossen Geschwindigkeit sehr gross werden kann. Diese linsenförmigen Massen sind ausserdem so angebracht, dass der Schwerpunkt der ganzen Schwungvorrichtung, von welcher sie einen Theil bilden, auf der Umdrehungsaxe der Welle gelegen ist.

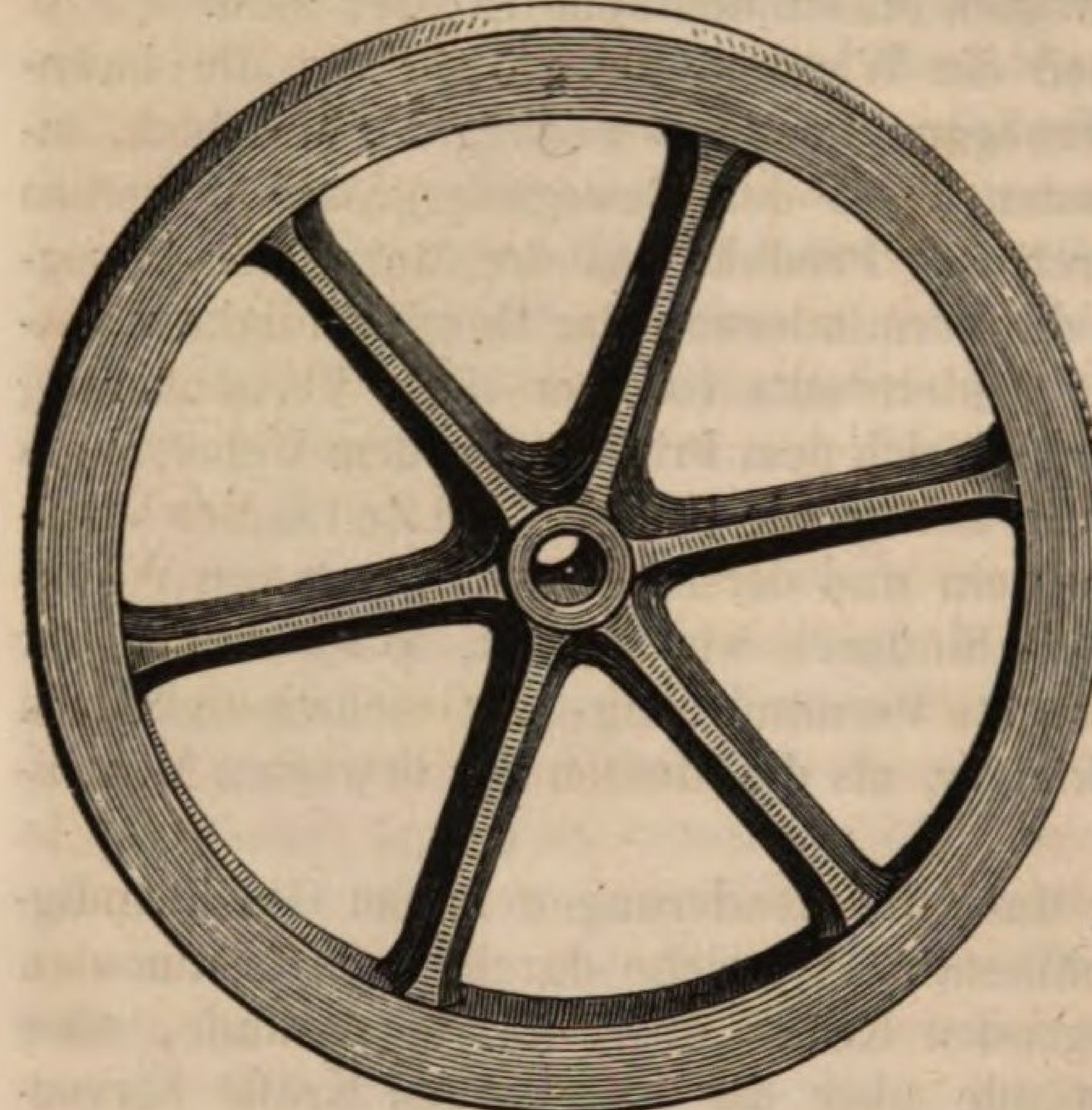


Fig. 219.

Es wird gut sein, hier zu bemerken, dass durch Hinzufügung eines Schwungrads an eine Maschine die Kraft, welche nöthig ist, um die Bewegung derselben zu unterhalten, weder vergrössert noch verkleinert wird. Ob die Maschine mit einem Schwungrade versehen ist, oder nicht, so bleibt die an ihr anzubringende Kraft dieselbe, so lange die zu überwindenden Widerstände dieselben bleiben. Das Schwungrad hat keine andere Wirkung, als die Grenzen, zwischen welchen die Geschwindigkeit der Maschine sich verändern kann, zu verengern, wenn zeitweise die bewegenden Kräfte die Widerstände oder umgekehrt die Widerstände

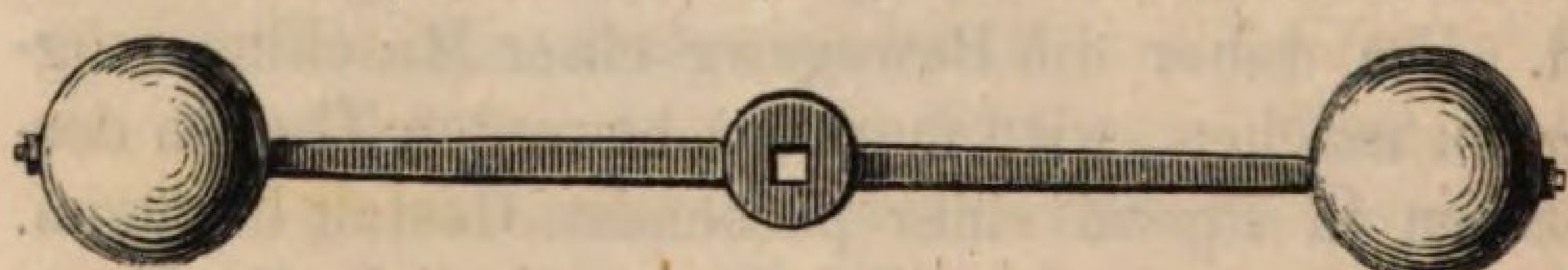


Fig. 220.

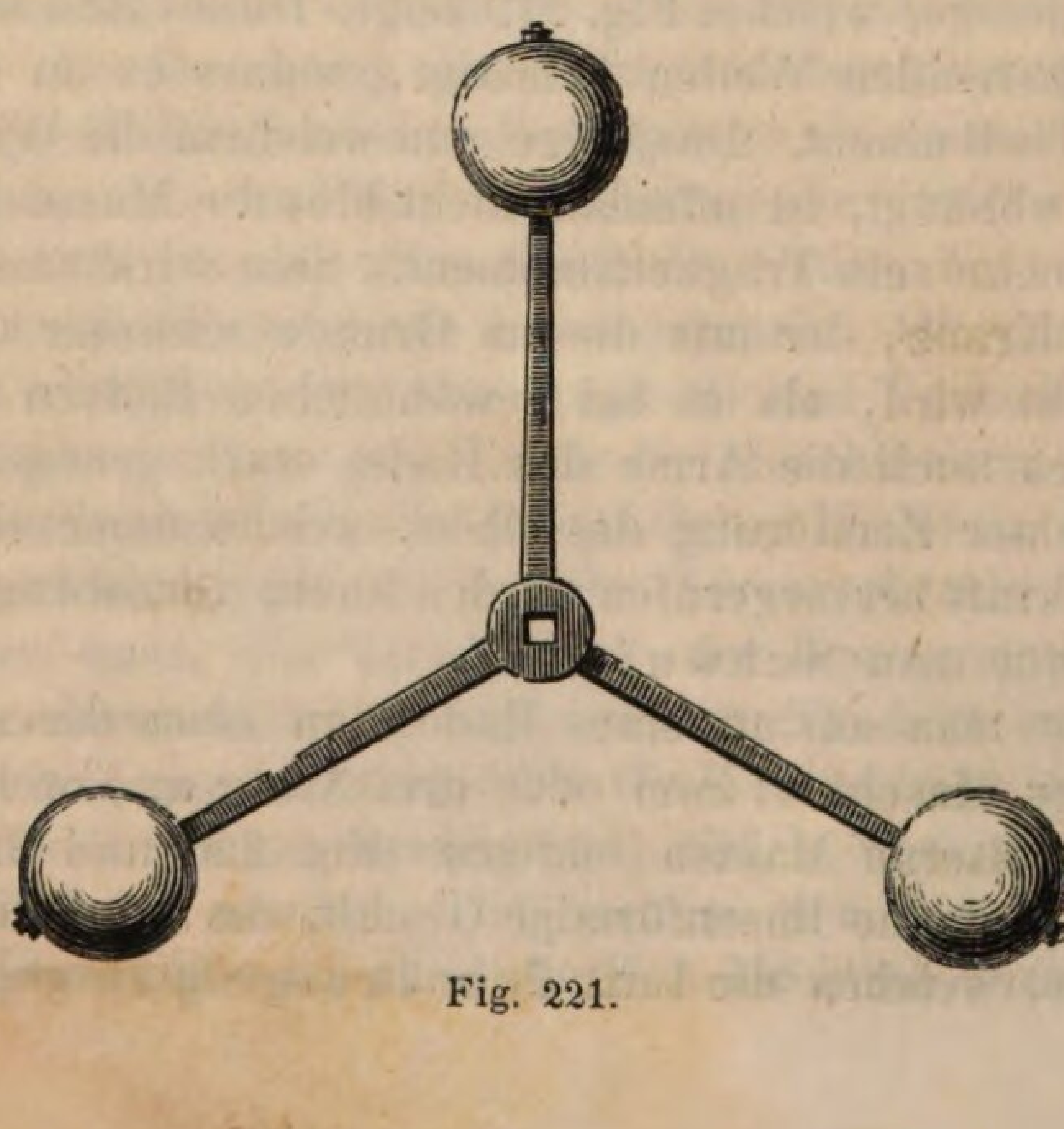


Fig. 221.

die bewegenden Kräfte überwiegen. — Genau genommen ist jedoch das eben Bemerkte nicht ganz streng richtig. Wenn man an einer Welle ein Schwungrad befestigt, so werden in Folge des Gewichts desselben die Zapfen der Welle einen grösseren Druck auf ihre Lager ausüben; in Folge dessen wird die Reibung in diesen Lagern vergrössert, und die Kraft, welche zur Bewegung der Maschine angewandt werden muss, wird folglich um eine diesem Zuwachs an Reibung entsprechende Grösse vermehrt werden müssen, um sämmtliche Widerstände noch überwinden zu können. Diess ist allein der Grund, warum die Beifügung eines Schwungrads an einer Maschine die Anwendung einer grösseren Kraft erfordert; jedoch ist die hieraus entspringende Vermehrung der bewegenden Kraft nur von sehr geringem Belang und kann meist vernachlässigt werden.

Man kann die Wirksamkeit eines Schwungrads auf zweierlei Arten vermehren: entweder indem man sein Gewicht vergrössert, ohne seine Gestalt zu ändern, oder indem man ihm grössere Dimensionen gibt, ohne mehr Masse dazu zu verwenden. Das letztere Mittel ist vorzuziehen, da hierdurch ein zu grosses Gewicht des Schwungrads und in Folge dessen eine zu starke Belastung der Welle, auf welcher es sich befindet, vermieden wird. Desshalb sieht man schon an nur einigermassen kräftigen Maschinen Schwungräder von sehr grossen Dimensionen angebracht. Es gibt jedoch dabei eine Grenze, die nicht überschritten werden darf; wenn man den Durchmesser des Schwungrads zu sehr vergrössert, so bietet sein Kranz leicht nicht mehr die nöthige Festigkeit und kann durch die Centrifugalkraft, welche sich durch seine Rotationsbewegung entwickelt, zerbrochen werden (§. 129).

§. 152. **Der Centrifugal-Regulator.** — Das Schwungrad regulirt die Bewegung einer Maschine, indem es verhindert, dass die Vermehrungen oder Verminderungen der Geschwindigkeit, welche in gewissen Zeiten durch Ungleichheiten in der Wirkung der Kraft oder der Widerstände hervorgebracht werden, zu gross werden, oder indem es, kurz gesagt, zu rasche Beschleunigungen oder Verzögerungen der Bewegung der Maschine verhütet; aber es können viele Umstände vorkommen, in denen diess nicht ausreicht. Wenn sich die Widerstände, welche die Maschine überwinden muss, sehr bedeutend vermindern, und daher die Kraft zu gross ist, um ihnen das Gleichgewicht zu halten, und wenn diese Verminderung lange Zeit hindurch dauert, so beschleunigt sich die Bewegung fort und fort. Das Schwungrad kann zwar verhindern, dass sich die Geschwindigkeit zu schnell vergrössert, aber dessenungeachtet kann dieselbe im Verlauf einer gehörig grossen Zeit ausserordentlich gross

werden, sodass schwere Unglücksfälle eintreten, oder doch wenigstens Nachtheile für die Arbeit der Maschinen daraus entstehen können. Wenn im Gegentheil die Widerstände bedeutend zunehmen, und die Kraft längere Zeit hindurch nicht mehr hinreicht, ihnen das Gleichgewicht zu halten, so verzögert sich die Bewegung der Maschine ungeachtet der Gegenwart des Schwungrads, das diese Verzögerung nur verlangsamen kann, mehr und mehr, und die Maschine kann endlich ganz still stehen.

In solchen Fällen ist es unerlässlich, die Kräfte selbst zu modificiren, welche an der Maschine wirken, d. h. entweder die bewegenden Kräfte oder die zu überwindenden Widerstände zu vermehren oder zu vermindern, um die Bewegung in einen normalen Zustand zurückzuführen. Man kann es zwar, wie wir gesehen haben (§§. 149 und 150), niemals dahin bringen, dass zwischen den bewegenden Kräften und den zu überwindenden Widerständen fortwährend Gleichgewicht besteht; aber man soll doch die verschiedenen Kräfte so zu reguliren suchen, dass, wenn sich auch die Bewegung nach und nach beschleunigt oder verzögert, die Geschwindigkeit sich doch niemals weit von derjenigen entfernt, welche erforderlich ist, wenn die Maschine die vollkommenste Arbeit liefern soll. Um diesen Zweck zu erreichen wendet man mit grossem Vortheil den Centrifugal-Regulator an (Fig. 222).

Derselbe besteht im Wesentlichen aus zwei Kugeln von Metall, welche an den Enden zweier Arme AB und AC befestigt sind. Diese Arme sind in A mit einer vertikalen Welle AD verbunden, welcher die Maschine eine Rotationsbewegung um ihre Längenaxe mittheilt; sie können sich aber um ihre Befestigungspunkte so drehen, dass sie einen mehr oder weniger grossen Winkel mit der Welle AD bilden. Zwei Stäbe sind mittelst Scharnieren einerseits in B und C an den beiden ebengenannten Armen befestigt, andererseits an einer Hülse D, welche die vertikale Welle umfasst und sich längs derselben frei heben und senken kann. Wenn man die beiden Kugeln mit der Hand von einander entfernt, so verändert sich die Gestalt der Raute ABDC; ihre Diagonale AD verkürzt sich, und in Folge dessen steigt die Hülse D in die Höhe; im Gegentheil senkt sich dieselbe, wenn man die Kugeln, anstatt sie von einander zu entfernen, einander nähert.

Die vertikale Welle AD erhält von der Maschine, an welcher der Regulator angebracht ist, eine Drehungsbewegung und zugleich mit ihr die beiden Kugeln. Bei dieser Bewegung steht jede dieser beiden Kugeln unter der Wirkung zweier Kräfte: ihres Gewichtes, welches vertikal abwärts wirkt, und der Centrifugalkraft, welche

durch die Rotationsbewegung entwickelt wird, und horizontal, vom Centrum des Kreises, welchen die Kugel beschreibt, weg nach auswärts gerichtet ist. Es ist klar, dass sich jede der beiden Kugeln so lange von der sich drehenden Welle entfernt, bis die Mittelkraft der beiden Kräfte, welche an ihr wirken, in der Verlängerung des Arms liegt, an welchem sie befestigt ist. Wenn sich die Bewegung der Maschine beschleunigt, so drehen sich die Kugeln schneller, die Centrifugalkraft vergrössert sich, und die Kugeln gehen weiter auseinander. Sie nähern sich dagegen einander, wenn die Bewegung der Maschine langsamer wird. Daraus folgt, dass sich die Hülse D hebt oder senkt, je nachdem die Schnelligkeit der Bewegung grösser oder kleiner wird. Diese auf- und abgehende Bewegung der Hülse D benützt man, um entweder auf die Kräfte oder auf die Widerstände geeignet einzuwirken.

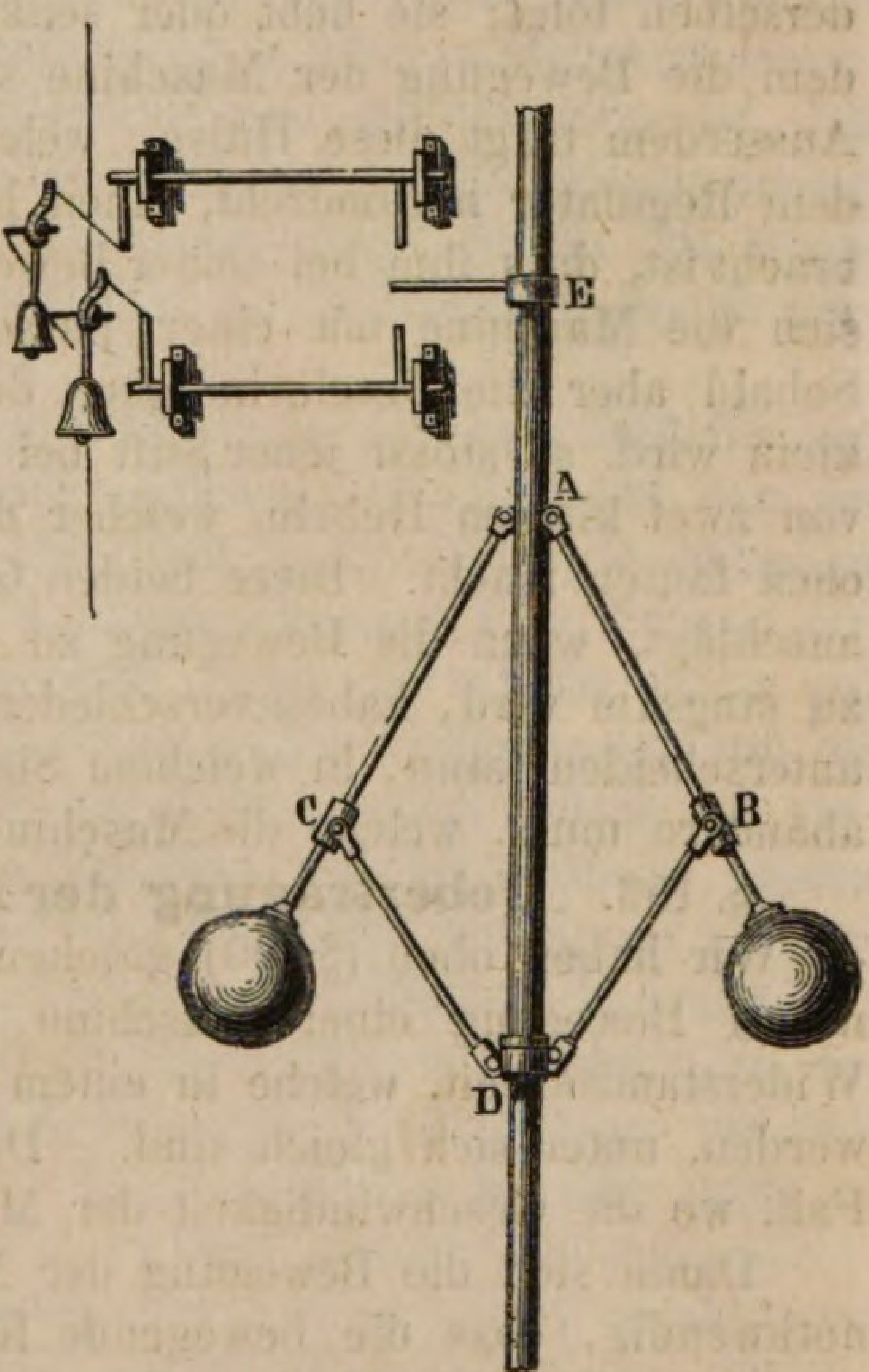


Fig. 222.

In gewissen Fällen wirkt der Regulator selbst auf die Kraft ein, welche die Maschine in Bewegung setzt, indem er ihre Grösse vermindert, wenn die Bewegung zu schnell, oder vermehrt, wenn die Geschwindigkeit zu klein wird. Diess ist namentlich, wie wir später sehen werden, bei den Dampfmaschinen der Fall. In andern Fällen macht der Regulator nur einen Arbeiter aufmerksam, welcher den Gang der Maschine zu überwachen hat, und zeigt denselben an, wann die Bewegung zu schnell oder zu langsam wird. Dieser Arbeiter kann alsdann die Grösse der bewegenden Kraft abändern und sie mit den zu überwindenden Widerständen ins Gleichgewicht bringen, so dass die Geschwindigkeit der Maschine zwischen den Gränzen erhalten bleibt, welche sie nicht überschreiten soll. Die Fig. 222 zeigt eine Anordnung, welche in den Getreidemühlen angewandt wird und dazu bestimmt ist, den eben angedeuteten Zweck zu erfüllen. Die Hülse D trägt zwei vertikale Stäbe, von denen nur einer in der Figur sichtbar ist, und

welche sich in der Hülse E endigen. Diese zweite Hülse ist dadurch mit der ersten so verbunden, dass sie allen Bewegungen derselben folgt; sie hebt oder senkt sich also ebenfalls, je nachdem die Bewegung der Maschine schneller oder langsamer wird. Ausserdem trägt diese Hülse, welche sich natürlich zugleich mit dem Regulator herumdreht, einen horizontalen Stift, der so angebracht ist, dass ihm bei seiner Bewegung nichts begegnet, so lange sich die Maschine mit einer passenden Geschwindigkeit bewegt. Sobald aber die Geschwindigkeit der Maschine zu gross oder zu klein wird, so stösst jener Stift bei jeder Umdrehung gegen einen von zwei kleinen Hebeln, welcher dadurch eines von zwei Glöckchen läuten macht. Diese beiden Glöckchen, von denen das eine anschlägt, wenn die Bewegung zu schnell, das andere, wenn sie zu langsam wird, haben verschiedenen Ton, sodass man sogleich unterscheiden kann, in welchem Sinne man die Grösse der Kraft abändern muss, welche die Maschine in Bewegung setzt.

§. 153. **Uebertragung der Arbeit in einer Maschine.** — Wir haben oben (§. 90) gesehen, dass im Falle der gleichförmigen Bewegung einer Maschine die Bewegungsarbeit und die Widerstandsarbeit, welche in einem bestimmten Zeitraum geleistet werden, unter sich gleich sind. Diess ist nicht mehr so in dem Fall, wo die Geschwindigkeit der Maschine veränderlich ist.

Damit sich die Bewegung der Maschine beschleunige, ist es nothwendig, dass die bewegende Kraft grösser als die zu überwindenden Widerstände ist. Denn dann hält schon ein Theil der erstern den letzteren das Gleichgewicht, und die Maschine würde sich unter dem Einflusse dieses Theils allein schon gleichförmig bewegen. Die Bewegungsarbeit dieses Theils der Kraft ist also schon gleich der gesammten Widerstandsarbeit. Der andere Theil derselben vermehrt die Geschwindigkeit der Maschine und leistet dadurch, wie wir aus §. 107 wissen, eine Arbeit, welche gleich der Vermehrung der lebendigen Potenz ist, welche die gesammten bewegten Maschinentheile in Folge der Vergrösserung ihrer Geschwindigkeit erfahren. Es ist also die Bewegungsarbeit, welche durch die ganze bewegende Kraft geleistet wird, grösser als die gesammte Widerstandsarbeit, und zwar grösser um den Zuwachs an lebendiger Potenz, welchen die Maschine durch Beschleunigung ihrer Bewegung erfährt.

Damit sich die Bewegung der Maschine verzögere, ist es nothwendig, dass die zu überwindenden Widerstände die bewegende Kraft übertreffen. Diese letztere hält also nur noch einem Theil der Widerstände das Gleichgewicht, und die gesammte Bewegungs-

arbeit ist gleich der Widerstandsarbeit, welche von diesem Theil allein schon geleistet wird. Der übrige Theil der Widerstände verzögert die Bewegung und leistet dadurch eine Arbeit, welche gleich der in Folge der Verminderung der Geschwindigkeit eintretenden Verminderung an lebendiger Potenz der Maschine ist. Die ganze Widerstandsarbeit ist also grösser als die Bewegungsarbeit, und zwar grösser um die Verminderung, welche die lebendige Potenz der Maschine in Folge der Verzögerung der Bewegung erfährt.

So ist also die Bewegungsarbeit bald grösser, bald kleiner, als die Widerstandsarbeit, welche während der nämlichen Zeit geleistet wird, je nachdem sich der Gang der Maschine beschleunigt oder verzögert, d. h. je nachdem sich die lebendige Potenz derselben vergrössert oder verkleinert. Aber wir wissen schon aus §. 107, dass die Arbeit, welche aufgewendet werden muss, um die Geschwindigkeit eines Körpers um eine gewisse Grösse zu vermehren, gleich der Arbeit ist, welche die Widerstände leisten müssen, um die Geschwindigkeit um ebensoviel wieder zu vermindern. Wenn also eine Maschine in zwei verschiedenen Augenblicken dieselbe Geschwindigkeit besitzt, so haben sich im Verlauf der dazwischen liegenden Zeit die abwechselnden Ueberschüsse der Bewegungs- oder Widerstandsarbeit gegenseitig vollständig compensirt, welches auch die Aenderungen sind, welche die Geschwindigkeit in diesem Zeitintervall erfahren hat; die gesammte Bewegungsarbeit in diesem Zeitintervall ist folglich genau gleich der Widerstandsarbeit, welche in demselben Zeitintervall geleistet wurde. Diess findet natürlich auch noch statt, wenn man jenen Zeitraum über die ganze Bewegung der Maschine, von dem Augenblick an, wo dieselbe begonnen hat, bis zu dem Augenblick, wo die Maschine wieder in den Zustand der Ruhe zurückgekehrt ist, ausdehnt.

Wenn eine Maschine ihrer Natur nach keine gleichförmige Bewegung annehmen kann, wie wir das bei dem Schleifstein im §. 149 gesehen haben, so ist ihre Bewegung gewöhnlich eine solche, die man regelmässig oder auch gleichförmig periodisch nennt; die Beschleunigungen und Verzögerungen ihrer Bewegung folgen sich periodisch in der Weise, dass die verschiedenen Theile der Maschine, wenn sie in dieselbe Lage zurückkehren, dieselbe Geschwindigkeit wieder annehmen. Diess ist z. B. in der That bei dem Schleifstein (§. 149) der Fall, vorausgesetzt, dass schon einige Zeit, seitdem er in Bewegung gesetzt wurde, verflossen ist; derselbe nimmt offenbar am Ende jeder Umdrehung, welche er macht, dieselbe Geschwindigkeit wieder an, welche er am Anfang derselben

hatte. In einem solchen Fall findet die Gleichheit der Bewegungs- und Widerstandsarbeit während jeder Periode der Bewegung statt.

Wenn man die Bewegung einer Maschine während der Zeit betrachtet, welche vom Beginn der Bewegung an bis zu dem Moment verfliesst, wo ihre Bewegung gleichförmig oder wenigstens gleichförmig periodisch geworden ist, so wird man finden, dass die Bewegungsarbeit in diesem Zeitraum, welchen man den Anlauf der Maschine nennt, grösser als die Widerstandsarbeit ist, und zwar grösser um die lebendige Potenz, welche die Maschine zu Ende jenes Zeitraums besitzt. Denn der Ueberschuss der ersteren über die zweite wurde eben dazu verwendet, der Maschine die Geschwindigkeit zu ertheilen, welche sie am Ende jenes Zeitraums hat. Während der ganzen Zeit des regelmässigen Gangs der Maschine ist die Bewegungsarbeit genau gleich der Widerstandsarbeit. Wenn aber die Maschine ihren regelmässigen Gang verlässt, um allmälich in den Zustand der Ruhe überzugehen, wird die Widerstandsarbeit grösser als die Bewegungsarbeit, und am Ende dieses ganzen Zeitraums, den man den Auslauf der Maschine nennt, übertrifft sie dieselbe um die ganze Grösse wieder, um welche sie von ihr während des ersten Theils des Gangs der Maschine übertroffen worden ist. Es ist also, wie wir schon gesagt haben, die Bewegungsarbeit, welche während der ganzen Dauer der Maschine geleistet wird, gleich der in derselben Zeit aufgewendeten Widerstandsarbeit.

Wir haben in der vorhergehenden Untersuchung von einer Gestaltsveränderung, welche einer oder der andere der Maschinentheile in Folge der Veränderung der gegenseitigen Lage seiner Moleküle bei der Mittheilung der Bewegung (s. §. 133) erfahren könnte, und welche nicht gerade im Zwecke der Maschine liegt, ganz abgesehen. Solche Veränderungen nehmen immer einen Theil der Bewegungsarbeit in Anspruch; derselbe wird aber entweder ganz oder doch theilweise wieder zurückerstattet, wenn der betreffende Körper ganz oder theilweise in seinen vorigen Zustand wieder zurückkehrt.

§. 154. **Wirkung des Schwungrads bei der Uebertragung der Arbeit.** — Allemal, wenn die Bewegungsarbeit grösser ist als die Widerstandsarbeit, verwandelt sich der Ueberschuss der ersteren über die zweite in Bewegung, und es erfolgt eine Beschleunigung der Geschwindigkeit, und zwar der Art, dass die dadurch bedingte Vermehrung der lebendigen Potenz der Maschine gleich jenem Ueberschuss der Bewegungsarbeit über die Widerstandsarbeit ist. Damit jene Beschleunigung nicht zu gross

wird, wendet man das Schwungrad an. Aber wenn dasselbe auch die Vergrösserung der Geschwindigkeit vermindert, so vermindert es doch nicht die Wirkung, welche dieselbe hervorbringen kann. Die Vermehrung der lebendigen Potenz, welche durch den Ueberschuss der Bewegungsarbeit über die Widerstandsarbeit veranlasst wird, vertheilt sich über eine grössere Masse, als wenn das Schwungrad nicht vorhanden wäre, und dadurch ist eben die Aenderung der Geschwindigkeit eine geringere; aber diese Vermehrung der lebendigen Potenz, welche sich grösstentheils in der Masse des Schwungrads anhäuft, ohne dass die Geschwindigkeit der Maschine sehr merklich modificirt wird, ist desshalb nicht minder fähig, dieselbe Quantität von Widerstandsarbeit wieder hervorzubringen. Unter diesem Gesichtspunkt kann man sagen, dass das Schwungrad ein Reservoir von Arbeit sei. Wenn die Bewegungsarbeit die Widerstandsarbeit übertrifft, so sammelt sich der Ueberschuss der ersten über die zweite unter der Form von lebendiger Potenz im Schwungrad an, und wenn die Gelegenheit kommt, so erzeugt diese in Reserve gehaltene Arbeit eine gleiche Quantität von Widerstandsarbeit.

Wenn eine Maschine mit einem Schwungrad versehen ist, so ist eine grössere Menge von Arbeit zu leisten, um sie in Bewegung zu setzen und ihr die passende Geschwindigkeit zu geben, als wenn das Schwungrad nicht vorhanden wäre: der Ueberschuss der Bewegungsarbeit über die Widerstandsarbeit während des Anlaufs der Maschine muss grösser sein, als er es ohne Schwungrad wäre. Aber wir haben gesehen dass dieser Ueberschuss der Bewegungsarbeit nicht verloren ist; er wird im letzten Abschnitt der Bewegung der Maschine wieder benützt und veranlasst stets die Erzeugung einer gleichen Quantität von Widerstandsarbeit.

§. 155. **Einfluss der passiven Widerstände.** — Bei allem, was wir bisher über die Bewegung der Maschinen gesagt haben, haben wir immer von der Reibung zwischen den verschiedenen Theilen derselben, überhaupt von dem, was wir unter dem Namen der passiven Widerstände (§. 142) begriffen haben, abstrahirt. Die Resultate, welche wir erhalten haben, müssen also in dieser Beziehung vervollständigt werden. Diese Ergänzung ist aber sehr einfach; es reicht hin, die passiven Widerstände als einen Theil der Widerstände im Allgemeinen zu betrachten, welche durch die bewegende Kraft überwunden werden müssen, um alles was wir oben gefunden haben mit völliger Genauigkeit auch noch jetzt anwendbar zu machen.

Indem wir verschiedene Maschinen unter dem Gesichtspunkt

des Gleichgewichts der Kräfte, welche an ihnen wirken, betrachteten, haben wir gesehen, wie man in jedem Fall die Grösse der Kraft finden kann, welche im Stande ist, bestimmten Widerständen das Gleichgewicht zu halten. Um den Werth dieser Kraft genau zu erhalten, muss man aber nicht allein die Widerstände in Rechnung ziehen, welche zu überwinden im Zweck der Maschine liegt, sondern auch noch die passiven Widerstände aller Art, welche durch die Anwendung dieser Maschine hervorgerufen werden. Die Kraft, welche wirklich nothwendig ist, um eine Maschine im Gleichgewicht zu halten, ist immer grösser als wenn die passiven Widerstände nicht existiren würden.

Indem wir die Maschinen im Zustande der gleichförmigen Bewegung betrachteten, haben wir gefunden, dass die Bewegungsarbeit immer gleich der Widerstandsarbeit sein muss. Zu demselben Resultat gelangten wir auch im Fall der nicht gleichförmigen Bewegung einer Maschine unter der Bedingung, dass man die Grösse der Arbeit während eines Zeitraums auswerthet, an dessen Anfang und Ende die Maschine die gleiche Geschwindigkeit besitzt. Diese Gleichheit der Bewegungs- und Widerstandsarbeit besteht auch dann noch, wenn man die passiven Widerstände nicht mehr vernachlässigt; aber man muss, indem man die Widerstandsarbeit berechnet, auch diejenige mit hinzunehmen, welche den passiven Widerständen entspricht.

Die Widerstände, welche man bei der Untersuchung einer in Bewegung befindlichen Maschine in Berücksichtigung ziehen muss, sind folglich zweierlei Art: Die einen sind diejenigen, deren Ueberwindung eben die Aufgabe der Maschine ist; sie heissen desshalb auch Nutzwiderstände; die andern sind die passiven Widerstände. Der Theil der Widerstandsarbeit, welche den ersteren entspricht, führt den Namen nützliche Arbeit, Nutzarbeit, auch Nutzeffekt; und das Princip der Uebertragung der Arbeit lässt sich daher folgendermassen aussprechen: Die Bewegungsarbeit ist gleich der Nutzarbeit, vermehrt um die Arbeit, welche aus den passiven Widerständen entspringt.

Es ist, wie wir in den §§. 58 bis 73 gesehen haben, im Allgemeinen sehr leicht, die Grösse der Kraft zu finden, welche im Stande ist, einem gegebenen Widerstand mit Hülfe einer Maschine das Gleichgewicht zu halten, wenn man die passiven Widerstände nicht in Rechnung zieht; aber dem ist nicht mehr so, wenn dieselben berücksichtigt werden sollen. Die passiven Widerstände sind meist nur schwer genau zu bestimmen. Am wenigsten Schwie-

rigkeiten machen in dieser Beziehung diejenigen, welche aus der Reibung entspringen, und glücklicherweise sind es gerade diese, welche den grössten Einfluss ausüben, einen grössern, als alle andern zusammengenommen, besonders wenn die Maschine keine zu grosse Geschwindigkeit besitzt. Die zahlreichen Versuche, welche angestellt worden sind, um die Grösse der Reibung und die Gesetze, nach welchen sie wirkt, zu ermitteln, gestatten sie mit ziemlicher Genauigkeit zu bestimmen; indessen bleibt in jedem einzelnen Fall immer einige Ungewissheit über ihre Grösse, namentlich aus dem Grunde, dass die Oberflächen der sich reibenden Körper nicht ganz dieselben sind, als diejenigen, welche man bei der Bestimmung des Reibungs-Coëfficienten dem Experimente unterworfen hat, sowie auch aus dem Grunde, dass die Drückungen, durch welche die Reibung hervorgerufen wird, nicht immer vollständig bekannt sein können. Zudem sind die Reibungswiderstände, welche man bei einer Maschine in Rechnung ziehen muss, gewöhnlich ziemlich zahlreich; sie entwickeln sich zwischen den Zähnen der Verzahnungen, zwischen den Zapfen der Wellen und den Lagern, in welchen sie sich drehen, u. s. w. Wenn man daher auch nur die Grösse des Theils der Kraft, welche allein den Widerständen der Reibung das Gleichgewicht halten soll, berechnen will, so wird schon dadurch die Rechnung sehr complicirt. Ausser der Reibung gibt es aber auch noch andere passive Widerstände an einer Maschine, welche nur mit grober Annäherung berechnet werden können. Man sieht also, dass man nicht hoffen darf, die Grösse der Kraft, welche allen diesen Widerständen das Gleichgewicht halten kann, genau zu berechnen, wenigstens nicht bei solchen Maschinen, die nicht sehr einfach sind.

Aus demselben Grunde hat es seine Schwierigkeiten, die Grösse der Widerstandsarbeit genau zu berechnen, welche den verschiedenen passiven Widerständen während irgend eines Zeitraumes entspricht, und dadurch festzusetzen, um wie viel während dieser Zeit die Bewegungsarbeit die Nutzarbeit übertrifft.

Man muss sich daher in den meisten Fällen damit begnügen, zu wissen, dass zur Ueberwindung eines bestimmten Nutzwiderstandes eine um so grössere Kraft nothwendig ist, je grösseren Einfluss die passiven Widerstände haben, und dass zur Leistung einer bestimmten Nutzarbeit eine um so grössere Menge Bewegungsarbeit aufgeboten werden muss, je grösser die aus den passiven Widerständen entspringende Arbeit ist. Bei der Construction einer Maschine muss man stets bemüht sein, den Einfluss der passiven Widerstände soviel als möglich zu verringern, damit zur

Leistung einer gegebenen Quantität von Nutzarbeit die kleinstmöglichste Quantität von Bewegungsarbeit aufgeboten zu werden braucht. Aus dem Gesichtspunkt der Ersparung an Kraft wird die Vollkommenheit einer Maschine nach der Grösse des Verhältnisses beurtheilt werden müssen, welches zwischen der Nutz- und Bewegungsarbeit besteht. Dieses Verhältniss, das gewöhnlich der Wirkungsgrad einer Maschine genannt wird, ist immer kleiner als die Einheit; aber die Maschine wird um so vollkommener sein, je mehr es sich der Eins nähert.

§. 156. **Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermindern.** — Um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermindern, wendet man verschiedene Mittel an, von denen wir nun die wichtigsten kennen lernen wollen. Wir nehmen dieselben in der Ordnung durch, wie wir oben die verschiedenen Arten der Widerstände angegeben haben.

Die Arbeit, welche aus der Reibung zweier Stücke, welche auf einander gleiten, entspringt, hängt bekanntlich zu gleicher Zeit von der Grösse der Reibung und von der Grösse des Weges ab, welchen ihr Angriffspunkt beschreibt. Um diese Widerstandsarbeit zu vermindern, kann man auf jedes der beiden Elemente, aus denen sie sich zusammensetzt, einwirken. Man wird daher zunächst die Grösse der Reibung vermindern, indem man die Stoffe, aus denen die aufeinander gleitenden Stücke bestehen, passend auswählt, indem man ferner die sich berührenden Oberflächen derselben gut polirt, und sie ausserdem fortwährend mit Oel oder Fett gut geschmiert erhält. Andererseits wird man die Ausdehnung, über welche hin das Gleiten stattfindet, so viel als möglich beschränken, was meist dadurch geschehen kann, dass man die Stücke, zwischen welchen das Gleiten stattfindet, von passender Form nimmt.

Aus diesem letzteren Grunde endigen sich gewöhnlich die Wellen, welche eine Drehungsbewegung erhalten sollen, in eisernen Zapfen von kleinerem Durchmesser (Fig. 223). Während die Welle eine ganze Umdrehung macht, durchläuft der Angriffspunkt der Reibung des Zapfens in seinem Lager blos die Peripherie dieses Zapfens. Dieser Weg ist also um so kleiner, je kleiner der Durchmesser des Zapfens ist. Man vermindert daher diesen Durchmesser so viel als möglich, ohne jedoch den Zapfen

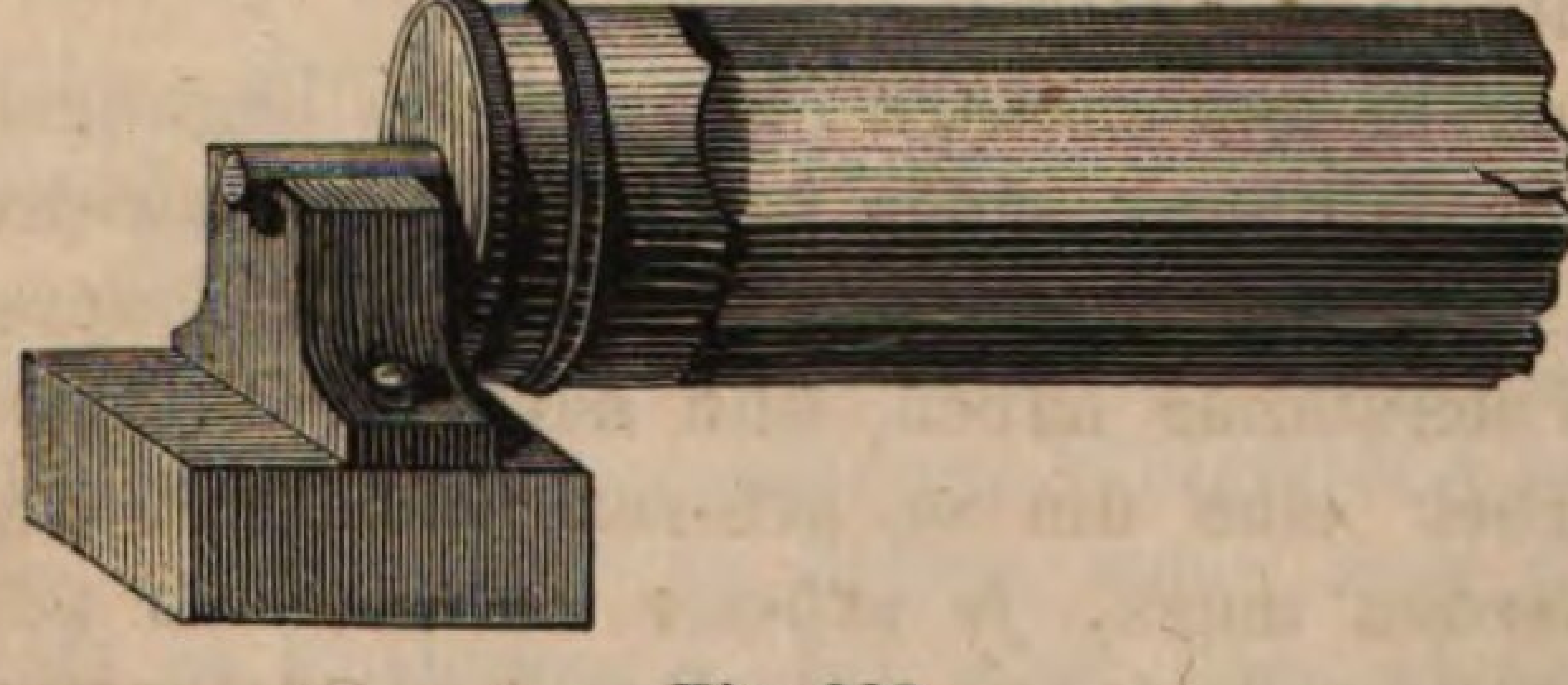


Fig. 223.

so schwach zu machen, dass er unter dem Druck, welchen er zu ertragen hat, abbrechen könnte.

Aus demselben Grunde construirt man die Verzahnungen so, dass sie möglichst kleine und zahlreiche Zähne erhalten. Denn je grösser die Zähne sind, desto bedeutender ist die Fläche, in welcher sie auf einander gleiten. Doch gibt es auch hier eine Grenze, da die Zähne, wie vorhin die Zapfen, noch hinreichend Stärke besitzen müssen, um vor dem Abbrechen geschützt zu sein.

§. 157. Um die Wirkung des Widerstands des Rollens möglichst zu vermindern, muss man einestheils dafür sorgen, dass die sich berührenden Oberflächen möglichst glatt seien, und anderntheils, dass der Theil der Kraft, welcher dem Widerstand des Rollens das Gleichgewicht halten soll, an einem möglichst grossen Hebelarm wirkt.

Die Widerstandsarbeit, welche durch die Steifigkeit der Seile hervorgebracht wird, kann man nur dadurch vermindern, dass man biegsame Seile verwendet. In dieser Beziehung sind Seile, welche schon einmal gebraucht worden sind, neuen sehr vorzuziehen.

Um endlich die Maschinen so viel als möglich dem Widerstand des Mittels, in welchem sie sich bewegen, zu entziehen, gibt man den Theilen derselben, welche diesem Widerstand am meisten und unmittelbar ausgesetzt sind, eine solche Form, dass derselbe wenigstens grösstentheils beseitigt wird. Desshalb werden diese Stücke derart gestaltet und so angebracht, dass sie dem Widerstand des Mittels bei ihrer Bewegung nur eine geringe Oberfläche darbieten, und dass sie nach der Seite hin, nach welcher die Bewegung stattfindet, sehr spitze Winkel kehren, mit denen sie die Luft oder das Wasser leicht durchschneiden können. Aus diesem Grund gibt man auch, wie wir schon gesagt haben, den Massen, welche an den Enden der Arme der Schwungvorrichtung angebracht sind, die an gewissen Maschinen das Schwungrad ersetzen soll (Fig. 220 und 221), eine linsenförmige Gestalt, und lässt sie mit ihrer schmalen Seite die Luft durchschneiden; um denselben Zweck zu erreichen, ersetzt man manchmal die Kugeln des Centrifugalregulators durch ebensolche Linsen.

§. 158. Ausser den Mitteln, welche wir in den beiden vorhergehenden Paragraphen angegeben haben, und welche dazu dienen, den Einfluss der passiven Widerstände soviel als möglich zu vermindern, ohne jedoch die Natur derselben zu verändern, hat man seine Zuflucht noch zu einem andern sehr wirksamen Mittel genommen; dieses besteht darin, in gewissen Fällen den Widerstand des Gleitens oder die Reibung wenigstens zum grössten Theil durch den Widerstand des Rollens zu ersetzen. Allemal,

wenn sich zwei Stücke, welche übereinander gleiten sollen, in solchen Umständen befinden, dass sich grosse Pressungen zwischen ihnen entwickeln müssen, ist es von Vortheil, dieselben so anzuordnen, dass das Gleiten durch ein Rollen ersetzt wird. Man erreicht dabei in den meisten Fällen eine sehr bedeutende Verkleinerung der Widerstandsarbeit.

Als Beispiel hiefür können die Rollen angeführt werden, welche man an den Füssen gewisser Möbeln anbringt, und welche gestatten, dieselben leichter von einem Ort zum andern zu schaffen, ohne sie vom Boden erheben zu müssen. Wenn diese Rollen nicht vorhanden wären, müssten die Füsse dieser Möbeln über den Boden hingleiten, wozu eine bedeutend grössere Kraft erforderlich wäre. Da, wo die Bewegung nur immer in derselben Richtung ausgeführt werden soll, wie z. B. bei Bettstellen, sind die Axen der Rollen an den Füssen festgemacht, natürlich senkrecht auf die Richtung der Bewegung (Fig. 224). Aber wenn die Bewegung nach allen Richtungen hin soll geschehen können, wie bei Tischen oder Fauteuils, dann ist die Axe A der Rolle (Fig. 225) an einer Zwinge B befestigt, welche selbst um eine vertikale Axe CD drehbar ist. Wenn man den Fuss, welcher eine solche Rolle trägt, zu verschieben sucht, so beginnt die Zwinge, sich um CD zu drehen, sodass sich die Rolle zuerst auf die Seite stellt, welche entgegengesetzt von derjenigen ist, nach welcher hin die Bewegung geschehen soll; alsdann erst dreht sie sich um ihre Axe A, indem sie auf dem Fussboden fortrollt.

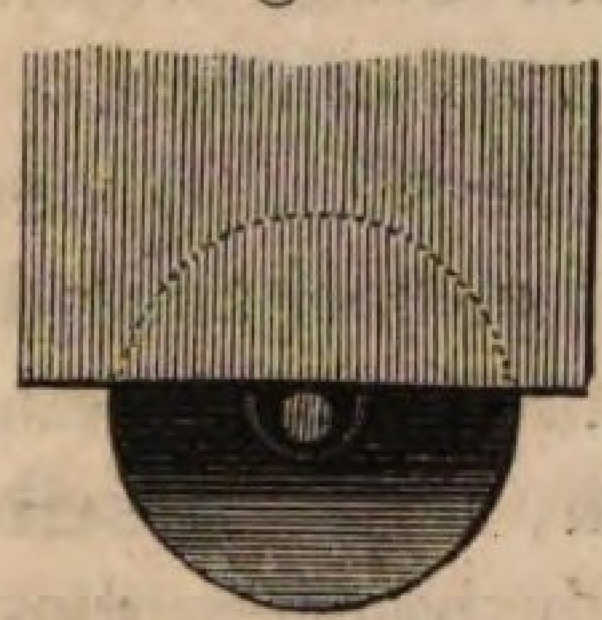


Fig. 224.

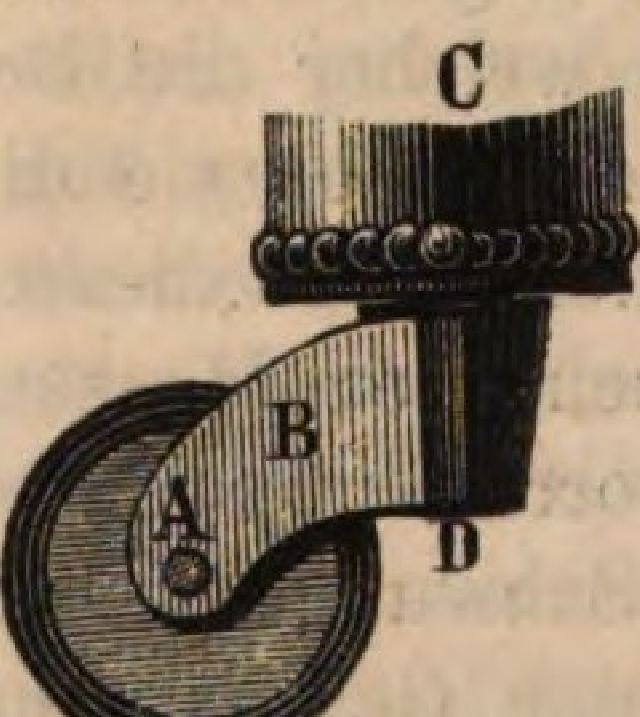


Fig. 225.

Die Rollen, welche man bei den Maschinen anwendet, um das Gleiten durch ein Rollen zu ersetzen, heissen gewöhnlich Frictionsrollen. Wir haben ein Beispiel von denselben schon bei dem Krahn gesehen, der auf Seite 95 abgebildet ist. Die vertikale Axe PP des Krahns zeigt an der Stelle, wo er sich über das Grundmauerwerk erhebt, einen cylindrischen Theil R. Dieser Theil, welcher sich in einer kreisförmigen Oeffnung von demselben Durchmesser drehen muss, übt gegen die Wände dieser Oeffnung einen sehr grossen Druck aus. Es ist daher von grosser Bedeutung, dass in der Bewegung, welche man dem Krahn um seine vertikale Axe gibt, anstatt des Gleitens ein Rollen hervorgebracht wird, damit dieses Drehen nicht eine allzugrosse Kraft erfordert. Desshalb hat man rings um den cylindrischen Theil R Frictionsrollen S angebracht, die auf ein und derselben beweg-

lichen Zwinge befestigt sind, wie es Fig. 226 zeigt. Wenn der Krahn gedreht wird, so rollt jede dieser Frictionsrollen zwischen der cylindrischen Oberfläche R (Fig. 97) und der cylindrischen concaven Fläche eines Metallrings, welcher in das Mauerwerk eingelassen ist. Die Axen der Frictionsrollen bleiben dabei, wie man sieht, nicht unbeweglich, und in ihre Bewegung ziehen sie natürlich auch die Zwinge mit fort, an der sie befestigt sind, indem sie ihr eine Drehungsbewegung ertheilen, welche aber langsamer als die des Krahns ist. Die Frictionsrollen und ihre Zwinge bilden im Ganzen eine Art Ring, welcher von unten unterstützt werden muss, da er sonst durch gar nichts gehalten wäre. Er ruht zu diesem Zweck auf einer horizontalen ringförmigen Fläche, und um die Reibung der untern Seite der Zwinge auf dieser Fläche zu vermeiden, hat man noch andere Frictionsrollen S'S' angebracht, deren Axen horizontal sind, und auf welche sich der ganze Apparat, mit dem wir uns eben beschäftigten, stützt.

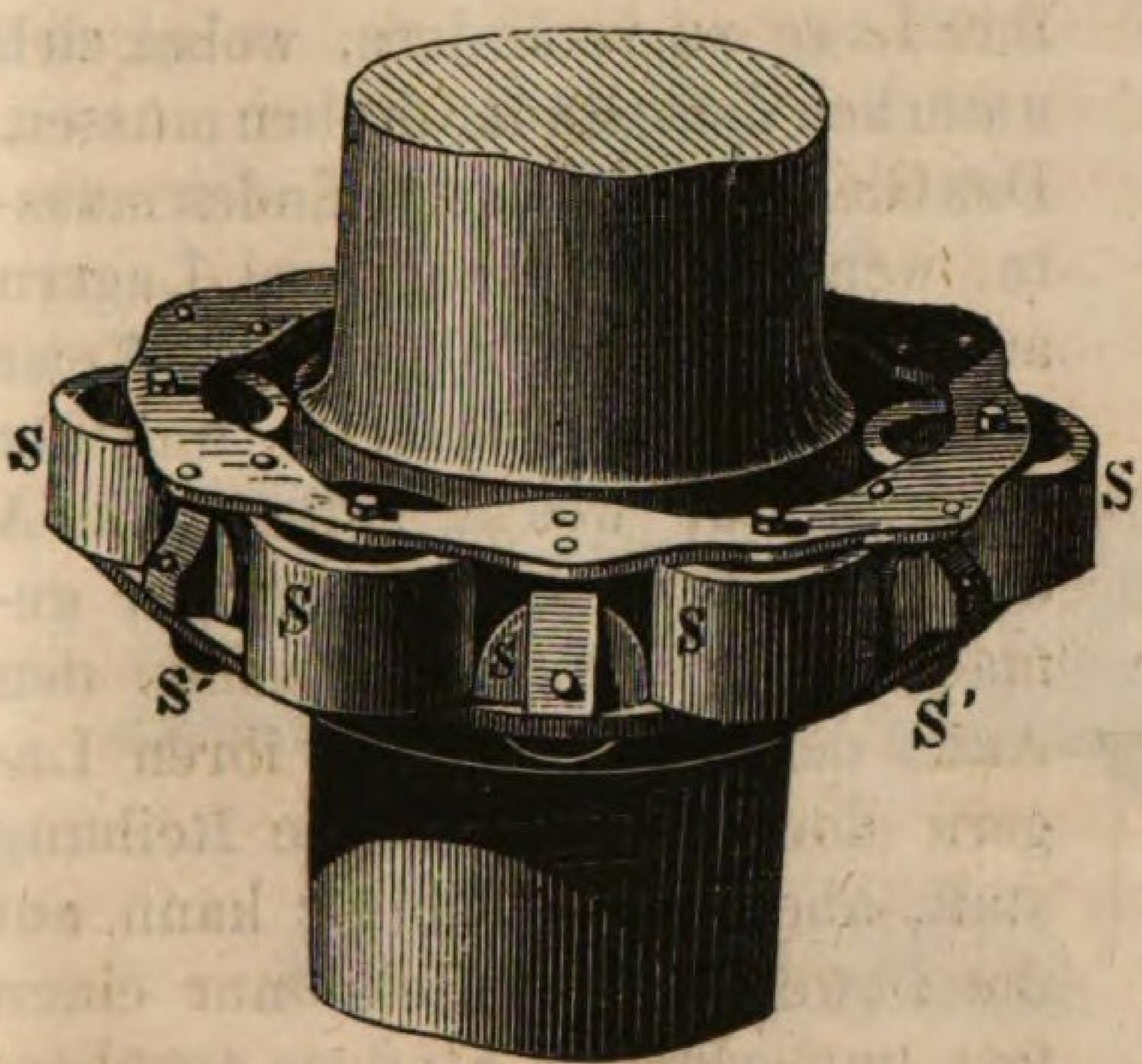


Fig. 226.

Bei der Atwood'schen Fallmaschine, welche wir oben (§. 94) beschrieben haben, muss die Rolle an dem obersten Theil ausserordentlich leicht beweglich sein; denn die Versuche, welche mit dieser Maschine ausgeführt werden sollen, erhalten nur dann den genügenden Grad von Genauigkeit, wenn die dabei stattfindende Bewegung so wenig als nur immer möglich durch die Wirkung der passiven Widerstände gestört wird. Um diess zu erreichen, hat man eine besondere Methode erdacht, die Axe jener Rolle aufruhen zu lassen, welche wir nun beschreiben wollen. Durch die Mitte der Rolle A (Fig. 227) geht eine cylindrische Axe von sehr kleinem Durchmesser, welche mit der Rolle in fester Verbindung ist. Wenn diese Axe auf beiden Seiten in Lager gelegt würde, so würde sie während der Bewegung der Rolle eine gleitende Reibung zu überwinden haben; anstatt dessen legt man daher jedes ihrer beiden Enden in den Winkel, welcher durch die Peripherien zweier Räder BB gebildet wird, die dicht nebeneinander aufgestellt sind, ohne sich jedoch zu berühren. Wenn sich die Rolle

dreht, so rollt ihre Axe auf den vier Rädern BB, ohne dadurch ihre Lage zu verändern, wobei sich natürlich diese Räder drehen müssen. Das Gleiten, welches stattfinden müsste, wenn die Axe auf zwei Lagern aufruhen würde, wird auf diese Weise durch ein Rollen ersetzt, und der Widerstand, welchen die Rolle A erfährt, dadurch viel geringer gemacht. Zwar findet zwischen den Axen der Räder BB und ihren Lagern doch eine gleitende Reibung statt, aber diese Reibung kann auf die Bewegung der Rolle nur einen fast unmerklichen Einfluss ausüben, da der Weg, welchen ihr Angriffspunkt während einer ganzen Umdrehung der Rolle A durchläuft, nur ausserordentlich klein ist; jedes der Räder B hat sich, wie man leicht sieht, erst einmal herumgedreht, nachdem die Rolle A so viele Umdrehungen gemacht hat, als die Zahl angibt, welche ausdrückt, wie oft der Durchmesser der Axe A in dem Durchmesser eines der Räder B enthalten ist. — Um zu verhüten, dass die Axe der Rolle A ihrer Länge nach über die Peripherien der Räder BB weggleitet, was die Versuche stören würde, lässt man diese Axe auf beiden Seiten in zwei feine Spitzen endigen (Fig. 228),

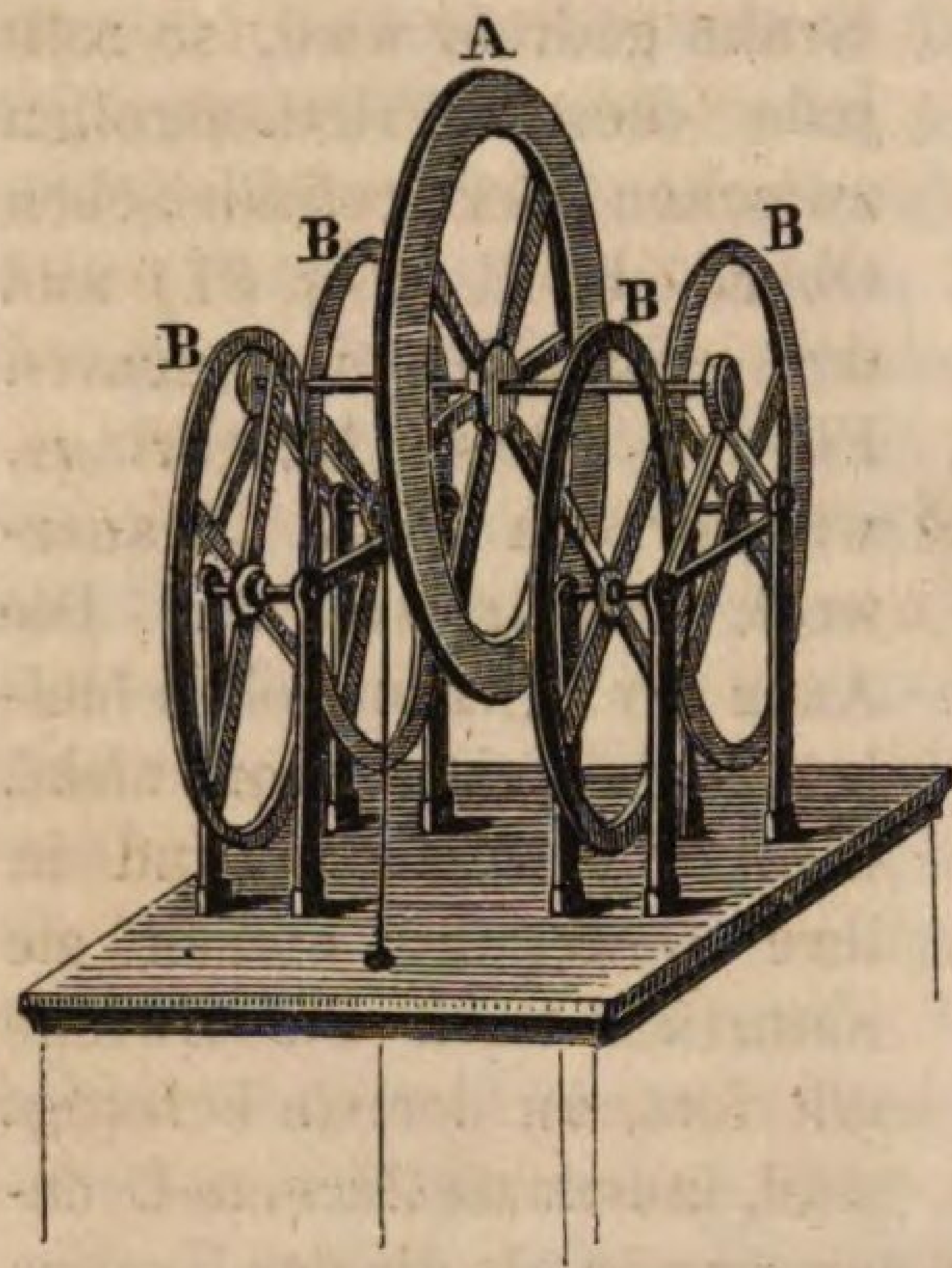
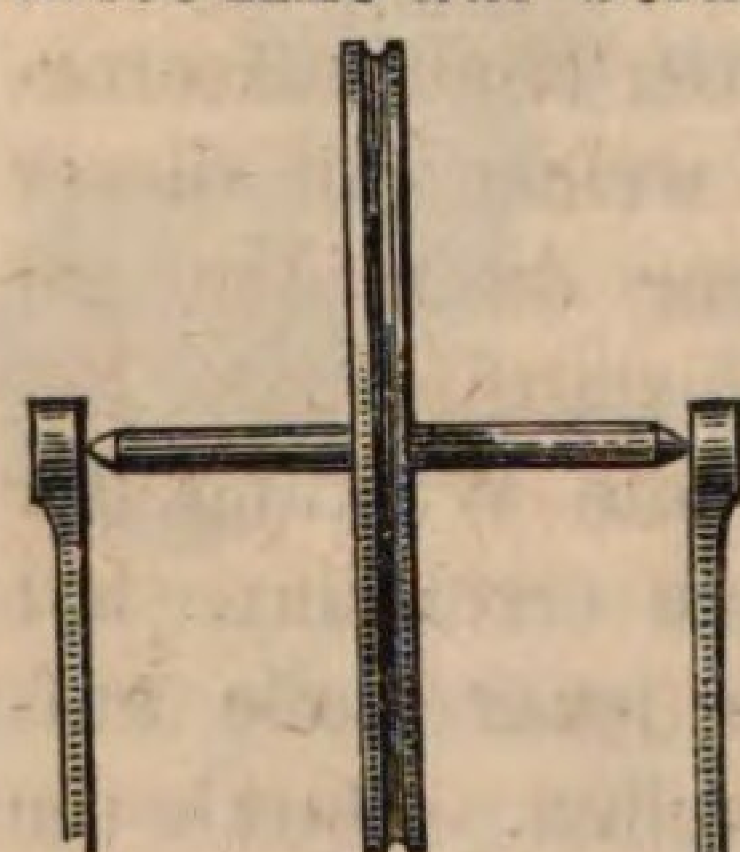


Fig. 227.

welche sich gegen zwei kleine, vertikal stehende Ebenen von Stahl anlegen und dadurch gegen eine seitliche Verschiebung geschützt sind.


Fig. 228.

Als letztes Beispiel, wo das Gleiten durch ein Rollen ersetzt wird, nehmen wir die Aufhängeart, die bei grossen Glocken angewandt wird, um sie leicht beweglich zu machen. Die Fig. 229 zeigt diese Aufhängung von der grossen Glocke zu Metz, an welcher dieselbe schon seit vier Jahrhunderten besteht. Die Krone dieser Glocke trägt zwei cylindrische Zapfen, um welche die Glocke beim Läuten gedreht werden muss. Wenn diese Zapfen in gewöhnlichen Lagern ruhen würden, so würde dadurch eine Reibung entwickelt werden, welche eine bedeutende Kraft zur Bewegung der Glocke erfordern würde. Anstatt dessen hat man desshalb jeden Zapfen auf ein eigenthümlich gestaltetes Stück A gelegt, welches um seinen untern

Stützpunkt *a* beweglich ist, und oben in seinem mittleren Theil durch einen Kreisbogen begrenzt wird, dessen Mittelpunkt jener Stützpunkt *a* ist. Wenn die Glocke in Bewegung gesetzt wird, so rollt der Zapfen auf diesem Stück A, welches sich zu gleicher Zeit um den Punkt *a* dreht. Es neigt sich also dieses Stück bald zur Rechten, bald zur Linken, je nachdem die Glocke selbst nach rechts oder links schwingt. Um den Zapfen immer senkrecht über dem Unterstützungspunkt des Stückes A zu erhalten, hat man zu beiden Seiten desselben zwei Stücke B, C angebracht, welche seine seitliche Verschiebung verhindern sollen. Wenn diese Stücke fest wären, so würde sich offenbar an ihnen eine gleitende Reibung des Zapfens geltend machen; man hat desshalb diesen Stücken eine ähnliche Gestalt wie dem Stücke A gegeben, und sie um die Punkte *b*, *c* beweglich gemacht, sodass auch hier noch das Gleiten des Zapfens auf ihrer Oberfläche durch ein Rollen ersetzt wird. Während sich der Zapfen stets auf das Stück A stützt, entwickelt sich zwischen beiden eine Reibung, welche hinreichend gross ist, um zu veranlassen, dass sich das Stück zu gleicher Zeit mit dem Zapfen dreht; und wenn die Glocke in Ruhe ist, so ruht der Zapfen immer auf der Mitte des Bogens, welcher den obersten Theil von A begrenzt. Aber für die beiden Stücke B, C ist diess nicht immer vorauszusetzen; der Zapfen legt sich abwechselnd bald gegen das eine, bald gegen das andere stärker an, und man kann nicht darauf zählen, dass sie durch die Reibung zwischen ihren Oberflächen und dem Zapfen fortwährend in der richtigen Lage erhalten werden. Desshalb werden diese Stücke durch die Stäbe DE, FG gehalten, welche einestheils in D und F an diesen Stücken, anderntheils in E und G an dem obersten Theil der Krone der Glocke so befestigt sind, dass sie sich in allen diesen 4 Punkten frei drehen können. Während der Schwingungen der Glocke neigt sich das oberste Ende ihrer Krone bald auf die eine, bald auf die andere Seite, und zu gleicher Zeit bewegen sich die Stücke B und C, indem sie sich abwechselnd

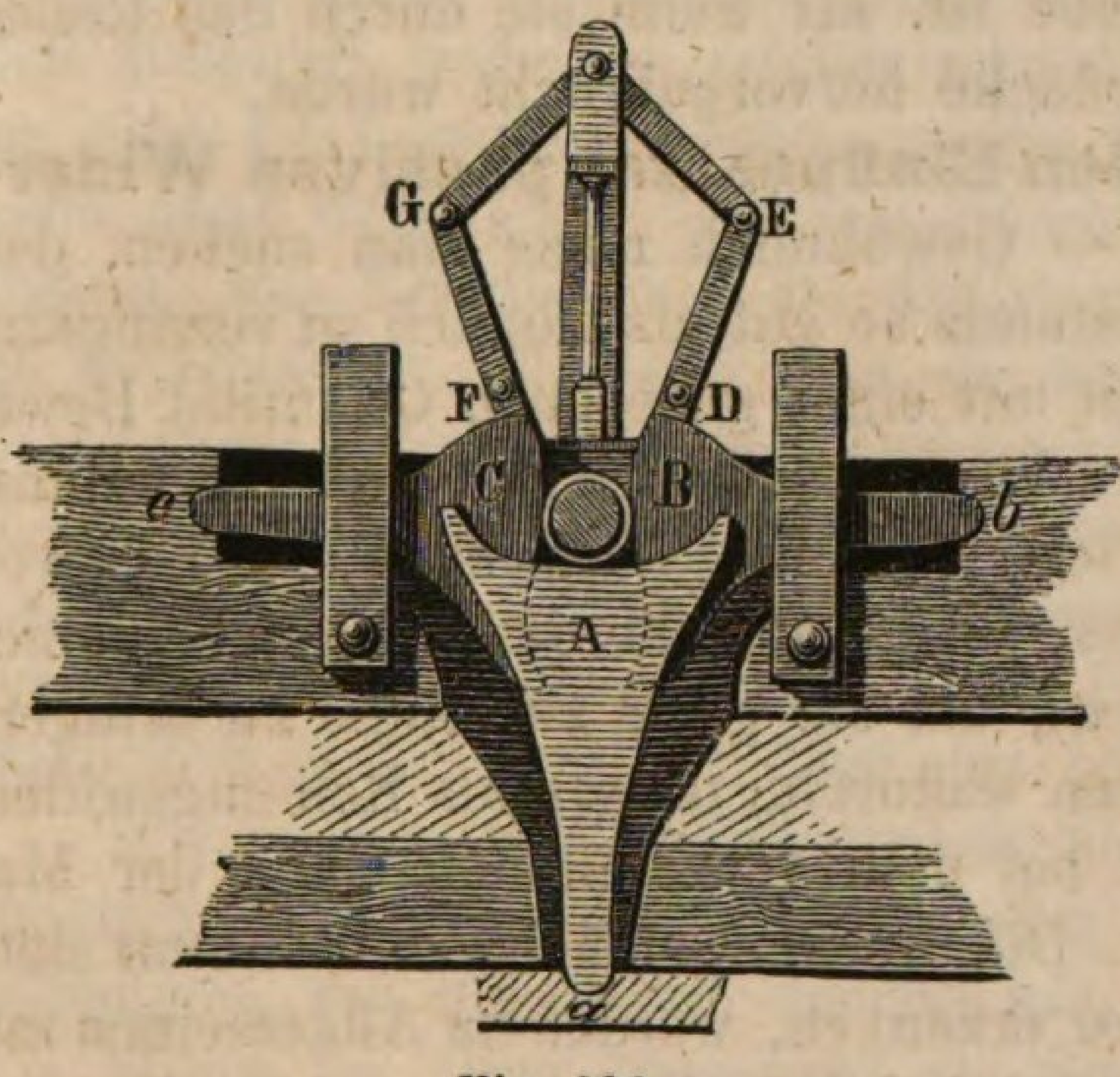


Fig. 229.

heben und senken. Die Einrichtung ist so getroffen, dass diese Bewegung der Stücke B, C dieselbe ist, als wenn sie durch das Rollen des Zapfens auf ihrer Oberfläche hervorgebracht würde.

§. 159. **Mittel, um den Einfluss der passiven Widerstände zu vermehren.** — Gewöhnlich muss man suchen, den Einfluss der passiven Widerstände so gut als möglich zu verringern, um möglichst viel Nutzarbeit mit einer gegebenen Quantität Bewegungsarbeit hervorbringen zu können; aber es gibt auch Ausnahmsfälle, in welchen man im Gegentheil die Wirkungen der passiven Widerstände vermehren muss, sei es, um die Geschwindigkeit einer Maschine zu mässigen, sei es, um sie ganz zur Ruhe zu bringen. Man erreicht diess am besten dadurch, dass man Reibungswiderstände hervorbringt, welche bei dem gewöhnlichen Gang der Maschine nicht vorhanden sind. Die Stücke, welche dazu bestimmt sind, diese Reibungswiderstände zu erzeugen, werden im Allgemeinen mit dem Namen Bremsen bezeichnet. Wir begnügen uns für den Augenblick damit, als Beispiel hiefür die Bremse zu beschreiben, welche man gewöhnlich an den Krahnen anbringt, um die Bewegung des Räderwerks in dem Fall zu mässigen, wo man die emporgehobene Last wieder herablassen will, ohne dass man genöthigt ist, fortwährend die Kurbel zurückzuhalten. Diese Bremse besteht aus einem Streifen Blech (Fig. 230), welcher eine cylindrische Trommel, die seitwärts an einem der Zahnräder angebracht ist, beinahe vollständig umfasst. Man sieht diese Trommel in Fig. 98 Seite 95; sie befindet sich links von dem Rade F, mit welchem sie gewöhnlich aus einem Stück gegossen ist. Die beiden Enden des Blechstreifens sind an den Enden B, C (Fig. 230) der beiden kleinen Arme einer Art von dreiarmigen Hebel BCD befestigt, welcher sich um den festen Punkt A drehen kann. Wenn man den grossen Arm dieses Hebels hebt, so wird der Blechstreifen gegen die Oberfläche der Trommel, über welche er gelegt ist, angedrückt, und wenn sich diese Trommel dreht, so entwickelt sich dadurch eine Reibung, welche um so grösser ist, je mehr Kraft man anwendet, um das Ende D des Hebels zu heben. Wenn diese Reibung nicht hervorgebracht werden soll, so lässt man den grossen Arm des Hebels wieder zurückfallen; in Folge dessen wird der Blechstreifen nicht mehr gegen die Trommel an-

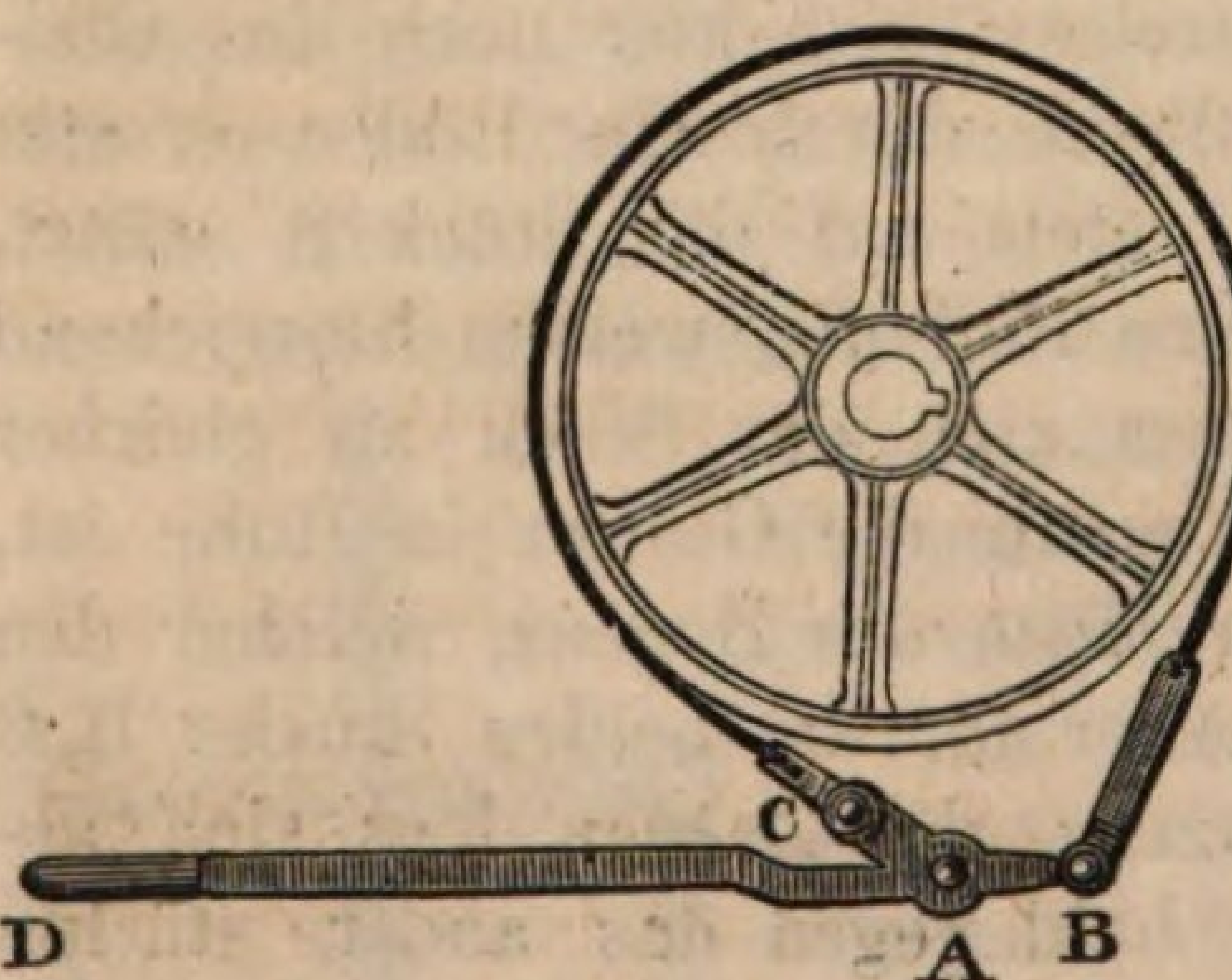


Fig. 230.

gedrückt, und wenn er dieselbe auch noch in einigen Punkten berührt, so entsteht dadurch doch nur eine sehr geringe Reibung. Die ganze Zeit hindurch, während welcher man die Kurbel des Krahns dreht, um eine Last emporzuheben, ist die Bremse nicht in Thätigkeit; wenn dann diese Last, nachdem sie emporgehoben, durch die Umdrehung des Krahns über die Stelle gebracht worden ist, wo man sie niederlassen will, lässt man die Kurbel los; die Last sinkt in Folge ihres Gewichtes von selbst herab, wobei sie die Zahnräder in entgegengesetzter Richtung dreht, und indem man auf die Bremse wirkt, sorgt man dafür, dass ihre Geschwindigkeit nicht über eine gewisse Grenze hinaus wächst, wozu blos nöthig ist, dass die sich entwickelnde Reibung der Last das Gleichgewicht hält.

Wir werden später Gelegenheit finden, noch andere Bremsen anzugeben, welche dazu bestimmt sind, ähnliche Wirkungen hervorzubringen, wie diejenigen, welche wir eben beschrieben haben.

Wenn an einer Maschine ein Stück vorhanden ist, das auf einem andern rollt, so benützt man es manchmal, um, wo es nöthig ist, die passiven Widerstände zu vermehren. Zu dem Ende verhindert man dieses Stück zu rollen; es kann dann seine Bewegung nur dadurch fortsetzen, dass es gleitet, und es wird also dadurch der Widerstand des Rollens in den viel grösseren Widerstand des Gleitens verwandelt. Diess ist z.B. der Zweck des Radschuhes an den Wägen.

§. 160. Um ein ebenfalls hieher gehöriges Mittel, welches einen sehr grossen Widerstand rasch hervorzubringen gestattet, verständlich machen zu können, müssen wir vorerst die Reibung etwas näher betrachten, welche zwischen einem feststehenden Cylinder und einem Seil stattfindet, das auf seiner Oberfläche gleitet.

Es sei AE (Fig. 231) der Theil des Umfangs eines Cylinders, auf welchem ein Seil im Sinne des Pfeils gleitet. An diesem Seile wirke einerseits im Sinne der Bewegung eine Kraft P, andererseits eine Kraft Q im entgegengesetzten Sinne, welche sich der Bewegung widersetzt. Damit diese Bewegung gleichförmig ist, muss die Kraft P gleich der Kraft Q vermehrt um die ganze Reibung sein, welche sich längs des Bogens AE entwickelt.

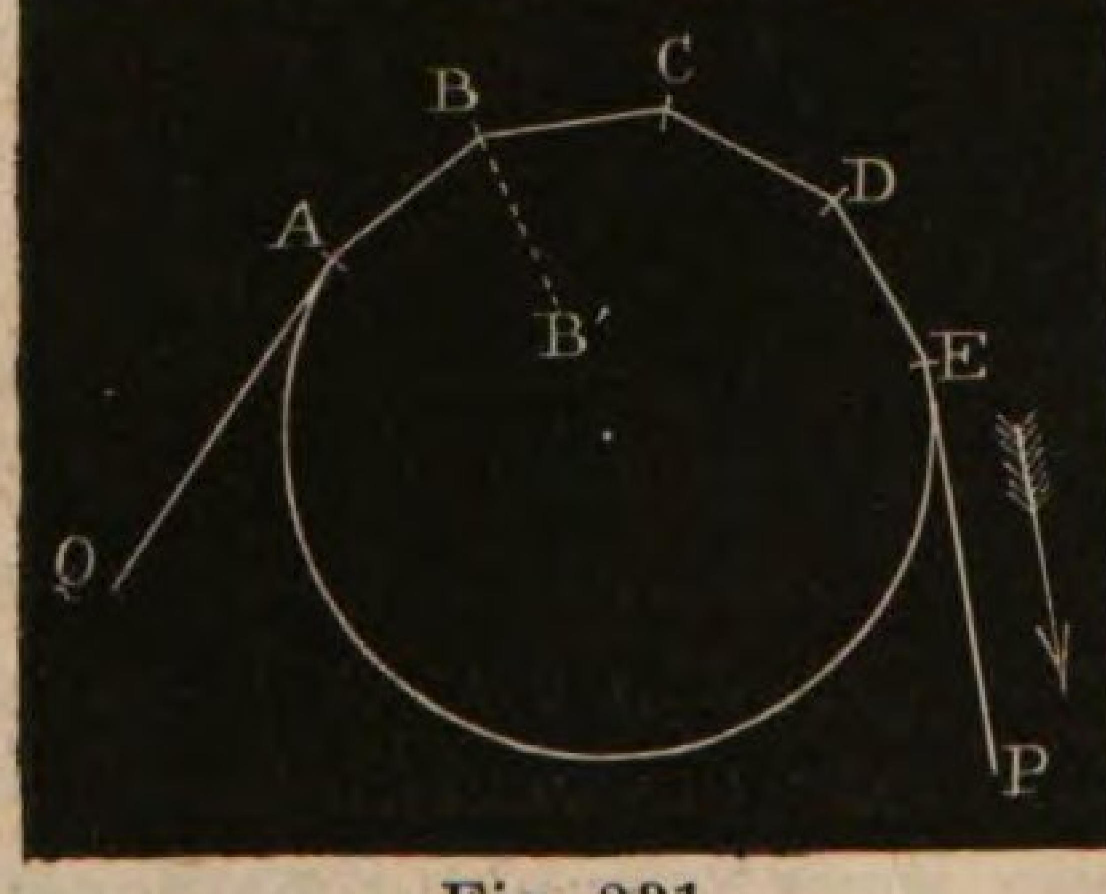


Fig. 231.

Um einzusehen, wie diese Reibung entsteht, denken wir uns den Bogen AE in mehrere gleiche Theile AB, BC...... getheilt, die so klein sind, dass sie als gerade Linien betrachtet werden

können; der Bogen AE wird dadurch einem Theil eines Polygons ähnlich, auf welchem das Seil gleitet. In irgend einer Ecke B endigen zwei Seilstücke BC, BA, deren Spannungen um die Grösse der Reibung, welche an diesem Punkt selbst entwickelt wird, von einander verschieden sind. Diese beiden Spannungen haben eine Mittelkraft, die nach einer Linie BB′ gerichtet ist, die streng genommen etwas seitwärts vom Mittelpunkt des Cylinders vorbeigeht. Da aber die Verschiedenheit dieser Spannungen nur sehr wenig beträgt, so kann man ihre Resultante so ansehen, als ob sie in dem Punkt B normal auf dem Umfang des Cylinders stünde, und kann sie daher als den Druck betrachten, welcher die Reibung in dem Punkte B bestimmt. Man sieht daraus, dass sich die Spannung des Seils von dem Punkt A an, wo sie gleich Q ist, bis zu dem Punkte E, wo sie gleich P wird, fortwährend vermehrt; es ist aber klar, dass diese Vermehrung nicht gleichmässig, d. h. auf gleiche Strecken gleichgross ist, weil die Reibung selbst wieder in jedem Punkte um so grösser wird, je mehr die Spannung in diesem Punkte wächst.

Um das Gesetz zu finden, nach welchem sich die Spannung des Seils in dem Theil seiner Länge, welcher sich um den Umfang des Cylinders herumlegt, verändert, wollen wir zunächst annehmen, dass, während der Berührungsbogen AE (Fig. 231) derselbe bleibt, der Widerstand Q doppelt so gross werde. Dann ist unschwer einzusehen, dass die Kraft P nur dann der neuen Kraft Q das Gleichgewicht halten kann, wenn sie ebenfalls verdoppelt wird. Denn wenn wir zu dem zurückkehren, was wir soeben über die Entstehungsart der Reibung zwischen dem Seil und der Oberfläche des Cylinders gesagt haben und annehmen, dass AB die erste der Seiten des Polygons ist, durch welches wir uns den Bogen AE ersetzt denken, so ist die Spannung des Seilstückes AB gleich Q. Wenn also Q verdoppelt wird, so wird die nach BB′ gerichtete Mittelkraft, von der wir angenommen haben, dass ihre Richtung durch den Mittelpunkt des Kreises geht, ebenfalls verdoppelt und mit ihr die im Punkte B entstehende Reibung. Die Spannung des Seilstücks BC ist aber gleich der Summe der Spannung in AB und der im Punkte B entwickelten Reibung, sie wird also gleichfalls doppelt so gross als vorher. Ganz ähnlich lässt sich nun für den Punkt C, und dann auch für den Punkt D u. s. w. die Verdoppelung der Reibung, sowie für die Seilstücke CD und dann DE u. s. w. die Verdoppelung ihrer Spannung nachweisen, woraus eben folgt, dass P doppelt so gross werden muss, wenn Q verdoppelt wird. Wenn die Kraft Q dreimal, viermal etc. so gross genommen wird, so muss natürlich auch die Kraft P dreimal, viermal etc. so gross genommen wer-

den, damit nach wie vor Gleichgewicht zwischen diesen beiden Kräften besteht.

Es sei nun AD (Fig. 232) der ganze Bogen, welcher von einem Seil umfasst wird, das über einen Cylinder gleitet. Theilen wir diesen Bogen in drei gleiche Theile AB, BC, CD. Der Theil AB des Seils befindet sich offenbar ganz unter denselben Umständen, als wenn sich das Seil, welches in A anfängt, sich um den Cylinder zu legen, in B in der Richtung der Tangente BB′ wieder von demselben entfernte, und in diesem Theile unter der Wirkung einer Kraft stünde, welche gleich der Spannung in dem Punkt B ist. Ebenso verhält sich das Seilstück BC, als wenn sich das Seil, in

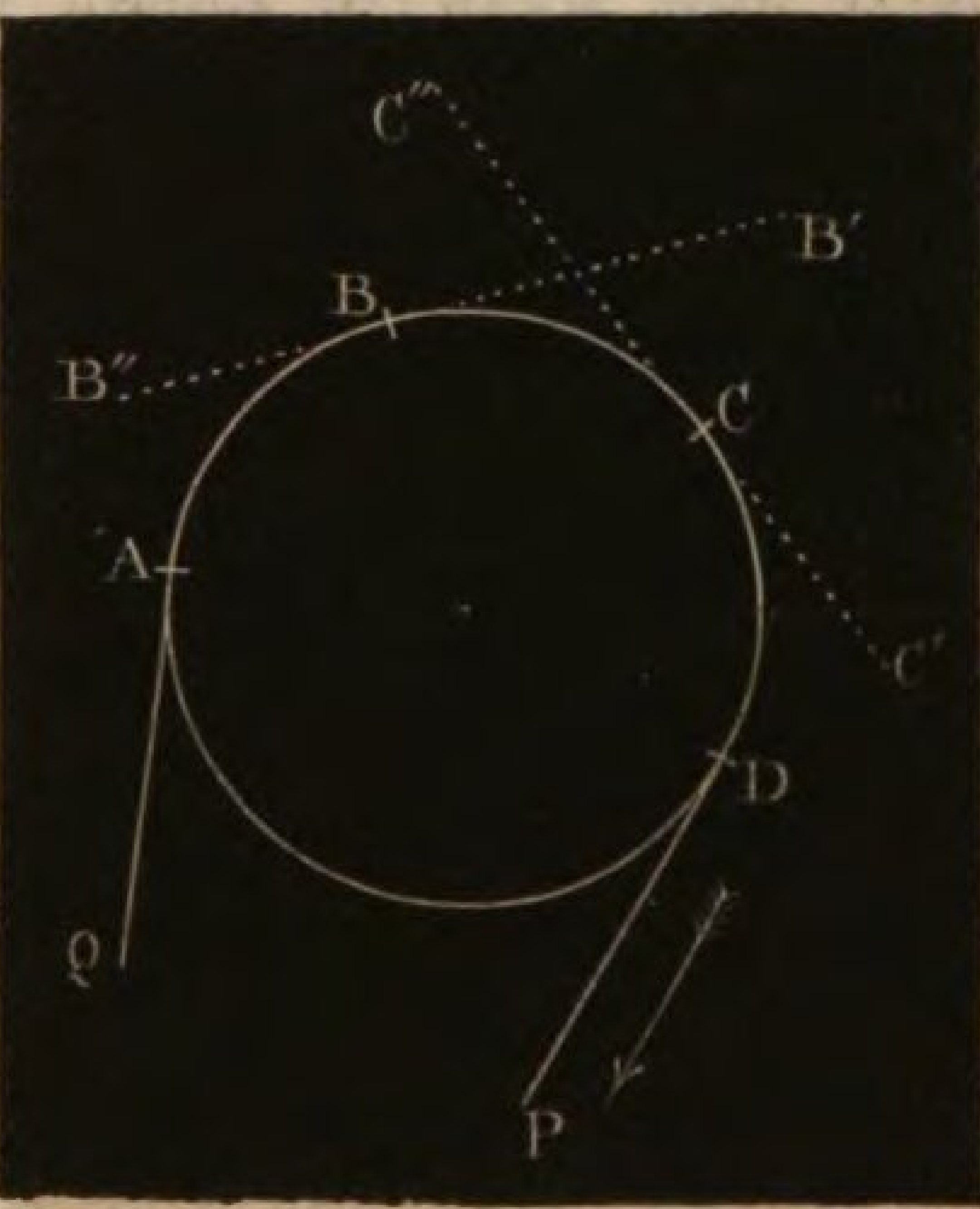


Fig. 232.

B anfangend, sich um den Cylinder zu legen, in C wieder davon entfernte und in B″ und C′ Kräften unterworfen wäre, welche bezüglich gleich den Spannungen in den Punkten B und C sind. Endlich können wir auch den Theil CD betrachten, als wenn er einem Seil angehörte, welches in C anfängt, sich um den Cylinder zu legen, und in D sich von demselben entfernt, und welches an seinem einen Ende C″ einer Kraft gleich der Spannung in C und an seinem andern Ende der Kraft P ausgesetzt wäre. Nehmen wir der einfacheren Darstellungsweise halber an, dass die Reibung, welche sich längs des Bogens AB entwickelt, gerade gleich der Kraft Q sei, so muss die nach BB′ wirkende Kraft, die Spannung im Punkte B, doppelt so gross als Q sein, um dieser Reibung sammt dem Widerstande Q das Gleichgewicht zu halten. Die in B″ an dem Seil B″BCC′ wirkende Kraft ist also doppelt so gross als Q; nun ist der Bogen BC genau derselbe als der Bogen AB; es folgt also, dass die in C′ wirkende Kraft ebenfalls doppelt so gross als die in B″ wirkende sein muss, d. h. dass diese Kraft, oder besser die Spannung in dem Punkte C, viermal so gross als die Kraft Q ist. Wenn aber die Kraft in C″ viermal so gross als Q ist, so kann ihr nach den nämlichen Schlüssen die Kraft P nur dann das Gleichgewicht halten, wenn sie das achtfache von Q beträgt. Kurz zusammengefasst können wir also sagen: Wenn wir auf dem um den Cylinder gewickelten Theil des Seils die Punkte B, C, D ... so nehmen, dass ihre Entfernungen von dem Punkte A, längs des Seils im Bogen gemessen, in arithmetischer Progression wachsen, so wach-

sen die Spannungen des Seils in diesen verschiedenen Punkten wie die Glieder einer geometrischen Progression. Wenn also ein Seil, welches ein und demselben Widerstande unterworfen ist, den Cylinder nach und nach in Bögen umfasst, welche wie die Glieder einer arithmetischen Progression wachsen, so muss die Kraft P, welche jenem Widerstande das Gleichgewicht halten soll, Werthe erhalten, welche wie die Glieder einer geometrischen Progression zunehmen. Setzen wir z. B. voraus, dass an einem Seil, indem es den Bogen AB (Fig. 233) umfängt, die Kraft P dreimal so gross als der Widerstand Q sein muss, um ihm das Gleichgewicht zu halten, so muss sie neunmal so gross sein als dieser Widerstand in dem Fall, wo das Seil den Cylinder in einem doppelt so grossen Bogen AC berührt, und 27mal so gross, wenn der vom Seil umfangene Bogen AD 3mal so gross als AB ist, u. s. f. Man sieht daraus, wie schnell die Kraft P wächst, wenn die Grösse der Bögen, in welchen das Seil den Cylinder berührt, zunimmt.

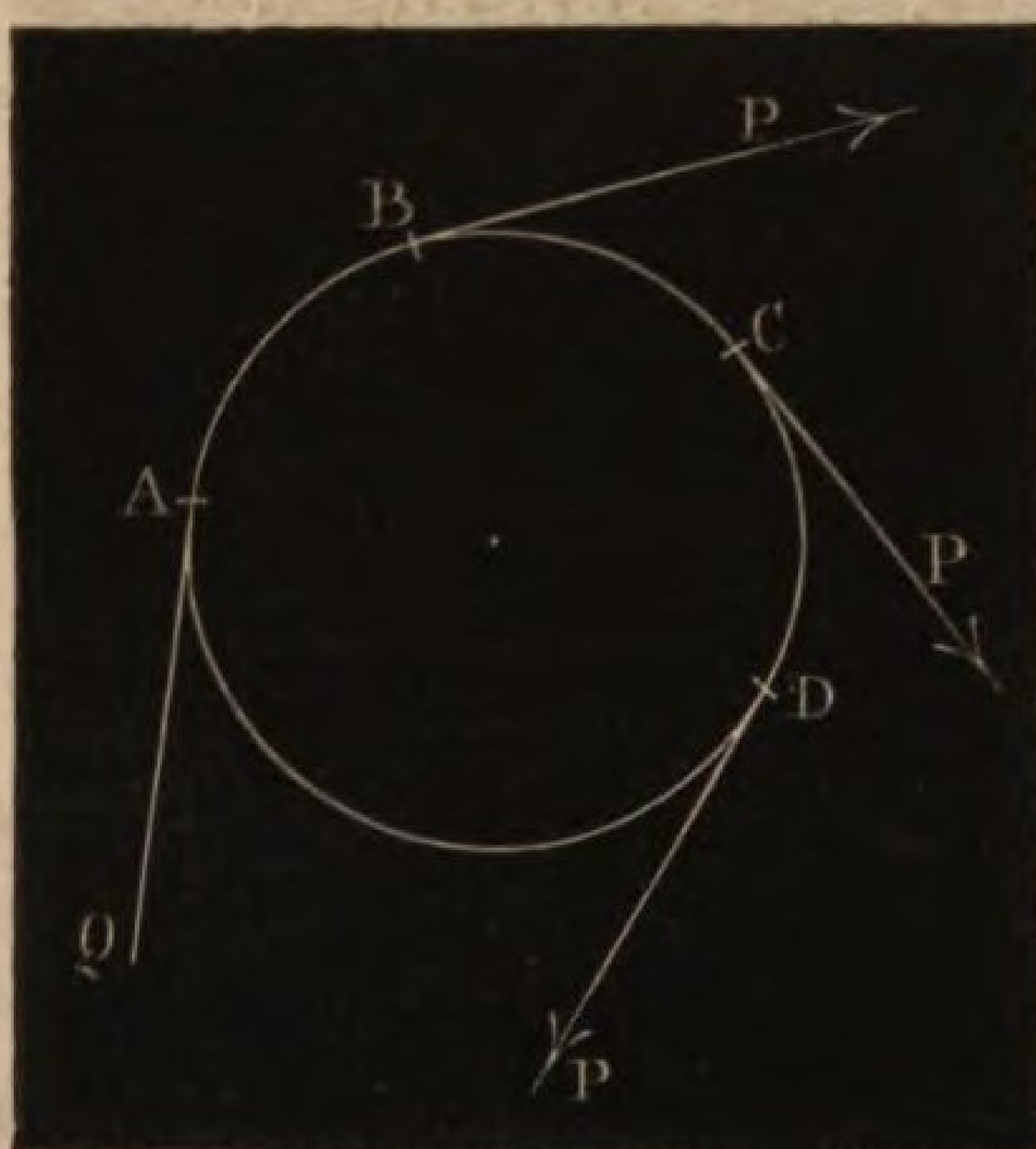


Fig. 233.

Ausserdem ist leicht einzusehen, dass die Kraft P, welche einem bestimmten Widerstand Q das Gleichgewicht halten soll, um so grösser werden muss, je kleiner bei derselben Länge des Berührungsbogens der Durchmesser des Cylinders wird. Denn wenn man diesen Berührungsbogen allemal durch ein Polygon ABCDE (Fig. 231) von gleichviel Seiten ersetzt, so werden die Winkel ABC, BCD, CDE zwischen diesen Seiten um so kleiner, je kleiner der Durchmesser des Cylinders wird. Je kleiner aber diese Winkel werden, desto grösser wird die nach BB' gerichtete Mittelkraft zweier aufeinander folgender Spannungen in AB und BC, desto grösser wird also die Reibung in den Eckpunkten B, C, D des Polygons.

§. 161. Man benützt die Grösse der bei dem Gleiten eines Seils über einen feststehenden Cylinder entwickelten Reibung häufig, um einer Bewegung, welche man mässigen oder ganz einhalten will, einen bedeutenden Widerstand entgegenzusetzen. Um z. B. ein Schiff, welches sich einen Fluss hinabbewegt, anzuhalten, wickelt man ein Seil, dessen eines Ende am Schiffe befestigt ist, zwei- oder dreimal um ein cylindrisches Stück Holz, welches vertikal in der Erde steht (Fig. 234). Wenn dann an dem freien Ende des Seils mit einer verhältnissmässig nur geringen Kraft gezogen wird,

so wird das Schiff in Folge des grossen Widerstandes, welcher sich dem Gleiten des Seils über die Oberfläche des Cylinders entgegen-

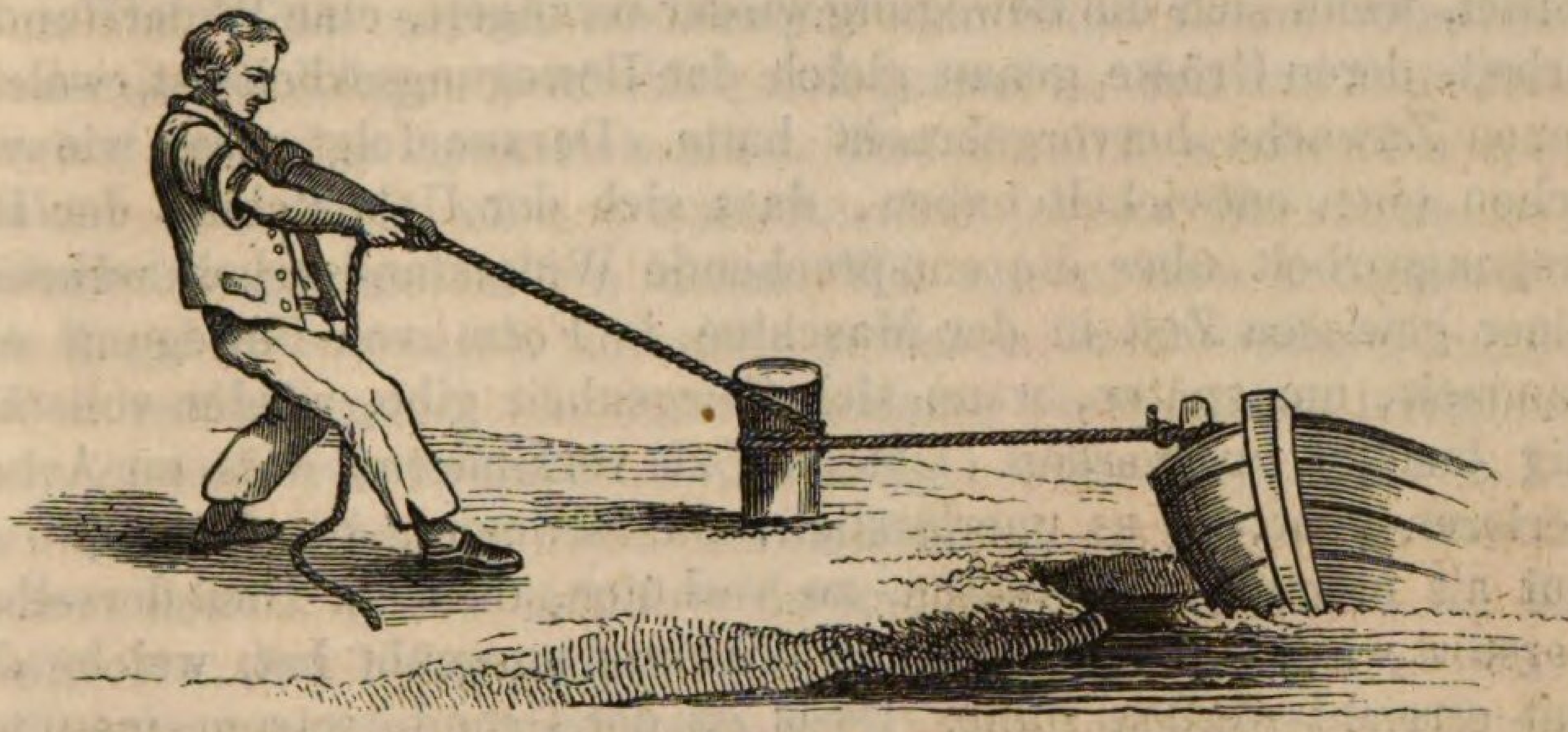


Fig. 234.

setzt, in seiner Bewegung mehr und mehr verzögert und endlich ganz zum Stillstand gebracht. Nehmen wir an, dass, im Falle das Seil nur einmal um den Cylinder gewickelt ist, von Seite des Schiffes, um es gleiten zu machen, eine fünfmal so grosse Zugkraft ausgeübt werden muss, als der Widerstand beträgt, welchen der Mann leistet, der das freie Ende des Seils in Händen hat; dann folgt aus dem, was im vorhergehenden Paragraphen entwickelt wurde, dass jene Zugkraft 25mal so gross, als dieser Widerstand sein muss, wenn das Seil 2mal und 125mal so gross, wenn es 3mal herumgewickelt wird. Aber wenn das Schiff eine gewisse Zugkraft auf das Seil ausübt, so wirkt dieses umgekehrt wieder auf das Schiff, und setzt der Bewegung desselben einen Widerstand gleich dieser Zugkraft entgegen. Man begreift also, wie durch das Mittel, welches wir oben angegeben haben, ein geringer Widerstand, der an dem freien Ende des Seils angebracht wird, einen ausserordentlich grossen Widerstand gegen die Bewegung des Schiffs veranlassen kann.

Bei der Beschreibung der Erdwinde (Seite 79) haben wir gesagt, dass man das Tau, anstatt es an der Oberfläche des Cylinders fest zu machen, zwei- oder dreimal um denselben herumwickelt und alsdann an seinem freien Ende eine hinreichend grosse Zugkraft anbringt, um sein Gleiten über den Cylinder zu verhindern. Man begreift jetzt, dass diese Zugkraft nur von geringer Grösse zu sein braucht, um ihren Zweck zu erfüllen, selbst wenn die Last, welche die Erdwinde zu überwinden hat, sehr gross ist.

§. 162. **Verlust an Arbeit durch den Stoss.** — Wenn zu irgend einer Zeit der Bewegung einer Maschine die Bewegungsarbeit, welche geleistet wird, grösser als die entsprechende Widerstandsarbeit ist, so verwandelt sich, wie wir gesehen haben, der

Ueberschuss der Bewegungsarbeit in Bewegung. Der Zuwachs an lebendiger Potenz, welchen die Maschine auf diese Weise erhält, leistet, wenn sich die Bewegung wieder verzögert, eine Widerstandsarbeit, deren Grösse genau gleich der Bewegungsarbeit ist, welche jenen Zuwachs hervorgebracht hatte. Daraus folgt also, wie wir schon oben entwickelt haben, dass sich der Ueberschuss der Bewegungsarbeit über die entsprechende Widerstandsarbeit während einer gewissen Zeit in der Maschine in Form von Bewegung ansammelt, um später, wenn sich Gelegenheit gibt, wieder vollständig benützt zu werden. Um also zu verhindern, dass an Arbeit verloren geht, ist es unerlässlich, die Bewegung der Maschine so gut als möglich zu erhalten, zu verhüten, dass ein Theil derselben zerstört wird, ohne dass er die Wirkung ausgeübt hat, welche damit erreicht werden sollte. Diess ist der Grund, warum man mit möglichster Sorgfalt vermeiden muss, dass zwischen den verschiedenen in Bewegung befindlichen Theilen einer Maschine Stösse stattfinden. Um die Schädlichkeit dieser Stösse einleuchtend zu machen, müssen wir etwas näher darauf eingehen.

Denken wir uns, dass eine Bleikugel A, welche eine gewisse Geschwindigkeit besitzt, gegen eine andere ruhende Bleikugel B von derselben Masse stosse. Nach dem, was wir oben (§. 135) gesehen haben, bewegen sich diese beiden unelastischen Massen nach dem Stoss mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit, gleich der Hälfte von derjenigen, welche die Kugel A vor dem Stosse besass, miteinander fort. Nun ist die lebendige Potenz, welche die Kugel A vor dem Stosse besass, gleich dem halben Produkt aus ihrer Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit; ebenso ist die lebendige Potenz der beiden, nach dem Stoss mit einander fortgehenden Kugeln gleich dem halben Produkt aus ihrer Gesammtmasse, die doppelt so gross als die der Kugel A ist, in das Quadrat ihrer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit; diese gemeinschaftliche Geschwindigkeit ist aber nur halb so gross, als die der Kugel A vor dem Stoss, ihr Quadrat also viertel so gross als das Quadrat dieser. In dem letzteren Produkt wird folglich eine doppelt so grosse Masse mit einer viertel so grossen Zahl multiplizirt, es ist daher blos halb so gross, als das erste, d. h. die lebendige Potenz der beiden Kugeln nach dem Stoss ist nur halb so gross, als die der Kugel A vor dem Stoss, und es wird daher die Bewegung, welche die beiden Kugeln zusammen nach dem Stoss besitzen, nur die Hälfte der Widerstandsarbeit zu leisten im Stande sein, welche vor dem Stosse durch die Bewegung der Kugel A hätte geleistet werden können. Durch die plötzliche Veränderung, welche der Stoss in der Bewegung der beiden

Kugeln hervorbrachte, hat man also die Hälfte der Arbeit verloren, welche diese Bewegung hervorbringen hätte können.

Wir haben soeben als Beispiel den Stoss zweier vollständig unelastischer Körper betrachtet und gefunden, dass er immer einen Verlust an Arbeit nach sich zieht. Das Resultat würde aber ganz anders ausgefallen sein, wenn wir statt zweier Bleikugeln zwei Elfenbeinkugeln genommen hätten. Wir wissen, dass in diesem Fall die Kugel A, wenn sie mit einer gewissen Geschwindigkeit gegen die ruhende Kugel B von derselben Masse stösst, stehen bleibt und ihre ganze Geschwindigkeit auf die Kugel B überträgt (§. 136). Die Bewegung, welche nach dem Stoss stattfindet, ist folglich im Stande, genau dieselbe Quantität von Widerstandsarbeit zu leisten, als diejenige vor dem Stoss, sodass also im Falle eines Stosses zwischen vollkommen elastischen Körpern kein Verlust an Arbeit stattfindet.

Es ist leicht einzusehen, woher die Verschiedenheit dieser Wirkungen rührt. Bei dem Stosse zweier Bleikugeln entsteht eine Gestaltsveränderung derselben, welche ihnen nach dem Stoss bleibt. Dieser Gestaltsveränderung widersetzen sich die Molekülarkräfte, woraus also eine gewisse Quantität von Widerstandsarbeit folgt, die geleistet werden muss; diese Widerstandsarbeit ist genau gleich dem Verlust an Arbeit, welchen wir vorhin nachgewiesen haben. Im Falle des Stosses zwischen zwei Elfenbeinkugeln findet zuerst auch eine Gestaltsveränderung statt, aber in Folge ihrer Elasticität nehmen die beiden Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt vollständig wieder an. Die zuerst stattfindende Verschiebung der Moleküle aus ihrer Gleichgewichtslage verursacht eine Widerstandsarbeit, aber indem diese Moleküle die Stellungen, welche sie vorher hatten, wieder einzunehmen suchen, entwickeln sie eine Bewegungsarbeit, welche genau gleich jener Widerstandsarbeit ist. Der erste Theil des Stosses, während dessen die Gestaltsveränderung der Körper immer grösser und grösser wird, ist von einem Verlust an Arbeit begleitet, welcher eben so gross ist, als wenn die Körper vollkommen unelastisch wären; aber im zweiten Theil, während dessen die Gestaltsveränderung wieder verschwindet, ergibt sich ein Gewinn von Arbeit, welcher den vorhergehenden Verlust genau wieder aufwiegt, sodass der Stoss im Ganzen keinen Verlust an Arbeit verursacht.

Das was wir in den beiden einfachen Beispielen, welche wir betrachteten, gefunden haben, gilt in allen Fällen, wo durch den Stoss von Körpern plötzliche Aenderungen, entweder in der Geschwindigkeit ihrer Bewegung allein, oder auch in der Richtung derselben hervorgebracht werden. Der Stoss zwischen zwei unelastischen Körpern veranlasst immer einen Arbeitsverlust, welches auch

die Gestalt der Massen dieser beiden Körper ist, und welches auch die Umstände sind, unter denen er stattfindet. In gleicher Weise hat der Stoss zwischen irgend zwei vollkommen elastischen Körpern niemals einen Verlust an Arbeit zur Folge.

Die Stücke, zwischen welchen bei einer Maschine Stösse vorkommen können, gehören im Allgemeinen weder unter die eine, noch unter die andere Klasse der Körper, von denen wir oben gesprochen haben; sie sind weder vollkommen unelastisch, noch vollkommen elastisch. Schon daraus folgt im Zusammenhalt mit dem Obigen, dass der Stoss zwischen ihnen einen Verlust an Arbeit mit sich bringt, wenn derselbe auch nicht so gross ist, als bei ganz unelastischen Körpern. Aber ausserdem gehen in den meisten Fällen die Stösse zwischen den verschiedenen Maschinentheilen in Bezug auf den Arbeitsverlust beinahe ebenso vor sich, als wenn dieselben ganz unelastisch wären. Wenn die Körper, zwischen welchen der Stoss stattfindet, sich wieder von einander trennen, bevor die durch den Stoss hervorgebrachte Gestaltsveränderung wieder verschwunden ist, und diess findet gewöhnlich statt, so ist klar, dass es von geringem Belang ist, ob die Gestaltsveränderung nachher noch wirklich verschwindet, oder ob sie bleibt; die Bewegungsarbeit, welche die Moleküle in diesem Fall hervorbringen, indem sie ihre Gleichgewichtslage wieder annehmen, wird nur Vibrationen hervorbringen, welche sich nach und nach über die verschiedenen Theile der Maschine fortpflanzen und sich endlich ganz verlieren; diese Bewegungsarbeit kann in keiner Weise den Arbeitsverlust wieder aufwiegen, welcher durch die Gestaltsveränderung, die die Körper erfahren haben, veranlasst wurde. Die Stösse in den Maschinen sind also immer von Arbeitsverlusten begleitet, man muss sie desshalb mit der grössten Sorgfalt vermeiden; und wo diess nicht ganz möglich ist, muss man es wenigstens so einrichten, dass die sich stossenden Körper einen möglichst grossen Grad von Elasticität besitzen.

Es gibt noch einen andern wichtigen Grund, die Entstehung von Stössen möglichst zu verhindern. Dieser besteht darin, dass die Vibrationen, welche diese Stösse hervorbringen, Erschütterungen der Maschine veranlassen, welche dieselbe einer schnellen Abnützung entgegenführen und zahlreiche Reparaturen nöthig machen.

§. 163. **Allgemeine Schlussfolgerungen aus dem Vorhergehenden.** — Wenn wir noch einmal überblicken, was über die Maschinen im Zustande der ungleichförmigen Bewegung gesagt wurde, so können wir die erhaltenen Resultate kurz in Folgendem zusammenfassen:

1) Es ist nicht nothwendig, dass die bewegende Kraft fortwährend den Widerständen das Gleichgewicht hält; wenn zu gewissen Zeiten ein Ueberschuss von bewegender Kraft vorhanden ist, so folgt daraus eine Vermehrung der Bewegung und damit eine Vergrösserung der lebendigen Potenz, welche später fähig ist, dieselbe Wirkung hervorzubringen, als jener Ueberschuss an Kraft selbst.

2) Wenn die bewegende Kraft und die Widerstände nicht fortwährend im Gleichgewicht sind, und folglich die Maschine zu gewissen Zeiten den Ueberschuss von Bewegungsarbeit über die Widerstandsarbeit in Form von Bewegung ansammeln muss, so bringt man ein Schwungrad an derselben an, welches dazu bestimmt ist, zu verhindern, dass die Geschwindigkeit zu grossen Aenderungen unterworfen wird.

3) Wenn durch fortgesetzte Anhäufung von Bewegung, hervorgebracht durch Ueberschüsse an Bewegungsarbeit, die Geschwindigkeit der Maschine zu gross werden könnte, so wendet man einen Centrifugal-Regulator an, welcher gestattet, auf die bewegende Kraft einzuwirken, um ihre Grösse zu reguliren, und auf diese Weise die Geschwindigkeit der Maschine zwischen bestimmten Grenzen zu erhalten.

4) Da die passiven Widerstände, welche sich bei der Bewegung einer Maschine entwickeln, einen Theil der bewegenden Kraft ohne nützliche Leistung absorbiren, so ist es nothwendig, die Maschine so einzurichten, dass der Einfluss derselben so viel als möglich vermindert wird.

5) Da endlich der Stoss zwischen zwei Körpern, die nicht vollkommen elastisch sind, immer von einem Verlust an Arbeit begleitet ist, so muss man ihn durch alle möglichen Mittel zu verhindern suchen; und wenn diess nicht erreicht werden kann, so muss man dafür sorgen, dass die sich stossenden Stücke möglichst vollkommen elastisch sind.

Nachdem wir nun in dem Vorhergehenden die wichtigsten Gesetze kennen gelernt haben, die zum Verständniss der Maschinen erforderlich sind, gehen wir dazu über, dieselben auf einige Beispiele anzuwenden, die unter den vielen, die hier aufgeführt werden könnten, das meiste Interesse darbieten dürften.

Anwendung der vorhergehenden Lehren auf die Betrachtung einiger Maschinen.

§. 164. **Umlegung, Transport und Aufrichtung des Obelisken von Luxor.** — Der Obelisk, welcher in der Mitte

des Concordienplatzes in Paris steht, wurde vor einigen Jahren aus Ober-Aegypten, wo er den Schmuck des Haupteingangs des Palastes von Luxor bildete, dorthin gebracht. Wir wollen sehen, durch welche Mittel man es erreichte, diesen kolossalen Stein von der Stelle zu bringen und auf dem Platze aufzurichten, wo er sich gegenwärtig befindet; es ist diess eines der lehrreichsten und grossartigsten Beispiele, welche man für die Anwendung von Maschinen geben kann, durch welche sehr bedeutende Widerstände mit verhältnissmässig geringen Kräften der Menschen überwunden werden sollen.

Der Obelisk ist von Granit und hat die Form einer bedeutend abgekürzten quadratischen Pyramide, auf deren oberer, kleiner Grundfläche ein pyramidenähnlicher Körper steht. Die Seite der untern Grundfläche misst 2,42, die der obern 1,54 Meter; die Entfernung dieser beiden Grundflächen, nach der Axe gemessen, beträgt $21^m,60$; der pyramidale Körper an der Spitze endlich hat eine Höhe von $1^m,20$. Aus diesen Dimensionen kann man berechnen, dass das Volumen des Obelisken 84 Kubikmeter beträgt. Nun wiegt der Kubikmeter Granit 2750^k, das Gewicht des Obelisken ist also ungefähr 230000^k. Da der Obelisk um seine Axe symmetrisch angeordnet ist, so liegt sein Schwerpunkt in dieser Axe; er würde in der Mitte derselben gelegen sein, wenn der Obelisk oben ebenso breit als unten wäre; wegen der grösseren Breite des unteren Theils aber liegt der Schwerpunkt etwas tiefer, ungefähr 9^m über der Basis. Wie wir wissen ist die Kenntniss des Schwerpunkts allemal nöthig, wenn es sich darum handelt, schwere Körper im Gleichgewicht zu halten.

Um den Obelisken von Ober-Aegypten nach Paris zu schaffen, hatte man eigens ein Schiff gebaut, welches ihn von dem Punkte des Nils, der dem Palaste von Luxor zunächst gelegen ist, bis in das Innere von Paris tragen musste. Dieses Schiff, der „Luxor" genannt, musste den Nil in einer Länge von 100 deutschen Meilen herabgehen, alsdann von der Mündung dieses Flusses bis Havre das mittelländische Meer und den atlantischen Ocean durchschneiden und endlich die Seine von Havre bis Paris in einer Länge von 50 deutschen Meilen aufwärts fahren. Dieser Transport zu Wasser bot sehr grosse Schwierigkeiten dar, sowohl auf dem Meere, als auch auf den beiden Flüssen, und diess hauptsächlich wegen der besonderen Form, die man dem Schiffe hatte geben müssen, um es fähig zu machen, unter so verschiedenen Umständen eine so bedeutende Last zu tragen. Doch werden wir uns damit hier nicht beschäftigen; wir wollen blos die Mittel kennen lernen, deren man

sich bediente, um den Obelisken von seiner Basis in Ober-Aegypten herab- und in das Innere des Schiffes zu bringen, sowie diejenigen, welche man dann in Paris anwandte, um ihn aus dem Schiffe nach dem Concordienplatz zu schaffen und ihn auf seinem Sockel inmitten dieses Platzes aufzustellen.

§. 165. Man benützte zunächst die alljährlich wiederkehrende Ueberschwemmung des Nils, um das Schiff an einen Platz zu bringen, welchen man für das Einladen passend erachtete, und welcher wieder trocken gelegt wurde, nachdem sich das Wasser des Nils zurückgezogen hatte. Alsdann baute man eine Bahn, welche sich, sanft ansteigend, von diesem Platz bis zum Obelisken erhob. Um dieser Bahn eine grössere Neigung zu geben, und den Transport des Obelisken zum Schiff zu erleichtern, liess man dieselbe nicht an der Basis des Obelisken, sondern 5^m über derselben enden. Die Arbeiten für das Einladen des Obelisken bestunden also darin, ihn umzulegen und auf das oberste Ende dieser Art von schiefen Ebene zu bringen; sodann musste er längs der schiefen Ebene fortbewegt und endlich in das Schiff gebracht werden, welches, nachdem man sein Vordertheil abgenommen hatte, in die Verlängerung der Bahn gestellt worden war.

Der erste Theil dieser Operationen war derjenige, welcher die grössten Schwierigkeiten darbot: der Monolith musste umgelegt werden, indem man ihn dabei auf solche Art festhielt, dass er langsam und ohne Stösse in eine beinahe horizontale Lage geführt wurde. Wenn die zu diesem Zwecke angewandten Maschinen keine hinreichende Festigkeit geboten hätten und dem Gewichte des Obelisken unterlegen wären, so würde derselbe durch das Herabfallen unfehlbar zerbrochen worden sein.

Nachdem man die vier Seiten des Obelisken mit einer Umhüllung von Holz bedeckt hatte, welche dazu bestimmt war, die auf ihm angebrachten Inschriften zu schützen, machte man diejenige Kante seiner Basis, welche sich zunächst der schiefen Ebene befand, vollständig los. Dann umgab man diese Kante ihrer ganzen Länge nach mit einem starken Stück Holz, das so zugeschnitten war, dass es sich jener Kante gut anpasste. Dieses Stück Holz A (Fig. 235) war auf seiner äusseren Seite abgerundet und passte mit dieser Rundung in eine Art breiter Rinne, welche in einem andern Stücke Holz von grösseren Dimensionen angebracht war. Dieses letztere blieb feststehen, während das erstere dem Obelisken in seiner Bewegung folgen musste; beide Stücke bildeten auf diese Weise eine Art von Scharnier, um wel-

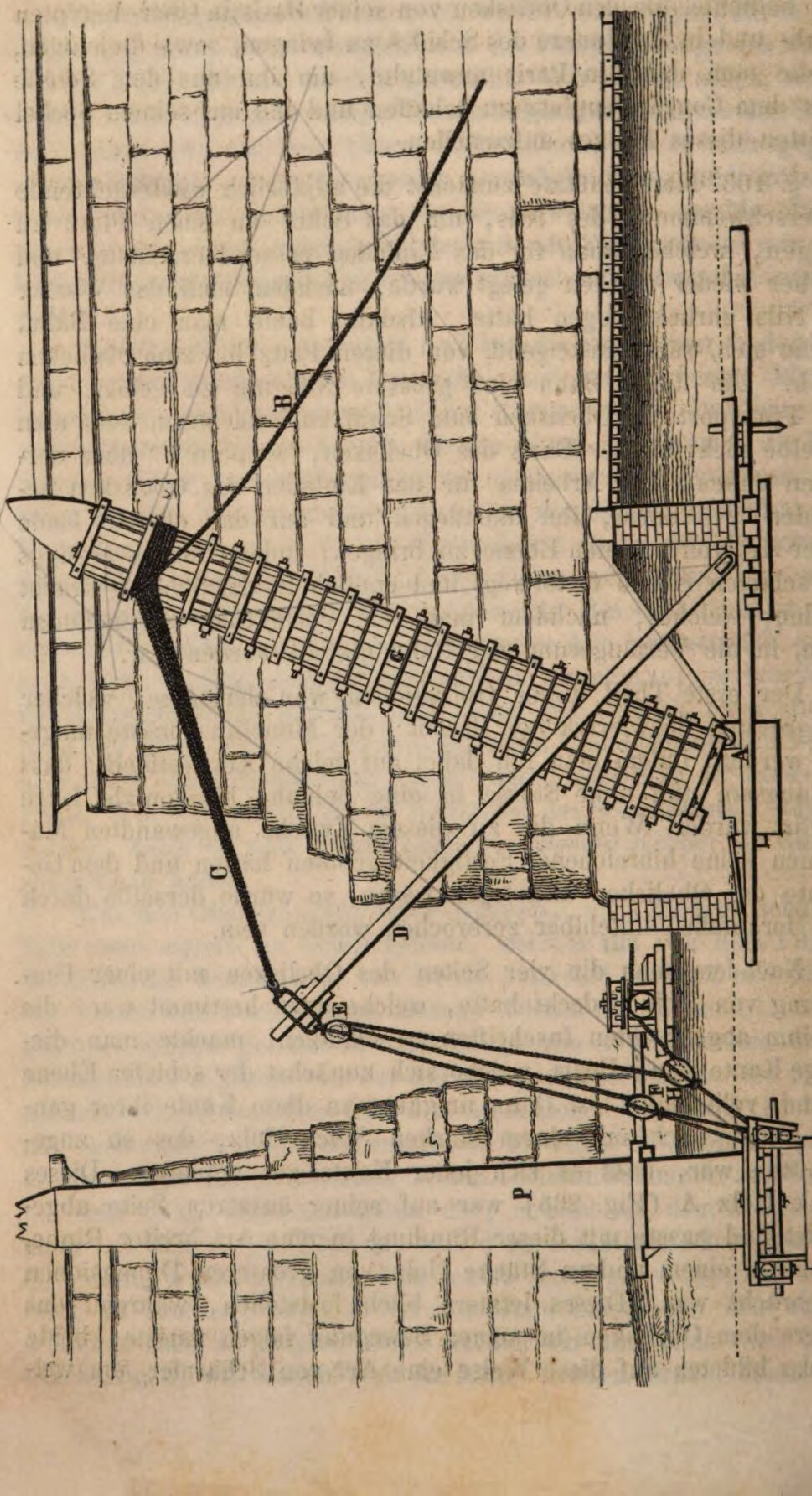


Fig. 235.

ches der Obelisk gedreht wurde, um ihn auf die schiefe Ebene niederzulegen.

Um diese Drehung hervorzubringen, befestigte man an der Spitze des Obelisken Taue B, an welchen mittelst Erdwinden mit solcher Stärke und in solcher Richtung gezogen wurde, dass die Spitze gegen die Seite der schiefen Ebene zu in Bewegung gesetzt wurde. Die gesammten Kräfte, welche zur Hervorbringung dieser ersten Ortsveränderung nothwendig waren, betrugen nur einen kleinen Bruchtheil vom Gewichte des Obelisken, weil ihre Richtungen von der Umdrehungsaxe A viel weiter entfernt waren, als die durch den Schwerpunkt des Monolithen gezogene Vertikale. Diese Kräfte durften aber nur so lange wirken, bis der Schwerpunkt G vertikal über die Axe A zu liegen kam (Fig. 236): denn sobald der Körper diese labile Gleichgewichtslage überschritten hatte, setzte er in Folge der Wirkung der Schwerkraft seine Bewegung von selber fort. Der Obelisk musste vielmehr von dieser Gleichgewichtslage an mit hinreichender Stärke zurückgehalten werden, damit ihm sein Gewicht nur eine sehr langsame und gleichförmige Bewegung ertheilen konnte.

Es wäre dabei ausserordentlich schwierig gewesen, den Obelisken mittelst Tauen zurückzuhalten, welche auf dieselbe Art, wie die Taue B, auf der andern Seite angebracht gewesen wären. Diese Taue hätten namentlich gegen das Ende der Operation einen enormen Widerstand zu leisten gehabt. Denn in dem Maasse, als jene Umdrehungsbewegung vor sich geht, entfernt sich die durch den Schwerpunkt gezogene Vertikale mehr und mehr von der Axe A, während die Richtung jener Taue, die zum Zurückhalten dienen, dieser Axe immer näher kommt. Auf der einen Seite wird also der Hebelarm, an welchem das Gewicht des Obelisken wirkt, immer grösser und grösser, während sich auf der andern Seite der Hebelarm der gesammten, die Bewegung mässigenden Widerstände immer mehr vermindert, um zuletzt sehr klein zu werden. Es musste desshalb eine andere Anordnung ersonnen werden, welche gestattete, den Obelisken niederlegen zu können, ohne einen so sehr grossen Widerstand ausüben zu müssen.

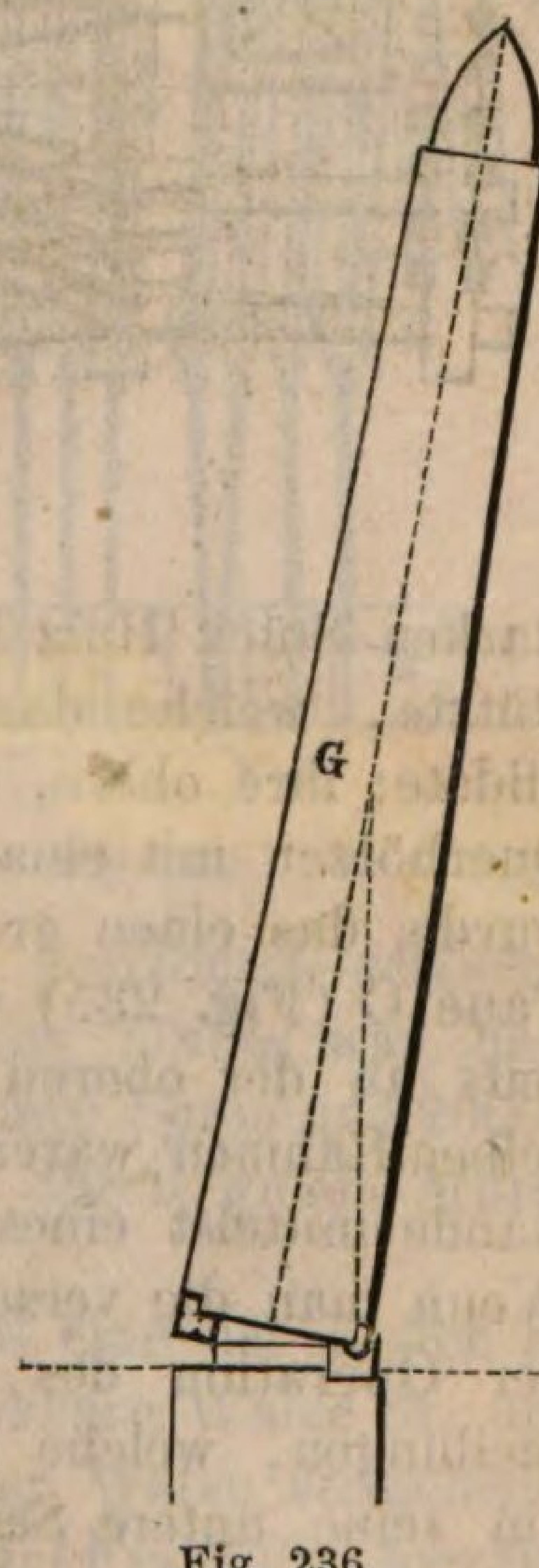


Fig. 236.

Die Widerstände, welche nothwendig waren, um die Bewegung des umfallenden Obelisken, nachdem er die labile Gleichgewichtslage überschritten hatte, zu mässigen, wirkten auf denselben durch Vermittlung eines Rahmens D, der um seine unterste Seite beweglich war. Dieser Rahmen wurde von acht, in einer Ebene gelegenen Balken gebildet, von denen vier auf der einen, vier auf der andern Seite des Obelisken angebracht waren, wie es Fig. 237 zeigt. Die untersten Enden derselben waren an einem

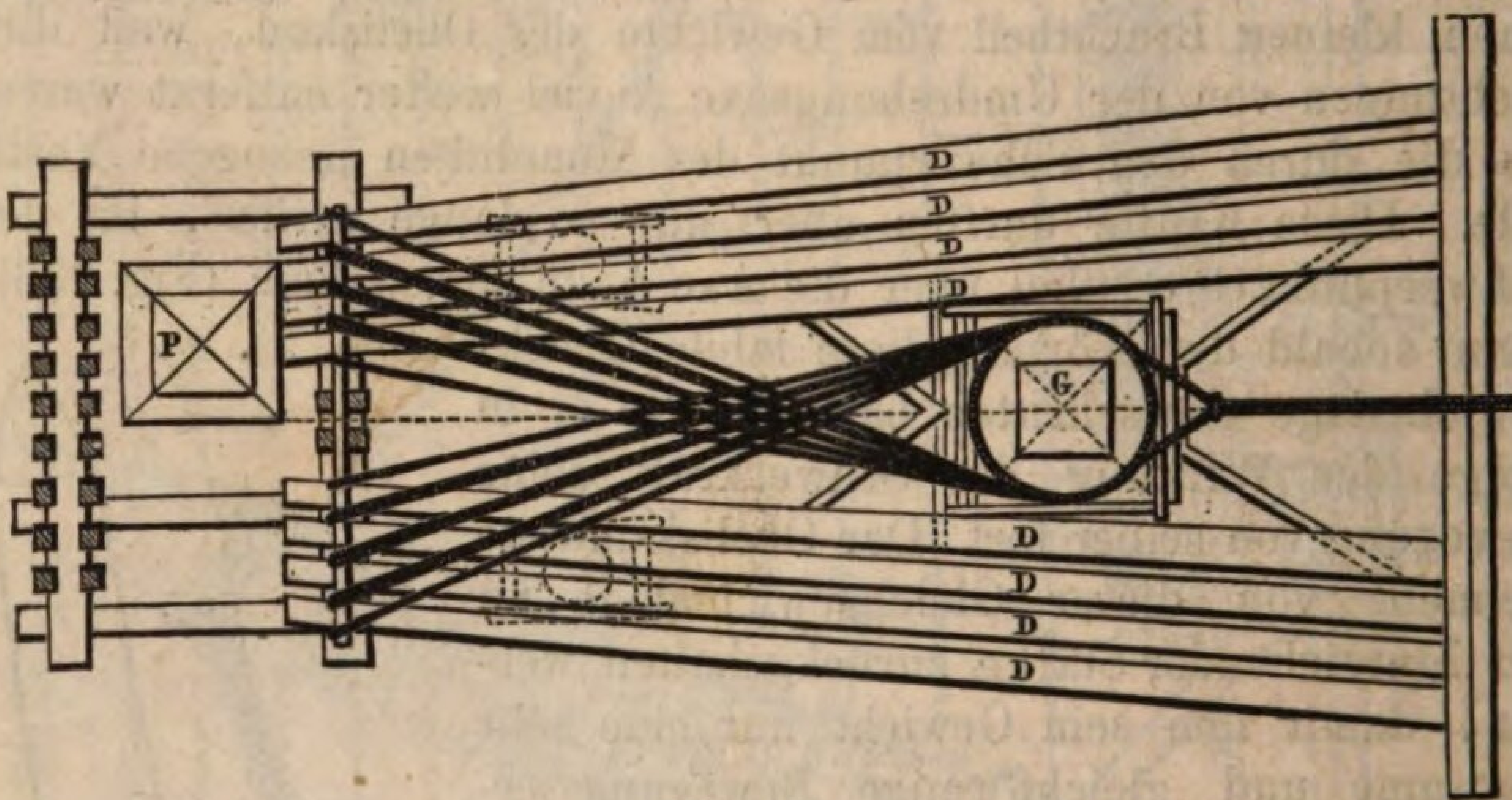


Fig. 237.

starken Stück Holz befestigt, das sich gegen den Fuss der Mauer stützte, welche das Ende der oben erwähnten schiefen Ebene bildete; ihre obern, einander genäherten Enden waren durch zwei Querhölzer mit einander verbunden, sodass ein Ganzes gebildet wurde, das einen grossen Widerstand darzubieten vermochte. Die Taue C (Fig. 235) waren einerseits an dem Obelisken, andererseits an der oberen Seite dieses Rahmens D befestigt; an demselben Rahmen waren dann die zum Zurückhalten nöthigen Widerstände mittelst eines Systems von Flaschenzügen EF angebracht. Wenn man die verschiedenen Lagen, welche der Obelisk während der Operation des Niederlassens annehmen musste, sowie die Stellungen, welche dabei der Rahmen D erhielt, indem er sich um seine untere Seite drehte, etwas näher betrachtet, so wird man sehen, dass sich die Taue C fortwährend in grosser Entfernung von der Umdrehungsaxe A des Obelisken befinden, und dass ebenso die Taue der Flaschenzüge EF stets in bedeutender Entfernung von der Umdrehungsaxe des Rahmens D bleiben. Es wirken also diese Taue an den Enden von Hebelarmen, die immer eine beträchtliche Grösse behalten, und haben desshalb keinen so enormen Widerstand zu leisten, als wenn die Flaschenzüge EF direkt an dem obern Theil des Obelisken angebracht wären.

Es wurden acht Flaschenzüge angewandt; jeder derselben wirkte, wie Fig. 238 zeigt, direkt auf das obere Ende eines von den acht Balken, welche den Rahmen D bildeten. Eine eingehende Betrachtung der Lagen, welche die verschiedenen Theile des Apparates während der ganzen Operation einnehmen, zeigt, dass der Widerstand, welchen jeder Flaschenzug in seinem Angriffspunkt an dem Rahmen zu leisten hat, 13000^k niemals übersteigt. Die Flaschen dieser Flaschenzüge waren aus drei, durch eine gemeinschaftliche Scheere vereinigten Rollen gebildet, sodass das Seil, welches über die verschiedenen Rollen eines Flaschenzugs ging, aus sechs gleichgespannten Seilstücken bestund. Damit also der Widerstand dieser sechs Seilstücke zusammen 13000^k ausmachte, musste die Spannung eines desselben, also die Spannung des Seils an jedem der Flaschenzüge, etwas mehr als 2000 Kilogramm betragen. Auf diese Weise konnten die acht Taue, welche von den acht Flaschenzügen ausgingen, und durch die Rollen H (Fig. 235) horizontal gemacht wurden, den ganzen Widerstand ausüben, der nöthig war, den Obelisken langsam niederzulassen, ohne dass ihre Spannung 2000^k viel zu übersteigen brauchte. Sehen wir nun, durch welche Mittel diese Spannung hervorgebracht wurde.

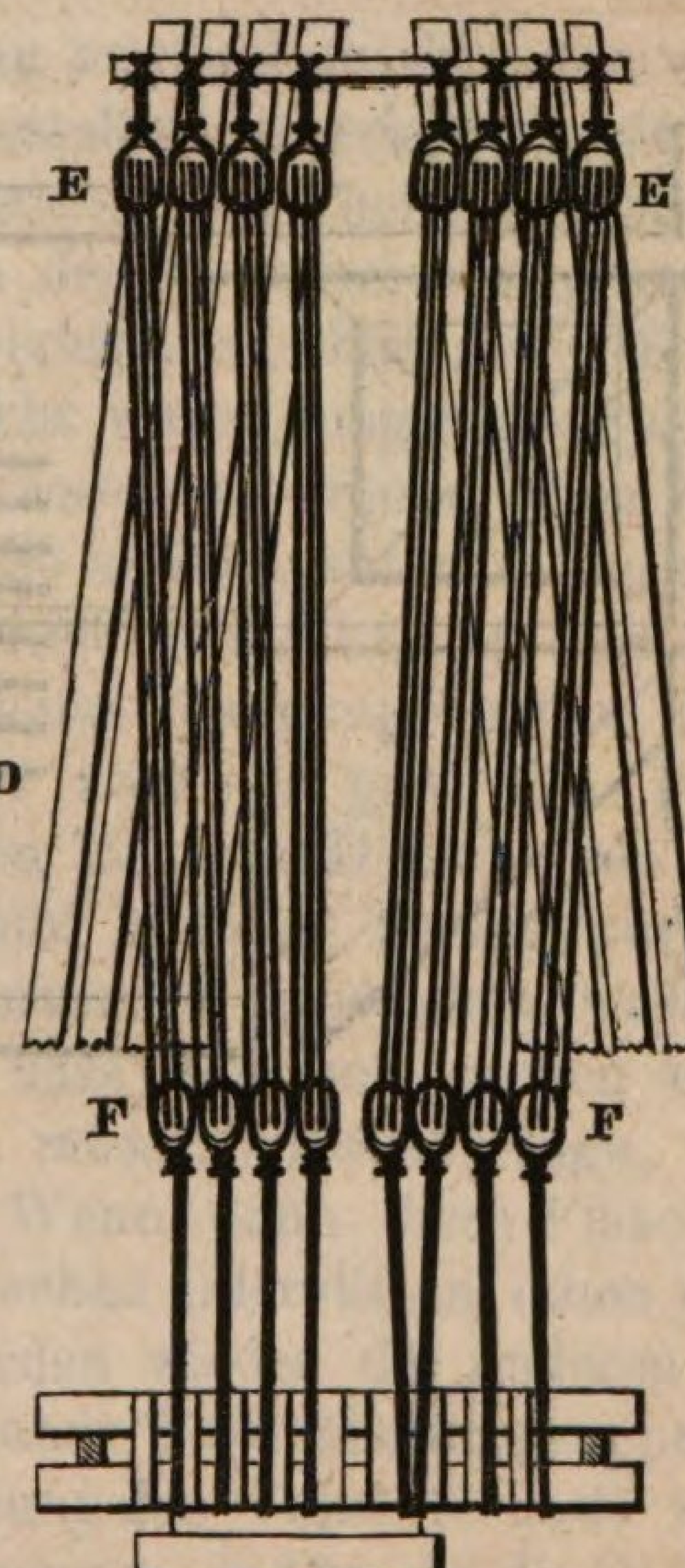


Fig. 238.

Jedes der Taue wickelte sich, nachdem es eine der Rollen H (Fig. 235) verlassen hatte, um eine leicht drehbare Walze K, um welche es zwei Windungen machte; von dieser Walze ausgehend schlang es sich um einen feststehenden Mast L (Fig. 239), hierauf änderte es seine Richtung, indem es über eine, durch das Stück M getragene Leitrolle ging, und endigte sich endlich, nachdem es sich noch um einen zweiten festen Mast N geschlungen hatte, in den Händen eines Matrosen. Damit sich die Spitze des Obelisken abwärts bewegen konnte, mussten sich die oberen Flaschen mehr und mehr von den unteren entfernen, und folglich musste eine immer grössere Länge des Taues in die Flaschenzüge eingehen. Die acht Taue

mussten demnach in dem Maasse, als sie die Matrosen durch ihre Hände laufen liessen, über die Oberfläche der beiden Masten L

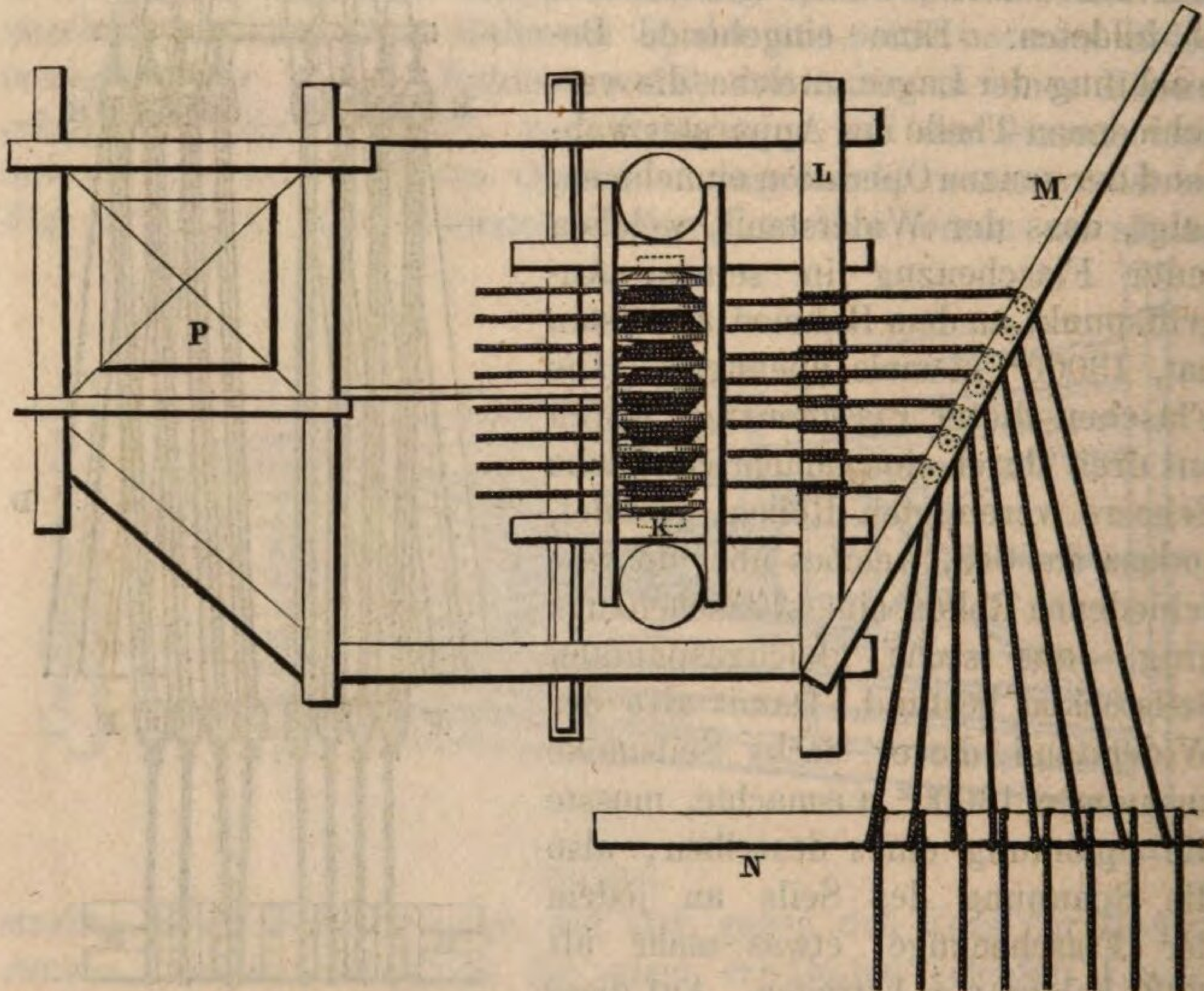


Fig. 239.

und N gleiten, wobei sie zu gleicher Zeit die Walze K drehten, deren Rotationsbewegung indessen keinen bemerkenswerthen Widerstand darbot. Wir werden sogleich sehen, welchen Zweck diese Walze zu erfüllen hatte; aber abgesehen davon kann man schon jetzt begreifen, wie es möglich ist, dass die Kraft eines Menschen, der an dem Taue wirkt, indem er es durch seine Hände gleiten lässt, hinreicht, um eine Spannung von mehr als 2000 Kilogramm an den Theilen des Taues hervorzubringen, welche die Flaschen der Flaschenzüge verbinden; denn diese Spannungen haben ja ausserdem die Reibung der Taue an den Oberflächen der beiden Masten L und N zu überwinden. So konnten durch die beschriebene Anordnung die acht Matrosen, indem sie die Seile, an denen sie wirkten, genügend anhielten, den Obelisken in irgend einer Lage, die er während des Niederlassens einnehmen musste, im Gleichgewicht halten; und wenn sie die Seile nachliessen, konnten sie ihn mit aller der zum Gelingen der Operation nöthigen Langsamkeit niederlassen. Die Erfahrung zeigte, dass selbst dann, als

der auszuübende Widerstand am grössten sein musste, die Matrosen nicht mehr als die Hälfte der ihnen zu Gebote stehenden Kraft aufzubieten brauchten.

Die Walze K, um welche jedes Tau zweimal geschlungen war, trug nichts dazu bei, die Spannung desselben zu erhöhen; sie bildete aber nichtsdestoweniger einen der wichtigsten Theile der ganzen Vorrichtung, und war für das Gelingen der Operation von grossem Nutzen. Sie war dazu bestimmt, zu verhindern, dass die 8 Seile, welche an den Flaschenzügen angebracht waren, ungleiche Spannungen erhielten. Wenn einer der Matrosen zu irgend einer Zeit einen minder grossen Widerstand, als die andern, auf sein Tau ausgeübt hätte, so würde dieses Tau leichter und schneller über die Masten L und N weggeglitten, und seine Spannung in dem ihm entsprechenden Flaschenzug würde zu schwach geworden sein. Dieser Flaschenzug würde also auf den Rahmen D nicht den gehörigen Widerstand ausgeübt haben, und in Folge dessen würden die andern Flaschenzüge stärker in Anspruch genommen worden sein. So hätte es kommen können, dass gewisse Flaschen eine bedeutend grössere Last hätten tragen müssen, als diejenige, für welche sie construirt worden waren. Wenn dann diese Flaschen unter dem Ueberschuss der Last zerbrochen oder die an ihnen wirkenden Seile zerrissen wären, so würden wieder die anderen zu stark belastet worden sein, und der ganze Zurückhaltungsapparat wäre zerbrochen worden. Die Anwendung der Walze K hatte zum Zweck, diesem schweren Unfall vorzubeugen, indem sie die Gleichförmigkeit in den Spannungen der 8 Taue wahren und so bewirken sollte, dass die Last auf die 8 Flaschenzüge gleichmässig vertheilt wurde. In der That sieht man leicht, dass, da alle Seile nebeneinander auf der Walze aufgewickelt sind, diese Walze, indem sie sich dreht, alle um dieselbe Länge fortschreiten macht, sodass ihre Spannungen in den Flaschenzügen, wenn sie am Anfang der Operation gleichgross waren, während der ganzen Dauer derselben gleiche Grösse behalten müssen. Wenn ein Matrose sein Seil zu wenig anspannen würde, so würde sich zwar die Spannung dieses Seils bis zur Walze hin vermindern, aber diese Verminderung würde nie so gross werden, dass das Seil über die Walze gleiten könnte, seine Spannung auf der andern Seite der Walze müsste also dieselbe, wie die aller andern sein. Die Walze K hatte also den Zweck, die gesammte, aus den ungleichen Widerstandskräften der acht Matrosen hervorgehende Spannung gleichmässig über die verschiedenen Seile zu vertheilen, sodass die Spannungen der 48 Seilstücke, welche die unteren Flaschen mit den oberen vereinigten, genau

dieselben waren. Durch die Anwendung dieses sinnreichen Mittels durfte man es wagen, um einen Widerstand von 13000^k auszuüben, Flaschenzüge anzuwenden, deren Dimensionen blos für eine Last von 15000^k berechnet waren. Mit solchen Flaschen wäre die Umlegung wahrscheinlich misslungen, wenn nicht die Walze K den Widerstand gleichmässig vertheilt hätte.

Die Fig. 239 zeigt, dass die Oberfläche der Walze K nicht einfach cylindrisch ist; sie sieht aus, wie aus acht einzelnen Rollenhälsen bestehend, um deren jeden sich eines der Taue schlingt. Die Nothwendigkeit dieser Einrichtung ist leicht verständlich zu machen. Setzen wir voraus, dass ein Seil einige Windungen um einen Cylinder mache und sich auf der entgegengesetzten Seite wieder von demselben entferne, wie man es in Fig. 82 (Seite 79) sieht. Wenn sich der Cylinder dreht, so wickelt sich das Seil auf der einen Seite auf, auf der andern ab. Es ist klar, dass dieses Seil nicht immer mit denselben Punkten des Cylinders in Berührung bleibt. Die einzelnen Windungen, in welchen es sich nach und nach um den Cylinder schlingt, legen sich eine neben die andere; das Seil rückt längs der Axe des Cylinders fort und wird nach längerer Drehung derselben bald an einem seiner Enden angekommen sein. Genau dasselbe würde bei den auf der Walze K aufgewickelten Seilen stattgefunden haben, wenn die Oberfläche dieser Walze cylindrisch gewesen wäre. Um diesem Nachtheil, welcher dem Fortgang der Operation geschadet haben würde, vorzubeugen, hat man an der Walze acht Rinnen angebracht, in deren jeder eines der Seile fortwährend bleiben sollte. Diese Rinnen hatten nämlich eine konische Oberfläche, auf welche sich das Seil aufwickeln musste. Während der Bewegung rollte sich das Seil auf den dicksten Theil dieses Kegels auf und von dem dünnsten Theil desselben ab; es suchte also über den Mantel desselben emporzusteigen, rutschte aber fortwährend über denselben wieder herunter und wurde so immer wieder an den tiefsten Theil der Rinne zurückgeführt.

Die unteren Flaschen der Flaschenzüge mussten natürlich in Punkten befestigt werden, die einen hinreichend grossen Widerstand darboten, um nicht unter der Zugkraft, der sie ausgesetzt waren, nachzugeben. Zu diesem Zweck waren an der Basis des zweiten Obelisken, welcher sich auf der andern Seite des Eingangs in den Palast befand, starke Holzstücke gut befestigt, und mit diesen waren die unteren Flaschen durch Taue von grosser Festigkeit verbunden.

Die Umlegung des Obelisken mittelst der soeben beschriebenen Vorrichtungen fand ohne Unfall am 31. October 1831 statt und erforderte nur eine Zeit von 25 Minuten.

§. 166. Wir haben gesagt, dass sich die schiefe Ebene, welche zum Transport des Obelisken in das Schiff dienen musste, an ihrem Ende 5 Meter über die Basis des Obelisken erhob. Der Obelisk sollte sich, indem er sich um das Stück A drehte, schliesslich gegen das Ende dieser schiefen Ebene stützen, bevor er noch die horizontale Lage erreicht gehabt hätte. Da aber sein Schwerpunkt über dieses Ende hinausgelegen gewesen wäre, so hätte seine Spitze fortfahren müssen sich zu senken, indem er sich um seinen neuen Stützpunkt gedreht und den ersten A verlassen hätte. Diese erwartete Vertauschung der Drehungspunkte trat aber nicht ein. Das Ende der schiefen Ebene, auf welches sich der Obelisk gegen das Ende der Operation stützen musste, senkte sich unter dem enormen Gewicht, welches es zu tragen hatte; der Obelisk fuhr fort, sich im Herabsenken fortwährend um den Punkt A zu drehen, bis der durch seinen neuen Stützpunkt geleistete Widerstand gross genug war, um sein Gewicht zu tragen. Aber nun ruhte der Obelisk auf einer so breiten Fläche, dass die von seinem Schwerpunkte herabgefällte Senkrechte das Innere dieser Fläche noch traf. Die Umkippung, auf welche man gerechnet hatte, konnte daher nicht erfolgen.

Um den Obelisken auf die Oberfläche der schiefen Ebene zu bringen, musste man seine Basis mittelst Flaschenzügen und Erdwinden in die Höhe heben und zu gleicher Zeit an seiner Spitze ziehen, um ihn im Sinne seiner Länge fortgleiten zu machen. Von da ab durfte man ihn nur über die ganze Länge der schiefen Ebene hinschieben, indem man ihn mittelst Erdwinden fortzog, deren Platz man in dem Maasse veränderte, als der Obelisk fortschritt. Um das Gleiten desselben zu erleichtern, trug man Sorge, seinen ganzen Weg mit Dielen zu belegen, welche man nach und nach von den Orten, welche der Obelisk verlassen hatte, wegnahm, um sie nach vorn, auf solche Theile zu legen, die der Obelisk erst erreichte. Diese Dielen wurden fortwährend geschmiert, um die Reibung zu vermindern.

Nachdem endlich der Obelisk nächst dem Schiffe, dessen Vordertheil man weggenommen hatte, angekommen war, zog man ihn mittelst des in Fig. 240 dargestellten Zugapparats in das Innere desselben. Dort wurde er passend untergebracht und gut befestigt, und hierauf verschloss man die Oeffnung, welche man in das Schiff gemacht hatte, wieder, indem man das vorher entfernte Vordertheil desselben wieder so gut daran befestigte, dass man während der

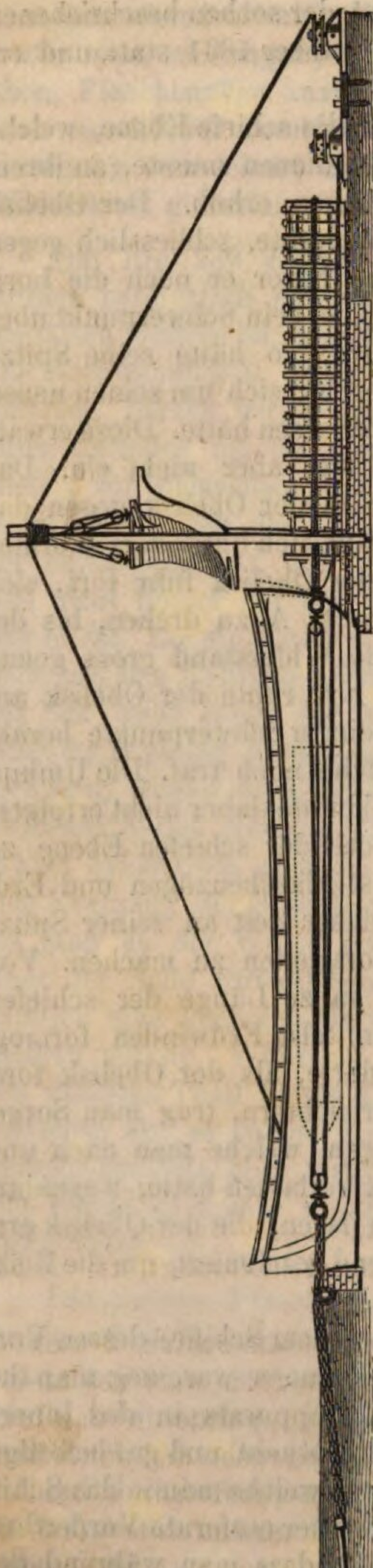


Fig. 240.

Ueberfahrt kein Losreissen zu befürchten hatte.

§. 167. Das Schiff setzte sich am 26. August 1832 in Bewegung und kam am 23. Dezember 1833 in Paris in der Nähe des Concordienplatzes an.

Von da an begannen die Vorbereitungen für das Ausladen und die Aufrichtung des Obelisken. Die Vorrichtungen, welche man dazu anwandte, waren genau dieselben, wie diejenigen, deren man sich in Aegypten bedient hatte, um die umgekehrten Operationen auszuführen.

Man entfernte zunächst das Vordertheil des Schiffes, um die Oeffnung wieder herzustellen, durch welche der Obelisk eingebracht worden war; hierauf zog man den Stein mittelst Erdwinden aus dem „Luxor" und schaffte ihn auf einer schiefen Ebene an das Ufer. Beim Einladen hatte man die Spitze vorangehen lassen, beim Ausladen bewegte er sich jetzt in entgegengesetzter Richtung, mit der Basis voran.

Als der Obelisk an dem Ufer angekommen war, wurde er längs einer schiefen Ebene fortgezogen, die man zu diesem Zwecke gebaut hatte, und welche sich in gleicher Höhe mit der obern Seite des Sockels endigte, auf welchem er aufgerichtet werden sollte. Auf diese Art wurde er in eine solche Lage gebracht, dass er sich nur um die unterste Kante seiner Basis drehen durfte, um auf den Sockel zu stehen zu kommen. Diese Drehungsbewegung wurde, wie beim Umlegen, um ein starkes Stück Holz ausgeführt, welches die Kante, von der wir oben

gesprochen haben, ihrer ganzen Länge nach umgab, und welches sich mit dem Obelisken um seine äussere, zu diesem Ende abgerundete Fläche drehen musste. Bei dieser Drehungsbewegung musste die Spitze des Obelisken gehoben werden, bis sein Schwerpunkt die durch die Umdrehungsaxe gehende Vertikalebene erreicht hatte; von da an fuhr er in Folge der Wirkung seiner Schwerkraft von selber fort, sich zu drehen, bis seine Basis auf der obersten Fläche des Sockels stand, und er folglich die Stellung erreicht hatte, die er erhalten sollte.

Die Vorrichtungen, welche zum Aufrichten des Obelisken während des ersten Theils dieser Operation, d. h. vom Beginne derselben bis zu dem Augenblick dienten, wo sein Schwerpunkt den höchsten Theil des Kreises erreicht hatte, den er beschreiben musste, waren genau dieselben, wie die beim Niederlassen angewandten, oben beschriebenen Zurückhaltungsvorrichtungen. Nur schlangen sich die Taue, welche von den Flaschenzügen ausgingen, nicht mehr um feststehende Masten, auf deren Oberfläche sie gleiten mussten, und endigten sich auch nicht mehr in den Händen von einer gleichen Anzahl von Menschen, die sie allmälig nachlassen sollten, sondern diese Taue rollten sich um die Wellen von ebenso vielen Erdwinden, mittelst denen man eine hinreichend starke Zugkraft auf sie ausüben konnte.

Während des zweiten Theils der Operation, wo der Obelisk nur der Wirkung der Schwere nachzugeben hatte, um seine Drehung zu vollenden, wurde derselbe durch Taue zurückgehalten, die an seiner Spitze befestigt und ganz so angeordnet waren, wie die Zugtaue, welche in Aegypten für den Beginn der Operation des Umlegens angewendet worden waren.

Die Aufstellung des Obelisken in Paris fand am 25. October 1836 statt. Sämmtliche Arbeiten des Umlegens in Aegypten, des Transports von Aegypten nach Frankreich und des Aufrichtens in Paris wurden unter der Leitung des Marine-Ingenieurs Lebas ausgeführt. Die Idee des zum Niederlegen angewandten Zurückhaltungsapparats rührt von dem Marine-Ingenieur Mimerel her.

§. 168. **Mahlmühlen.** — Um aus den Körnern der Getreidearten, wie des Roggens, des Waizens u. s. f. das Mehl, welches sie enthalten, zu bekommen, zermalmt man dieselben zwischen zwei passend zugerichteten Steinen. Dadurch wird die Hülse jedes der Körnchen zerrissen; ihre Bruchstücke, welche man mit dem Namen Kleie bezeichnet, mischen sich mit dem Mehl, das gleichzeitig erhalten wird; es bleibt also zuletzt noch übrig, sie von dem Mehle zu trennen, was am besten mittelst eines feinen Siebes geschieht,

welches das Mehl durch seine Löcher hindurch lässt, während es die Kleie zurückhält. Diese Operationen werden in den Mahl- oder Getreidemühlen ausgeführt, und wir wollen nun die Einrichtung einer solchen Mühle etwas näher kennen lernen.

Die Steine, welche zum Mahlen der Getreidekörner dienen, wurden in sehr früher Zeit durch Menschen oder Thiere in Bewegung gesetzt; jetzt benützt man dazu immer die Kraft des Wassers oder des Windes oder auch des Dampfes. Die Fig. 241 und 242

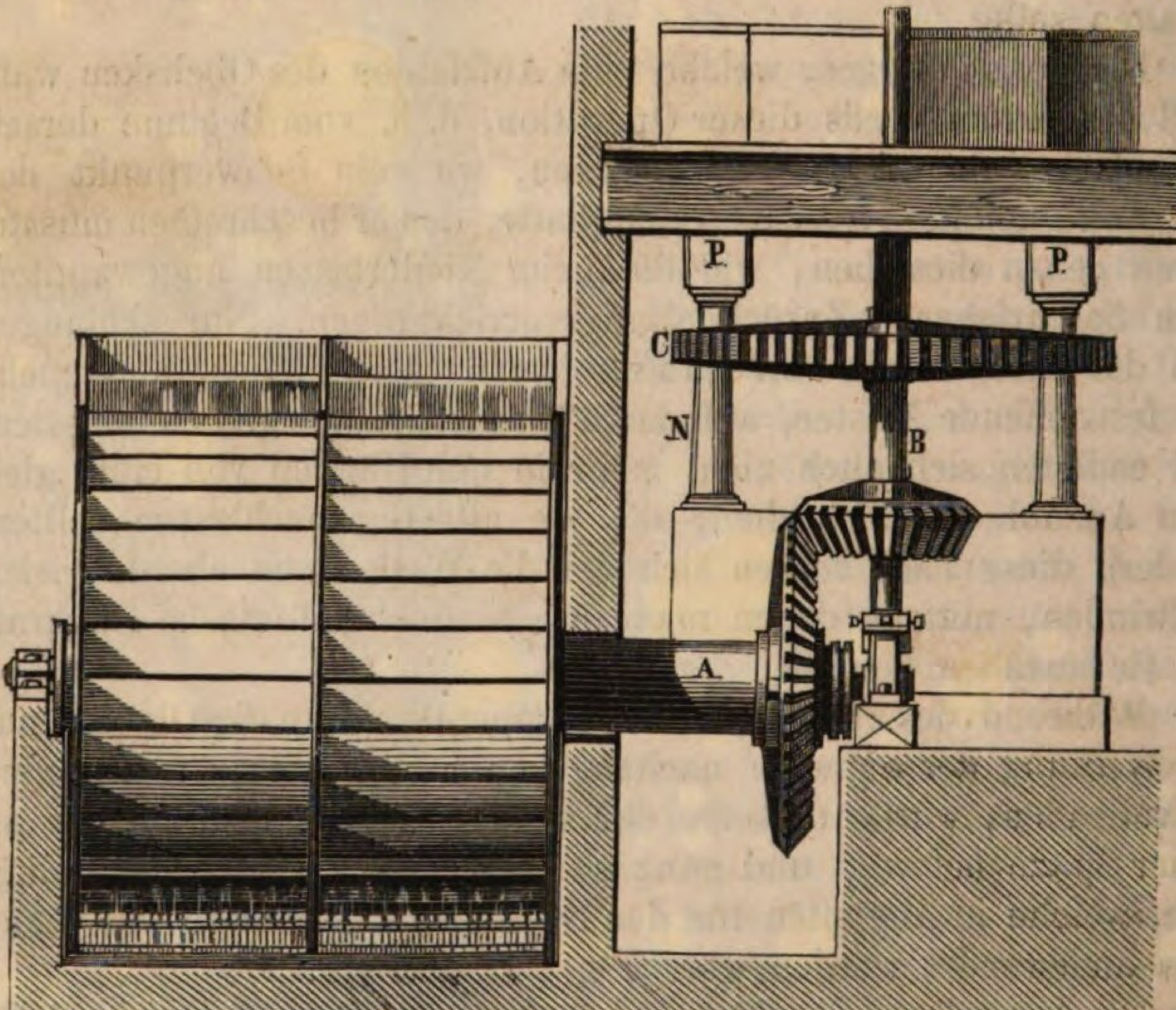


Fig. 241.

zeigen die Einrichtung einer Wassermühle in ihren wesentlichsten Theilen. Durch die Kraft eines fliessenden Wassers, eines Baches oder Flusses, wird ein Wasserrad in Bewegung gesetzt. Auf die nähere Beschreibung eines solchen Rades und auf die Erklärung der Art und Weise, wie es durch das Wasser herumbewegt wird, werden wir später ausführlicher zurückkommen. Vorläufig genügt es, anzugeben, dass sich die Welle A (Fig. 241) dieses Wasserrads in das Innere der Mühle hinein verlängert und ihre Rotationsbewegung mittelst eines Paars konischer Räder einer vertikal stehenden Welle B mittheilt. An dieser Welle B ist ein grosses horizontales Zahnrad C befestigt, und dieses Rad kann seine Bewegung durch Vermittelung zweier anderer kleiner Zahnräder D und E

(Fig. 242) auf zwei Mühlsteine übertragen. Jedes der beiden Räder D und E kann längs der vertikalen Welle, an welcher es befestigt

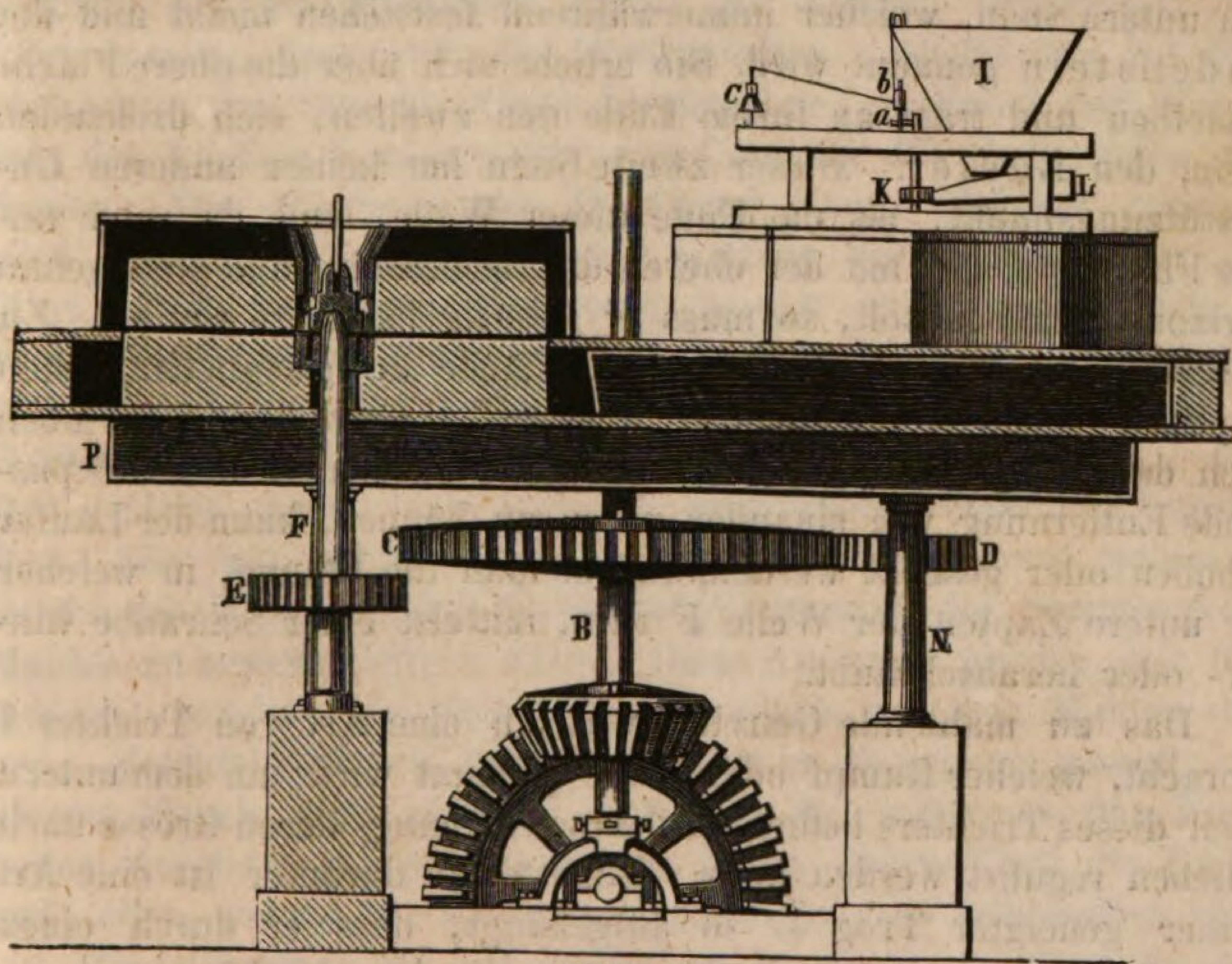


Fig. 242.

ist, verschoben werden; wenn es aber an die Stelle gebracht ist, an welcher es bleiben soll, so kann man es daselbst mittelst eines Keiles, welcher zwischen ihm und der Welle in einer eigens zu diesem Zweck an der letzteren angebrachten Nuth eingetrieben wird, festhalten. Auf diese Art können die Räder D und E auf gleiche Höhe mit dem grossen Rade C gestellt werden, um mit diesem einzugreifen, oder man kann sie unter dieses Rad herablassen und die Mittheilung der Bewegung dadurch unterbrechen. Die Fig. 242 zeigt das Rad D so gestellt, dass es sich mit dem Rade C herumdrehen muss, während das Rad E nicht in jenes Rad eingreift und folglich keine Bewegung erhält. Man kann also nach Belieben die beiden Mühlsteine zugleich, oder auch nur einen derselben sich herumdrehen lassen, je nachdem es nothwendig ist. Die Fig. 242 zeigt die zwei Paar Steine, welche den beiden Rädern D und E entsprechen, aber nicht alle beide in derselben Weise. Der linke Theil dieser Figur ist im Durchschnitt gezeichnet und soll die Anordnung der beiden Steine, zwischen welchen die Körner zerrieben werden, zeigen. Der rechte Theil dagegen gibt eine Ansicht der achteckigen Hülle von Holz, in deren Innern sich das zweite Paar der Steine befindet. Der über derselben sichtbare Apparat

gehört dazu, den Steinen die Getreidekörner zuzuführen. — Die Welle F, an welcher das Zahnrad E befestigt ist, durchdringt frei den untern Stein, welcher immerwährend feststehen bleibt und der Bodenstein genannt wird. Sie erhebt sich über die obere Fläche desselben und trägt an ihrem Ende den zweiten, sich drehenden Stein, den Läufer. Dieser zweite Stein hat keinen anderen Unterstützungspunkt, als das Ende dieser Welle, und da seine untere Fläche parallel mit der oberen des Bodensteins und stets genau horizontal bleiben soll, so muss er gehörig balancirt werden. Zu diesem Zweck wird auf seine obere Fläche an geeigneten Stellen Gyps aufgegossen, bis sich der Stein weder nach der einen, noch nach der andern Seite hin neigt. Um den beiden Steinen die passende Entfernung von einander geben zu können, kann der Läufer gehoben oder gesenkt werden, indem man die Pfanne, in welcher der untere Zapfen der Welle F ruht, mittelst einer Schraube hinauf- oder herabschraubt.

Das zu mahlende Getreide wird in eine Art von Trichter I gebracht, welcher Rumpf oder Gosse genannt wird; an dem untern Theil dieses Trichters befindet sich eine Oeffnung, deren Grösse nach Belieben regulirt werden kann. Unmittelbar darunter ist eine Art kleiner geneigter Trog L so aufgehängt, dass er durch einen Daumen K, der an einer Verlängerung der Axe des Läufers angebracht ist, eine hin- und hergehende, schüttelnde Bewegung annimmt. Wenn sich der Läufer dreht, so stösst dieser Daumen K bei jeder Umdrehung an den kleinen Trog L und veranlasst dadurch das Herabfallen einer kleinen Quantität von Körnern, die in dem Troge enthalten sind. Das Getreide, welches auf diese Weise nach und nach herabfällt, fällt durch eine Oeffnung, welche in der Mitte des Läufers angebracht und nur theilweise durch das Stück Eisen ausgefüllt ist, welches zur Befestigung dieses Steins an den Kopf der Welle F dient. Es gelangt auf diese Weise auf die Mitte der oberen Fläche des Bodensteins und geräth bald in den Zwischenraum zwischen die beiden Steine hinein. Die Oeffnung in der Mitte des Bodensteins, in welcher sich die Welle F dreht, ist mit Leder und Tuch bedeckt, um zu verhindern, dass das Getreide durch sie hindurch unter diesen Stein herabfällt. Der Läufer sucht jedes Getreidekorn in seiner Rotationsbewegung mit fortzureissen, und da zwischen den beiden Steinen nur eine geringe Entfernung besteht, so wird das Korn zugleich dadurch zermalmt. Jedes daraus hervorgehende Theilchen würde, wenn es mit dem Läufer in fester Verbindung wäre, bei der Bewegung desselben den Umfang eines Kreises beschreiben; aber da jenes nicht der Fall ist, so erhält es

blos von Zeit zu Zeit einen Anstoss von demselben, und in Folge dieser Anstösse verschiebt es sich nach der Tangente des Kreises, welchen der entsprechende Punkt des Läufers beschreibt. Es folgt daraus, dass sich die Mehltheilchen, welche aus der Zerkleinerung der Getreidekörner hervorgehen, während der Bewegung des Läufers immer weiter vom Centrum des Bodensteins entfernen. Die Mischung von Mehl und Kleie, Mahlgut genannt, wird auf diese Weise gegen den Umfang der beiden Steine geführt, fällt dort zwischen ihnen heraus und sammelt sich in einem ringförmigen geschlossenen Raum, welcher den Läufer umgibt. In diesem Raum angekommen, wird es aber von dem in Bewegung befindlichen Stein immer noch mit fortgerissen, und fällt endlich durch eine seitwärts angebrachte Oeffnung heraus. Von hier aus wird nun das Mahlgut in Apparate gebracht, welche die Trennung von Mehl und Kleie und die Sortirung des Mehles zu bewerkstelligen haben. Diese Apparate werden, wie diejenigen, welche zum Putzen des Getreides vor dem Mahlen dienen, gleichfalls durch das Wasserrad in Bewegung gesetzt: zu diesem Zweck verlängert sich die Welle B, indem sie den Fussboden durchdringt, und trägt an ihrem obern Theil die Räder und Rollen, welche zur Mittheilung der Bewegung erforderlich sind.

Eine Glocke *c* ist auf solche Art angebracht, dass sie den Müller aufmerksam macht, wenn der Rumpf S fast kein Getreide mehr enthält. Diese Glocke ist nämlich mittelst einer Schnur mit einem Holzpflöckchen *b* verbunden, das über ein vertikales Eisenstäbchen so gesteckt ist, dass es sich ohne die geringste Schwierigkeit längs dieses Stäbchens auf- und abschieben, sowie um dasselbe drehen lässt. Das Pflöckchen wird ausserdem durch eine andere Schnur gehalten, welche, nachdem sie sich über eine kleine Rolle gelegt hat, in den Rumpf hineinragt und sich daselbst in einem genügend leichten Stückchen Holz endigt. Dieses Holzstückchen wird in das in dem Rumpfe enthaltene Getreide versenkt und bleibt darin, so lange das Getreide in hinreichender Menge vorhanden ist; während dieser ganzen Zeit wird das Pflöckchen *b* in passender Höhe gehoben erhalten. Wenn aber das Getreide in dem Rumpf zu Ende geht, so fällt das Pflöckchen *b* zurück, indem es das Stückchen Holz in dem Rumpf, welches nun von dem Getreide nicht mehr genügend zurückgehalten wird, in die Höhe hebt. Von da an stösst ein Daumen *a*, welcher an der Verlängerung der Welle des Läufers befestigt ist, und welcher sich zugleich mit diesem Stein dreht, bei jeder Umdrehung gegen das Pflöckchen *b* und macht so die Glocke läuten. Das

Geräusch, welches dadurch entsteht, hört nicht eher auf, als bis der Müller, nachdem er den Rumpf wieder gefüllt hat, das Stückchen Holz in demselben in das Getreide versenkt und dadurch das Pflöckchen *b* über den Daumen *a* erhebt.

Die Säulen N, vier an der Zahl, ruhen auf zwei Steinblöcken und tragen starke Holzbalken, auf welchen die beiden Bodensteine liegen. Auf den erwähnten Steinblöcken sind auch die beiden Pfannen angebracht, in denen sich die unteren Zapfen der Wellen der Läufer drehen.

§. 169. Die Mühlsteine bestehen manchmal aus einem einzigen Stück Stein, sind dann aber gewöhnlich mangelhaft. Die besten Mühlsteine sind die sogenannten Champagnersteine; sie werden durch die Vereinigung von mehreren, wohl ausgewählten Stücken gebildet, welche unter sich durch Gyps verbunden und durch starke eiserne Reife zusammengehalten werden. Der Durchmesser eines Steins variirt in den älteren Mühlen von $1^m,80$ bis $2^m,30$; in den Mühlen neuerer Construction dagegen, welche gewöhnlich Kunstmühlen genannt werden, haben die Steine nur $1^m,30$ Durchmesser. Da die Champagnersteine auf ihrer Oberfläche nicht rauh genug sind, so müssen sie auf eine besondere Art behauen werden. Man bringt dabei nämlich eine Art Furchen auf denselben an, die vom Centrum nach dem Umfang gerichtet und so angeordnet sind, wie es Fig. 243 zeigt. Die Furchen sind nicht in der Richtung der Radien geführt, sondern bilden im Gegentheil einen sehr bedeutenden Winkel mit denselben; sie sind auf der Oberfläche jedes der beiden Steine, wenn man sich dieselben nebeneinander gelegt denkt, in demselben Sinne gerichtet. Wenn daher die beiden Steine, mit ihren Mahlflächen einander zugekehrt, übereinander gelegt werden, was nur dadurch bewerkstelligt werden

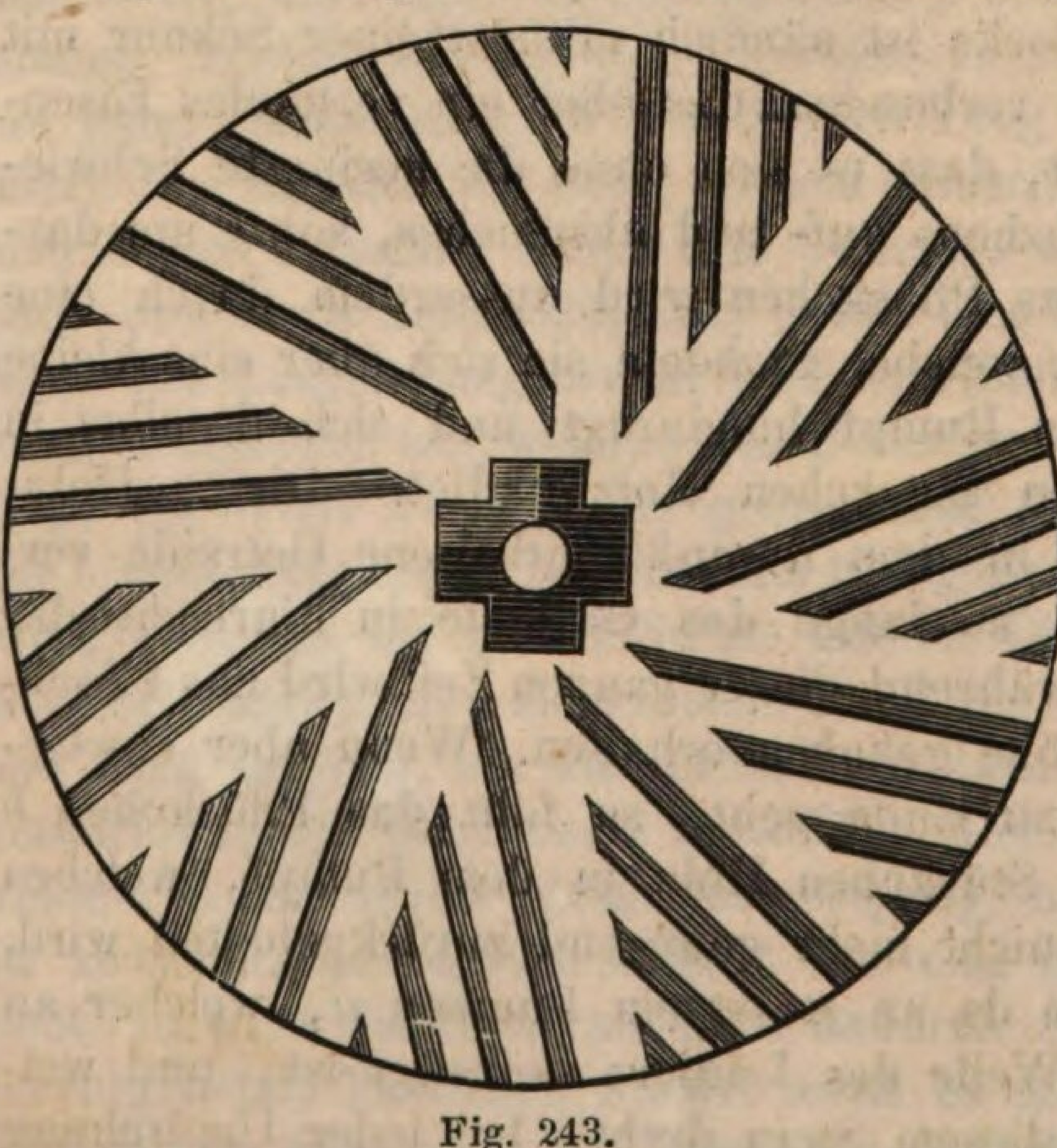


Fig. 243.

kann, dass man den Läufer herumwendet, so ist klar, dass die

Furchen dieses letzteren Steines Winkel mit denjenigen des Bodensteines bilden; während der Läufer sich herumdreht, wirken nun die Ränder dieser Furchen wie die beiden Theile einer Scheere gegeneinander. Die Furchen haben nur eine geringe Tiefe, und diese Tiefe vermindert sich allmälig von dem einen ihrer Ränder bis zum andern, wo sie ganz Null wird. In Fig. 244 ist ein Durchschnitt der beiden übereinander liegenden Steine abgebildet, um die Gestalt des Querschnittes der Furchen und die Art und Weise, wie sie auf den beiden Steinen angebracht sind, zu zeigen. Der Pfeil bezeichnet den Sinn der Bewegung des Läufers.

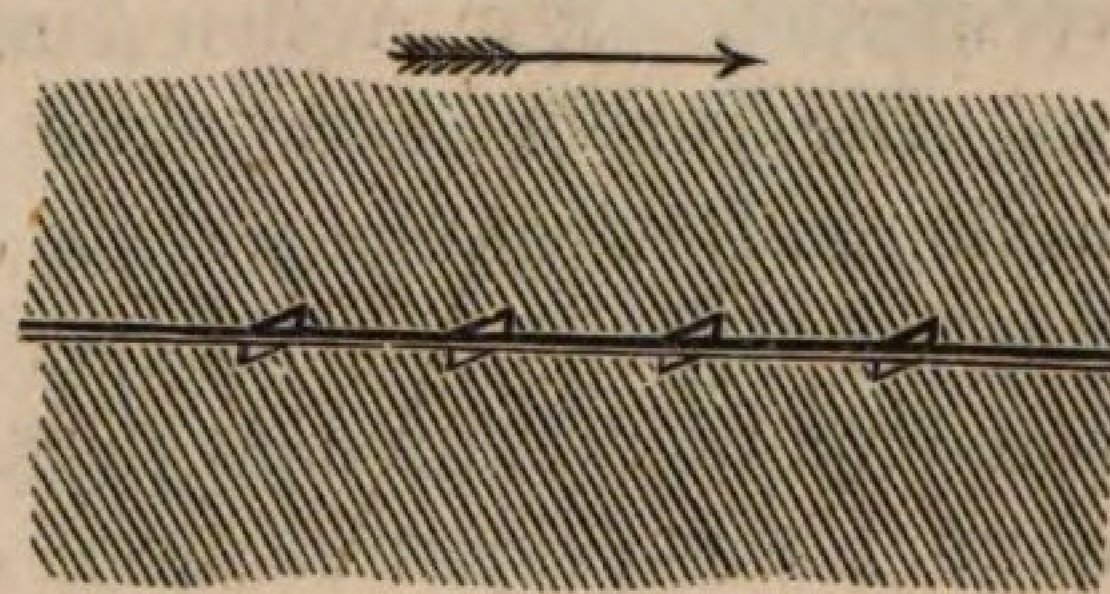


Fig. 244.

Ein Paar Steine oder ein sogenannter Mahlgang kann, je nachdem mehr oder weniger Sorten Mehl gemacht werden, 8 bis 10 Hectoliter ($3\frac{1}{2}$ bis $4\frac{1}{2}$ Schäffel bayerisch) Getreide in 24 Stunden mahlen. Die hiezu erforderliche Kraft beträgt ungefähr 4 Pferdekräfte für den Gang, die Maschinen zum Putzen, Sortiren etc. eingerechnet. Die Zahl der Umdrehungen des Läufers ist nach der Grösse der Steine verschieden; sie beträgt bei denen mit $1^m,3$ Durchmesser ungefähr 100 bis 120 in der Minute, kann aber auch bis 200 steigen, wenn die Steine kleiner sind. Man kann daraus leicht berechnen, wie viel Umdrehungen die Welle des Wasserrads in der Minute machen muss, wenn die Anzahl der Zähne der Zahnräder, welche die Bewegung von dieser Welle auf die Steine zu übertragen haben, gegeben sind, und kann dann dieses Wasserrad so construiren, dass es von der vorhandenen Wasserkraft die hieraus folgende Geschwindigkeit erhält.

§. 170. **Sägewerke.** — Die regelmässige Bewegung, welche eine Säge erhalten muss, wenn Holz mit ihr durchschnitten werden soll, kann, wie die Bewegung der Mühlsteine, durch Maschinen hervorgebracht werden, die durch die Kraft des Wassers, des Windes oder auch des Dampfes getrieben werden. Man erhält mittelst solcher Maschinen Erzeugnisse, welche denen, die mit einer durch Hand bewegten Säge hervorgebracht werden, weit vorzuziehen sind. Die Sägewerke werden am häufigsten in Gebirgsländern angewandt, wo die zahlreichen Wassergefälle das in der Nähe vorhandene Holz fast ohne Kosten zu Brettern zu verschneiden erlauben. In Holland gab es in sehr frühen Zeiten Sägemühlen, die durch die Kraft des Windes getrieben wurden.

Als ein Beispiel der in Rede stehenden Art von Maschinen nehmen wir eine der Sägen des Sägewerks von St. Maur bei Paris. Dieses Sägewerk hat 16 Sägen, die sämmtlich durch ein Wassergefäll bewegt werden, das durch eine Turbine nutzbar gemacht wird. Die meisten dieser Sägen dienen zum Schneiden von Mahagonifourniren, einige werden auch zum Schneiden von Brettern verwendet. Wir wollen eine der ersteren beschreiben.

Die Turbine setzt eine horizontale Welle, eine Transmissionswelle, in Bewegung, welche sich durch die ganze Länge der Werkstätte erstreckt. Auf dieser Welle sind in gewissen Entfernungen von einander Räder A (Fig. 245) angebracht, über welche Riemen ohne Ende gespannt sind, durch welche die Bewegung der Welle auf den Mechanismus der Säge übertragen wird. Jeder dieser Riemen umspannt zu diesem Behufe noch eine Rolle B, deren

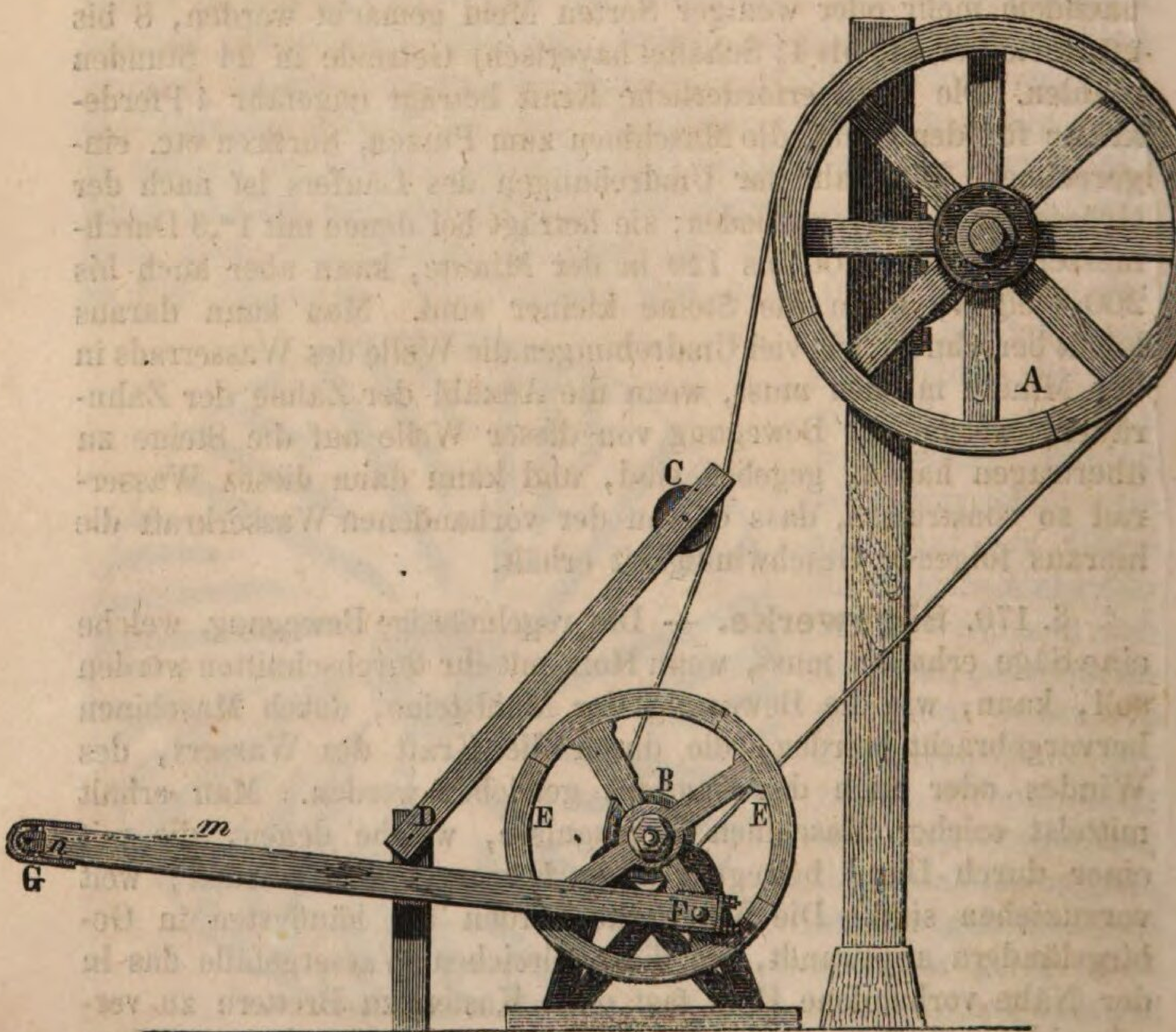


Fig. 245.

Durchmesser bedeutend kleiner als derjenige des Rades A ist; sie erhält daher eine sehr rasche Rotationsbewegung, vorausgesetzt, dass der Riemen eine genügende Spannung besitzt, sodass er nicht über ihre Oberfläche weggleiten kann. Diese Spannung des Riemens wird durch das Stück Holz CD hervorgebracht, welches sich an dem einen Ende frei um den Bolzen D drehen kann, während es sich mit dem andern mittelst einer Frictionsrolle C gegen den Riemen anlegt. Um den Mechanismus, welcher mit der Rolle B in Verbindung steht, zum Stillstand zu bringen, darf man nur das Holzstück CD erheben; dadurch verliert der Riemen seine Spannung und gleitet über die Oberfläche der Rolle B, ohne dieselbe mitzunehmen.

Am Ende der Axe der Riemenrolle B ist ein Schwungrad E befestigt; der eine Arm dieses Schwungrads trägt einen Bolzen F, um welchen das Ende einer Lenkstange FG beweglich ist; diese Lenkstange, die in G mit dem Rahmen oder Gatter der Säge mittelst eines Gelenkes in Verbindung steht, wird durch das Schwungrad, wie durch eine Kurbel, in Bewegung gesetzt; ihr Ende G nimmt eine, längs der horizontalen Linie *mn* hin- und hergehende Bewegung an.

Das Sägegatter, welches horizontal liegt, hat wie gewöhnlich die Form eines Rechtecks, durch dessen Mitte der Länge nach der Holzstab HH (Fig. 246) geht. Eine Seite dieses Rechtecks, diejenige, welche in der Figur hinter dem Stab HH liegt, wird durch das Sägeblatt II gebildet, dessen Fläche vertikal steht, sodass seine Zähne nach unten gekehrt sind. Die andere Langseite des Rechtecks wird von einem Eisenstab eingenommen, der sich vor dem Stab HH befindet, und dessen Enden mit Schraubengewinden und Muttern versehen sind, die den Zweck haben, dem Sägeblatt im Sinne seiner Länge eine starke Spannung geben zu können. Gegen die vordere Fläche des Sägeblattes legt sich ein Eisenstück K, das an seiner unteren Kante schräg zuläuft und dazu gehört, das Sägeblatt während seiner schnellen Hin- und Herbewegung, die ihm von der Lenkstange G mitgetheilt wird, immer genau in derselben Ebene zu erhalten. Die Bewegung des Gatters wird ausserdem durch Schlitten von Eisen geleitet, welche in Schleifschienen, die auf dem Gestell der Maschine befestigt sind, gleiten.

In Folge der Art und Weise, wie die Säge angebracht ist, kann sie sich weder heben noch senken; sie bleibt bei ihrer hin- und hergehenden Bewegung immer genau in derselben Höhe. Es

ist also nothwendig, dass das Stück Holz, das zerschnitten werden soll, seinen Platz verändert und sich selbst den Zähnen der

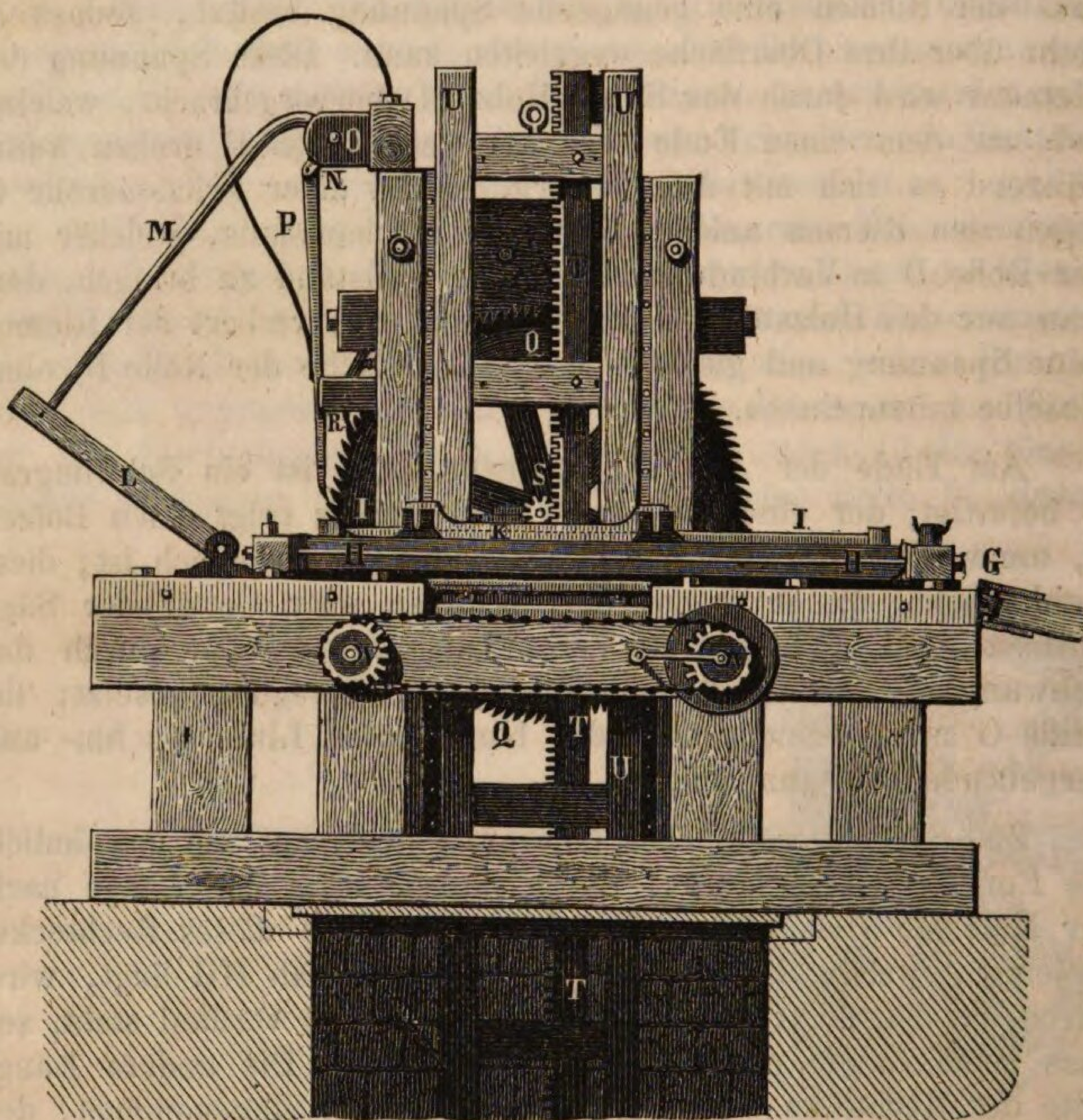


Fig. 246.

Säge darbietet. Aus diesem Grunde ist folgende Anordnung getroffen. Das Stück Mahagoni X (Fig. 247) ist mit gutem Leim auf einem Rahmen YY befestigt; dieser Rahmen ist wieder mittelst Schraubenbolzen und Muttern mit einem zweiten Rahmen UU (Fig. 246) verbunden, der sich vertikal auf- und abbewegen kann und bei dieser Bewegung, ähnlich wie das horizontal liegende Sägegatter, durch Schlitten, welche in Schleifschienen gleiten, geleitet wird. Eine Lenkstange L ist einerseits mit dem Ende des Sägegatters, andererseits mit dem Eisenstabe M, der sich zu diesem Zweck an seinem Ende horizontal umbiegt, so verbunden, dass sie sich um die Verbindungspunkte drehen kann. Die beiden Eisenstücke M und N bilden die zwei Arme eines Kniehebels, welcher sich um den Punkt O drehen kann, sodass

die hin- und hergehende Bewegung des Sägegatters mittelst der Lenkstange L und des langen Hebelarms M eine oscillirende Bewegung des Armes N um den Punkt O hervorbringt. An dem Ende des Hebelarmes N ist ein Stab P befestigt, welcher sich in eine kleine Gabel, eine Sperrklinke, endigt. Diese Sperrklinke legt sich zwischen die Zähne eines Rades Q und wird darin durch eine grosse gekrümmte Feder festgehalten, welche sie stets gegen den Umfang des Rades andrückt. Eine andere Sperrklinke R, die sich um einen festen Punkt drehen kann, legt sich ebenso zwischen die Zähne des Rades Q und wird gleichfalls durch eine kleine Spiralfeder in ihrer Lage festzuhalten gesucht. In Folge der oscillirenden Bewegung des Hebelarmes N hebt und senkt sich die Sperrklinke P: wenn sie sich erhebt, so gleitet sie über die Zähne des Rades Q hinweg, aber wenn sie sich senkt, so ergreift sie einen von diesen Zähnen und dreht dadurch das Rad Q ein Stückchen herum. Die Sperrklinke R hat nur den Zweck, die Bewegung des Rades Q im entgegengesetzten Sinne zu verhindern, wenn sich die Sperrklinke P hebt. Die Axe des Rades Q trägt ein Trieb S, welches in eine Zahnstange T eingreift, die mit dem Rahmen UU in fester Verbindung steht. Man sieht also, dass während des Hin- und Hergehens der Säge das Stück Mahagoni, welches sie zerschneiden soll, und welches mit dem Rahmen UU in fester Verbindung steht, in langsamer, absetzender Bewegung emporsteigt. Die Säge kann also in das Holz immer tiefer eindringen und es zerschneiden.

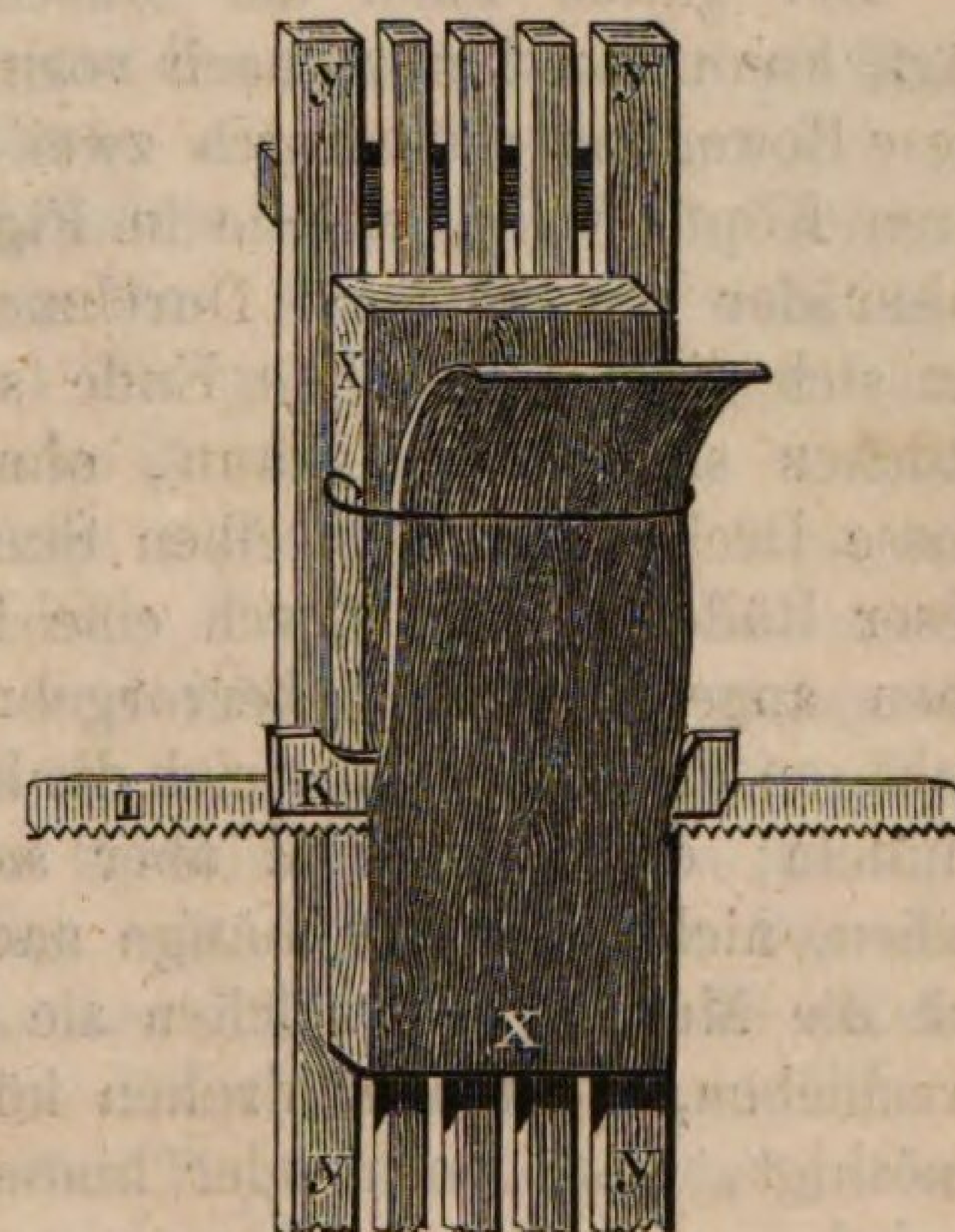


Fig. 247.

Die für Fournire zu verwendenden Mahagoniblätter erhalten nur eine sehr geringe Dicke, sodass sie sich, wenn sie nur in einigermassen grosser Länge durch die Säge vom Mahagoniblock losgetrennt sind, nicht mehr von selbst aufrecht erhalten können. Die Fig. 247 zeigt, in welcher Weise sie vor zu starkem Herabbiegen geschützt werden. Das abgeschrägte Eisenstück, welches an der vordern Seite des Sägeblattes angebracht ist, entfernt zunächst das Fournir etwas von dem Block, von dem es losgetrennt

wird; weiter oben aber wird dasselbe von einem Bogen von Drath umfasst, dessen umgebogene Enden sich federnd an die Seitenflächen des zu schneidenden Holzblockes anlegen.

Der ganze Theil der Maschine, welcher den Rahmen UU trägt, kann von hinten nach vorn und umgekehrt bewegt werden. Diese Bewegung wird durch zwei lange Schrauben hervorgebracht, deren Köpfe V, V, welche in Fig. 246 sichtbar sind, zwei kleine Zahnräder von gleichem Durchmesser tragen. Um diese Rädchen legt sich eine Kette ohne Ende so, dass keines von den beiden Rädchen sich drehen kann, ohne dass dem andern eine gleichgrosse Drehung in demselben Sinne ertheilt wird. Die Bewegung dieser Rädchen wird durch eine Kurbel, die an dem einen von ihnen angebracht ist, hervorgebracht. Wenn man diese Kurbel dreht, so drehen sich zugleich die beiden oben erwähnten Schraubenspindeln; dieselben sind aber so angebracht, dass sie sich nur drehen, nicht aber der Länge nach verschieben können, während sich die Muttern, in welchen sie sich drehen, nur längs der Axe verschieben, nicht aber drehen können. Diese Muttern sind also genöthigt, nach vorn oder hinten zu rücken, je nachdem jene Kurbel in dem einen oder entgegengesetzten Sinne gedreht wird, und theilen diese ihre Bewegung dem Rahmen UU mit, an dem sie befestigt sind. Es ist klar, dass man mit Hülfe dieses Mechanismus beim Beginne eines jeden neuen Sägeschnittes den Rahmen UU und mit ihm den Holzblock, welcher auf ihm befestigt ist, um eine bestimmte beliebig kleine Grösse nach vorn rücken kann, und dass es daher möglich ist, Blätter von beliebig kleiner und immer gleicher Dicke zu erhalten.

§. 171. Das Rad A (Fig. 245) macht etwa 55 Umdrehungen in der Minute; da sein Durchmesser ungefähr fünfmal so gross als derjenige der Rolle B ist, so dreht sich diese nahe 275mal in der Minute herum, und diess ist offenbar zugleich die Zahl der Sägeschnitte, die in derselben Zeit gemacht werden. Bei jedem solchen Sägeschnitt steigt der Mahagoniblock um ungefähr einen halben Millimeter. Mit einer Säge der beschriebenen Art können sechs Quadratmeter Fournire des Tags geschnitten werden. Die Grösse, um welche das Mahagonistück mittelst der Schrauben VV jedesmal, wenn ein neues Blatt genommen werden soll, vorgerückt wird, beträgt $1^{mm},2$, und weil der Abfall von Sägespänen 50 Procent ausmacht, so folgt daraus, dass jedes Mahagoniblatt nicht viel mehr als einen halben Millimeter dick ist.

Die Sägen, welche zum Schneiden von Brettern angewendet werden, stehen vertikal und bewegen sich weniger schnell, als

die Fournirsägen. Sie machen nur 100 bis 140 Schnitte in der Minute. Die Grösse, um welche das zu schneidende Stück Holz bei jedem Schnitt fortrückt, beträgt, je nach der Härte des Holzes, 2 bis 5 Millimeter.

Man wendet häufig auch Circularsägen an, eine Art Räder von dünnerem oder stärkerem Blech, die an ihrem Umfange mit Sägezähnen versehen sind. Dieselben brauchen sich während ihrer Thätigkeit blos immer um ihre Axe und stets in demselben Sinn zu drehen, während die geradlinigen Sägen nothwendig eine hin- und hergehende Bewegung erhalten müssen. Die Circularsägen werden nicht blos zum Sägen des Holzes, sondern auch der Metalle angewendet. Um z. B. die Enden der Eisenbahnschienen abzugleichen und diesen Schienen immer die gleiche Länge zu geben, schneidet man die zuvor glühend gemachten Enden derselben mittelst Circularsägen ab, die aus gutgeschmiedetem Eisenblech bestehen. Der Durchmesser derselben beträgt gewöhnlich einen Meter, ihre Dicke $2^{mm},75$; sie machen 850 Umdrehungen in der Minute. Damit sich die Säge nicht zu sehr erhitzt, lässt man ihren unteren Theil in ein Gefäss tauchen, das mit Wasser gefüllt ist.

§. 172. **Hammerwerke.** — Die schweren Hämmer, welche in den Eisenwerken zur Bearbeitung der grossen Stücke Eisen dienen, werden durch Wasserräder oder Dampfmaschinen in Bewegung gesetzt. Wir wählen als ein Beispiel eines solchen Hammers den in Fig. 248 dargestellten, welcher lange Zeit hindurch in den Werkstätten von Cavé in Paris in Thätigkeit war.

Der Kopf des Hammers, A, ist von Gusseisen und wiegt mehr als 1700 Kilogramm. Durch die weite Oeffnung, welche er hat, ist der Stiel oder Helm hindurchgesteckt und mittelst eines Keiles darin befestigt. Dieser Helm trägt ungefähr in der Mitte seiner Länge zwei zu beiden Seiten angebrachte Zapfen, welche von zwei Lagern getragen werden, die in C an zwei starken vertikalen Pfosten befestigt sind, zwischen welchen der Helm des Hammers hindurchgeht. Zwei Daumen D, D, welche an einer horizontalen Welle sitzen, stossen bei der Umdrehung dieser Welle nacheinander gegen das hintere Ende, den Schwanz, des Helms B. Bei jedem solchen Anstoss wird der Hammer gehoben, um gleich darauf wieder zurückzufallen und von dem folgenden Daumen wieder gehoben zu werden u. s. w. Die Welle, welche die Daumen D, D trägt, erhält ihre Rotationsbewegung von einer Dampfmaschine, welche auf die Kurbel E wirkt. An dieser Welle sind ausserdem zwei ganz gleiche Schwungräder F zu beiden Seiten

der Daumen D, D befestigt. Die Figur zeigt nur eines von diesen beiden Rädern, das vordere; das hintere wird von diesem verdeckt.

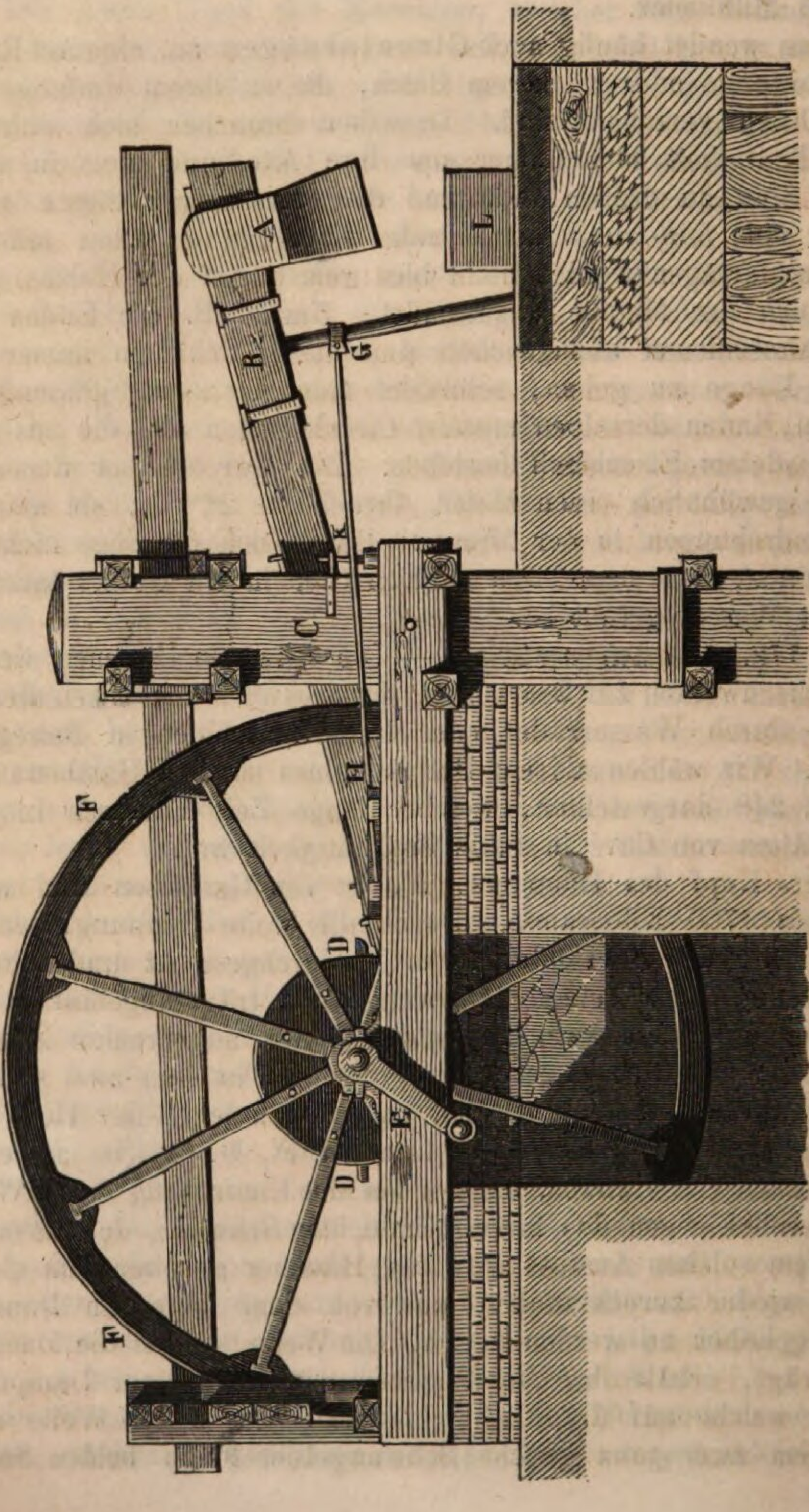


Fig. 248. (Masstab 12 : 1000)

Ein langer Hebel GH, welcher horizontal um die kleine vertikale Axe K gedreht werden kann, ist in G an einer starken Eisenstange befestigt, mit welcher man die Thätigkeit des Hammers nach Belieben unterbrechen kann. Zu diesem Zweck zieht man in einem passenden Augenblick, während der Hammer seine höchste Lage einnimmt, das Ende H des Hebels schnell nach vorn. Dadurch geht die an dem andern Ende G dieses Hebels befestigte Eisenstange nach rückwärts und kommt unter den Helm des Hammers zu stehen, sodass sie den letzteren verhindert, auf den Amboss L zurückzufallen. Wenn die Daumen D,D fortfahren, auf den Schwanz des Hammers zu wirken, so erhebt sich der Hammer wohl ein wenig, aber er fällt hierauf immer nur eine kleine Grösse herab und bleibt auf diese Weise in genügender Entfernung über dem Amboss gehalten, damit man die zu schmiedenden Eisenstücke, welche auf diesem liegen, bequem hin- und herwenden oder auch wegnehmen kann. Wenn man den Hammer in Thätigkeit setzen will, so setzt man die Dampfmaschine in Gang; dadurch dreht sich die Daumenwelle, und jedesmal, wenn ein Daumen dem Schwanz des Hammers begegnet, wird der Hammer ein wenig gehoben, um alsbald wieder auf die Eisenstange, durch welche er unterstützt wird, zurückzufallen. Man passt alsdann den Moment ab, wo der Hammer gehoben ist, um schnell das Ende H des Hebels zurückzudrücken; dadurch wird das Ende G nach vorn gerückt, und indem dasselbe die Eisenstange, welche den Hammer unterstützt, mit fortnimmt, begegnet derselbe keinem Hinderniss mehr und fällt daher allemal auf den Amboss herab.

§. 173. Der Zweck der Schwungräder, mit welchen die Daumenwelle versehen ist, ist leicht einzusehen. Diese Welle ist fortwährend der Wirkung der Dampfmaschine, welche ihre Bewegung zu beschleunigen sucht, unterworfen, während ein eigentlicher Widerstand nur während der kurzen Zeit zu überwinden ist, wo einer der Daumen mit dem Schwanz des Hammers in Berührung steht. Die Drehung der Welle würde also in Folge der unregelmässigen Wirkung der Widerstände sehr unregelmässig sein, wenn die Schwungräder nicht vorhanden wären; sie würde sich fortwährend beschleunigen, von dem Augenblick an, wo einer der Daumen den Schwanz des Hammers verlässt, bis zu dem Augenblick, wo der andere damit in Berührung tritt; von diesem Moment an würde die Geschwindigkeit der Welle plötzlich um eine bedeutende Grösse abnehmen. Wir haben in §. 151 gesehen, dass der Zweck des Schwungrads gerade der ist, plötzliche und bedeutende Geschwindigkeitsänderungen an einer Maschine zu verhindern.

Natürlich würde ein einziges Schwungrad auch hingereicht haben, um den eben angedeuteten Zweck, die Drehungsbewegung der Welle mehr regelmässig zu machen, zu erreichen; es wäre ja leicht gewesen, dieses eine so zu construiren, dass seine Wirksamkeit der von den beiden zusammenwirkenden gleichgekommen wäre. Aber es sind hier andere, besondere Gründe vorhanden, warum man es vorgezogen hat, zwei Schwungräder statt ein einziges zu nehmen. Der Widerstand, welchen die Daumenwelle zu überwinden hat, wirkt nicht blos in unterbrochener Weise, sondern er tritt auch plötzlich mit seiner ganzen Stärke auf. Indem der Daumen, welcher sich mit bedeutender Geschwindigkeit bewegt, dem ruhenden Schwanz des Hammers begegnet, wird ein sehr heftiger Stoss hervorgebracht, da die ganze Masse des Hammers und seines Helmes mit einemmal in Bewegung gesetzt werden soll. Die Daumenwelle ist im Moment dieses Stosses einem enormen Widerstand unterworfen. Wenn sie daher nur mit einem einzigen Schwungrade versehen wäre, das nothwendig zur Seite des Daumens angebracht sein müsste, so würden sie die aufeinanderfolgenden Stösse, in Verbindung mit der Wirkung des Schwungrads abzudrehen suchen, während diese Wirkung bei der Anwendung zweier gleicher Schwungräder, welche symmetrisch zu beiden Seiten der Daumen angebracht sind, nicht in dem Maasse auftreten kann.

§. 174. Man sieht in der Figur einen langen, horizontalen Balken von Holz, welcher zwischen den beiden Schwungrädern hindurch geht und sich bis über den Kopf des Hammers erstreckt. Dieser sogenannte Prellbalken ist dazu bestimmt, die Zahl der Schläge des Hammers in einer bestimmten Zeit zu vermehren, ohne zugleich ihre Intensität zu vermindern. Um sich Rechenschaft hievon zu geben, muss man beachten, dass der Daumen, indem er auf den Schwanz des Hammers wirkt, dem Kopf desselben eine gewisse von unten nach oben gerichtete Geschwindigkeit mittheilt; wenn der Daumen den Schwanz verlässt, fährt der Kopf in Folge der gewonnenen Geschwindigkeit noch eine kurze Zeit lang fort zu steigen, und wenn er keinem Hinderniss begegnen würde, so würde er sich so lange erheben, bis die Wirkung der Schwerkraft seine Geschwindigkeit vollständig zerstört hätte. Hierauf würde er zurückfallen und gegen das auf dem Amboss liegende Stück Eisen mit einer Geschwindigkeit stossen, welche seiner Fallhöhe entspricht (§. 98). Damit folglich diese Geschwindigkeit, mit welcher jeder Schlag vor sich geht, eine gewisse Grösse hat, ist es, im Fall der Vorgang der oben beschriebene ist, nothwendig, dass die Zeit welche zwischen zwei Schlägen des Hammers verfliesst, gross genug ist,

damit sich der Hammer bis zu einer, dieser Geschwindigkeit entsprechenden Höhe erheben und alsdann von dieser Höhe wieder zurückfallen kann. Je grösser also die Geschwindigkeit des Hammers im Moment des Stosses sein sollte, desto weniger Schläge könnte er in derselben Zeit machen. Wenn dagegen der Hammerkopf, während er emporsteigt, einem elastischen Hinderniss begegnet, welches ihn nicht nur verhindert, sich noch mehr zu erheben, sondern welches ihn auch noch mit einer Geschwindigkeit wieder zurückwirft, welches von oben nach unten gerichtet, gleich derjenigen ist, mit welcher er diesem Hinderniss begegnete, so wird er offenbar früher zurückfallen, und die Schläge werden rascher auf einander folgen, ohne an Stärke zu verlieren. Diess ist der Zweck, warum der Prellbalken angewendet wird. Derselbe besitzt eine hinreichende Elasticität, damit der Vorgang nahezu so stattfindet, wie wir ihn eben beschrieben haben. Zwar vermindert der Stoss des Hammerkopfes gegen den Prellbalken, wegen der nicht ganz vollkommenen Elasticität beider, die Stärke der Hammerschläge ein wenig; aber diese geringe Verminderung ist von einer sehr bedeutenden Vermehrung der Schnelligkeit der Arbeit begleitet.

Man muss indessen nicht glauben, dass das soeben angegebene Mittel, die Zahl der Hammerschläge in einer gewissen Zeit zu vermehren, ohne die Stärke derselben wesentlich zu schwächen, die Leistung der Maschine vermehre, d. h. bewirke, dass eine grössere Menge von Nutzarbeit mit demselben Aufwande von Bewegungsarbeit geleistet werde. Wenn der Hammer mehr Schläge in einer Stunde macht, so muss die Dampfmaschine offenbar mehr Bewegungsarbeit liefern. Im Allgemeinen ist die Grösse der durch die Maschine geleisteten Arbeit der Zahl der Schläge des Hammers proportional, gleichviel in welcher Zeit dieselben gemacht werden. Die Anwendung des Prellbalkens, welcher die Erhebung des Hammers begrenzt, hat also, unter diesem Gesichtspunkt betrachtet, durchaus keine Vermehrung der Leistung der Maschine zur Folge; ja genau genommen vermindert sie dieselbe sogar, weil der Stoss des Hammers gegen den Balken immer eine kleine Schwächung in der Stärke der Schläge nach sich zieht, sodass folglich mit derselben Quantität von Bewegungsarbeit eine kleinere Menge von Nutzarbeit geliefert wird.

§. 175. Wir haben oben gesagt, dass man so viel als möglich vermeiden müsse, dass Stösse zwischen den verschiedenen Theilen einer in Gang befindlichen Maschine hervorgebracht werden. Die Maschine, mit der wir uns gegenwärtig beschäftigen, ist weit davon entfernt, diese Bedingung zu befriedigen, doch spielen die Stösse,

welche während ihrer Thätigkeit stattfinden, aus dem Gesichtspunkt des Arbeitsverlustes betrachtet, nicht alle die nämliche Rolle. Was zunächst die Stösse des Hammers gegen das zu schmiedende Stück Eisen betrifft, so haben sie keinen Verlust an Arbeit zur Folge, da ja in ihnen selbst die Arbeit besteht, welche die Maschine leisten soll; man kann sie also nicht vermeiden wollen. Der Arbeitsverlust, welcher durch den Stoss zwischen nichtelastischen Körpern veranlasst wird, entspringt grösstentheils aus der bleibenden Gestaltsveränderung, welche diese Körper durch die Wirkung des Stosses erfahren; aber gerade diese Gestaltsveränderung ist es ja, welche man hier erhalten will, und wozu man den Hammer anwendet. Ein geringer Arbeitsverlust findet freilich immerhin noch statt: wir haben bisher vorausgesetzt, dass der Amboss völlig unbeweglich sei; da diess aber niemals zu erreichen ist, so muss man dafür sorgen, dass er wenigstens auf einer möglichst elastischen Unterlage steht. Eine solche erhält man, wenn man Holzstücke so übereinander schichtet, dass in einer Lage die Fasern vertikal, in der andern horizontal gerichtet sind. Die Elasticität dieses Trägers erlaubt dem Amboss im Moment des Stosses etwas nachzugeben; er kehrt aber alsbald in die Lage wieder zurück, welche er vor dem Stosse einnahm.

Was zweitens den Stoss des Hammerkopfes gegen den Prellbalken betrifft, so kann daraus nur ein geringer Arbeitsverlust entstehen, da dieser Prellbalken so angebracht ist, dass er einen grossen Grad von Biegsamkeit und Elasticität besitzt.

Es bleibt also nur noch der Stoss des Daumens gegen den Schwanz des Hammers, welcher in der That durch die Erschütterungen, welche er in der Maschine veranlasst, und durch die Arbeitsverluste, welche er nach sich zieht, nachtheilig wirkt.

Die Hämmer von der Art, wie wir hier einen beschrieben haben, wo der Daumen auf den Schwanz des Hammers wirkt, heissen gewöhnlich Schwanzhämmer. Es gibt auch solche, wo der Daumen zwischen dem Drehungspunkt des Helms und dem Hammerkopf wirkt, um letzteren zu heben; solche Hämmer heisst man Aufwerfhämmer. Endlich greift der Daumen auch nicht selten vorne, vor dem Kopf, an einer kleinen Verlängerung des Helmes an, wodurch man einen sogenannten Stirnhammer erhält.

§. 176. **Stampf- oder Pochwerke.** — Mit dem Namen Stampf- oder Pochwerk bezeichnet man eine Vorrichtung, welche im Wesentlichen aus mehreren vertikal stehenden und in dieser Richtung beweglichen Pfählen, Pochstempeln genannt, besteht; diese Stempel werden erhoben und wieder fallen gelassen, wodurch

eine Zerkleinerung und Pulverisirung der Körper, welche ihrer Wirkung unterworfen sind, hervorgebracht wird. Die Pochwerke werden am häufigsten beim Bergwerksbetrieb angewandt, um die Erze, welche noch mit solchen Theilen, die kein Metall enthalten, dem sogenannten Ganggestein, vermengt sind, klein zu pochen und zu pulverisiren, wodurch eine leichtere Trennung derselben von diesem Gestein ermöglicht wird. Die Fig. 249 und 250 zeigen ein Pochwerk,

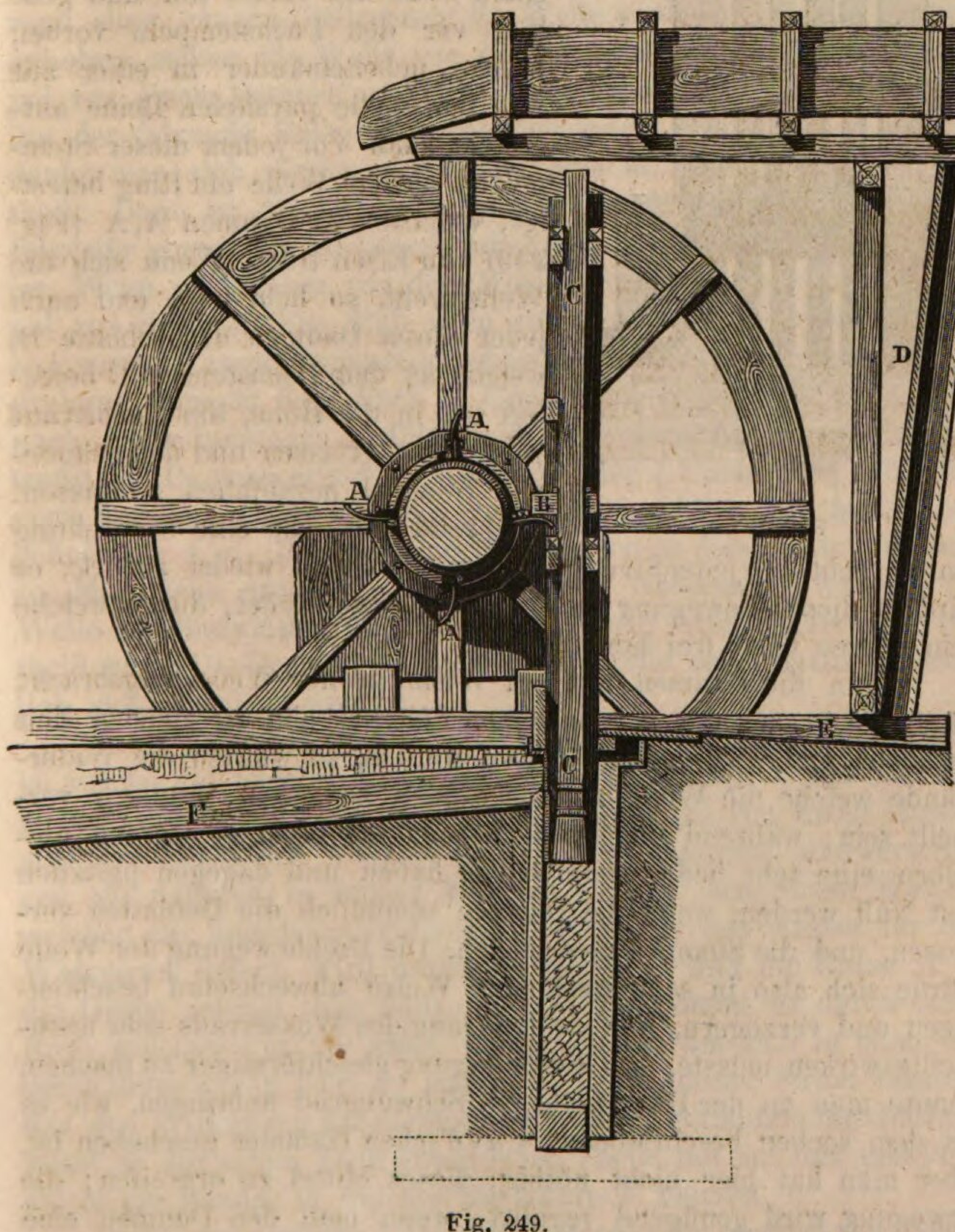


Fig. 249.

welches dazu dient, die Bleierze der Mine von Huelgoath in der Bretagne zu pulverisiren.

Ein fliessendes Wasser wird mittelst eines Kanals von Holz über ein oberschlächtiges Wasserrad mit sogenannten Zellen geführt; dieses Rad dreht sich in Folge der Wirkung des Gewichts des herabfallenden Wassers und mit ihm die Welle, auf welcher es befestigt ist. Diese Welle verlängert sich nach der einen Seite des Rades hin und geht hier vor den Pochstempeln vorbei, welche nebeneinander in einer zur Axe der Welle parallelen Reihe aufgestellt sind. Vor jedem dieser Stempel ist auf der Welle ein Ring befestigt, welcher vier Daumen A, A (Fig. 249) von Eisen trägt. Wenn sich die Welle dreht, so hebt nach und nach jeder dieser Daumen die Heblatte B, welche an dem Pochstempel C befestigt ist, in die Höhe, um sie hierauf wieder zu verlassen und den gehobenen Stempel herabfallen zu lassen. Während die Welle eine Umdrehung macht, hebt sich jeder Stempel viermal und fällt wieder zurück; er wird in dieser Bewegung durch Führungen geleitet, durch welche sein oberer Theil frei hindurchgeht.

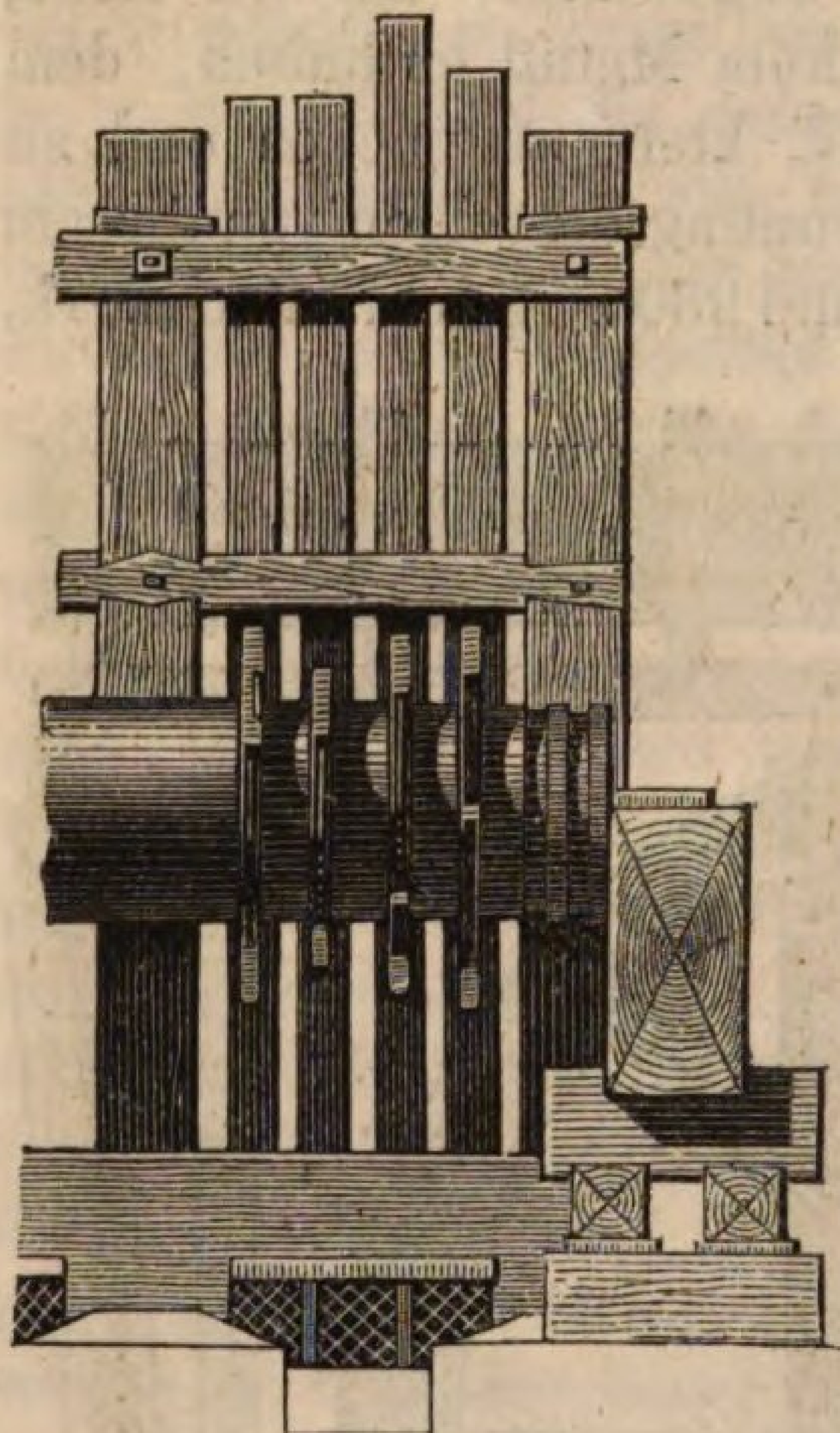


Fig. 250.

Wenn die Daumen auf der Welle in der Weise angebracht wären, dass sie die verschiedenen Stempel alle zu gleicher Zeit aufheben und wieder fallen lassen würden, so würden die Widerstände welche die Welle zu überwinden hat, sehr ungleich vertheilt sein; während des Emporhebens der Stempel würden dieselben eine sehr bedeutende Grösse haben und dagegen plötzlich fast Null werden, wenn die Daumen sämmtlich die Heblatten verliessen, und die Stempel niederfielen. Die Drehbewegung der Welle würde sich also in sehr merkbarer Weise abwechselnd beschleunigen und verzögern, was für den Gang des Wasserrads sehr nachtheilig wirken müsste. Um die Bewegung gleichförmiger zu machen, könnte man an der Daumwelle ein Schwungrad anbringen, wie es bei dem soeben beschriebenen Cavé'schen Hammer geschehen ist. Aber man hat hier nicht nöthig, dieses Mittel zu ergreifen; die Bewegung wird genügend regulirt, wenn man den Daumen eine andere Anordnung gibt, als wir eben vorausgesetzt haben; diese Anordnung ist folgende:

Das Pochwerk, welches wir als Beispiel gewählt haben, besteht aus 12 Pochstempeln. Diese wurden in 3 Gruppen zu je 4 abgetheilt; jede solche Gruppe bildet eine Batterie. Die Fig. 250 stellt eine einzige dieser 3 Batterien, von vorne gesehen, dar; man sieht in ihr einen Theil der Welle, welche vor den Pochstempeln liegt und 4 Daumenringe, entsprechend den 4 Pochstempeln, trägt. Diese Ringe sind auf der Welle in der Art befestigt, dass die 4 Stempel nicht zu gleicher Zeit, sondern nacheinander gehoben werden. Während einer ganzen Umdrehung der Welle wird jeder Stempel viermal gehoben, sodass die Welle von dem Augenblick an, wo ein Stempel von einem Daumen ergriffen wird, bis zu dem Augenblick, wo ihn der folgende fässt, $\frac{1}{4}$ Umdrehung macht. Diese $\frac{1}{4}$ Umdrehung denke man sich wieder in 4 Theile, also in $\frac{1}{16}$ Umdrehungen, getheilt. Dann ist die Anordnung der 4 Daumenringe so, dass jeder folgende gegen den vorhergehenden um $\frac{1}{16}$ Umdrehung verschoben ist. Wenn man daher von dem Moment ausgeht, wo der erste Stempel zur Rechten (Fig. 250) eben von dem Daumen ergriffen wird, so kommt der zweite Stempel in Bewegung, nachdem die Welle $\frac{1}{16}$ Umdrehung gemacht hat. Nach $\frac{2}{16}$ Umdrehungen wird der dritte und nach $\frac{3}{16}$ Umdrehungen endlich auch der vierte Stempel von dem betreffenden Daumen ergriffen. Nach $\frac{4}{16}$ oder $\frac{1}{4}$ Umdrehung wird der erste Stempel, welcher unterdessen zurückgefallen ist, auf's Neue gehoben u. s. w. Bei den anderen Batterien ist diess natürlich ebenso. Man sieht, dass auf diese Weise der Widerstand, welchen die Welle zu überwinden hat, über die Dauer ihrer Umdrehung vertheilt wird. Die Drehungsbewegung der Welle muss dadurch merklich gleichförmiger werden.

Unter jeder Batterie befindet sich eine Vertiefung oder Grube, in welche die Stempel fallen; in diese Vertiefung bringt man die zu zerkleinernden Erze. Die schweren Stempel von Eisen stossen gegen die Erzstücke, welchen sie im Fallen begegnen, und zerschlagen sie dadurch in immer kleinere Stücke. Ein Strom Wasser, welcher aus dem Kanal entnommen wird, der das Wasser für das Wasserrad liefert, wird durch die Röhre D und die Rinne E in die Grube geleitet (Fig. 249). Aus dieser kommt es durch einen Rost, welchen Fig. 250 zeigt, wieder hervor, um sich in einer anderen Rinne F (Fig. 249) zu sammeln. Indem dieser Strom Wassers das den Wirkungen der Stempel ausgesetzte Stampfgut durchdringt, reisst er die schon klein gewordenen Theile mit sich fort und führt sie in ein Bassin, in welches die Röhre F mündet.

Durch eine ähnliche Vorrichtung werden die Stempel von Bronze bewegt, welche bei der Fabrikation des Schiesspulvers gebraucht werden

§. 177. **Rammen.** — Um Pfähle, die zu irgend einem Zweck bestimmt sind, in den Boden einzutreiben, muss man auf dieselben eine grosse Kraft ausüben, welche die Widerstände, die sich ihrem Eindringen in den Boden entgegensetzen, zu überwinden hat. Es würde sehr schwierig sein, den Druck, der hiezu nöthig ist, durch einen schweren Körper, welcher auf den Kopf des Pfahls gelegt wird, hervorzubringen. Desshalb nimmt man seine Zuflucht zu dem Stoss, durch welchen es möglich wird, den nöthigen Druck mit viel geringeren Massen hervorzubringen. Wenn es sich nur um Pfähle von kleineren Dimensionen handelt, so schlägt man diese einfach mit schweren Hämmern, die mit der Hand geführt werden, ein. Aber bei Pfählen von grösserer Länge und Dicke, wie sie bei Wasserbauten, bei dem Baue von Brücken u. s. w. in die Erde getrieben werden müssen, ist man genöthigt, die Maschinen anzuwenden, welche gewöhnlich Rammen genannt werden. Mit Hülfe derselben wird ein sehr schwerer Körper emporgehoben und dann auf den Kopf des Pfahls herabfallen gelassen, wodurch ein Stoss hervorgebracht wird, dessen Stärke im Verhältniss zu dem zu überwindenden Widerstand steht.

Die einfachste Ramme ist diejenige, welche mit dem Namen Zugramme bezeichnet wird, und welche durch Fig. 251 dargestellt ist. Ein schwerer Block A von Gusseisen, manchmal auch blos ein mit Eisen beschlagener Holzblock, welcher der Rammbär oder Hoyer heisst, ist an das eine Ende eines Seils festgemacht. Dieses Seil geht von ihm aus in die Höhe und legt sich oben über eine Rolle B, von welcher es wieder abwärts geht; unten theilt es sich in mehrere Theile, an welchen ebenso viele Arbeiter wirken und auf diese Weise den Rammbären zusammen in die Höhe heben können. Wenn die Arbeiter den Rammbären so hoch gehoben haben, als es ihnen möglich ist, so lassen sie ihn plötzlich zurückfallen ohne dabei die Seilenden, an welchen sie ziehen, loszulassen. Der Rammbär wird in dieser seiner auf- und abwärts gehenden Bewegung durch zwei vertikale Pfosten C, C geleitet, zwischen welchen er sich bewegen muss. Jeder dieser beiden Pfosten hat nämlich eine Nuth, die sich seiner ganzen Länge nach erstreckt, und in welche Ansätze eingreifen, welche an den Rammbären angegossen sind. Auf diese Art schlägt der Rammbär, indem er herabfällt, immer senkrecht auf den Kopf des Pfahls D, vorausgesetzt dass dieser die passende Stellung zwischen den Pfosten C,C hat.

Der Kopf des Pfahls ist gewöhnlich mit einem eisernen Ring umgeben, um zu verhindern, dass er sich unter der Wirkung der aufeinander folgenden Stösse zersplittert.

Die Zugramme zeigt jedoch nicht unbedeutende Mängel. Wenn nicht alle Arbeiter zu gleicher Zeit aufhören, an den Seilenden,

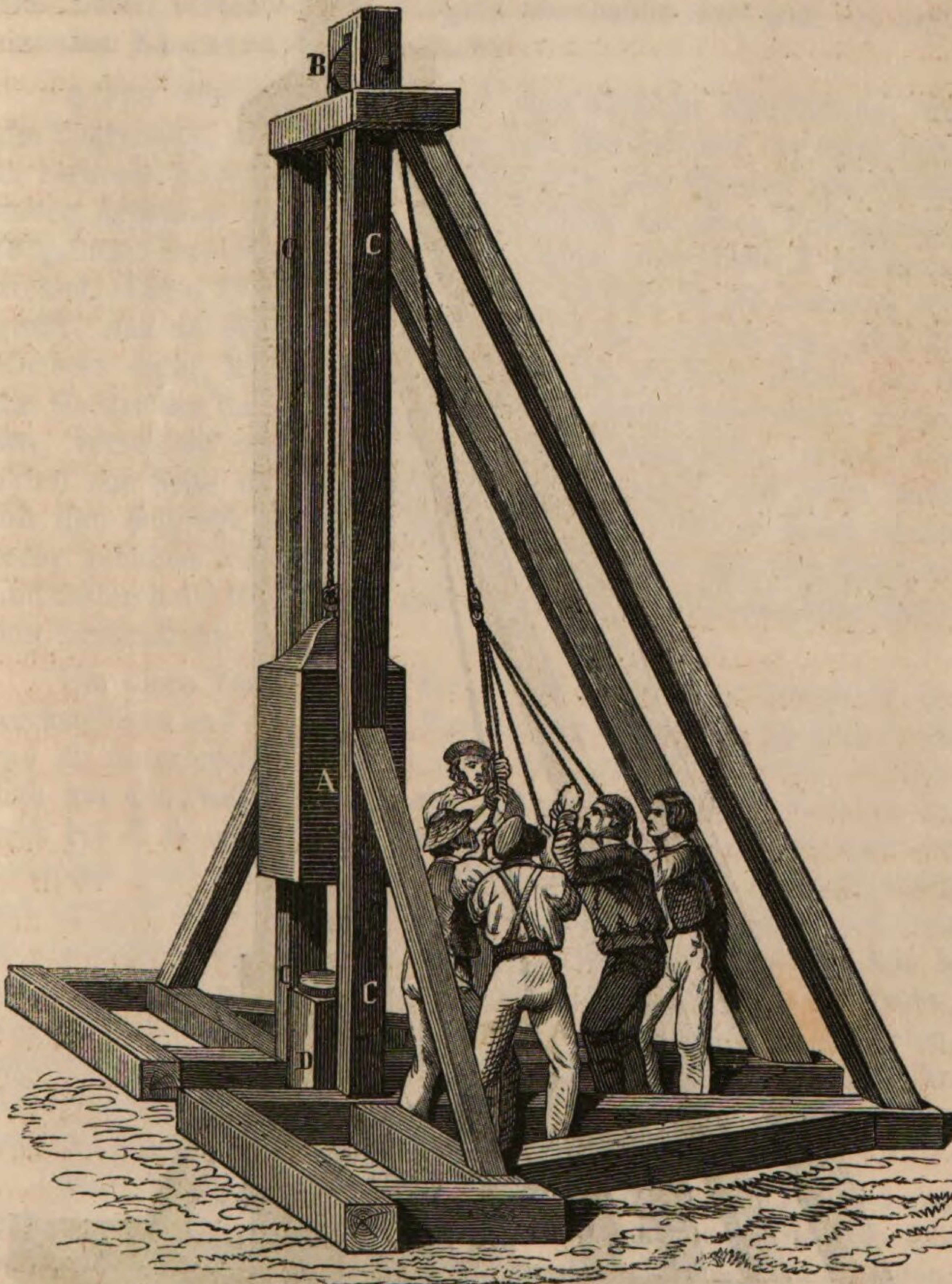


Fig. 251.

an welchen sie wirken, zu ziehen, so können diejenigen, welche zuletzt noch eine Wirkung ausüben, von dem Rammbären in die Höhe gerissen werden, woraus schwere Unglücksfälle entstehen können. Desshalb haben die Arbeiter an den Zugrammen die Gewohnheit, taktmässig laut zu zählen, wodurch offenbar ein gleichzeitiger An-

griff leichter zu Stande kommt. Ausserdem ist es mit der Zugramme

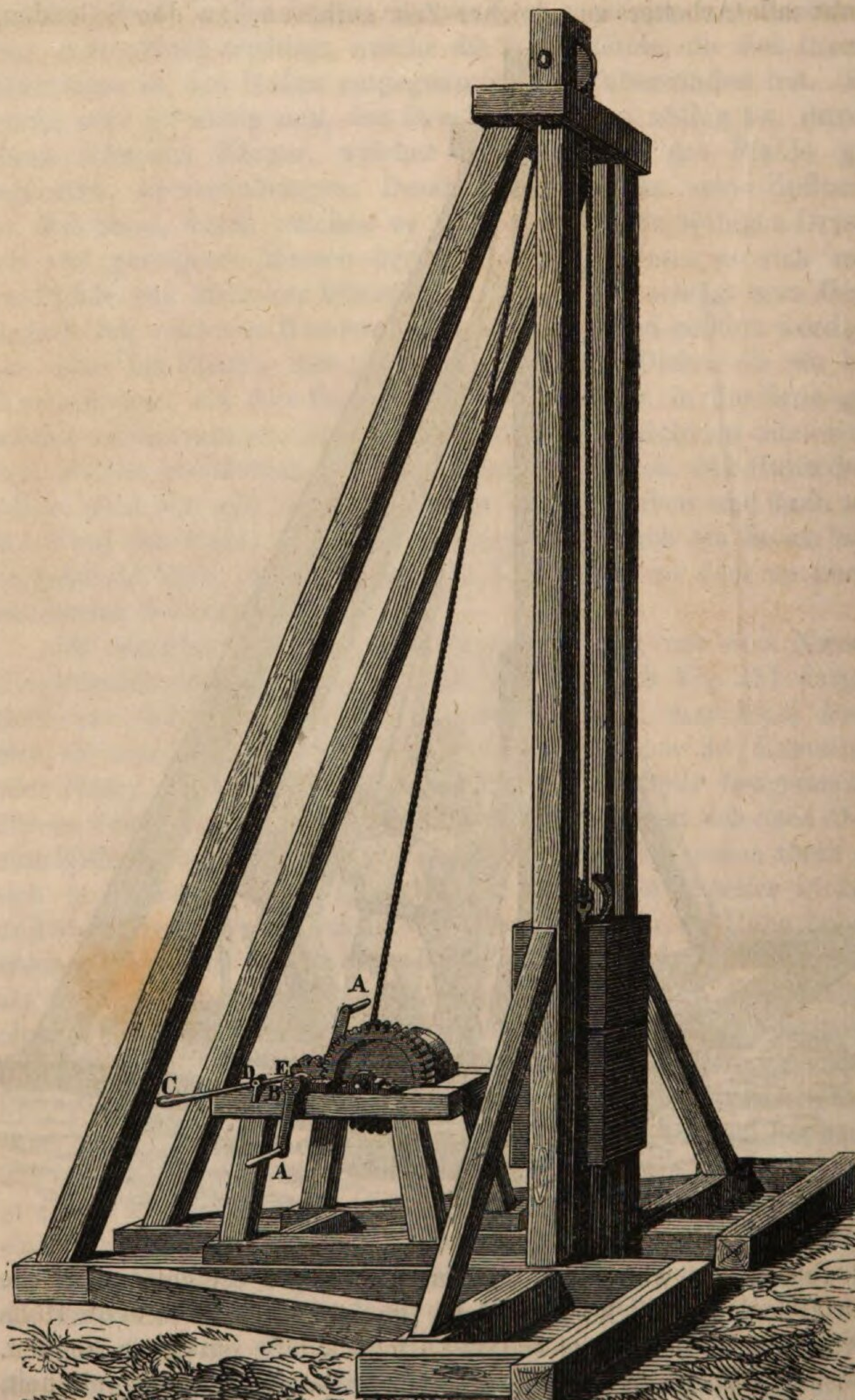


Fig. 252.

nicht möglich, den Rammbären auf eine grössere Höhe zu heben; man muss also Rammbären von bedeutendem Gewicht anwenden. Um diesen verschiedenen Mängeln abzuhelfen hat man die sogenannten Kunstrammen erdacht.

§. 178. Die Kunstramme hat eine ähnliche Einrichtung, wie die Zugramme; aber anstatt dass sich das Seil auf der einen Seite in mehrere Enden theilt, welche sich in den Händen von ebenso vielen Arbeitern befinden, wickelt es sich um einen Vorleghaspel (Fig. 252). Zwei Kurbeln A, A dienen dazu, eine Welle B herumzudrehen. Diese Welle trägt ein Trieb, welches in ein Zahnrad eingreift, das an der Haspelwelle befestigt ist. Indem man also die Kurbeln dreht, kann man den Rammbären so hoch heben, als es das Gerüst der Ramme erlaubt. Um ihn wieder herabfallen zu lassen, verschiebt man die Welle B ihrer Länge nach, sodass das Trieb zur Seite des Zahnrads zu liegen kommt und nicht mehr mit ihm eingreift. Alsdann fällt der Rammbär, da er durch nichts mehr gehalten wird, zurück, indem er das Seil mit sich fortreisst und dadurch die Haspelwelle und das Rad in entgegengesetzter Richtung herumdreht.

Um diese Verschiebung der Axe B nach ihrer Länge zu bewerkstelligen und dadurch die Verbindung des Triebs mit dem Zahnrad zu unterbrechen, bedient man sich eines Hebels CDE, welcher sich um den Punkt D horizontal drehen kann. Dieser Hebel endigt sich bei E in einer Gabel, welche die Welle B umfässt und sich zwischen zwei ringförmige Verstärkungen legt, die nebeneinander auf dieser Welle angebracht sind. Indem man das Ende C des Hebels in passendem Sinne horizontal bewegt, verschiebt sich die Axe B in entgegengesetzter Richtung, ohne dass sie aufhört, sich zu drehen, wenn die Arbeiter fortfahren, auf die Kurbeln zu wirken. Ein Zapfen, welcher in der Nähe dieses Hebels angebracht ist, verhindert ihn sich während der Zeit zu verschieben, wo das Trieb in das Zahnrad eingreifen soll.

Wenn der plötzliche Fall des Rammbären in der That so vor sich ginge, wie wir es eben angegeben haben, so würde sich das Seil schnell abnützen und die Haspelwelle bald beschädigt werden, besonders wenn der Rammbär eine grosse Masse hätte. Desshalb trifft man die Anordnung meistens so, das man den Rammbären allein fallen lässt und hierauf das Seil langsamer von der Haspelwelle abrollt. Wir wollen im Folgenden die Vorrichtungen kennen lernen, welche diess ermöglichen.

Die erste ist durch Fig. 252 und 253 dargestellt. Der Rammbär ist aus zwei Theilen F, G zusammengesetzt; der eine von diesen, F, ist direkt mit dem Seil verbunden, während der andere G, der den Körper des Rammbären bildet, an einer Art Zange aufgehängt ist. Von den beiden Theilen H, H dieser Zange kann sich jeder um einen Punkt O drehen. Zwei Federn I suchen fortwährend die Enden H von einander zu entfernen und folglich die Enden K in Berührung mit einander zu erhalten. Diese beiden Enden K, welche eine hackenförmige Gestalt haben, greifen in einen Ring, welchen der obere Theil des Körpers des Rammbären trägt. Wenn man durch irgend ein Mittel die Enden H der beiden Zangentheile einander nähert, so öffnet sich der untere Theil derselben und lässt daher den Ring am Körper des Rammbären los, wodurch der Rammbär herabfällt. Die Art und Weise, mit der Kunstramme zu arbeiten, ist nun folgende:

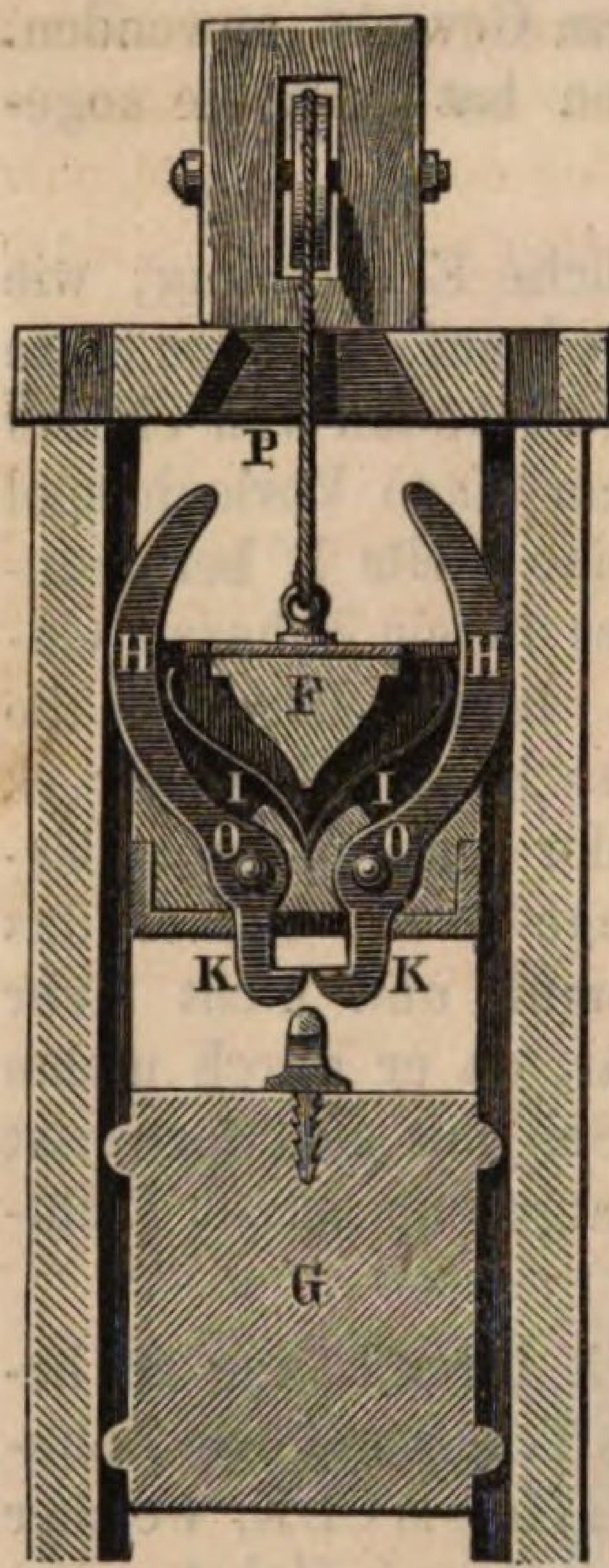


Fig. 253.

Der Ring am Körper des Rammbären wird in die Hacken K, K der Zange eingehängt; hierauf werden die Kurbeln gedreht und der Rammbär gehoben. Wenn sich derselbe dem obersten Theile des Gerüstes nähert, so legen sich die Enden H der Zange in eine Oeffnung P (Fig. 253), welche sich mehr und mehr verengt; indem also der Rammbär fortfährt zu steigen, werden die beiden Theile der Zange genöthigt, sich oben einander zu nähern, unten dagegen von einander zu entfernen und folglich den Ring, der unten eingehängt ist, loszulassen. Der Körper des Rammbären fällt also allein herab. Nun hebt man mittelst des Hebels CDE die Verbindung zwischen den Kurbeln und der Haspelwelle auf, wodurch auch der Kopf des Rammbären herabfällt, und das Seil nach zich zieht. In dem Moment, wo derselbe auf den Körper des Rammbären trifft, öffnet sich die Zange in Folge der eigenthümlichen Form, welche ihren unteren Theilen gegeben wurde, von selbst; der Ring wird von Neuem ergriffen, und indem man wieder beginnt, die Kurbeln zu drehen und den Rammbären zu heben, kann man einen neuen Schlag führen u. s. f.

Die zweite Vorrichtung, die nun beschrieben werden soll, ist einfacher als die vorhergehende und wird häufiger angewandt; sie ist in Fig. 254 und 255 dargestellt. Das Seil trägt an seinem Ende *a* einen Hacken *b*, welcher den Ring ergreift, der oben am Rammbären angebracht ist. Dieser Hacken verlängert sich über seinen Befestigungspunkt *a* am Seil hinaus bis *c*, und von diesem Punkt geht ein zweites Seil *cd* herab. Wenn der Rammbär bis auf eine genügende Höhe gehoben ist, darf man nur an dem Seile *cd* von oben nach unten ziehen; hiedurch wird der Hacken aus der Stellung *bc* in die *b'c'* (Fig. 255) geführt, und folglich der Rammbär ausgehängt, der nun frei herabfallen kann. Das Seil *cd* dient alsdann auch noch dazu, den Hacken herunter zu ziehen, damit man den Rammbären wieder einhängen und die Operation auf's Neue beginnen kann. Es ist leicht einzusehen, dass es nicht einmal nothwendig ist, dass Jemand in dem Augenblick, wo der Rammbär die Höhe, von welcher er herabfallen soll, erreicht hat, an dem Seile *cd* zieht.

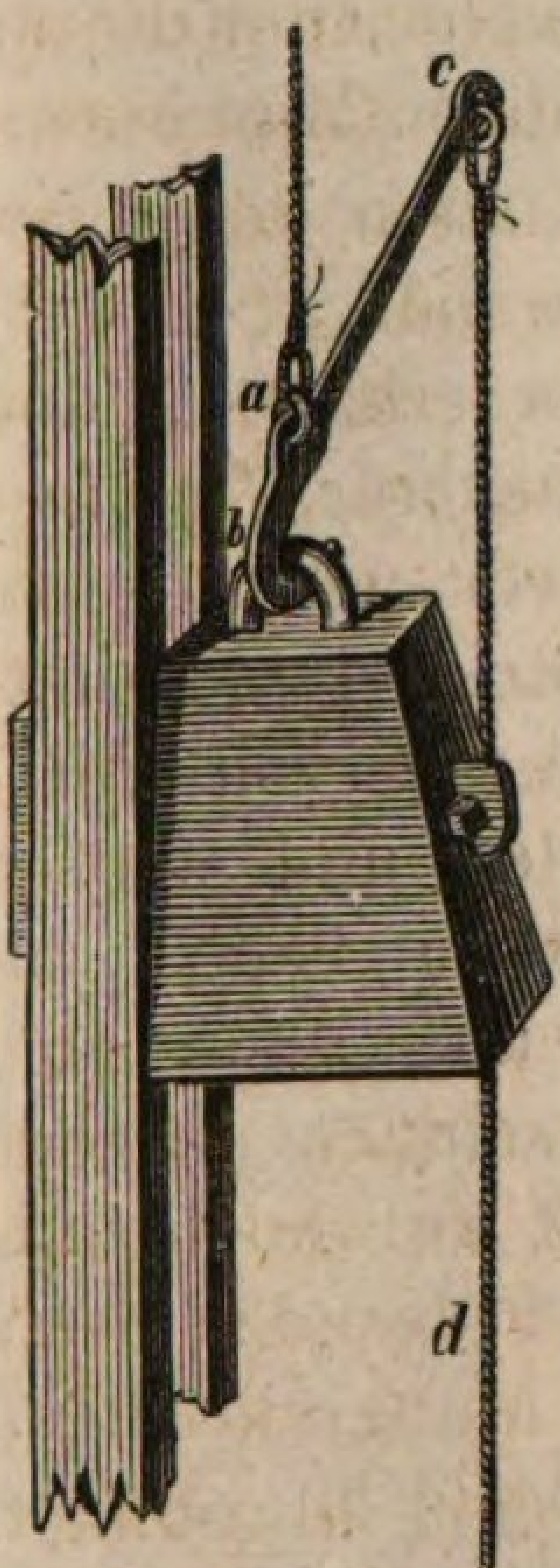


Fig. 254.

Man kann auch das Seil an seinem freien Ende an einem der Pfosten der Maschine befestigen und ihm eine solche Länge geben, dass es sich in Folge der aufsteigenden Bewegung des Rammbären genau in dem Moment anspannt, wo er ausgehängt werden soll.

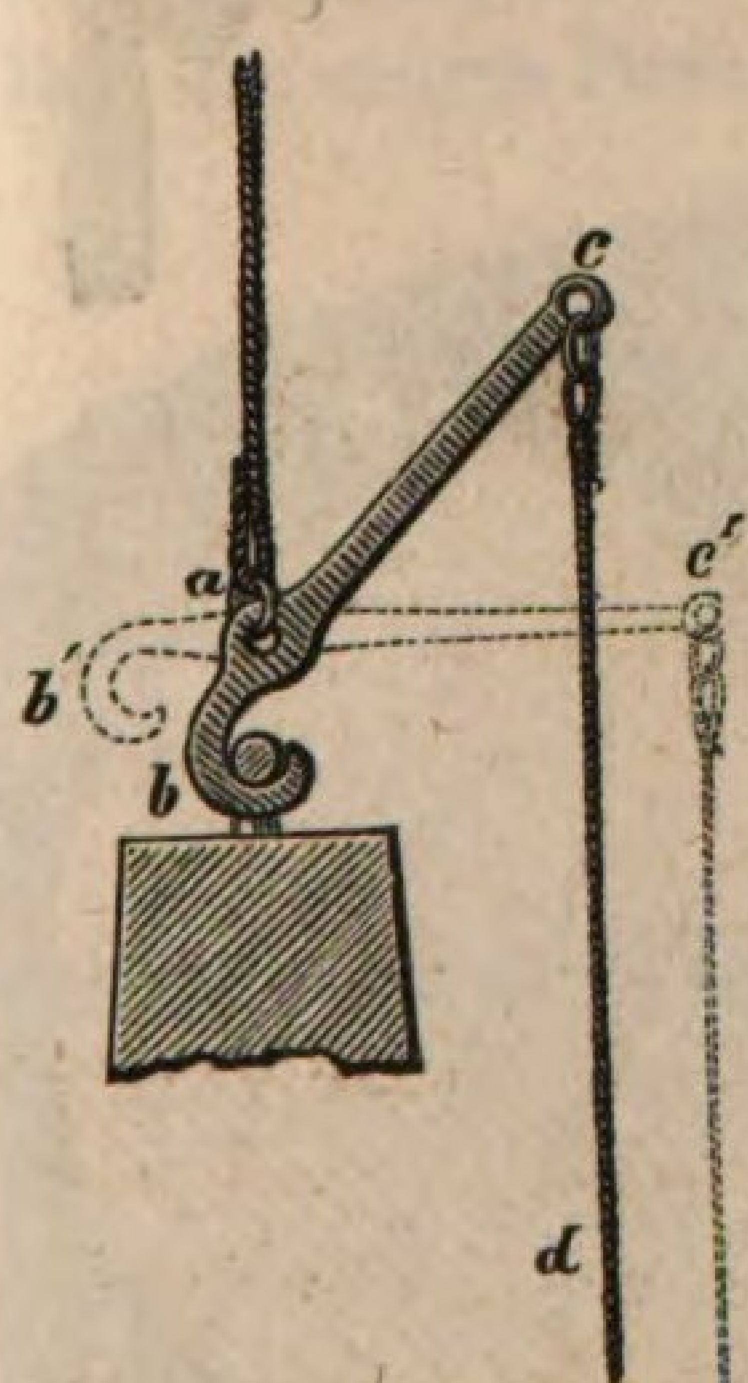


Fig. 255.

§. 179. **Prägmaschinen.** — Bei der Anfertigung der Münzen muss zunächst eine Legirung von bestimmter Zusammensetzung hergestellt werden. Diese Legirung wird geschmolzen und hierauf in Formen gegossen, wodurch man flache Stangen, Zaine genannt, erhält. Diese werden sodann ausgewalzt, und zuletzt durch eine Art Drathzug gezogen, bis man Bänder von der Dicke erhält, wie sie die Münzen bekommen sollen. Aus diesen Bändern werden alsdann Platten von der Grösse der zu fertigenden Münzen mittelst eines sogenannten Durchschnitts, einer Art Stanzmaschine, herausgeschnitten. Nachdem man sich versichert hat, dass die so erhaltenen Platten, Münzplatten auch Schrötlinge genannt, genau, oder doch innerhalb der gesetzlichen Grenzen,

das richtige Gewicht haben, werden sie einem starken Druck zwischen gehärteten Stahlstempeln unterworfen, die vertiefte Gravirungen enthalten; dadurch werden auf der Münzplatte jene Gravirungen in erhabener Form erhalten. Wir betrachten hier nur die zu dieser letzteren Operation, dem Prägen, nothwendigen Maschinen.

Noch vor kurzer Zeit wurde in allen Münzstätten der sogenannte Münzschwengel oder Münzbalancier angewandt, bei welchem die Münzen ihr Relief mittels eines Stosses erhalten, der auf sie ausgeübt wird. Dieselben sind aber in neuerer Zeit fast allgemein von den sogenannten Münzpressen verdrängt worden, bei welchen das Prägen ohne Anwendung eines Stosses, blos mittelst Druck geschieht. Diese Maschinen sind zuerst von Uhlhorn in Grevenbroich bei Aachen gebaut worden und werden daher oft nach ihm benannt. Fast alle Münzen haben zuerst von ihm solche Prägmaschinen bezogen und dann zum Theil gleiche, im Wesentlichen unveränderte Maschinen darnach gebaut. Der Münzbalancier wird heutzutage fast nur noch zum Prägen von Medaillen angewendet. Wir wollen im Folgenden beide Maschinen kennen lernen und beginnen mit dem Münzschwengel.

Der Münzschwengel ist vollständig in Fig. 256 abgebildet.

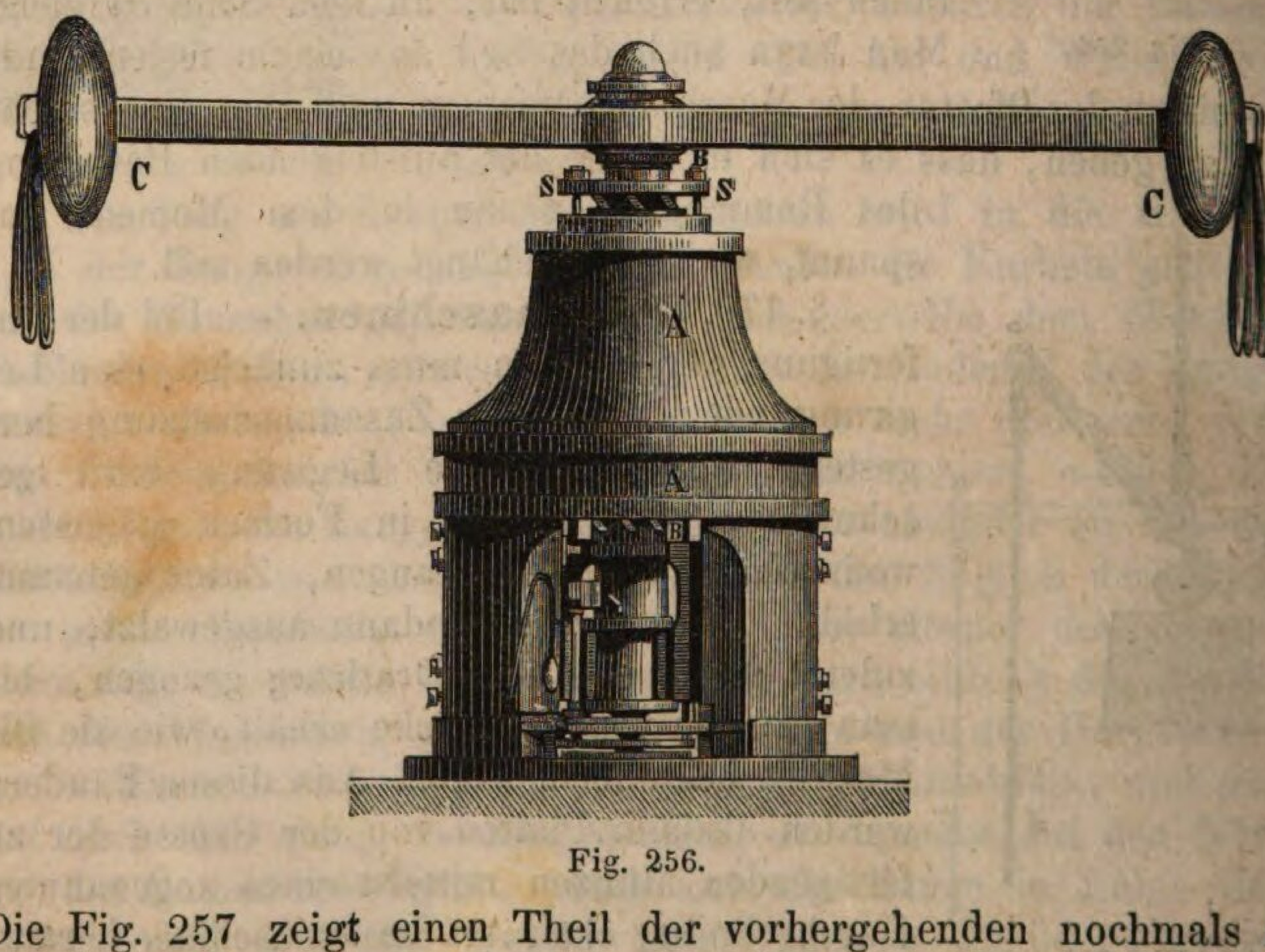


Fig. 256.

Die Fig. 257 zeigt einen Theil der vorhergehenden nochmals in grösserem Masstab, und die Fig. 258 ist ein horizontaler Durchschnitt, in demselben Masstab ausgeführt wie Fig. 257. Die Maschine besteht im Wesentlichen aus einem Gestell von Bronze, AA,

welches in seinem oberen Theil eine Schraubenmutter bildet; einer

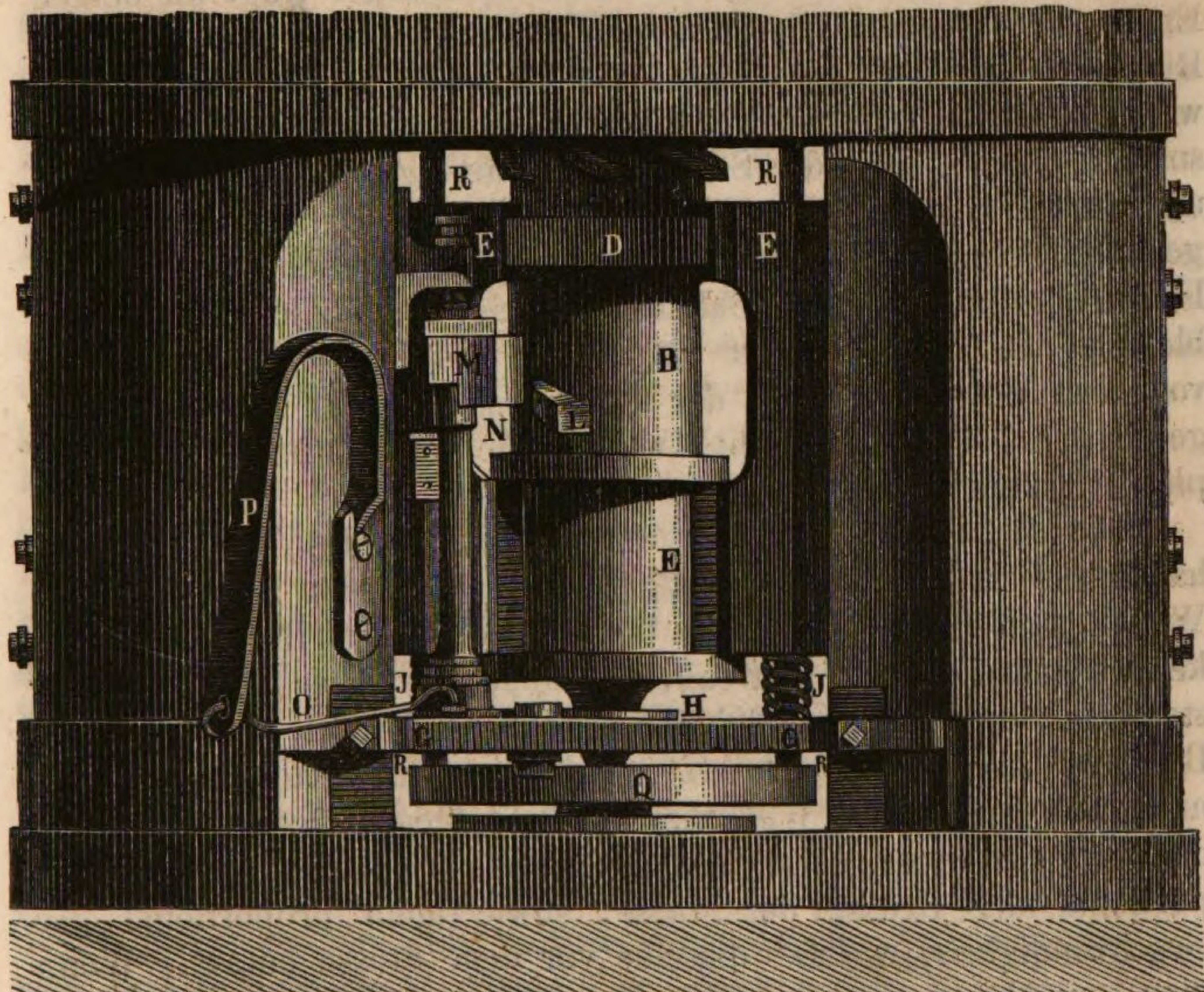


Fig. 257.

Schraubenspindel B, welche sich in dieser Mutter dreht, und endlich aus einem Hebel oder Balancier CC, welcher horizontal auf dem

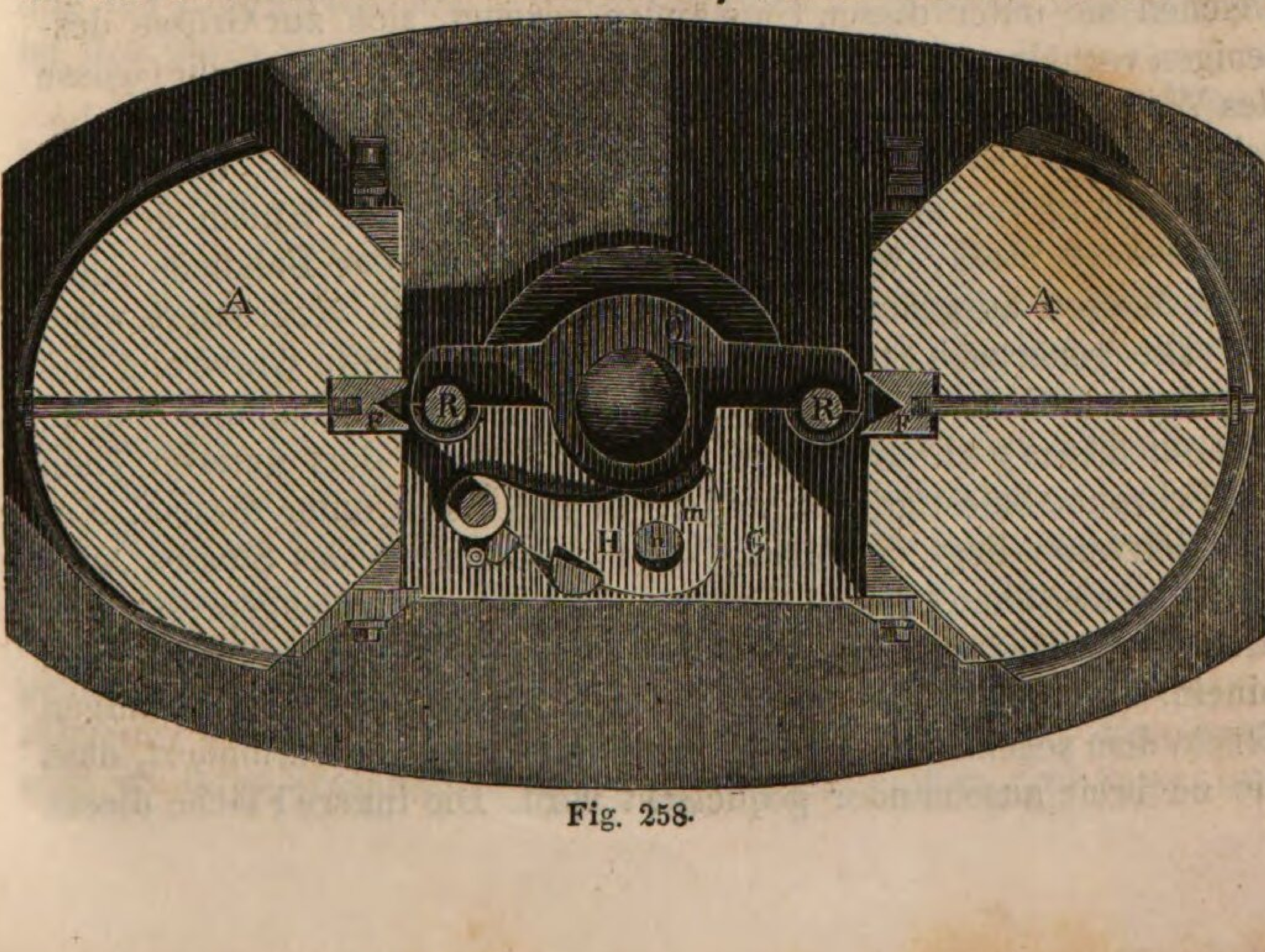


Fig. 258.

Kopf der Schraube befestigt ist. Dieser Balancier trägt an beiden Enden zwei linsenförmige Massen von Bronze, an welchen lederne Riemen befestigt sind, welche dazu dienen, den Balancier in Bewegung zu setzen. Mittelst dieser Riemen wird der Balancier in solchem Sinne, dass die Schraube abwärts geht, in rasche Drehung versetzt; er behält dieselbe so lange bei, bis die abwärts gehende Schraube auf ein Hinderniss stösst, welches sie und in Folge dessen auch den Balancier zwingt, plötzlich stehen zu bleiben. Dadurch entsteht ein Stoss, und in Folge dessen wird von dem untersten Theil der Schraube ein sehr starker Druck gegen den Körper ausgeübt, welcher Schraube und Balancier so plötzlich zum Stillstand gebracht hat.

Die Massen von Bronze an den Enden des Balanciers CC haben die Aufgabe, die Heftigkeit dieses Stosses zu vermehren. Wir können uns auf folgende Weise von der Art ihrer Wirksamkeit Rechenschaft geben. Denken wir uns, eine dieser beiden Massen stosse mit der Geschwindigkeit, welche sie besitzt, nachdem der Balancier in Bewegung gesetzt worden ist, direkt auf ein Hinderniss, das sich ihrer Weiterbewegung entgegensetzt, so entsteht dadurch ein Stoss. Die Stärke dieses Stosses ist offenbar proportional der Grösse der Masse, sowie auch proportional der Geschwindigkeit, welche dieselbe vor dem Stosse besass. Wenn man nun beachtet, dass dieselbe Masse den Stoss erst durch Vermittlung des Hebels und der Schraube hervorbringt, so wird man nach §. 80 leicht einsehen, dass die Grösse des Stosses, welchen sie unter diesen Umständen erzeugt, sich zur Grösse desjenigen verhält, welchen sie direkt hervorbringen würde, wie die Grösse des Weges, welchen das Ende des Hebels bei einer Umdrehung beschreibt, zur Ganghöhe der Schraube. Man sieht daraus, dass durch Hinzufügung von schweren Massen an den beiden Enden des Balanciers der Stoss, welchen die Schraube und der Balancier ohne diese Massen ausgeübt haben würden, bedeutend vergrössert wird.

Die gehärteten Stahlstücke, welche die vertiefte Gravirung des Gepräges enthalten, das beide Seiten der Münze bekommen sollen, heissen Stempel. Der eine derselben ist an dem unteren Theil der Schraube befestigt, der andere befindet sich unter diesem. Auf dem letzteren liegt die Münzplatte; im Moment des Stosses wird dieselbe zwischen beiden Stempeln stark zusammengepresst und drückt sich dadurch in die vertiefte Gravirung der beiden Stempel hinein. Zu gleicher Zeit ist die Münzplatte von einem ringförmigen Stück, dem sogenannten Prägring, umgeben, welcher verhindert, dass sie zu breit auseinander gequetscht wird. Die innere Fläche dieses

Rings, an welche sich der Rand der Münze anlegt, ist entweder glatt polirt, oder mit der Gravirung der Buchstaben oder Verzierungen, welche der Rand der Münze in erhabener Form erhalten soll, versehen. Im ersteren Fall sind die Münzplatten schon vorher mittelst der sogenannten Rändelmaschine mit der dann immer vertieften Schrift oder Verzierung auf ihrem Rande versehen worden. Bei diesen letzteren Maschinen wird einfach die Münzplatte, welche auf einem glatten Tisch liegt, zwischen zwei Backen unter starkem Aneinanderdrücken derselben fortgerollt; diese Backen tragen auf den einander zugekehrten Seiten die Buchstaben oder Verzierungen, welche dem Rande der Münze eingedrückt werden sollen, in erhabener Form. Im zweiten der oben genannten beiden Fälle wird die Prägung des Randes zugleich mit der der Seitenflächen ausgeführt.

Der obere Prägstempel, welcher mit der Schraube beweglich ist, darf sich natürlich nicht drehen, sondern blos abwärts bewegen. Zu diesem Zweck ist der untere Theil der Schraubenspindel mit einer kreisförmigen Rinne in Gestalt eines Rollenhalses versehen, welche von einem Halsring D (Fig. 257) umfasst wird. Dieser Halsring ist an einem Stück EE befestigt, das die Prägbüchse genannt wird, und das auf beiden Seiten durch zwei Schlitten begrenzt ist, die in Coulissen F, F (Fig. 258) vertikal geführt werden. Wenn daher die Schraube in Bewegung gesetzt wird, so dreht sie sich in dem Halsring D; dieser aber, welcher sich nicht mitdrehen kann, wird dadurch, je nach dem Sinn, in welchem die Schraube gedreht wird, auf- oder abwärts bewegt und theilt diese Bewegung der Prägbüchse mit. An dem untersten Theil dieser Prägbüchse ist der obere Stempel befestigt.

Der untere Stempel ist einfach auf ein bewegliches Stück gesetzt, welches eine wichtige Rolle spielt. Dieses Stück, dessen untere Fläche convex ist, erfüllt genau eine ebenso geformte, concave Höhlung in einer schweren Stahlplatte, welche die Mitte des unteren Theils des Gestells AA einnimmt. Im Moment des Stosses stellt sich dieses Stück in der Höhlung, welche es enthält, so, dass die obere Fläche des unteren Stempels parallel zur unteren Fläche des oberen Stempels ist, sodass der Druck auf die verschiedenen Theile der Oberfläche der Münzplatte gleichmässig vertheilt wird.

Wenn der Prägring zur Prägung erhabener Buchstaben am Rande der Münze dienen soll, so darf er natürlich nicht aus einem einzigen Stahlstück bestehen, weil sonst die Münzen, nachdem sie geprägt sind, nicht mehr aus ihm herausgehen würden. Man zerschneidet desshalb diesen Prägring in drei gleiche Theile; dieselben sind an ihrer äusseren Fläche konisch zugeschliffen und liegen im

Innern eines hohlen Kegelrumpfes, dessen grössere Grundfläche nach oben gekehrt ist. In dieser Höhlung werden sie durch Federn unterstützt, welche sie fortwährend zu heben und also von einander zu entfernen suchen; wenn aber von oben her ein Druck ausgeübt wird, wie es in dem Moment geschieht, wo das Prägen vor sich geht, so geben diese Federn nach, und die Stücke des Prägrings, indem sie abwärts geschoben werden, nähern sich einander so weit, dass alle Unterbrechung zwischen ihnen verschwindet, und sie nur einen einzigen ganzen Ring bilden.

Die Maschine ist so eingerichtet, dass sie selbst die Münzplatten an den Platz bringt, den sie einnehmen müssen, um geprägt zu werden, und sie wieder abhebt, sobald sie geprägt sind. Beide Operationen werden in der Zwischenzeit ausgeführt, in welcher sich die Schraube B erhebt. In gleicher Höhe mit der oberen Fläche des zerschnittenen Prägrings befindet sich ein Tisch G, der aus zwei Theilen besteht. In Fig. 258 hat man vorausgesetzt, dass der hintere Theil dieses Tisches abgehoben ist, um das unter ihm Gelegene sichtbar zu machen. Auf diesem Tisch bewegt sich ein Stück H, welches den Namen Zubringer führt, und welches dazu gehört, das soeben geprägte Stück mit Hülfe der Schweifung *m* herauszustossen und eine neue Münzplatte, die vorher schon in das Loch *n* gebracht worden ist, in die Mitte des Prägrings zu setzen. Damit aber das geprägte Stück durch die Schweifung *m* des Zubringers herausgestossen werden kann, muss dasselbe zuerst über den Prägring herausgehoben werden. Zu diesem Zweck kann der untere Stempel mittelst einer Platte Q gehoben werden. An dieser Platte sind zwei Stäbe R, R befestigt, welche, sich vertikal erhebend, frei durch die ganze Maschine hindurch gehen und sich in einen Halsring SS (Fig. 256) endigen. Wenn die Schraube B in die Höhe geht, so drücken die Enden ihrer Gänge den Halsring SS von unten nach oben. Aber nach geringer Drehung dringen diese Gänge in Windungen ein, die in den Halsring geschnitten sind; in Folge dessen bleibt derselbe während der ganzen Zeit, in welcher die Schraube ihre Bewegung fortsetzt, stehen, und hält so die Platte Q in solcher Höhe, dass die gravirte Seite des unteren Stempels in gleicher Höhe mit der Fläche des Tisches G liegt.

Der Zubringer erhält seine Bewegung durch einen Daumen L, der an der Schraube B befestigt ist, und welcher während der aufsteigenden Bewegung dieser Schraube einen Flügel M ergreift. Dieser Flügel, der sich gegen einen Vorsprung, den die vertikale Welle N trägt, stützt, dreht diese Welle mit herum, und mit ihr auch den Zubringer, welcher an ihrem untern Ende befestigt ist. Dieser

stösst dadurch das geprägte Geldstück hinweg und legt die in dem Loche *n* befindliche Münzplatte auf den unteren Stempel. In dieser Lage bleibt er einen Augenblick stehen, da unterdessen der Flügel M bei der fortgesetzten Drehung der Schraube den Daumen L nur noch an seiner äussersten cylindrischen Fläche berührt und daher nicht mehr von ihm mitgenommen wird. Zu gleicher Zeit aber erhebt ein Vorsprung der Schraube B die ganze Axe N nebst dem Zubringer, und sobald diess bis auf die genügende Höhe geschehen ist, verlässt der Daumen L den Flügel M ganz, und es wird nun der Zubringer sammt der Axe N und dem Flügel M durch den Hacken O, der durch die Feder P gezogen wird, wieder nach vorn geführt. Bei dieser rückgängigen Bewegung bleibt aber der Zubringer fortwährend gehoben und geht desshalb über die Münzplatte, die er vorher auf den unteren Stempel gelegt hat, hinweg. Wenn nun die Schraube B herabgeht, um die Münze zu prägen, so senkt sich auch der Zubringer wieder; zugleich wird zwar der Flügel M von dem Daumen L ergriffen; aber er kann der Bewegung desselben folgen, ohne die Axe N mitzunehmen und wird, nachdem er von dem Daumen verlassen ist, von selbst durch eine Feder in seine ursprüngliche Lage zurückgeführt, sodass er bei der folgenden aufsteigenden Bewegung der Schraube auf's Neue von diesem Daumen ergriffen werden kann. Zugleich haben sich auch der Halsring SS und die Platte Q wieder gesenkt und den unteren Prägstempel wieder auf seine Unterlage gesetzt; mit demselben ist auch die Münzplatte herabgegangen, sodass sie in das Innere des Prägrings zu liegen kam und folglich die Lage wieder einnimmt, wie es zum Prägen erforderlich ist.

§. 180. Wir gehen jetzt zur Beschreibung der Münzpresse über und wählen als Beispiel eine von denen, welche in der Münze in Paris in Thätigkeit sind und nach dem Uhlhorn'schen System von Thonnelier gebaut wurden. Die Fig. 259 gibt einen Durchschnitt dieser Maschine, welcher den ganzen Mechanismus zeigt. Die Fig. 260 und 261 stellen einige Details derselben dar. Es sind zwar seit der Zeit, dass diese Maschine in der Münze von Paris in Thätigkeit ist, mehrere Veränderungen an Nebentheilen derselben gemacht worden, aber die wesentlichsten Theile derselben, diejenigen, welche den zum Prägen nothwendigen Druck auszuüben haben, sind unverändert geblieben.

Die Münzpresse unterscheidet sich von dem Münzschwengel nur durch die Art und Weise, wie der Druck hervorgebracht wird. Am Ende einer Welle, welche durch eine Dampfmaschine in Drehung versetzt wird, und welche ein Schwungrad Z trägt, befindet

sich eine Kurbel G. Diese Kurbel wirkt mittelst der Bleuelstange F auf den Hebel H, welchem sie eine oscillirende Bewegung um den

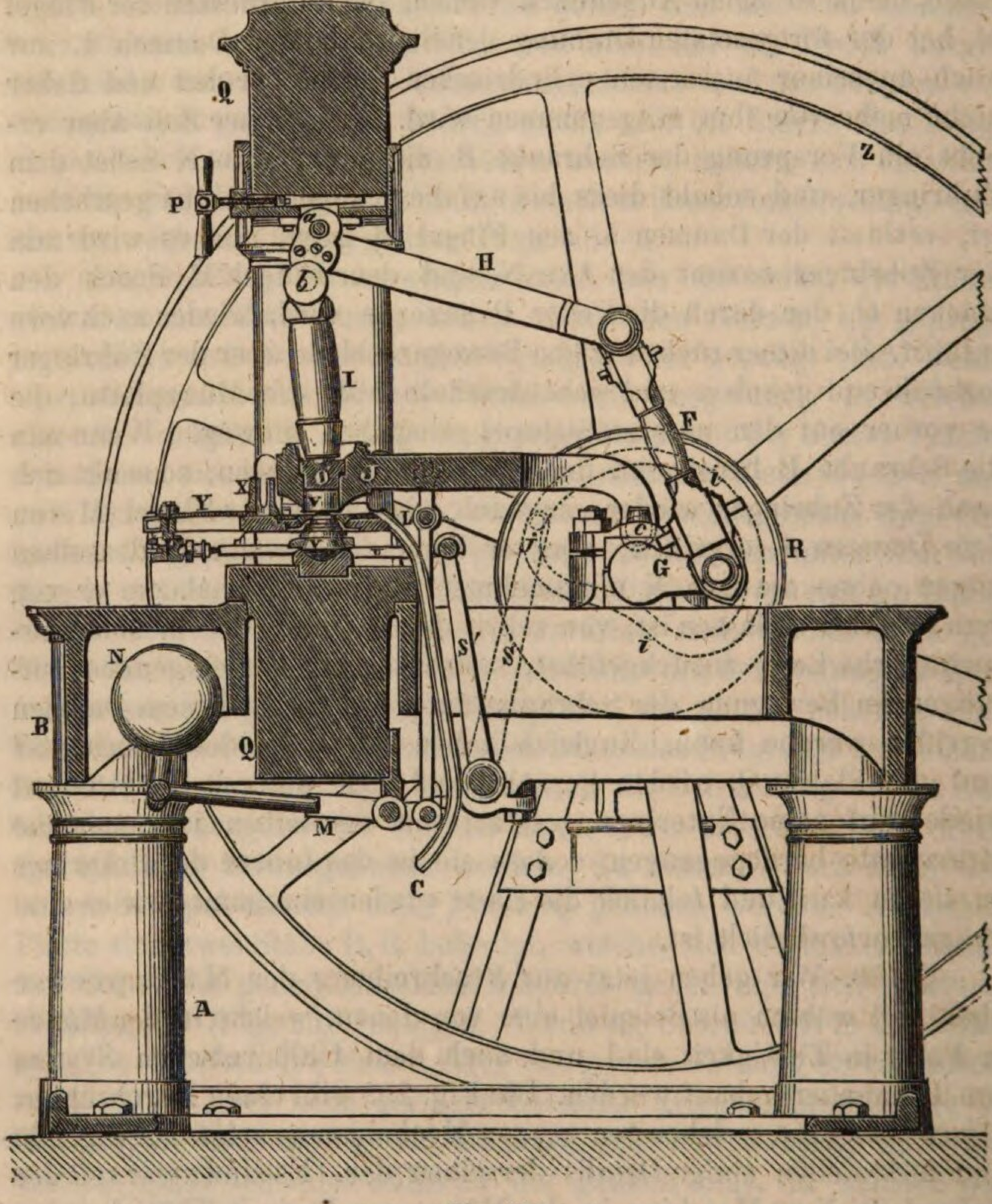


Fig. 259.

festen Punkt *a* ertheilt. Der untere Theil *b* dieses Hebels stützt sich gegen das obere Ende einer Säule I, deren unter s Ende mittelst eines Gelenkes mit der Prägbüchse J in Verbindung steht. Die Prägbüchse, welche den oberen Stempel trägt, befindet sich an dem Ende eines Hebels, der um den Punkt *c* drehbar ist, und wird durch zwei Gegengewichte N, deren Wirkung mittelst des Hebels M und der Gabel L auf sie übertragen wird, fortwährend von unten nach oben gegen die Säule I angedrückt. Wenn die Kurbel G den Hebel

H erhebt, so sucht derselbe die Säule I sammt der Prägebüchse niederzudrücken. Denken wir uns, dass die Entfernung zwischen den beiden Prägstempeln die richtige Grösse hat, und dass eine Münzplatte zwischen dieselben gelegt worden sei, so ist nicht schwer einzusehen, dass dieselbe einen ausserordentlich grossen Druck erfährt, welcher hinreicht, dieselbe Wirkung hervorzubringen, wie der Stoss bei dem Münzschwengel. Um sich eine Vorstellung von der Grösse dieses Druckes zu verschaffen, darf man nur bedenken, wie wenig sich die Prägbüchse senkt, während das mit der Bleuelstange F verbundene Ende des Hebels H um eine bedeutende Grösse gehoben wird.

Die Entfernung zwischen den beiden Prägstempeln kann durch eine Nussschraube P regulirt werden, mittelst welcher ein Keil zwischen das Gestell Q und das Stahlstück, welches den festen Punkt *a* des Hebels H trägt, weiter eingeschoben oder mehr herausgezogen werden kann.

Man hat die Erfahrung gemacht, dass durch eine ganz geringe Drehung des Stempels, wenn er bereits gegen die Münzplatte gedrückt wird, eine viel vollkommenere Ausprägung erzielt wird. Es ist desshalb die dazu erforderliche sehr einfache Vorrichtung an allen neueren Prägmaschinen angebracht.

Was die übrigen Theile des Mechanismus betrifft, so wirken sie beinahe auf dieselbe Art, wie die entsprechenden Theile des Münzschwengels. Das Spiel derselben ist folgendes: An der Welle des Schwungrads ist eine Excentrik in Form einer Platte R mit eingeschnittener Nuth *ii* befestigt. In dieser Nuth bewegt sich ein Zapfen *j*, der an dem oberen Ende des Hebels S befestigt ist. Dieser dreht sich unten um eine horizontale Axe und erhält in Folge der Form der Excentrik *ii* eine oscillirende Bewegung um diese Axe. Diese Bewegung wird auf den Hebel S′ übertragen, der an derselben Axe befestigt ist, und seinerseits wieder dem Stab U eine hin- und hergehende Bewegung in horizontaler Richtung ertheilt. Wenn der Stab U bei dieser seiner Bewegung nach rechts geht, so erhebt der gekrümmte Theil in der Mitte seiner Länge (s. Fig. 260) den unteren Stempel und mit ihm das geprägte Geldstück, welches sich auf ihm befindet, wodurch dieses über den oberen Rand des zerschnittenen Prägrings zu liegen kommt; zu gleicher Zeit wird durch denselben Stab der Zubringer Y gleichfalls nach rechts geführt. Derselbe schiebt die bereits geprägten Stücke vor sich her, bis sie in die Röhre C fallen, aus welcher sie in ein untergestelltes Gefäss gelangen; hierauf setzt er in die Mitte des Prägrings eine neue Münzplatte. Der Zubringer besteht hier, wie Fig. 261

21*

zeigt, aus drei Theilen. Die beiden Seitenstücke nähern sich dem Mittelstück, um bei X die Münzplatte zu ergreifen, und indem

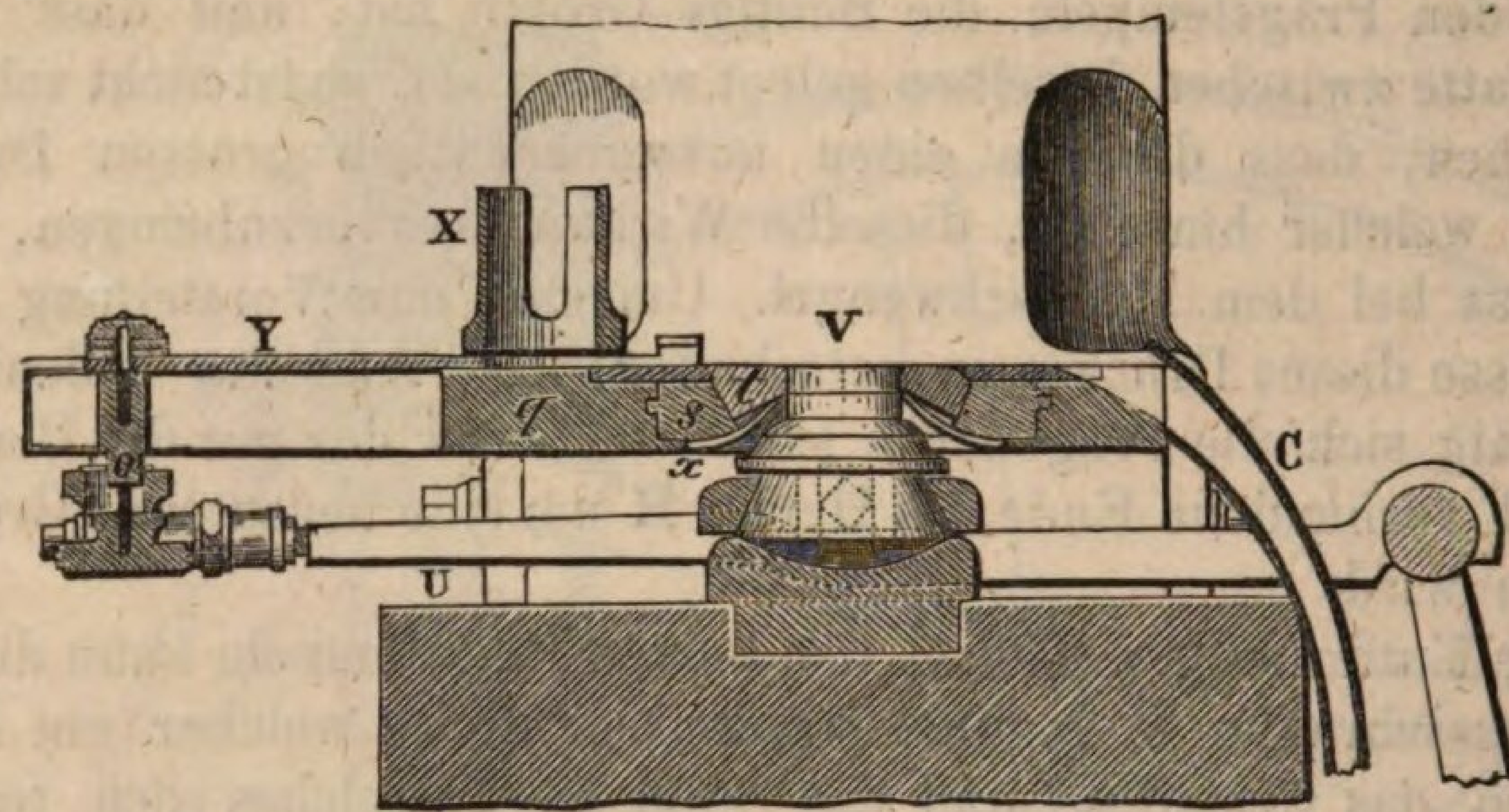


Fig. 260.

hierauf der Zubringer nach rechts geht, stösst sein vorderster Theil das geprägte Stück in den Kanal, während sich der folgende ge-

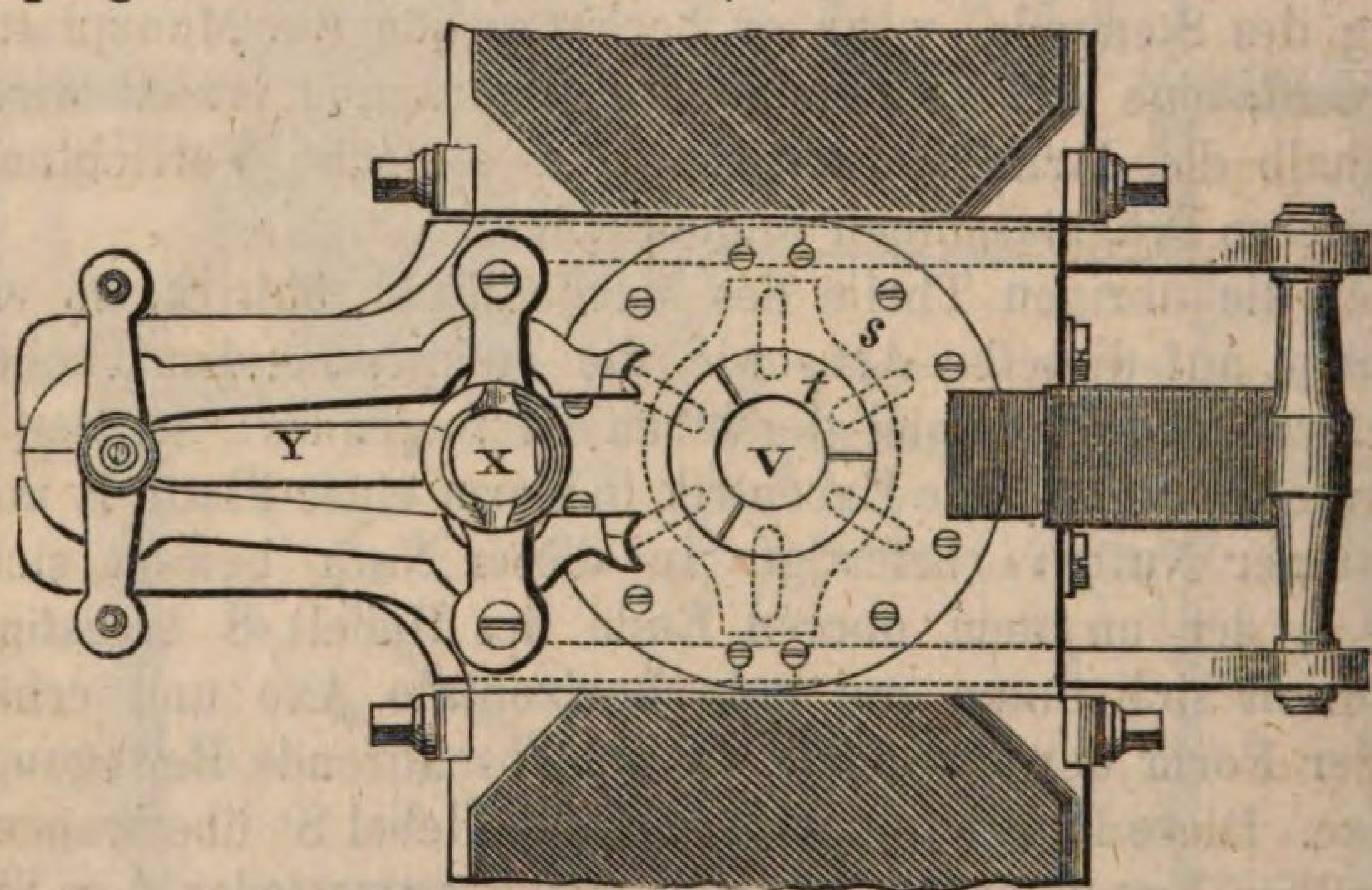


Fig. 261.

krümmte Theil desselben, welcher die Münzplatte enthält, genau über den unteren Prägstempel legt. In dieser Stellung angekommen, entfernen sich die beiden Seitentheile wieder so weit von einander, dass bei dem nun folgenden Rückgang des Zubringers die Münzplatte in dem Prägring zurückbleibt. X ist eine Hülse, welche immer mit Münzplatten gefüllt erhalten wird; von diesen nimmt der Zubringer unten eine nach der anderen weg, um sie auf den unteren Prägstempel zu setzen. Die Fig. 260 und 261 zeigen auch die Einrichtung des zerschnittenen Prägrings, wie wir sie oben schon bei dem Münzschwengel angegeben haben; *q* ist der Träger des Prägrings, *s* das Stück, in welchem sich die konische Höhlung befindet, *t* der

Prägring selbst, welcher in drei Theile zerschnitten ist; x sind die Federn, gegen welche sich die Theile des Prägrings stützen, und welche denselben stets geöffnet und in gleicher Höhe mit seinem Träger zu halten suchen.

Die Münzpresse hat bedeutende Vorzüge vor dem Münzschwengel, welchen sie gegenwärtig fast überall verdrängt hat. Zunächst wird durch sie stets der nämliche Druck auf die zu prägenden Münzplatten ausgeübt, und also ein gleichmässigeres Produkt erzielt, während die Kraft des Menschen, mit welcher der Münzschwengel bewegt wird, sehr erheblichen Schwankungen unterworfen ist. Ferner, wenn man bei dem Münzschwengel einmal vergisst, eine Münzplatte zwischen die beiden Prägstempel zu legen, so stossen diese selbst gegen einander, und werden dadurch beschädigt oder gar ganz zerbrochen; bei den Münzpressen dagegen kommen die beiden Stempel niemals in Berührung, auch wenn keine Münzplatte zwischen ihnen gelegen ist. Ein dritter Vortheil der Münzpresse besteht in der Schnelligkeit, mit welcher dieselbe arbeitet; sie kann ungefähr 60 Stücke in der Minute, liefern und beliebig lange Zeit hindurch in Thätigkeit bleiben, ohne dass es nöthig ist, sie dazwischen stehen zu lassen. Der Münzschwengel dagegen liefert bedeutend weniger Stücke in der Minute, und die Arbeiter, welche ihn in Bewegung setzen, müssen von Zeit zu Zeit ausruhen. Endlich erspart die Anwendung der Hülse X einen Arbeiter, der ausschliesslich damit beschäftigt ist, die Münzplatten in das Loch des Zubringers zu legen.

§. 181. **Die Uhren.** — Bei der gleichförmigen Bewegung ist, wie wir wissen, der Weg, welcher in irgend einer Zeit durchlaufen wird, dieser Zeit proportional; eine solche Bewegung ist daher in hohem Grade geeignet, als Mittel zum Messen der Zeit angewendet zu werden, da sie dieses Geschäft auf das Messen des Raumes zurückführt, den der sich bewegende Körper durchläuft. Man war desshalb bei der Construktion derjenigen Instrumente, welche als Zeitmesser dienen sollen, darauf bedacht, eine gleichförmige Bewegung herzustellen; aber einiges Nachdenken zeigt leicht, dass diess ausserordentlich schwer zu erreichen ist. Damit sich eine Maschine stets mit der nämlichen Geschwindigkeit bewegt, müssen die an ihr wirkenden Kräfte den Widerständen fortwährend das Gleichgewicht halten; wenn die Widerstände immer die nämliche Grösse behalten, so müssen auch die Kräfte fortwährend mit der nämlichen Stärke wirken; und wenn die Widerstände veränderlich sind, so müssen sich auch die Kräfte in dem nämlichen Sinne und um eine solche, genau bestimmte Grösse ändern, dass fortwährend

Gleichgewicht besteht. Nun ist klar, dass man sehr bedeutenden Schwierigkeiten begegnen muss, wenn man bei der grossen Zahl von Widerständen aller Art, welche sich bei der Bewegung einer Maschine entwickeln, die Kraft so einrichten will, dass sie in jedem Augenblick diesen Widerständen das Gleichgewicht hält; und man wird diess noch besser einsehen, wenn man bedenkt, dass die Widerstände meistens rein zufälligen Aenderungen unterworfen sind, die von äusseren Ursachen, wie von Temperaturwechsel, Aenderungen des Feuchtigkeitszustandes der Luft u. s. w. herrühren. Es soll unsere Aufgabe sein, zu zeigen, durch welche Mittel man bei der Construction der Uhren dazu gelangt ist, zwar nicht diese Schwierigkeiten völlig zu heben, aber sie doch grösstentheils geschickt abzuwenden, oder auch auf anderen Wegen denselben Zweck zu erreichen.

§. 182. Die Motoren, welche angewendet werden, um die Bewegung der Mechanismen hervorzubringen, die zum Messen der Zeit dienen, theilen sich in zwei Arten: es sind Gewichte oder Federn.

Um ein Gewicht als Motor einer Uhr wirken zu lassen, befestigt man es an das eine Ende einer Schnur, deren anderes Ende an der Oberfläche eines horizontalen Cylinders (Fig. 262) festgemacht ist, und welche von diesem Befestigungspunkt ausgehend, eine gewisse Anzahl von Windungen um den Cylinder macht. Der Cylinder kann sich um seine Axe drehen; das Gewicht, welches fortwährend abwärts zu gehen sucht, theilt ihm daher eine Rotationsbewegung mit, die auf den übrigen Mechanismus durch ein Zahnrad übertragen wird, welches an dem Cylinder befestigt ist.

Die Federn, welche man als Motoren für Uhrwerke anwendet, sind dünne und sehr lange Bänder von Stahl, welche so gearbeitet sind, dass sie sich von selbst spiralförmig aufrollen, wie es Fig. 263 zeigt. Denken wir uns, dass das äussere Ende einer solchen Spirale mit einem festen Punkt in Verbindung steht, während das innere Ende derselben an einer Axe befestigt ist, die sich um sich selbst drehen kann; wenn man dann diese Axe in passendem Sinne dreht, so wird sie das innere Ende der Feder mitfortnehmen, die Spiralgänge derselben werden sich mehr und mehr auf den Umfang der Axe aufwickeln, (und die Feder wird die Gestalt annehmen, wie sie Fig. 264 zeigt) Sobald aber die Axe wieder sich selbst überlassen wird, so ertheilt ihr die Feder, welche ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen sucht, eine Rotationsbewegung in entgegengesetzter Richtung, und diese Bewegung ist es, welche man mittelst Zahnräder auf den übrigen Theil des Uhrwerks überträgt. Es ist klar, dass auch das innere Ende der Feder mit einem festen Punkt

verbunden und das äussere Ende an einem Stück befestigt sein könnte, das sich um die Axe der Feder drehen kann. Dieses Stück würde in Folge der Wirkung der Feder gleichfalls eine Rotationsbewegung um seine Axe erhalten.

Wenn man die Wirkung der Feder, von der wir eben gesprochen haben, mit der Wirkung eines Gewichts vergleicht, so wird man finden, dass zwischen beiden ein wesentlicher Unterschied besteht. Das Gewicht wirkt fortwährend mit der nämlichen Stärke, während die Kraft der Feder von dem Moment an, wo sie zu wirken beginnt, bis zu dem Moment, wo sie ihre ursprüngliche Form wieder annimmt, fortwährend abnimmt. Der Vortheil, welchen die Gleichförmigkeit der Wirkung des Gewichtes darbietet, findet sich also bei der Anwendung der Feder nicht mehr wieder, und wir werden sehen, dass diese Gleichförmigkeit der Wirkung eine wesentliche Bedingung für den regelmässigen Gang des Uhrwerks ist. Um den Nachtheil, welchen die Federn aus diesem Gesichtspunkt darbieten, aufzuheben, hat man das Mittel ersonnen, sie erst durch Vermittlung der sogenannten Schnecke wirken zu lassen, welche den Zweck hat, ihre Wirkung durchweg auf gleicher Grösse zu erhalten. Zu dem Ende schliesst man die Feder in einen hohlen Cylinder A (Fig. 265) ein, welcher das Federhaus genannt wird. Auf der äussern Oberfläche dieses Federhauses ist das eine Ende einer fein gegliederten Kette B befestigt, welche sich, nachdem sie eine gewisse Zahl von Windungen um diese Oberfläche gemacht hat, um eine Trommel C von eigenthümlicher Gestalt schlingt, an welcher ihr zweites Ende befestigt ist. Diese Trommel führt den Namen Schnecke; sie besitzt, wie die Figur

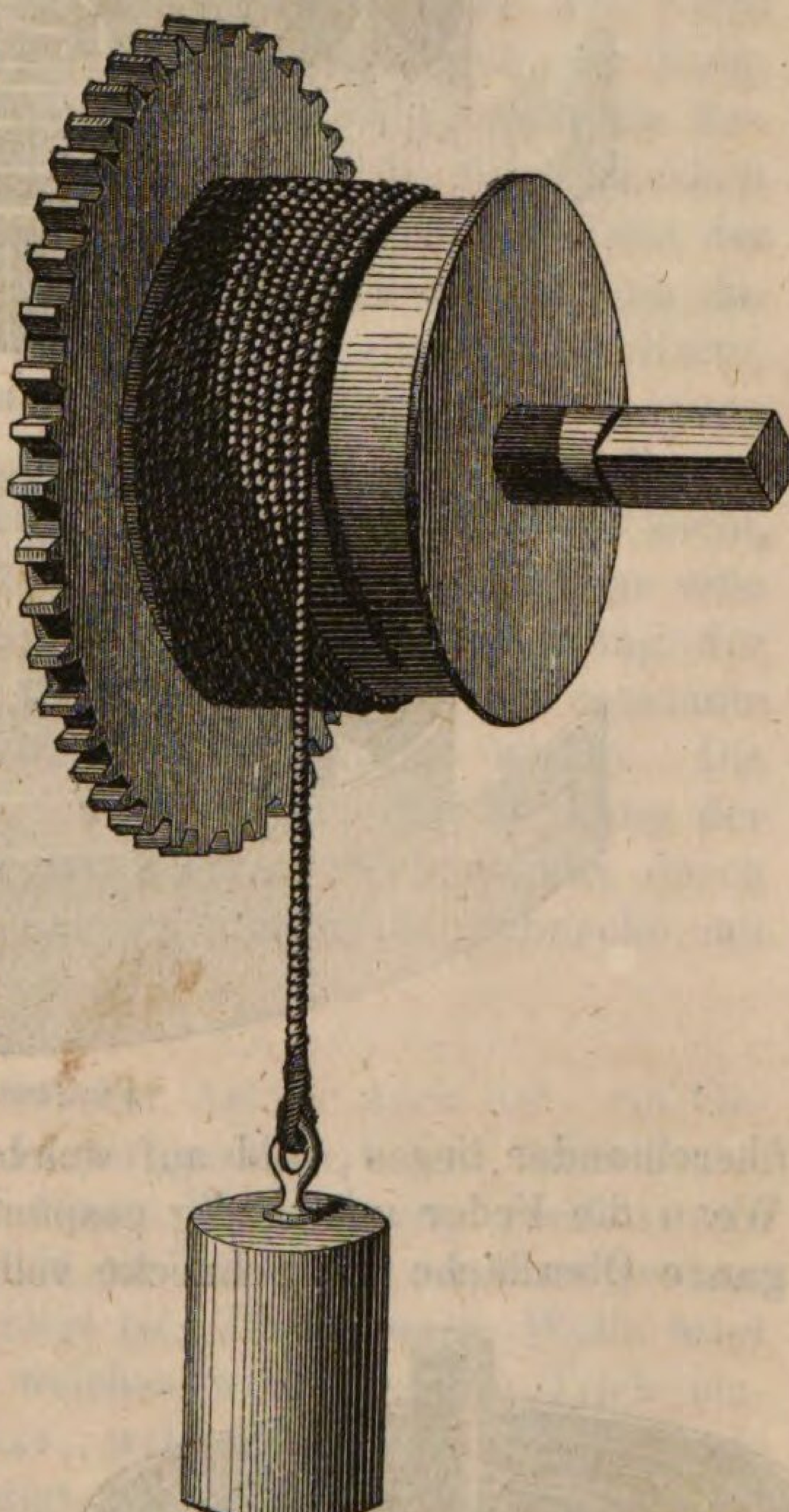


Fig. 262.

zeigt, Gänge, die in schraubenförmigen Windungen treppenförmig

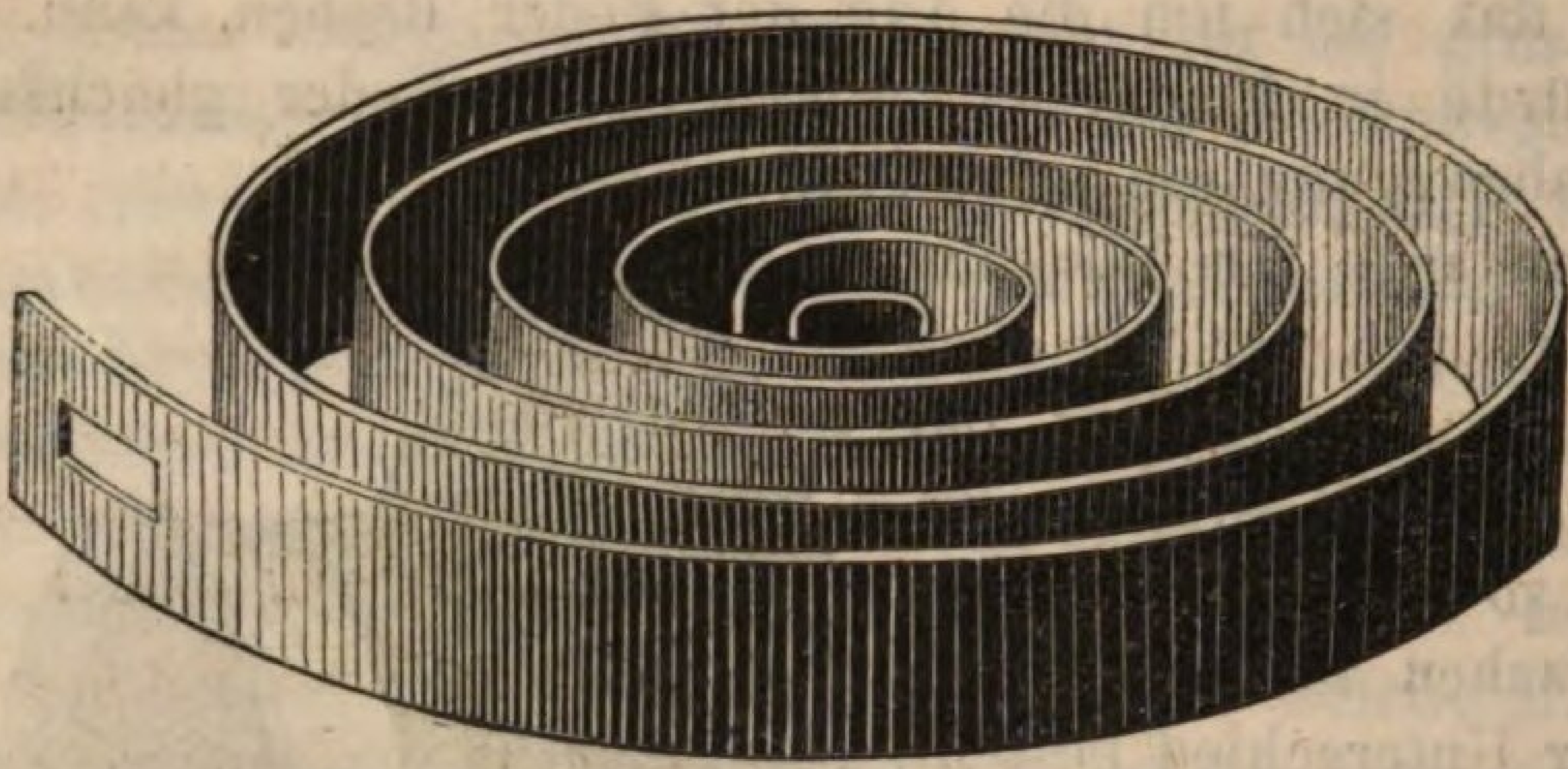


Fig. 263.

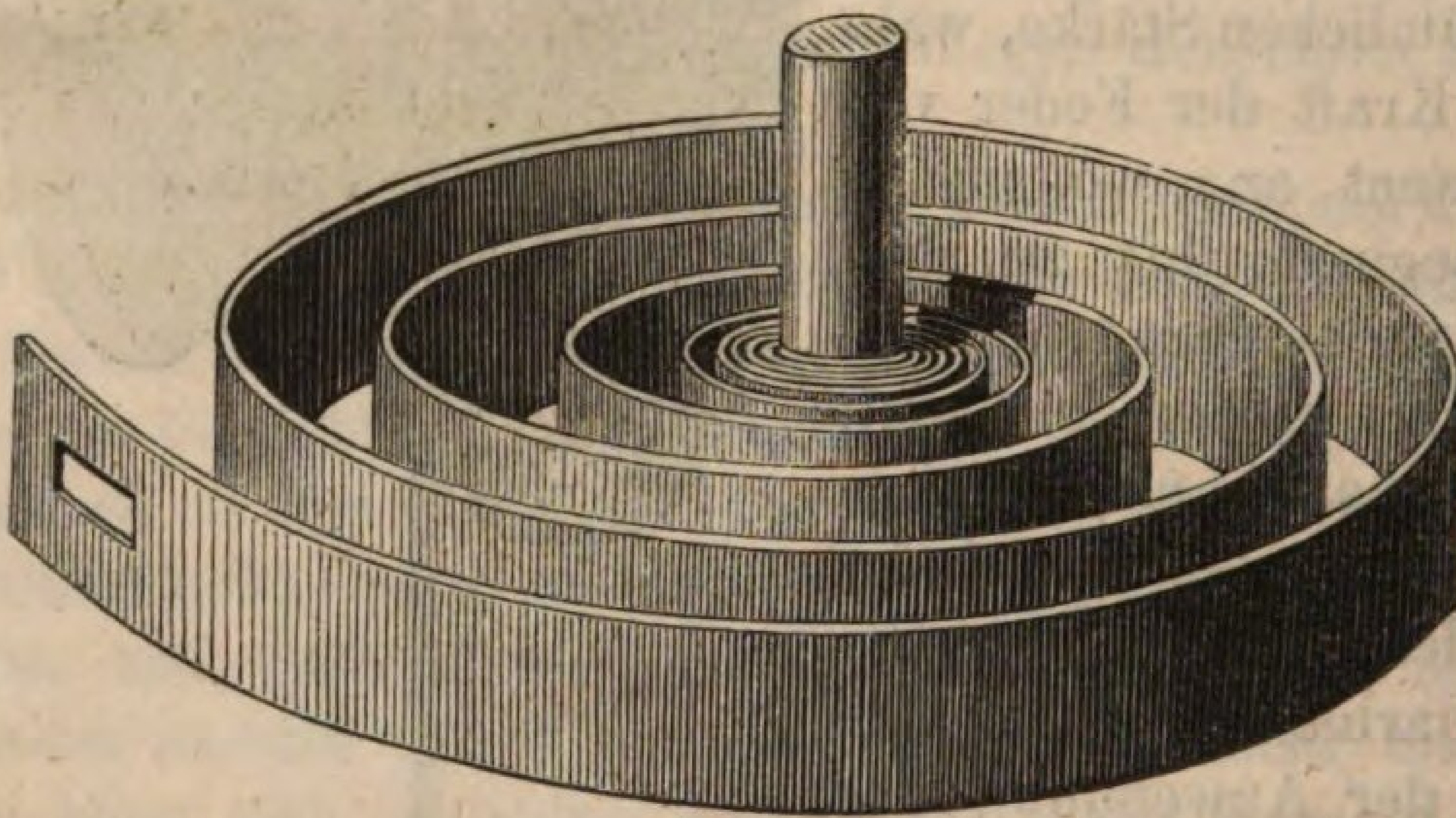


Fig. 264.

übereinander liegen, und auf welche sich die Kette B aufwickelt. Wenn die Feder vollständig gespannt ist, so ist die Kette auf die ganze Oberfläche der Schnecke vollständig aufgerollt; sie entfernt

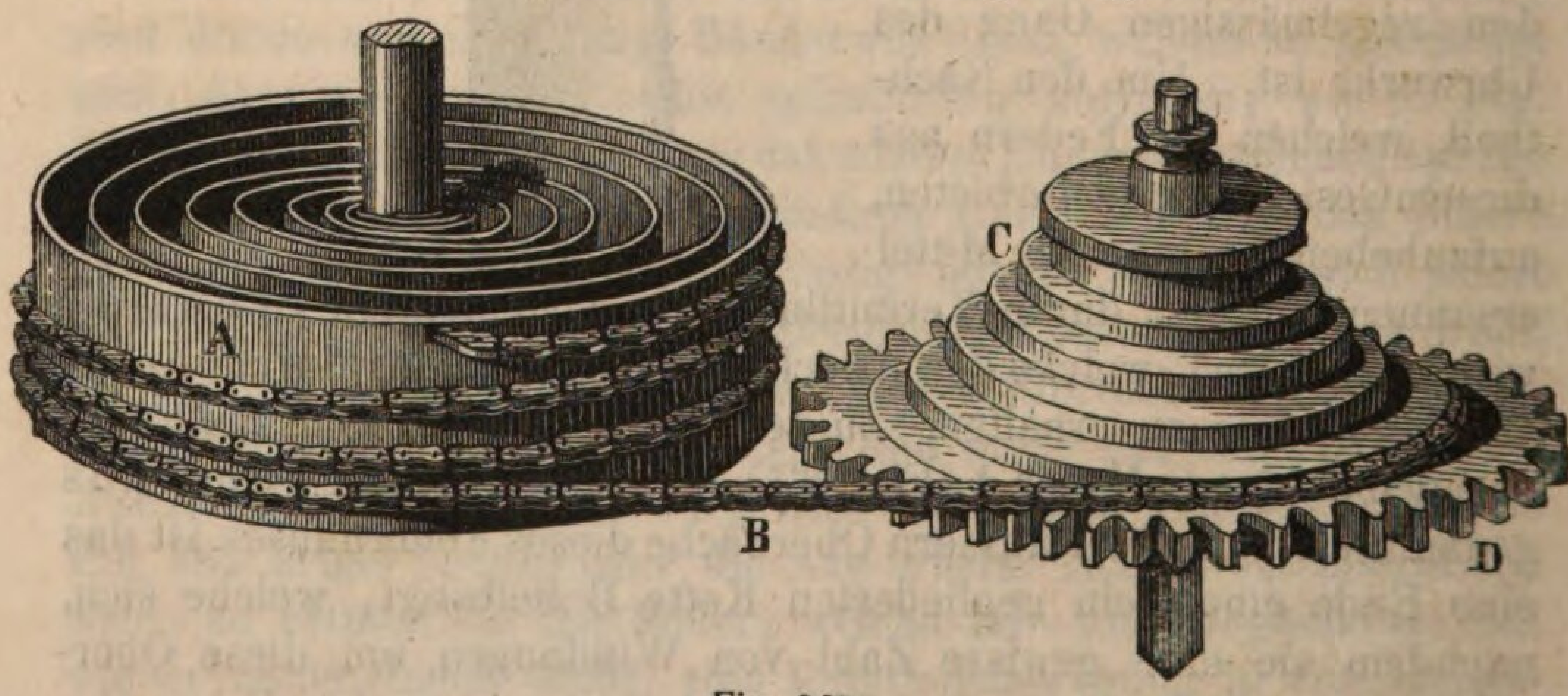


Fig. 265.

sich von derselben auf Seite der kleineren Basis, um auf das Federhaus überzugehen, wo sie sich endigt, nachdem sie die

Oberfläche desselben in einer kurzen Strecke berührt hat. Von der Feder ist das innere Ende mit einem festen Punkt verbunden, während das äussere Ende an dem Umfang des Federhauses festgemacht ist; indem sich folglich die Feder abspannt, dreht sie das Federhaus, dessen Bewegung durch Vermittlung der Kette der Schnecke mitgetheilt wird. Dadurch wickelt sich die Kette von der Schnecke ab und auf das Federhaus auf, und die Bewegung dauert offenbar so lange fort, bis sich die Kette gänzlich von der Schnecke abgewickelt hat, wo sie sich dann auf Seite der grösseren Basis von dieser letzteren entfernt. Während sich daher die Kraft der Feder und mit ihr die Spannung der Kette, welche durch sie hervorgebracht wird, im Verlauf der Bewegung fortwährend vermindert, wirkt sie dagegen auf die Schnecke am Ende eines immer grösseren Hebelarmes, und man begreift leicht, dass man die Form der Schnecke so bestimmen kann, dass eine genaue Compensation stattfindet, d. h. dass die Spannung der Kette immer dieselbe Wirkung ausübt, als wenn eine constante Kraft am Ende eines unveränderlichen Hebelarms wirkte. Die Rotationsbewegung, welche die Schnecke unter der Wirkung der Kette erhält, überträgt sich auf den übrigen Mechanismus durch Vermittlung des Zahnrads D, welches durch die Schnecke mit herumgedreht wird.

§. 183. Der Motor, von welcher Art er auch sei, ein Gewicht oder eine Feder, dreht, wie wir gesehen haben, eine Welle; ein Zahnrad, welches sich mit dieser Welle dreht, greift in ein anderes, kleineres Zahnrad oder in ein Trieb, das an einer zweiten Welle, parallel zur ersten, befestigt ist. Diese zweite Welle trägt ausserdem noch ein Zahnrad, welches wieder in ein Trieb eingreift, das an einer dritten Axe, welche dieselbe Richtung wie die vorhergehenden hat, befestigt ist, u. s. f. Wenn das Rad, welches an der ersten Axe sitzt, sechsmal so viel Zähne hat, als das Trieb, in welches es eingreift, so dreht sich die zweite Axe sechsmal so schnell als die erste; wenn ferner das Zahnrad an der zweiten Axe viermal so viel Zähne hat, als das zugehörige Trieb, so dreht sich die dritte Axe viermal so schnell als die zweite und folglich 24mal so schnell als die erste. In dieser Weise fortfahrend erkennt man, dass sich die Rotationsbewegung der ersten Welle mit immer grösserer Geschwindigkeit auf die zweite, dritte, vierte Welle überträgt, und dass das Verhältniss der Geschwindigkeiten zweier aufeinander folgender Axen stets dem Verhältniss der Zähnezahlen des Rades und des Triebes

gleich ist, welche die Bewegung von der einen auf die andere übertragen.

§. 184. Nachdem wir nun die Kraft, durch welche ein Uhrwerk in Bewegung gesetzt wird, sowie im Allgemeinen die Anordnung des Räderwerks in demselben kennen gelernt haben, bleibt uns noch übrig, zu zeigen, wie man diese Bewegung regulirt, sodass ein oder mehrere Zeiger, die sich über einem Zifferblatt befinden, eine gleichförmige Bewegung über dasselbe machen.

Wir haben oben bereits gesagt, dass, um eine gleichförmige Bewegung zu erhalten, fortwährend Gleichgewicht zwischen der bewegenden Kraft und den gesammten Widerständen hergestellt werden muss. Man kann diess erreichen, indem man an der letzten Axe des Mechanismus, derjenigen also, deren Geschwindigkeit am grössten ist, Flügel anbringt, welche während ihrer Bewegung die Luft vor sich herstossen müssen. Fig. 266 zeigt die Einrichtung, welche man den Flügeln gibt; sie sind, zwei an der Zahl, einander gewöhnlich direkt entgegengesetzt und bilden einfach eine dünne rechteckige Blechtafel A, welche in der Mitte ihrer Breite von einer Axe durchsetzt wird, mit welcher sie sich herumdrehen muss. Der Widerstand, welchen die Luft dieser Bewegung entgegensetzt, ändert sich proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit derselben (§. 148). Daraus folgt, dass am Beginn der Bewegung der Widerstand, welchen diese Flügel erfahren, noch sehr gering ist; die Kraft des Motors ist zu gross, als dass Gleichgewicht bestehen könnte, und die Geschwindigkeit nimmt daher zu. Diese Beschleunigung der Bewegung hat aber zugleich eine Vergrösserung des Widerstandes, welchen die Flügel erfahren, zur Folge, und die Maschine erreicht bald eine solche Geschwindigkeit, dass die Kraft den Widerständen gerade noch das Gleichgewicht hält. Von da ab ändert sich die Geschwindigkeit der Bewegung nicht mehr; diese bleibt also gleichförmig, so lange die Kraft die nämliche Stärke behält.

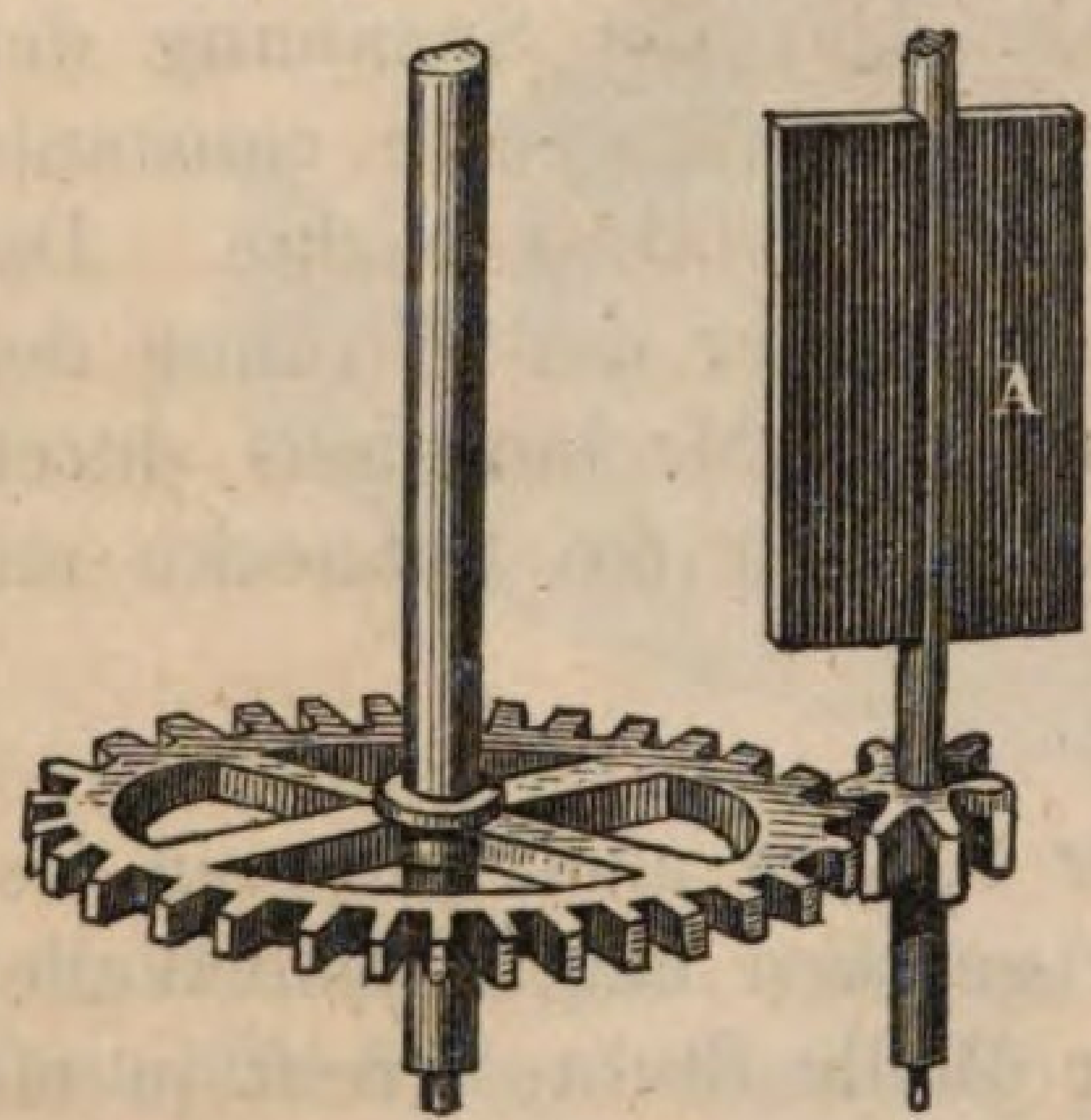


Fig. 266.

Die Natur des Widerstandes, der hier angewendet wird, um eine gleichförmige Bewegung zu erhalten, bietet, wie man sieht, einen wichtigen Vortheil dar, der darin besteht, dass seine Grösse von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängt. Wenn durch irgend eine Ursache die Geschwindigkeit zu gross würde, so wür-

den die Widerstände die Kraft überwiegen, und die Bewegung müsste sich wieder verzögern; wenn im Gegentheil die Geschwindigkeit einmal zu klein würde, so würde die Kraft ihrerseits grösser als die Widerstände werden, und die Bewegung müsste sich wieder beschleunigen. So gestattet die Anwendung des Widerstandes der Luft zur Regulirung der Bewegung eines Uhrwerks nicht allein, diese Bewegung gleichförmig zu machen, sondern sie veranlasst auch noch, dass diese Bewegung nur mit einer ganz bestimmten Geschwindigkeit stattfinden kann.

Diese bestimmte Geschwindigkeit, mit welcher die gleichförmige Bewegung eines Uhrwerks, dessen Bewegung durch den Widerstand der Luft regulirt wird, stattfindet, hängt offenbar von der Grösse der bewegenden Kraft ab; denn die Bewegung wird ja nicht eher gleichförmig, als bis der Widerstand, welchen die Luft den Flügeln entgegensetzt, vermehrt um die übrigen passiven Widerstände, dieser Kraft das Gleichgewicht zu halten vermag. Wenn also die Bewegung während einer gewissen Zeit mit unveränderter Geschwindigkeit fortgesetzt wird, muss während dieser ganzen Zeit die Kraft mit der nämlichen Stärke wirken. Diess ist der Fall, wenn man sich eines Gewichtes als Motor bedient; wenn man aber eine Feder anwendet, so ist es nothwendig, dieselbe erst durch Vermittlung einer Schnecke wirken zu lassen.

Obgleich das Mittel, welches wir eben angegeben haben, auf den ersten Anblick ganz ausgezeichnet erscheint, so liefert es doch keine Bewegung, die regelmässig genug wäre, um zum Messen der Zeit verwendet werden zu können. Die Luft, welcher die Flügel begegnen, bietet sich denselben nicht immer unter den nämlichen Umständen dar; die geringste Bewegung, welche in der benachbarten Luftmasse stattfindet, modificirt die Art und Weise, auf welche die Flügel in ihrer Bewegung verzögert werden. Andererseits stört die geringste Aenderung in der Grösse der bewegenden Kraft und in der Grösse der Reibung der verschiedenen Stücke an einander das Gleichgewicht, und in Folge dessen auch die Geschwindigkeit, die sich in der Weise verändert, dass das Gleichgewicht wieder hergestellt wird. Desshalb wendet man solche Mechanismen, deren Bewegung durch den Widerstand der Luft regulirt wird, nur zu solchen Zwecken an, für welche man keine so vollkommene Regelmässigkeit nöthig hat, als für das Messen der Zeit. Man bedient sich ihrer bei den Bratenwendern, ferner um die Pumpen der Carcel'schen Mimpen in Bewegung zu setzen, oder um die Wachsfiguren zu drehen, welche man in den Läden der Friseure ausgestellt

sieht, u. s. f. Ausserdem bedient man sich ihrer auch dann noch, wenn die Bewegung nur kurze Zeit dauern soll, wie in dem Apparat von Morin, der zum Beweis der Gesetze des freien Falls gehört (§. 101), und bei den registrirenden Instrumenten überhaupt. Mechanismen dieser Art werden endlich auch bei den Thurmuhren zur Bewegung desjenigen Theils ihres Werks angewandt, den man das Schlagwerk nennt. In mehreren der genannten Fälle bedient man sich eines Gewichts als Motor, und dann ist die Geschwindigkeit sehr nahe immer dieselbe; aber in vielen Fällen ist der Motor auch eine Feder, welche direkt auf das Räderwerk wirkt; dann ist zwar die Bewegung in jedem Augenblick vollständig regulirt, aber sie verzögert sich nach und nach, bis sie endlich ganz aufhört.

§. 185. Da man weder durch das Mittel, welches wir eben besprochen haben, noch durch irgend ein anderes eine hinreichend gleichförmige Bewegung hervorbringen kann, die zum Messen der Zeit dienen könnte, so ist man gezwungen, sich mit einer periodisch gleichförmigen Bewegung zu begnügen, deren Herstellung, obwohl auch grosse Schwierigkeiten darbietend, doch in sehr vollkommener Weise möglich ist. Zu diesem Zweck wendet man ein besonderes Stück an, das regelmässig oscillirt, und welches bei jeder Oscillation die Bewegung des Räderwerks vollständig hemmt. Dadurch wird die Bewegung desselben intermittirend, und die Zeiger, welche sich zur Bezeichnung der Zeit über einem Zifferblatt bewegen, drehen sich nicht continuirlich um ihre Axe, sondern gehen ruckweise vorwärts; freilich ist die Grösse, um welche sie bei jedem solchen Ruck ihren Platz verändern, gewöhnlich so klein, dass das freie Auge nichts davon bemerkt, und dass ihre Bewegung eine ausserordentlich langsame, continuirliche zu sein scheint. Nur wenn der Zeiger sich schnell auf dem Zifferblatt bewegt, wie derjenige, welcher die Secunden angibt, dann ist seine Bewegung merklich discontinuirlich.

Das oscillirende Stück, von dem wir eben gesprochen haben, und dessen Oscillationen dazu dienen müssen, die Bewegung des Räderwerks periodisch zu machen, trägt den Namen Regulator. Die Theile, welche dazu bestimmt sind, die Verbindung zwischen dem Räderwerk und dem Regulator herzustellen, und durch welche die Bewegung des ersteren bei jeder Oscillation des Regulators gehemmt werden muss, heissen die Hemmung (Echappement).

§. 186. Der erste Regulator, welcher für Wand- und Taschenuhren angewendet worden ist, besteht aus einem Rädchen von Metall, welches um eine Axe beweglich ist, auf welche es in

seinem Centrum befestigt wird. Dieses Rädchen, eine Art kleines Schwungrad, welches man mit dem Namen Unruh bezeichnet, nimmt jedoch nicht von selbst eine oscillirende Bewegung um seine Axe an, nachdem ihm ein anfänglicher Impuls ertheilt worden ist; diese Oscillationen werden erst durch die Wirkung des Motors selbst herorgebracht, welche sich durch Vermittlung des Räderwerks und der Hemmung auf die Unruh überträgt. Die Art und Weise, wie diess geschieht, soll die Fig. 267 verständlich machen,

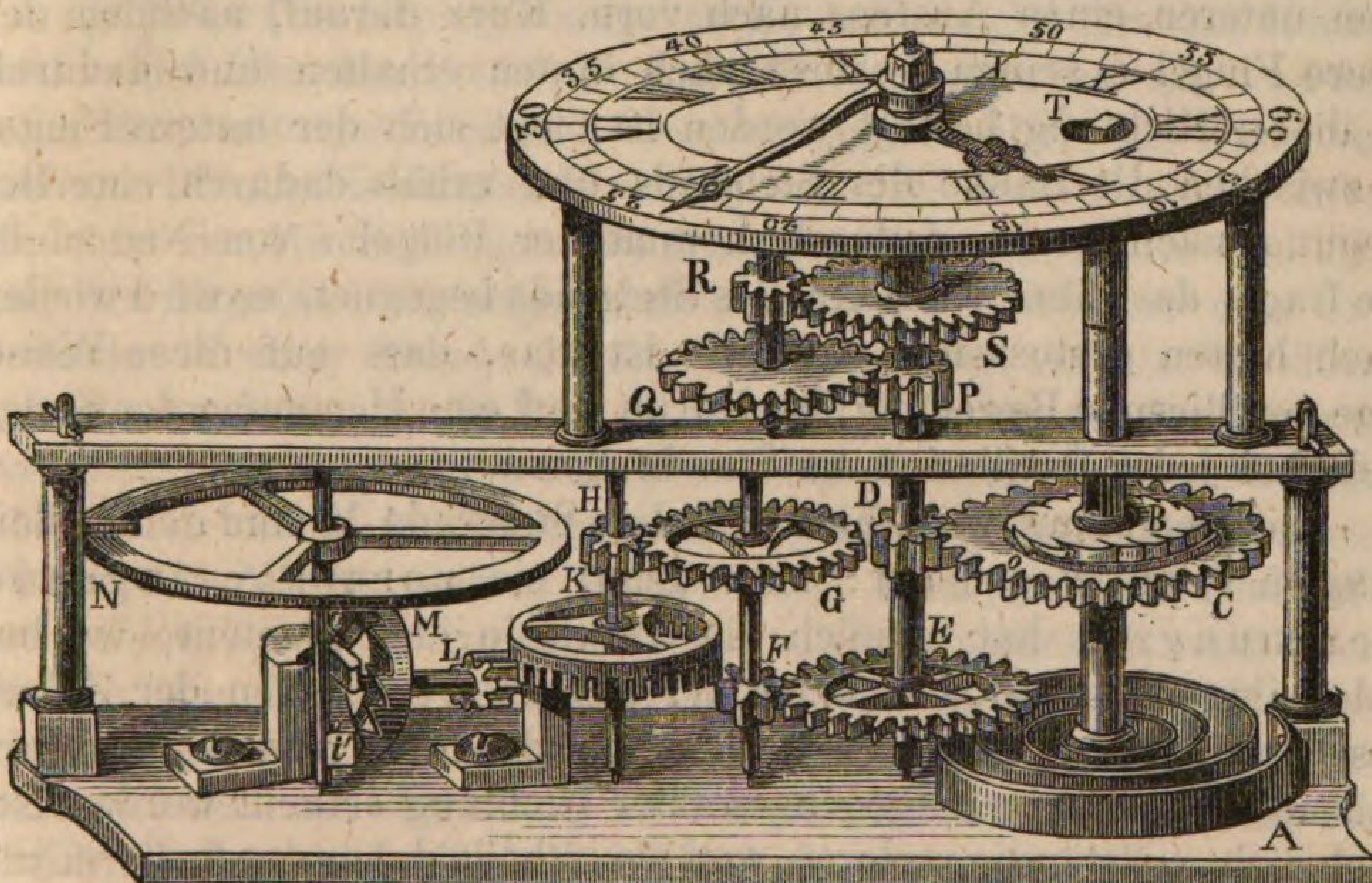


Fig. 267.

welche zu gleicher Zeit dazu bestimmt ist, die allgemeine Anordnung einer Uhr zu zeigen; diese Figur wurde in der Weise gezeichnet, dass man sich die Räder in der Höhenrichtung von einander entfernt und die Axen derselben in eine Ebene gelegt dachte, wodurch auf eine übersichtliche Art alle Einzelnheiten des Werks sichtbar werden.

Die Feder A, deren äusseres Ende festgehalten ist, sucht die Axe, mit welcher ihr inneres Ende in Verbindung steht, zu drehen. Diese Axe trägt ein Sperrrad B, welches durch Vermittlung der Sperrklinke *o* auf das Zahnrad C wirkt. Das Rad C bewegt das Trieb D und folglich auch das Rad E, das mit demselben auf einer Axe sitzt. Das Rad E treibt wieder das Trieb F und das Rad G, das seine Bewegung dem Trieb H mittheilt. Die Axe dieses Triebs bewegt mittelst des sogenannten Kronrades K und des Triebs L, welche wie konische Räder wirken, das Rad M um seine horizontale Axe. Vor diesem Rade M, dessen Zähne eine eigenthümliche Gestalt haben, und welches das Steigrad heisst,

geht die Axe des Regulators vorbei. Diese Axe ist mit zwei Flügeln *i* und *i'*, aus kleinen Blechstückchen gebildet, versehen, welche einen rechten Winkel mit einander bilden, und von welchem der eine in gleicher Höhe mit dem obersten, der andere in gleicher Höhe mit dem untersten Theil des Steigrades M an der Axe befestigt ist. Dieses Rad stösst während seiner Bewegung abwechselnd einmal gegen den einen und dann gegen den anderen dieser beiden Flügel und ertheilt dadurch dem oberen einen Impuls nach hinten, dem unteren einen Anstoss nach vorn. Kurz darauf, nachdem der obere Flügel *i* seinen Anstoss nach hinten erhalten und dadurch in dieser Richtung bewegt worden ist, legt sich der untere Flügel *i'* zwischen die Zähne des Steigrads und erhält dadurch eine Bewegung nach vorn; dadurch kommt der Flügel *i* von Neuem in die Lage, dass ihm ein Zahn des Steigrads begegnet, er wird wieder nach hinten gestossen u. s. w. Es ist klar, dass auf diese Weise eine oscillirende Bewegung der Unruh und eine Hemmung des Steigrads bei jeder Oscillation zu Stande kommt.

Die Hemmung wird hier von dem Steigrade M und den beiden Flügeln *i* und *i'* gebildet: man nennt sie zurückspringende Hemmung; es hat nämlich die Unruh in dem Moment, wo bei jeder ihrer Oscillationen einer der Flügel gegen einen der Zähne des Steigrades stösst, ihre Bewegung, die ihr durch den vorhergehenden Impuls in entgegengesetzter Richtung ertheilt worden ist, noch nicht vollständig verloren, und sie ertheilt daher durch Vermittlung dieses Flügels dem Steigrad in entgegengesetzter Richtung seiner Bewegung einen Anstoss, der dieses Rad zurückspringen macht. Die Axe der Unruh mit den beiden Flügeln heisst die Spindel, und desshalb erhalten die Taschenuhren, die mit dieser Hemmung versehen sind, den Namen Spindeluhren. Die Bewegung ist jedoch durch die Anwendung der Unruh mit der zurückspringenden Hemmung nur in unvollkommener Weise regulirt. Jede Oscillation, welche die Unruhe macht, wird ihr durch die Wirkung eines Zahns des Steigrads auf einen der Flügel mitgetheilt; diese Oscillation findet daher mit einer grösseren oder geringeren Schnelligkeit statt, je nachdem der von den Zähnen auf die Flügel ausgeübte Druck von grösserer oder geringerer Stärke ist. Die Aenderungen, welche in der Grösse der bewegenden Kraft vorkommen können, und welche nothwendig vorkommen müssen, wenn man eine Feder ohne Schnecke anwendet, sowie diejenigen Aenderungen, welche sich in der Grösse der Reibung der verschiedenen Stücke aneinander geltend machen, Aenderungen, welche besonders durch Verdickung des zum Schmieren angewendeten Oels hervorgerufen werden, sind ebenso viele

Ursachen, welche bewirken, dass die Flügel nicht immer denselben Impuls erhalten, und dass folglich die aufeinanderfolgenden Oscillationen der Unruh nicht von gleicher Dauer sind. Damit die Art Regulirung, welche wir eben angegeben haben, angewendet werden kann, ist es nothwendig, dass die bewegende Kraft so constant als möglich ist, und dass die Reibung, welche sich während der ganzen Dauer der Bewegung entwickelt, eine grosse Gleichförmigkeit besitzt.

§. 187. Die Fig. 267 zeigt noch, auf welche Art das Räderwerk einer Uhr den Stunden- und Minutenzeiger um ein und dieselbe Axe mit verschiedener Geschwindigkeit über das Zifferblatt bewegt. Die Axe des Rades E verlängert sich nach oben; an ihrem Ende ist der Minutenzeiger festgemacht. Es müssen also die Feder und der Regulator so angeordnet sein, dass diese Axe eine Umdrehung in einer Stunde macht. Auf derselben Axe ist ein Trieb befestigt, welches in ein Rad Q eingreift; die Axe des Rads Q trägt ausserdem ein Trieb R, welches das Rad S bewegt. Dieses letztere Rad ist an einem hohlen Cylinder befestigt, innerhalb welchem sich die Axe des Minutenzeigers frei bewegen kann; an dem Ende dieses hohlen Cylinders ist der Stundenzeiger angebracht. Auf diese Weise können sich die beiden Zeiger um ein und dasselbe Centrum mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen. Das Trieb P hat 8 Zähne, während das Rad Q 24 hat; der Minutenzeiger macht also drei Umdrehungen, während das Rad Q eine macht. Ferner hat das Trieb R 8 Zähne, das Rad S aber 32, sodass das Rad Q vier Umdrehungen vollendet, während das Rad S nur eine einzige macht. Während also der Minutenzeiger 12 Umdrehungen macht, dreht sich das Rad S ein einzigesmal herum und ertheilt also dem hohlen Cylinder, auf welchen der Stundenzeiger gesteckt ist, die passende Geschwindigkeit.

Der ganze Theil des Uhrwerks, welcher aus den vier Rädern und Trieben P, Q, R, S, sowie aus den beiden Zeigern, dem Stunden- und Minutenzeiger, besteht, erhält seine Bewegung allein durch die Axe des Rades E. Die Uebertragung der Bewegung von dieser Axe auf jenen Mechanismus, der sich unmittelbar unter dem Zifferblatt befindet, geschieht aber auf eine solche Art, dass man die Zeiger bewegen (richten) kann, ohne das Rad E mitzudrehen. Zu diesem Zweck sind statt einer einzigen Axe, welche das Rad E, die Triebe D und P und den Minutenzeiger trägt, deren zwei, in einer geraden Linie gelegene vorhanden, von denen die eine am Ende der andern angebracht ist; die untere dieser beiden Axen trägt das Rad E und das Trieb D; die andere das Trieb P und den Minu-

tenzeiger. Die erstere Axe ist an ihrem Ende hohl, und in ihre Höhlung ist das Ende der anderen Axe gesteckt, sodass sich dieselbe nur mit einiger Reibung in dieser Höhlung drehen kann. Wenn sich folglich eine dieser Axen dreht, so nimmt sie die andere mit, vorausgesetzt dass letztere nicht einen Widerstand erfährt, der zu gross ist, als dass er von jener Reibung überwunden werden könnte. Wenn sich das Rad E dreht, so nimmt es das Trieb P und die beiden Zeiger mit fort, weil die Bewegung derselben nur einen geringen Widerstand darbietet; aber wenn man im Gegentheil die Zeiger richten will, indem man direkt den Minutenzeiger dreht, so nimmt die Axe dieses Zeigers die Axe des Rades E in seiner Bewegung nicht mit, da sich zugleich mit dem Rade E der ganze übrige Uhrmechanismus bewegen müsste, und daher der Widerstand zu gross würde. Mit dem Minutenzeiger drehen sich folglich nur die Räder und Triebe P, Q, R, S und der Stundenzeiger, alle anderen Räder des Uhrwerks bleiben in Ruhe.

§. 188. Die Feder, welche das ganze Uhrwerk (Fig. 267) in Bewegung setzt, kann nicht unaufhörlich wirken. Wenn sie sich abgespannt hat, ist es nothwendig, sie von Neuem zu spannen, wenn die Bewegung fortdauern soll. Dieses Geschäft nennt man das Aufziehen der Uhr. Man steckt dabei über das quadratische Ende T der Axe, an welcher die Feder A mit ihrem inneren Ende befestigt ist, einen Schlüssel und dreht mit Hülfe desselben diese Axe in entgegengesetztem Sinn, in welchem sie gewöhnlich von der Wirkung der Feder gedreht wird. Wenn das Rad C mit dieser Axe fest verbunden wäre, so müsste es sich auch während des Aufziehens mit ihr drehen, und es würde daher der ganze Mechanismus mit Inbegriff der Zeiger in die rückgängige Bewegung jener Axe mit hineingezogen werden. Damit diess nicht geschieht, ist das Rad C auf die Axe der Feder A nur lose aufgeschoben und erhält seine Bewegung von dieser Axe erst durch Vermittlung eines Sperrrads B und der Sperrklinke *o*, von welchen das erstere an jener Axe, die letztere aber an dem Rade C festgemacht ist und durch eine kleine Druckfeder fortwährend gegen das Sperrrad angedrückt wird. Auf diese Art wird das Rad C nur dann von seiner Axe mit fortgenommen, wenn diese der Wirkung der gespannten Feder folgt; wenn man dagegen, um die Uhr aufzuziehen, diese Axe in entgegengesetztem Sinne dreht, so wird blos das Sperrrad B mit herumgenommen, während seine Zähne nach und nach unter der Sperrklinke vorbeigehen und dadurch jenes eigenthümliche Geräusch verursachen, das Jedermann kennt. In Folge dieser Anord-

nung bleiben also sämmtliche Räder, und daher auch die Zeiger, während der ganzen Dauer des Aufziehens unbeweglich.

§. 189. Kehren wir nun wieder zur weiteren Betrachtung des Regulators zurück. Das Pendel wurde zuerst von Huyghens um's Jahr 1657 dazu angewandt, die Bewegung einer Uhr zu reguliren, und wie wichtig dieser Schritt war, geht schon daraus hervor, dass es erst von da an möglich wurde, die grosse Genauigkeit in der Zeitmessung zu erreichen, welche man von gut construirten Uhren verlangt. Wie grosse Sorgfalt man auch auf die Einrichtung des ganzen Mechanismus zu dem Zweck, dass der Regulator eine constante Einwirkung von Seite des Motors erfahre, verwenden mag, so ist diess doch immer nur unvollkommen erreichbar; es ist daher von der grössten Wichtigkeit, dass der Regulator die Eigenschaft habe, dass die Dauer seiner Oscillationen in keiner Weise von der Stärke dieser Einwirkungen beeinflusst wird. Diess ist aber eben bei dem Pendel der Fall, dessen Schwingungen, vorausgesetzt, dass sie nur klein sind, eine von ihrer Grösse unabhängige Dauer haben. Wenn die Grösse der Schwingungen eines Pendels, das als Regulator gebraucht wird, durch die ungleiche Einwirkung des Motors auch bald etwas grösser, bald etwas kleiner werden, so bleibt doch ihre Dauer, wenigstens sehr nahezu, dieselbe, und sie eignen sich daher in hohem Grade dazu, die Bewegung eines Uhrwerks zu reguliren. Uebrigens ist diess jedoch kein Grund, weniger Sorgfalt darauf zu verwenden, dass die Wirkung des Motors auf den Regulator so gleichförmig als möglich sei, wenn man einen sehr grossen Grad von Vollkommenheit in dem Maass der Zeit erreichen will.

Das Pendel wird mit dem Räderwerk der Uhr gewöhnlich durch die sogenannte Ankerhemmung in Verbindung gesetzt. Diese Hemmung ist im Wesentlichen in Fig. 268 dargestellt und soll nun näher beschrieben werden. Ein Stück ABC, der Anker genannt, ist an einer horizontalen Axe D befestigt und erhält durch Vermittlung derselben von dem Pendel eine oscillirende Bewegung um diese Axe. Zwischen seinen Enden A und C befindet sich ein Rad E, das Steigrad, welches an der letzten Welle des Uhrwerks befestigt ist, und welches der Motor fortwährend zu drehen sucht. Die Zähne dieses Rades berühren abwechselnd die untere Seite A*m* des Theiles A des Ankers und die obere Seite *p* des Theiles B. Diese beiden Seiten sind nach concentrischen Kreisbögen, deren Mittelpunkt in der Axe D liegt, abgeschnitten, sodass während der ganzen Zeit, in welcher ein Zahn des Rades E mit einem der Enden des Ankers in Berührung ist, dieser Zahn und somit das ganze Rad vollkommen unbeweglich bleibt. Es findet hier also gerade das Gegentheil von dem

statt, was bei der zurückspringenden Hemmung vor sich geht, wo der betreffende Zahn des Steigrads sich fortwährend bewegt, obgleich er in Berührung mit dem Flügel ist, welcher ihn zu hemmen sucht. Man nennt desshalb die Ankerhemmung auch **ruhende Hemmung**.

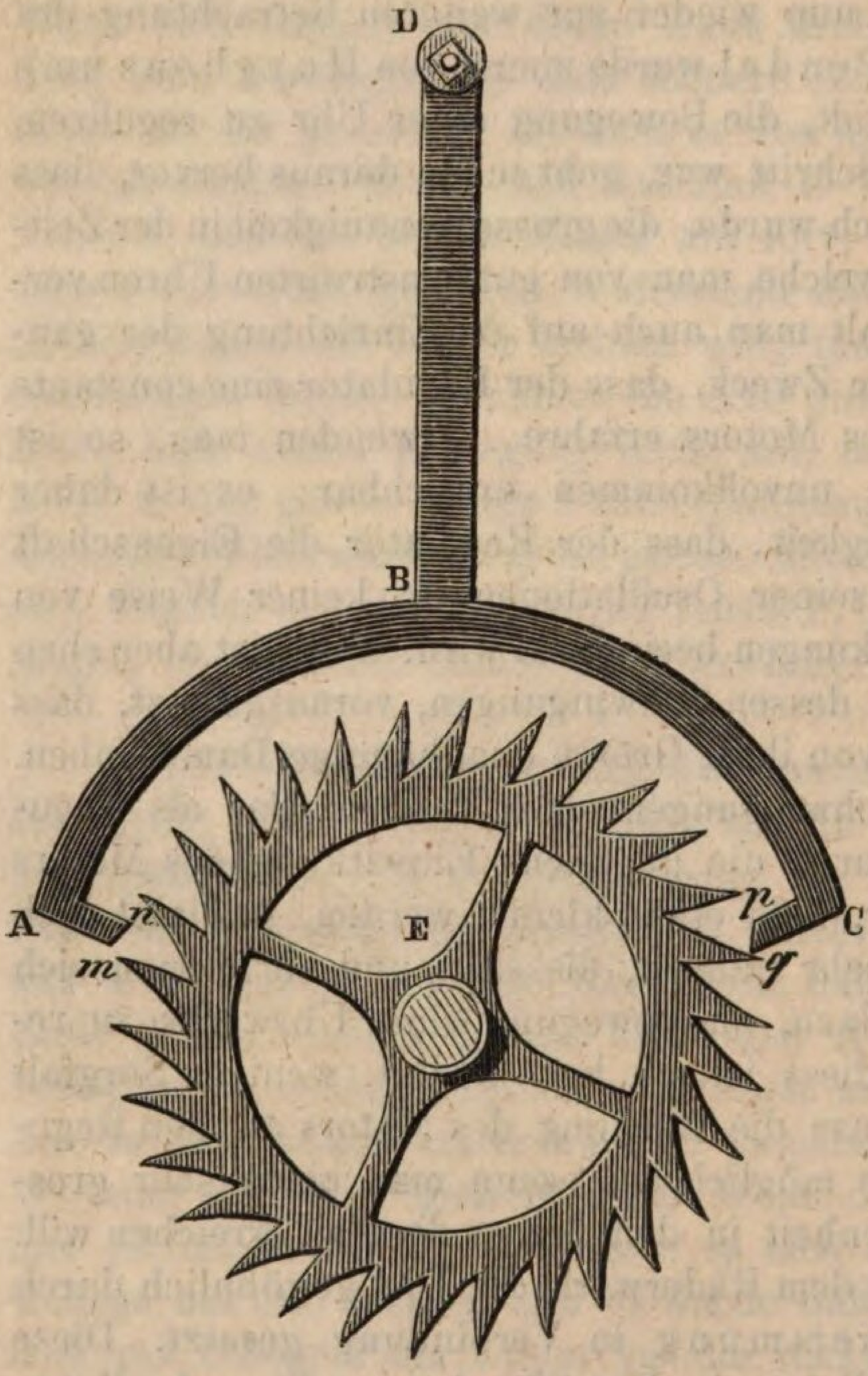


Fig. 268.

Die beiden Enden A und C des Ankers zeigen zunächst dem Rade E zwei Flächen *mn* und *pq*, welche in entgegengesetztem Sinne geneigt sind, und auf welchen die Zähne des Rades in dem Augenblick, wo sie ausgelöst werden, gleiten müssen. Während dieses Gleiten stattfindet, übt der betreffende Zahn gegen den Anker einen Druck aus, der die Geschwindigkeit desselben zu beschleunigen sucht; das Pendel, das in diesem Augenblick eben eine neue Schwingung begonnen hat, erhält also durch Vermittlung des Ankers einen Impuls, der sich bei jeder neuen Schwingung wiederholt und auf diese Weise die Fortdauer der Schwingungen ermöglicht. Ohne jene zwei kleinen schiefen Ebenen würde die Grösse der Schwingungen des Pendels fort und fort abnehmen. Der Widerstand der Luft, die Reibung an der Aufhängeaxe, sowie die Reibung der Zähne des Steigrads auf den entsprechenden Flächen A*m* und *p* des Ankers würden nach kurzer Zeit die Schwingungen des Pendels so klein machen, dass die Zähne des Steigrads nicht mehr vorbei könnten, und die Uhr stehen bleiben müsste.

Die Fig. 269 zeigt, auf welche Art der Anker mit dem Pendel in Verbindung gesetzt ist. Die horizontale Axe D, an welcher er befestigt ist, trägt am Ende einen Stab F, welcher sich unten in

eine horizontale Gabel G umbiegt. Zwischen den Armen dieser Gabel geht die Stange des Pendels hindurch, sodass dasselbe nicht schwingen kann, ohne zugleich den Anker mitzunehmen.

Bei der zurückspringenden Hemmung wirkt der Motor fortwährend auf den Regulator, um dessen Bewegung zu modificiren; bei der Ankerhemmung dagegen ist der Einfluss des Motors auf den Regulator grösstentheils verschwunden. Dieser Einfluss besteht nur noch in der Reibung der Zähne des Steigrads auf den Seitenflächen des Ankers, die jedoch fast zu Null gemacht werden kann, und in den Impulsen, welche der Anker von den Zähnen in dem Moment erhält, wo sie ihn verlassen. Verbindet man damit die werthvolle Eigenschaft des Pendels, welche oben bereits genannt worden ist, so wird man einsehen, wie es möglich ist, den Grad der Vollkommenheit zu erreichen, den die Uhren als Zeitmesser heut zu Tage besitzen.

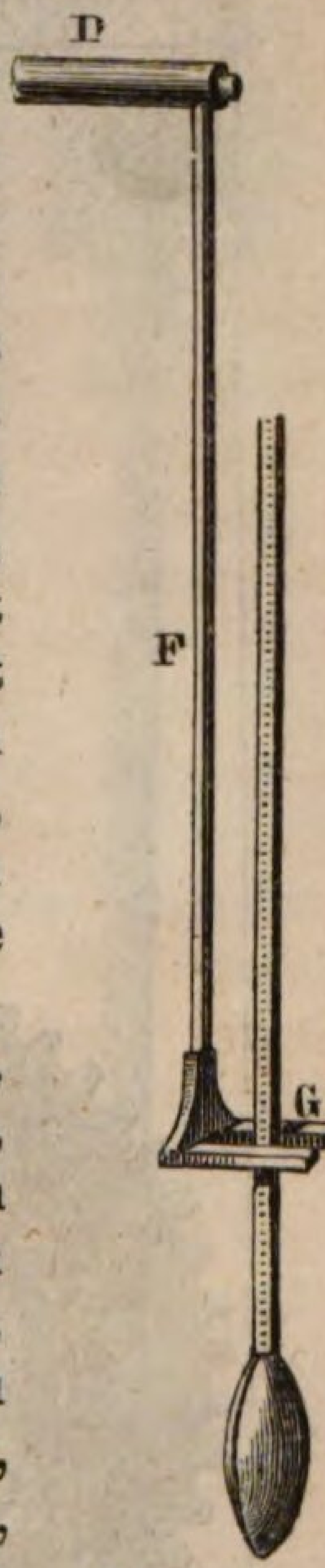


Fig. 269.

Die Dauer, welche jede Schwingung des Pendels, welches als Regulator einer Uhr dient, haben muss, ist durch die Verbindung bestimmt, welche zwischen dem Minutenzeiger und dem Steigrade besteht. Um also auf den Gang einer Uhr einwirken zu können, um sie so richten zu können, dass sie weder zu schnell noch zu langsam geht, ist es nothwendig, dass man dem Pendel die richtige Länge geben kann, damit es seine Schwingungen genau in der gehörigen Zeit ausführt. Zu dem Ende ist die Linse des Pendels an dem Stabe nicht völlig festgemacht, sondern kann längs desselben verschoben und am passenden Orte mittelst einer Klemmschraube festgestellt werden. Wenn die Uhr zu schnell geht, so kommt diess daher, dass die Schwingungsdauer des Pendels zu kurz ist; man wird folglich dieselbe verlängern, indem man die Länge des Pendels durch Senken der Linse grösser macht. Wenn im Gegentheil die Uhr zu langsam geht, so wird die Linse gehoben.

§. 190. Die Figuren 270 und 271 zeigen eine Uhr, deren Bewegung durch ein Pendel mit Ankerhemmung regulirt ist. Das bewegende Gewicht A wirkt am Ende einer Schnur, welche um die Rolle B geschlungen ist. Es sucht folglich diese Rolle zu drehen und mit dieser das Zahnrad C. Dieses greift in ein Trieb D, dessen Axe ein zweites Rad E trägt; in dieses Rad greift ein Trieb F, auf dessen Axe ein drittes Rad G befestigt ist; dieses dritte Rad

greift nun seinerseits wieder in das Trieb H, auf dessen Axe sich ein viertes Rad K befindet; das Rad K endlich greift in das Trieb

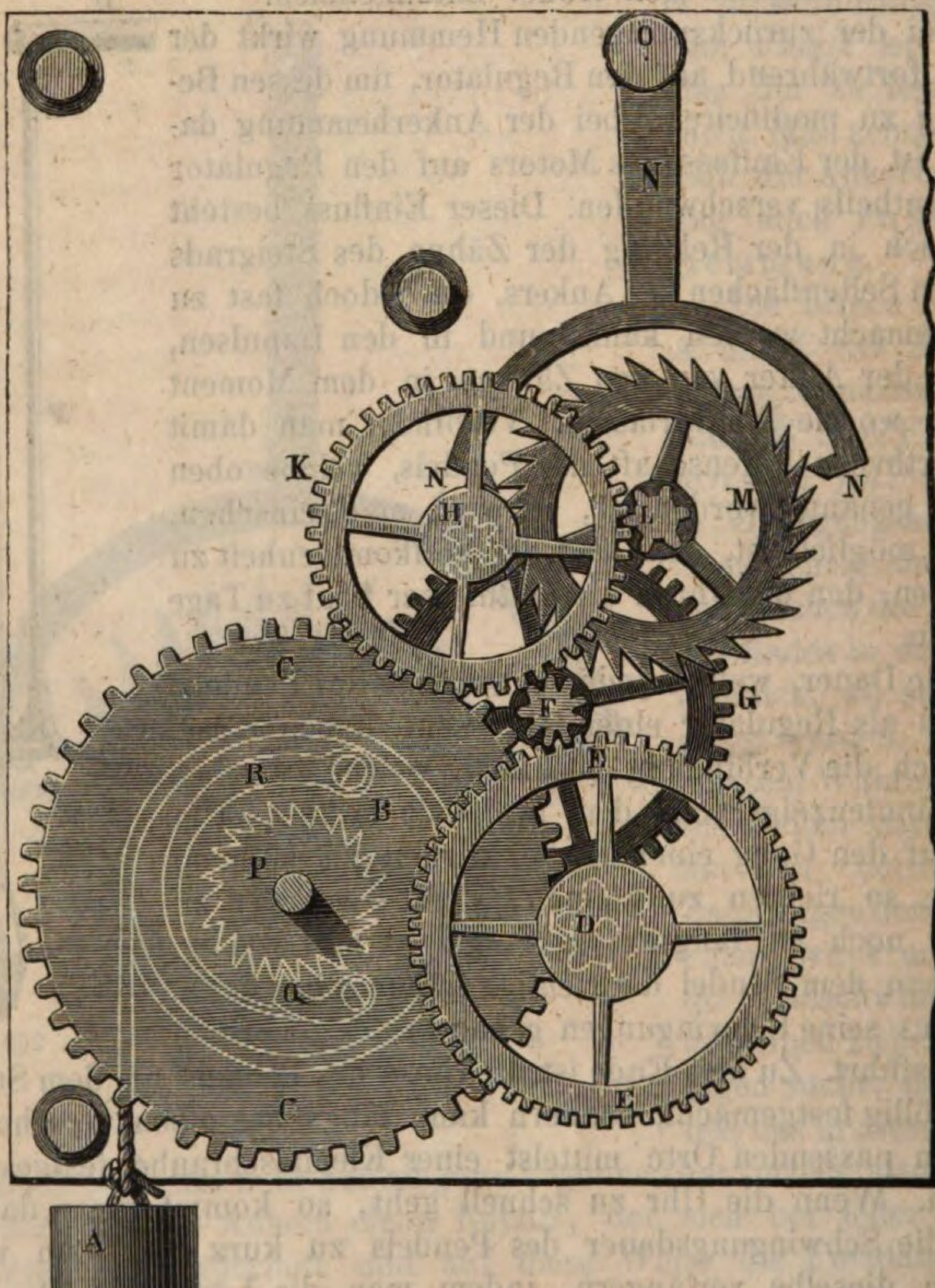


Fig. 270.

L, dessen Axe das Steigrad M trägt. Der Anker NN, der um die Axe O beweglich ist, umfasst den oberen Theil des Steigrades M. Die Axe O (Fig. 271) trägt einen Stab S, welcher sich unten in eine Gabel T endigt. Zwischen den Armen dieser Gabel geht der Stab UU des Pendels hindurch, dessen Linse V ist. Das Pendel ist an zwei kurzen Streifen dünner Stahlfedern X, X aufgehängt, welche sich leicht in dem einen oder anderen Sinne biegen, je nachdem das Pendel schwingt.

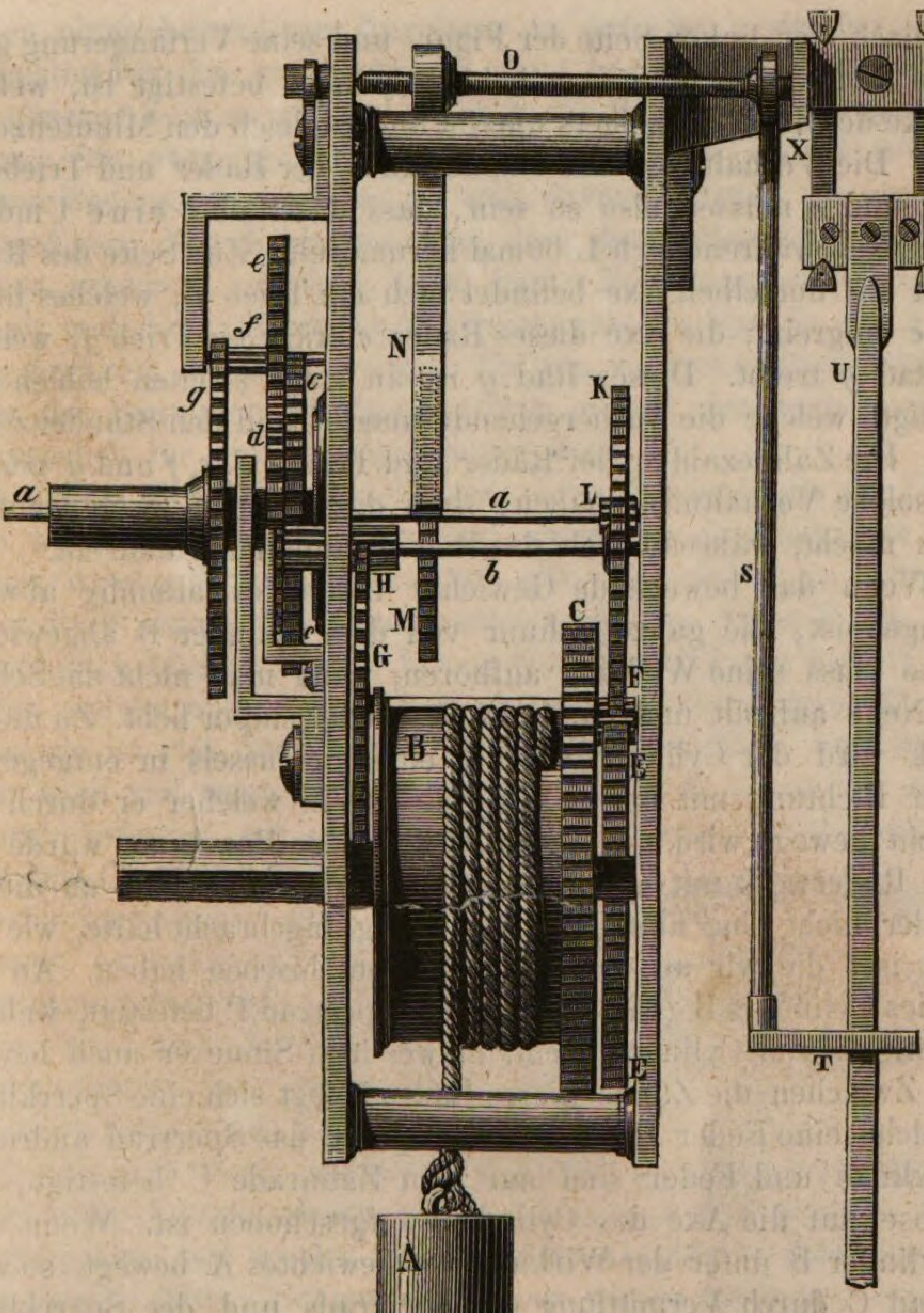
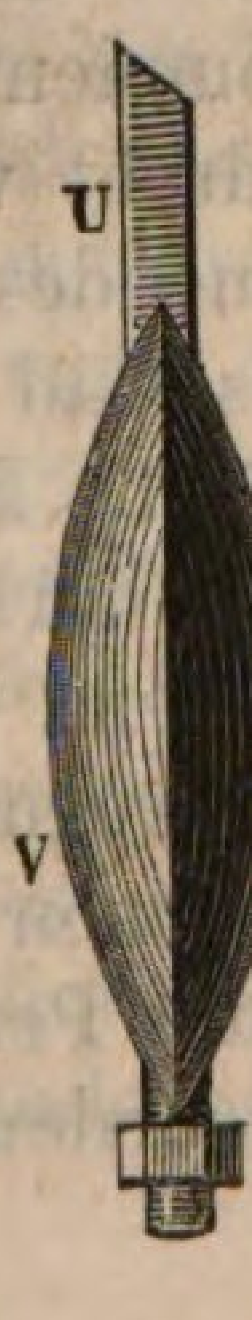


Fig. 271.



Das Pendel hat eine solche Länge, dass die Dauer jeder seiner Oscillationen genau eine Secunde beträgt. Desshalb ist auf der Axe *a* des Steigrades (Fig. 271) der Secundenzeiger befestigt. Das Steigrad trägt 30 Zähne, und weil zwei Schwingungen des Pendels nöthig sind, damit ein Zahn den Platz des vorhergehenden einnimmt, so folgt daraus, dass der Secundenzeiger in 60 Secunden oder einer Minute einen Umgang macht. Das Trieb H, durch die Axe *b* des Rades K getragen, verlängert

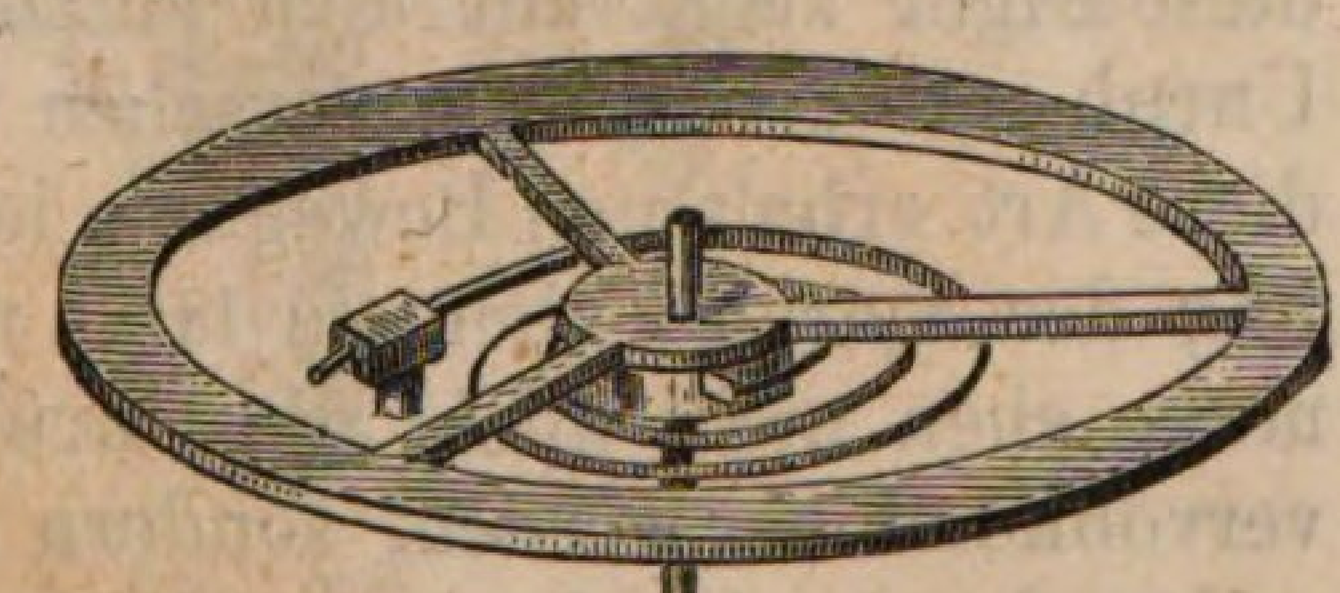
sich nach der linken Seite der Figur, und seine Verlängerung greift in ein Rad *c*, das auf einem hohlen Cylinder befestigt ist, welcher die Axe des Secundenzeigers umgibt und zugleich den Minutenzeiger trägt. Die Verhältnisse der Zähnezahlen der Räder und Triebe L, K, H und *c* müssen also so sein, dass das Rad *c* eine Umdrehung macht, während sich L 60mal herumdreht. Zur Seite des Rades *c* und auf derselben Axe befindet sich ein Trieb *d*, welches in ein Rad *e* eingreift; die Axe dieses Rades *e* trägt ein Trieb *f*, welches das Rad *g* treibt. Dieses Rad *g* ist an einer zweiten hohlen Axe befestigt, welche die vorhergehende umgibt und den Stundenzeiger trägt. Die Zähnezahlen der Räder und Triebe *d*, *e*, *f* und *g* müssen also solche Verhältnisse haben, dass das Trieb *d* zwölf Umdrehungen macht, während sich das Rad *g* einmal herumdreht.

Wenn das bewegende Gewicht, indem es allmälig abwärts gegangen ist, die ganze Schnur von dem Cylinder B abgewickelt hat, so muss seine Wirkung aufhören, wenn man nicht die Schnur auf's Neue aufrollt und das Gewicht wieder empor hebt. Zu diesem Zweck wird der Cylinder mittelst eines Schlüssels in entgegengesetzter Richtung mit derjenigen gedreht, in welcher er durch das Gewicht bewegt wird. In diese rückgängige Bewegung würde das ganze Räderwerk mit hineingezogen werden, wenn man an diesem Cylinder nicht eine ähnliche Vorrichtung angebracht hätte, wie diejenige ist, die wir an der Figur 267 beschrieben haben. An der Axe des Cylinders B (Fig. 270) ist ein Sperrrad P befestigt, welches sich mit diesem Cylinder dreht, in welchem Sinne er auch bewegt wird. Zwischen die Zähne dieses Rades P legt sich eine Sperrklinke Q, welche eine Feder R fortwährend gegen das Sperrrad andrückt. Sperrklinke und Feder sind auf dem Zahnrade C befestigt, das nur lose auf die Axe des Cylinders aufgeschoben ist. Wenn sich der Cylinder B unter der Wirkung des Gewichtes A bewegt, so wird das Rad C durch Vermittlung des Sperrrads und der Sperrklinke mitgenommen; wenn aber der Cylinder in entgegengesetzter Richtung gedreht wird, um das Gewicht wieder zu heben, so gleiten die Zähne des Sperrrads nach und nach unter der Sperrklinke weg, und das Rad C wird nicht mitbewegt.

§. 191. Die Vortheile, welche die Anwendung des Pendels als Regulator darbietet, erstrecken sich ausschliesslich auf feststehende Uhren, denn es ist wohl klar, dass die verschiedenen, oft plötzlichen Bewegungen, welche die Taschenuhren zu erleiden, und die verschiedenen Lagen, welche sie einzunehmen haben, die Oscillationen des Pendels und damit das Spiel der Hemmung vollständig stören würden. Man war daher darauf bedacht, für die Taschen-

uhren einen besonderen Regulator zu erdenken, welcher mit der Beweglichkeit des ganzen Werks nicht unvereinbar wäre, und der zu gleicher Zeit so gut als möglich die Vortheile des Pendels besässe. Die oben (§. 186) beschriebene Unruhe genügt wohl der ersten Bedingung, aber sie ist weit davon entfernt, die zweite zu befriedigen. Wir haben gesehen, dass dieser Regulator nicht von selber schwingt, sondern seine ganze Bewegung von dem Motor erhält und daher in seinen Schwingungen die Spuren der Aenderung der Kraft des Motors zeigt. Es war wiederum Huyghens, welcher den Regulator für Taschenuhren erfand, der heute noch ausschliesslich für dieselben gebraucht wird.

Dieser Regulator besteht aus nichts Anderem als der Unruhe, von welcher wir oben gesprochen haben, versehen mit einer Spiralfeder, welche ihr die Eigenschaft gibt, von selber zu schwingen, ohne die Wirkung des Motors nöthig zu haben. Diese Feder, welche gewöhnlich blos die Spirale heisst, hat dieselbe Form wie die Motorfeder, welche oben beschrieben und in Fig. 263 dargestellt wurde; aber sie ist viel dünner, fast so fein wie ein Haar, und hat folglich auch viel weniger Kraft. Ihr inneres Ende ist an der Axe der Unruh befestigt, wie es Fig. 272 zeigt, während ihr äusseres Ende mit dem Gestell der Uhr in fester Verbindung steht. Die Spirale nimmt natürlich eine gewisse Gleichgewichtsform an; wenn man die Unruh in dem einen oder anderen Sinn bewegt, so wird die Spirale aus dieser Form


Fig. 272.

gebracht und sucht, wieder freigelassen, in Folge ihrer Elasticität ihre vorige Gestalt wieder einzunehmen und die Unruh in ihre ursprüngliche Lage wieder zurückzuführen. Aber in dem Moment wo die Spirale ihre Gleichgewichtsgestalt wieder annimmt, besitzt die Unruh eine gewisse Geschwindigkeit, in Folge deren sie fortfährt, sich in demselben Sinne zu drehen; die Spirale wird dadurch gezwungen, ihre Gestalt im entgegengesetzten Sinn von vorher zu ändern und setzt folglich der Unruh einen immer mehr wachsenden Widerstand entgegen, der sie bald zur Ruhe bringt. Die Spirale aber fährt fort, auf die Unruh zu wirken, und führt dieselbe von Neuem in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurück; diese wird jedoch wieder überschritten u. s. w. Die mit einer Spirale versehene Unruh schwingt also, nachdem ihre Gleichgewichtslage gestört worden ist, von einer Seite derselben auf die andere in ähnlicher Weise, wie ein Pendel von einer Seite der Vertikalen auf die andere schwingt.

Gewissermassen ist also die Spirale an der Unruh dasselbe, was die Schwere bei dem Pendel. Es ist ausserdem wichtig zu bemerken, dass die Dauer der Schwingungen der Unruh, vorausgesetzt dass die Spirale richtig construirt ist, von der Amplitude dieser Schwingungen unabhängig ist.

§. 192. Zur vollständigen Regulirung des Uhrwerks reicht es jedoch nicht aus, dass die Dauer der Schwingungen, welche eine mit einer Spirale versehene Unruh macht, wenn sie ungehindert und frei schwingen kann, unabhängig von der Grösse dieser Schwingungen ist; es ist ausserdem noch nothwendig, dass die Hemmung so sei, dass die Unruh der Einwirkung des Motors so viel als möglich entzogen ist, einer Einwirkung, welche die Dauer der Schwingungen ungleich modificiren würde, je nachdem sie kräftiger oder weniger kräftig wäre.

Man hat lange Zeit hindurch, und bei den sogenannten Spindeluhren geschieht diess noch, die zurückspringende oder die Hemmung mit Flügeln angewandt, welche wir schon in Fig. 267 kennen gelernt haben. In diesem Fall ist der Theil des Mechanismus, der zur Regulirung der Bewegung dient, genau so eingerichtet, wie es diese Figur zeigt, mit dem einzigen Unterschied, dass die Axe der Unruh mit der Spirale versehen ist. Die Regelmässigkeit der auf diese Art erhaltenen Bewegung ist wohl grösser, als ohne Anwendung der Spirale; aber sie lässt noch viel zu wünschen übrig. Es muss eben nicht allein die Unruh durch Hinzufügung der Spirale vervollkommnet werden, sondern es ist auch nöthig, die Hemmung selbst durch eine bessere zu ersetzen. Wir wollen nun die wichtigsten von den Hemmungen, welche man an der Stelle der zurückspringenden anwendet, und durch welche in der That eine hohe Vollkommenheit in dem Messen der Zeit erreicht worden ist, näher betrachten.

Zunächst ist hier wieder die Ankerhemmung zu nennen. Man hat nämlich mit der Axe der Unruh ein ganz ähnliches Stück, Anker genannt, verbunden, wie wir es oben in §. 189 bei den Pendeluhren beschrieben haben. Dasselbe schwingt mit der Unruh in horizontaler Richtung hin und her, und seine Enden greifen in ein ebenfalls horizontal liegendes Steigrad, das ganz ähnlich wie bei den Pendeluhren gestaltet ist. Die Art der Wirksamkeit dieser Hemmung ist ganz die nämliche wie bei den Pendeluhren, und wir können daher in dieser Beziehung auf das im §. 189 Gesagte verweisen. Taschenuhren, die mit dieser Hemmung versehen sind, heissen gewöhnlich Ankeruhren.

In den jetzt fast allgemein in Gebrauch gekommenen flachen Taschenuhren, die gewöhnlich Cylinderuhren heissen, ist die sogenannte Cylinderhemmung angebracht. Die Axe der Unruh, anstatt wie bei der zurückspringenden Hemmung zwei Flügel zu tragen, ist auf einem Theil ihrer Länge in besonderer Weise eingeschnitten. Die Fig. 273 zeigt die Form, welche man ihr gibt.

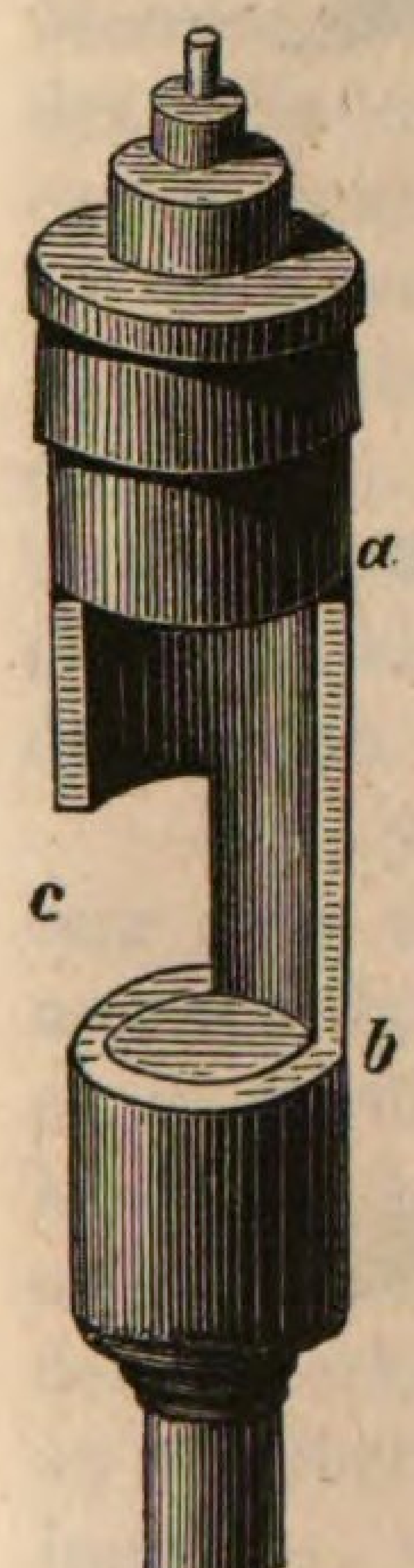
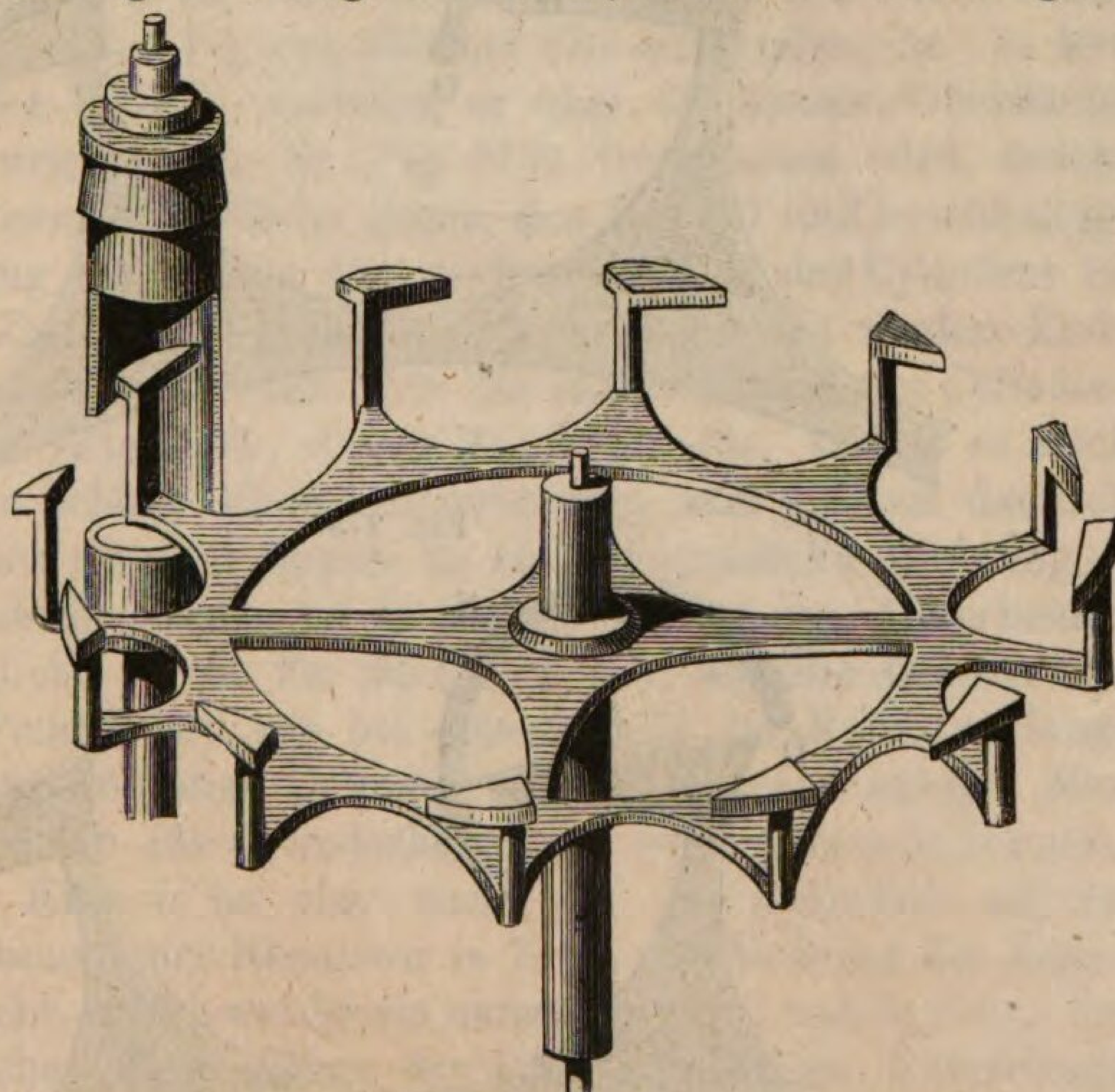


Fig. 273.


Fig. 274.

Der Theil *ab* ist auf einen halb aufgeschnittenen hohlen Cylinder reducirt, in dessen unteren Theil noch ein weiterer Einschnitt *c* angebracht ist. Der über diesem Einschnitt noch vollständig vorhandene Halbcylinder spielt die wichtigste Rolle bei der Hemmung. Das letzte Rad des Uhrwerks, das Steigrad, ist in einer zur Axe der Unruh senkrechten Ebene gelegen, und seine vertikal aufwärts gebogenen Zähne greifen in den aufgeschnittenen Cylinder, den sogenannten Tambour, welchen jene Axe trägt (Fig. 274). Die Figuren 275 und 276 zeigen, wie dieser Cylinder abwechselnd die Zähne des Steigrades anhält und dann wieder vorbeigehen lässt. In Folge der Schwingungen der Unruh dreht sich der Tambour A um das Centrum B bald in dem einen, bald in dem anderen Sinn. In Fig. 275 trifft eben ein Zahn mit seiner Spitze gegen die äussere Oberfläche des Tambours und wird folglich so lange angehalten, als er mit dieser Oberfläche in Berührung bleibt; aber bald nimmt der Tambour die in Fig. 276 dargestellte Stellung ein, und

derselbe Zahn C, welcher unterdessen unter der Wirkung des Motors ein Stück weiter gehen konnte, trifft nun gegen die innere

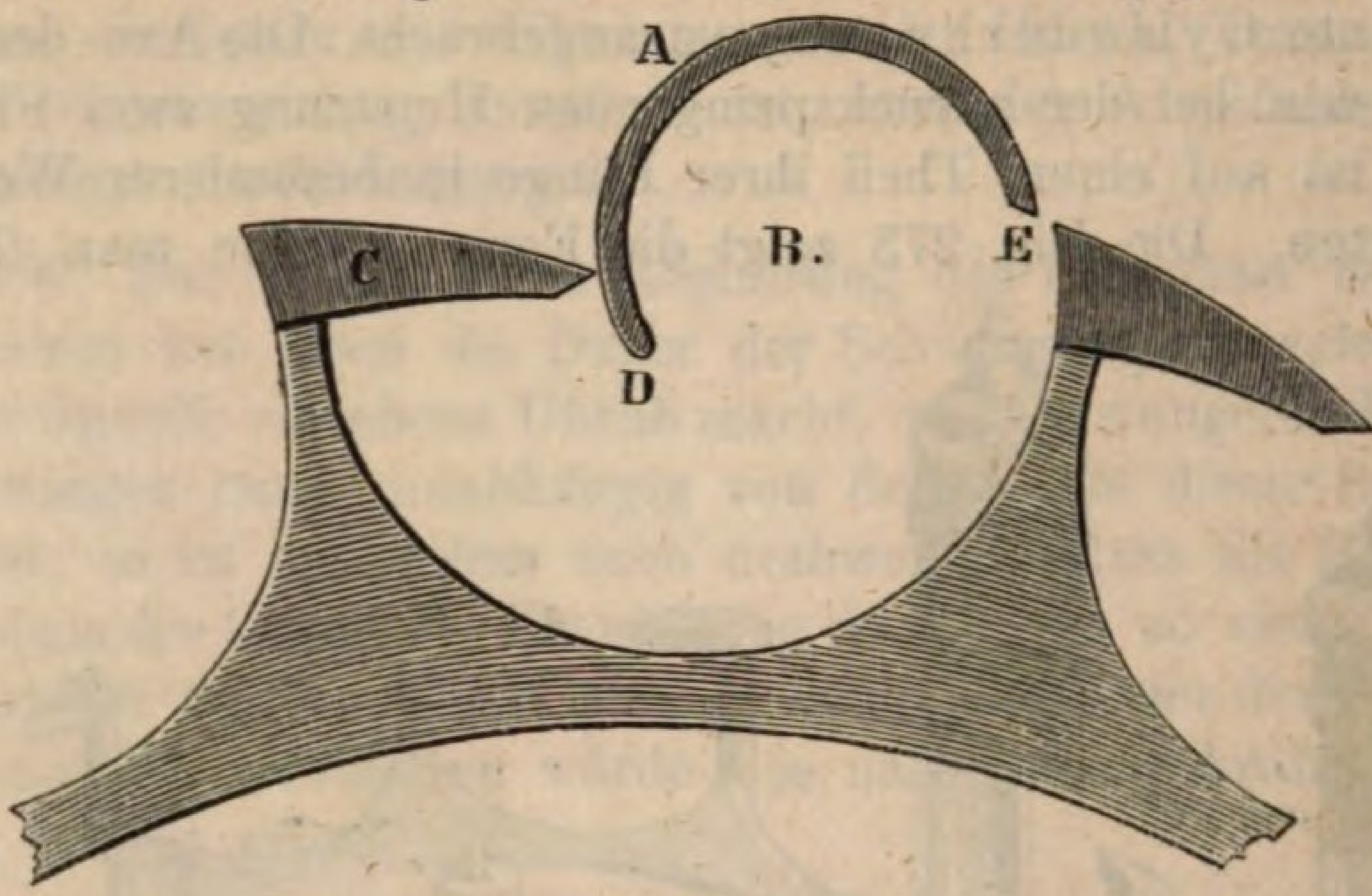


Fig. 275.

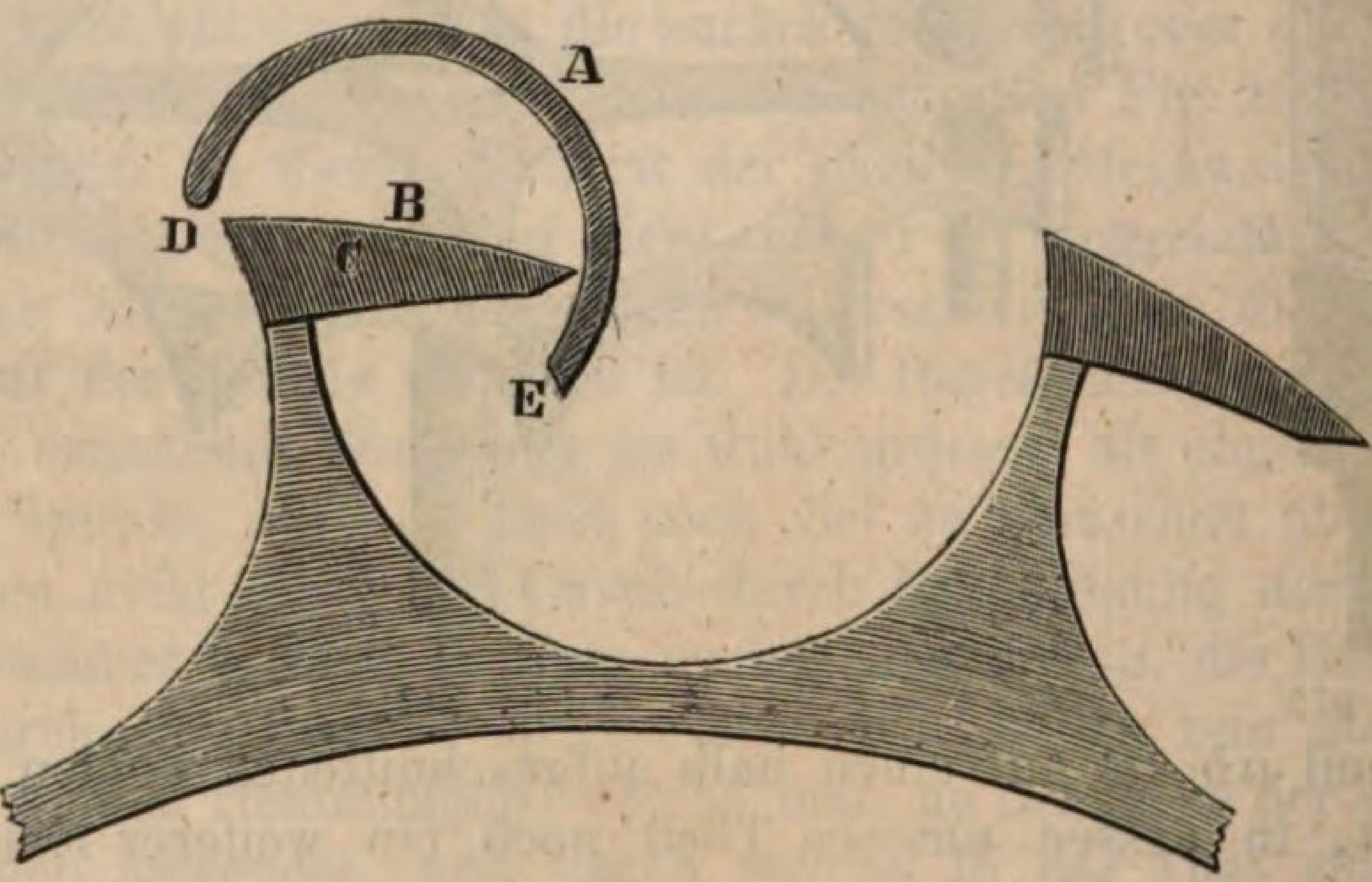


Fig. 276.

Fläche des Tambours, von welcher er gleichfalls so lange angehalten wird, als er mit ihr in Berührung steht. Wenn sich hierauf der Cylinder abermals um seine Axe dreht, um die in Fig. 275 dargestellte Lage wieder einzunehmen, so lässt er den Zahn C ganz vorbeigehen und arretirt dafür den folgenden, zuerst wieder mit seiner äusseren Oberfläche, u. s. f.

Während bei der soeben beschriebenen Hemmung ein Zahn durch eine der Oberflächen des Cylinders, der äusseren oder inneren, angehalten wird, sucht er diesen Cylinder auf keine Weise, weder in dem einen, noch in dem entgegengesetzten Sinn, zu drehen. Der Cylinder schwingt unter der alleinigen Einwirkung der Spirale. Dagegen sucht die Reibung des eben angehaltenen Zahnes an der Oberfläche des Cylinders, verbunden mit anderen Widerständen, welche

die Bewegung der Unruh zu überwinden hat, die Amplitude der Oscillation derselben fortwährend zu verringern, und die Uhr würde bald aufhören, zu gehen, wenn nicht der Motor von Zeit zu Zeit die Bewegung, welche durch diese Widerstände verloren geht, wieder ersetzen würde. Um diesen Zweck zu erreichen, gibt man den Zähnen des Steigrads an ihrer äusseren Seite die convexe Krümmung, wie sie aus den Figuren 275 und 276 zu ersehen ist. In dem Moment, wo der Zahn C, nachdem er über die äussere Oberfläche des Cylinders weggeglitten ist (Fig. 275), freigelassen wird, drückt er mit seiner convexen Fläche gegen den Rand D und beschleunigt so die Bewegung der Unruh. Der andere Rand E des Cylinders ist zu demselben Zweck schief abgeschnitten; wenn das vordere Ende des Zahns, nachdem dasselbe über die innere Fläche des Cylinders weggeglitten ist (Fig. 276), diesen Rand erreicht, so hat es noch über die kleine schiefe Ebene abzurutschen und ertheilt dadurch der Unruh einen zweiten Impuls in entgegengesetzter Richtung.

Die Cylinderhemmung ist in ihrer Wirkung der Ankerhemmung ganz ähnlich; sie ist für die Unruh das, was die Ankerhemmung für das Pendel ist; wie bei dieser bleibt der Zahn, so lange er in Berührung mit dem Cylinder ist, vollkommen ruhig. Man kann desshalb auch die Cylinderhemmung eine *ruhende Hemmung* nennen. Ebenso ist aber auch, bei der Cylinder- wie bei der Ankerhemmung, der Regulator in Folge der Reibung der Zähne an der Oberfläche, durch welche sie arretirt werden, und in Folge des Impulses, welchen diese Zähne der Unruh ertheilen, fortwährend unter dem Einfluss des Motors, welcher Einfluss allerdings nur ein sehr geringer ist. Die Cylinderhemmung ist eine vorzügliche Hemmung und reicht für gewöhnliche Uhren vollkommen aus; aber für See-Uhren oder Chronometer, welche mehrere Monate hindurch gehen müssen, ohne die geringste Aenderung erleiden zu dürfen, hat man eine andere Hemmung erdacht, in welcher der fortdauernde Einfluss des Motors auf den Regulator beseitigt ist, und welche desshalb den Namen *freie Hemmung* führt. Dieselbe hat folgende Einrichtung:

Eine Feder A (Fig. 277), deren Dicke sich von einem Ende zum andern vermindert, ist mit ihrem dünneren Ende in einem feststehenden Kloben B befestigt. Diese Feder trägt einen Vorsprung C, gegen welchen nach und nach die verschiedenen Zähne des Steigrads stossen müssen. Sie trägt ausserdem noch einen kleinen Kloben D, in welchem eine zweite, sehr biegsame Feder E befestigt ist. Diese zweite Feder geht unter dem gekrümmten Ende eines am Ende der Feder A befindlichen Hackens F durch,

sodass sie sich, ohne ein Hinderniss zu erfahren, nach abwärts biegen kann, während sie, wenn sie sich erhebt, den Hacken mitnehmen und somit die Feder A gleichfalls aufwärts biegen muss. Die Axe G der Unruh ist mit einem Daumen *a* versehen,

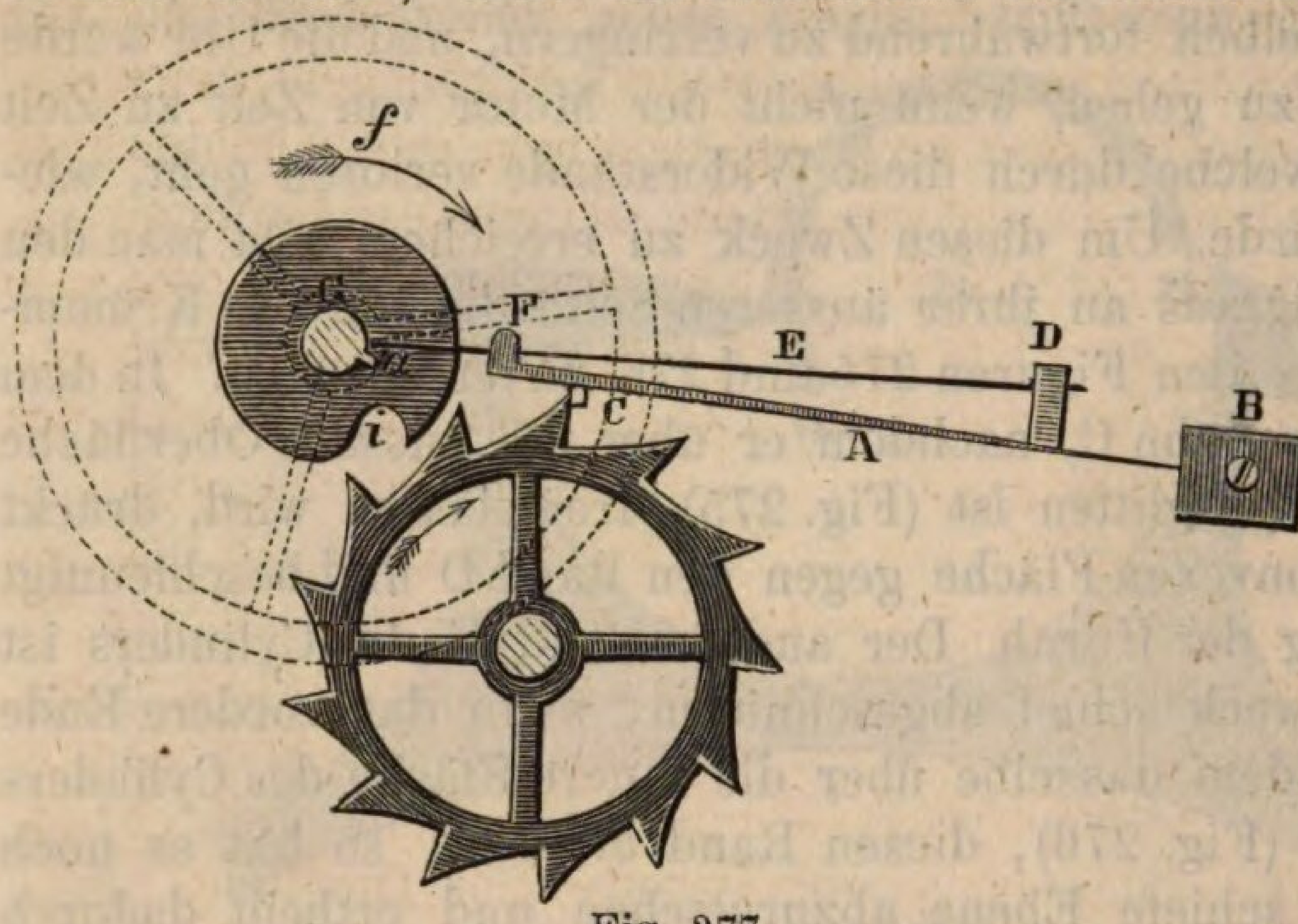


Fig. 277.

welcher zugleich mit ihr oscillirt und bei jeder Oscillation dem Ende der kleinen Feder E begegnet. Wenn diese Bewegung in der durch den Pfeil angezeigten Richtung stattfindet, so drückt der Daumen *a* im Vorbeigehen die kleine Feder E nieder, während die Feder A und mit ihr das Steigrad unbeweglich bleibt. Bei der entgegengesetzten Schwingung hebt der Daumen *a* die Feder E; diese erhebt wieder ihrerseits die Feder A, sodass der Zahn des Steigrads, welcher angehalten war, an dem Vorsprunge C vorbeigehen kann. Sobald aber der Daumen *a* die Feder E verlässt, kehrt die Feder A alsbald wieder in ihre vorige Lage zurück und arretirt dadurch den folgenden Zahn. In der Zwischenzeit, während welcher sich das Steigrad um einen Zahn weiter bewegt hat, gibt ein anderer Zahn dieses Steigrads dem Rand *i* eines Einschnitts, welcher in einer kleinen, auf der Axe der Unruh befestigten Scheibe angebracht ist, einen Anstoss. Auf diese Art ersetzt der Motor durch eine fast augenblickliche Wirkung der Unruh die Bewegung wieder, welche sie durch zwei Schwingungen verloren hat. Diese Anstösse, welche die Unruh nach je zwei Schwingen von den Zähnen des Steigrads erhält und erhalten muss, wenn ihre Bewegung längere Zeit fortdauern soll, sind aber, wie man sieht, die einzige Einwirkung des Motors auf den Regulator. Die Unruh schwingt ausserdem hin und her, ohne irgend einer Art von Einfluss von der Kraft des Motors unterworfen zu sein.

§. 193. Wir haben gesehen, dass es bei den Uhren, deren Regulator ein Pendel ist, hinreicht, die Linse des Pendels um eine gewisse Grösse zu senken oder zu heben, um zu bewirken, dass die Uhr weder zu schnell noch zu langsam geht. Zur Erreichung des-

selben Zweckes bei den Taschenuhren ist es nothwendig auf den Regulator derselben, die Unruh mit der Spirale, in gleicher Weise einwirken zu können. Die Dauer der Schwingungen eines Pendels hängt allemal von der Grösse der Schwere, als der Ursache seiner Bewegung, und von der Form des Pendels selbst ab. Die Grösse der Schwere ist aber willkürlichen Aenderungen von unserer Seite behufs der Aenderung der Schwingungsdauer nicht unterworfen; man ist daher genöthigt, die Form des Pendels abzuändern, und diess geschieht eben, indem man seine Linse hebt oder senkt. Ebenso hängt die Dauer der Schwingungen einer Unruh von ihrer Form und von der Kraft der bewegenden Spirale ab. Aber wenn man diese Dauer abändern will, so ändert man, im Gegensatz zu dem Verfahren beim Pendel, die Kraft der Spirale und nicht die Form der Unruh. Zu diesem Behufe bringt man in der Nähe des festen Endes C der Spirale ein Stück A (Fig. 278) an, welches bei B einen Einschnitt besitzt. Durch diesen Einschnitt geht die Spirale etwas geklemmt hindurch, und wenn sie schwingt, so beginnt die Aenderung ihrer Gestalt erst bei dem Punkte B, sodass der Theil B C der Spirale als nicht vorhanden zu betrachten ist und der Vorgang ebenso stattfindet, als wenn sich dieSpirale in B endigte. Das Stück A kann sich kreisförmig um die Axe der Unruh bewegen; man verändert seine Stellung, indem man den Zeiger D über dem ihm beigegebenen kleinen Zifferblatt bewegt. Durch diese Bewegung kann man, je nachdem sie in dem einen oder entgegengesetzten Sinn geschieht, dieselbe Wirkung hervorbringen, als wenn man die Länge der Spirale vergrössern oder verringern würde. Durch diese Aenderung der Länge wird aber die Kraft der Spirale verändert, und es ist klar, dass man auf diese Weise die Unruh dahin bringen kann, Schwingungen von ganz bestimmter Dauer zu machen, oder anders ausgedrückt, dass man behufs der Regulirung den Gang der Uhr beliebig beschleunigen oder verzögern kann.

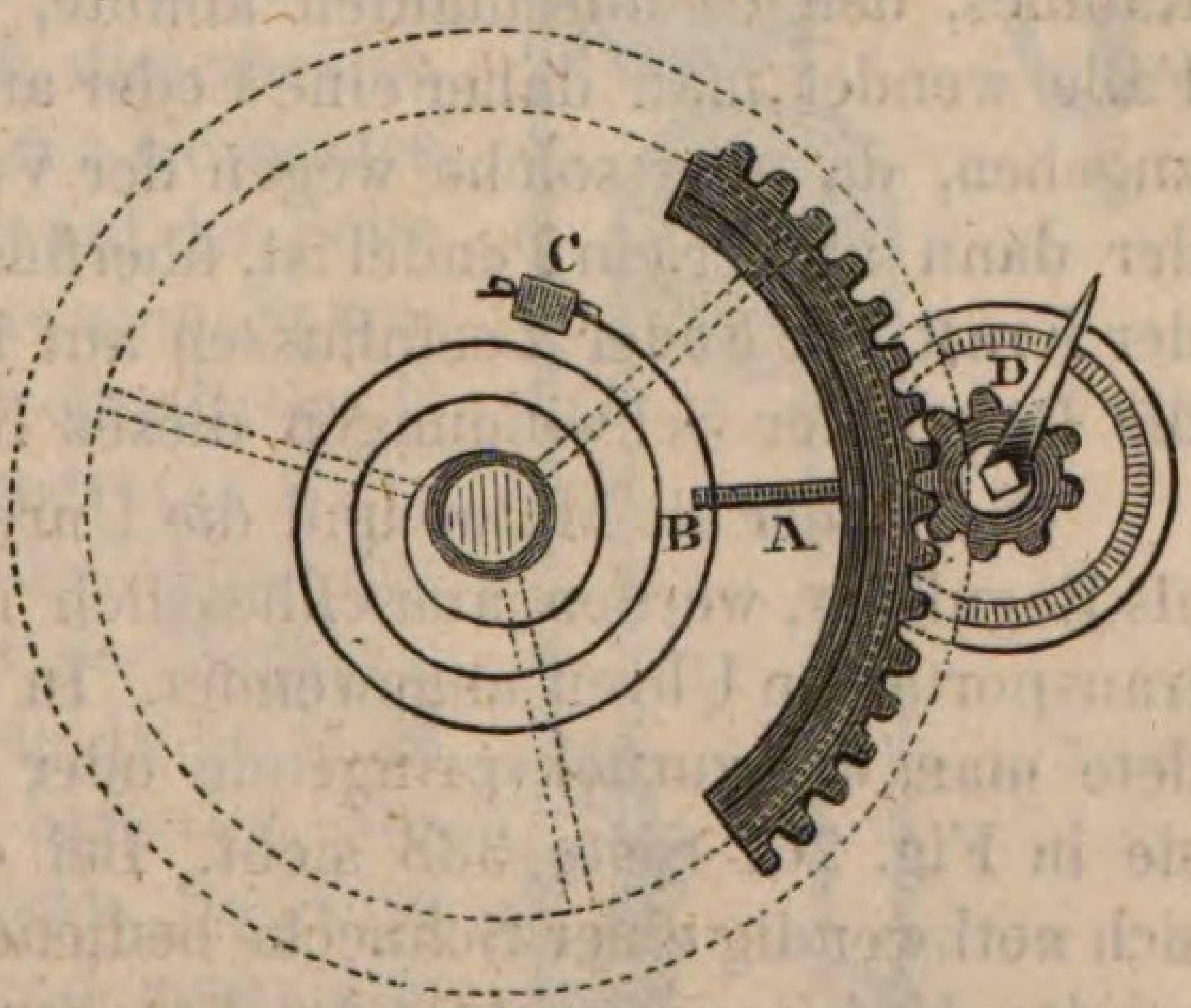


Fig. 278.

Durch Aenderungen der Temperatur werden Ausdehnungen oder Zusammenziehungen in den verschiedenen Theilen eines Pendels oder einer Unruh hervorgebracht; daraus folgen Aenderungen der Form, welche wiederum die Dauer der Schwingungen und somit

den Gang der Pendel- oder Taschenuhren beeinflussen. Man begegnet diesem Uebelstande, indem man Pendel oder Unruhen aus Stoffen von ungleicher Ausdehnbarkeit construirt, und dieselben so anordnet, dass sich ihre Ausdehnungen aufheben und keine Aenderungen der Schwingungsdauer daraus erfolgen. Man erhält so Compensations-Pendel oder -Unruhen, auf deren nähere Einrichtung wir jedoch nicht eingehen wollen.

§. 194. In allen Fällen, wo eine feststehende Uhr an einen Platz gestellt werden kann, wo man in vertikaler Richtung nicht im Raume beschränkt ist, wendet man als Motor derselben ein Gewicht an. Der Regulator ist dann immer ein Pendel.

Wenn dagegen eine feststehende Uhr nur sehr wenig Platz einnehmen soll, so ist es nicht mehr möglich sich eines Gewichtes als Motor zu bedienen; man müsste ein solches, wegen des geringen Raumes, den es durchlaufen könnte, sehr oft aufziehen. In diesem Falle wendet man daher eine Feder an, ohne ihr eine Schnecke beizugeben, da eine solche wegen der Vollkommenheit des Regulators, der dann immer ein Pendel ist, überflüssig wird. Die Aenderungen in der Kraft der Feder beeinflussen auf keine bemerkenswerthe Weise die Dauer der Schwingungen dieses Regulators.

Die Feder als Motor und die Unruh, versehen mit einer Spirale als Regulator, werden ausschliesslich in Taschenuhren, überhaupt in transportabeln Uhren angewendet. In den älteren dieser Uhren wendete man die zurückspringende oder Flügelhemmung an, wie man sie in Fig. 267 Seite 333 sieht. Bei dieser Hemmung musste man sich nothwendig einer Schnecke bedienen, um die Wirkung der bewegenden Feder, ungeachtet der Aenderungen ihrer Kraft, gleichförmig zu erhalten. In den neuern Uhren hat man statt der zurückspringenden die Anker- und die Cylinderhemmung angebracht, und die Anwendung dieser Hemmungen hat erlaubt, die Schnecke aufzugeben. Durch Beseitigung der Schnecke, sowie des vertikalstehenden Steigrads (s. Fig. 267) konnte zugleich die Dicke der Uhren bedeutend vermindert werden. Bei den transportabeln Uhren, denen man die möglichste Genauigkeit geben will, wendet man die freie Hemmung an und behält die Schnecke bei, um so viel als möglich die Ursachen der Aenderungen in der Dauer der Schwingungen zu vermeiden.

§. 195. Wenn man das bewegende Gewicht einer Uhr aufzieht, so nehmen die Zeiger, wie wir oben gesehen haben (§. 188), an der rückwärtigen Bewegung keinen Antheil. Aber sie bleiben während der ganzen Dauer des Aufziehens stehen und beginnen erst dann wieder weiter zu gehen, wenn dasselbe beendigt ist. Wenn also

die Uhr auch ursprünglich richtig gegangen wäre, so müsste sie um die ganze Zeit zurückbleiben, während welcher sich die Zeiger nicht bewegen. Wenn aber die Uhren die Zeit sehr genau angeben sollen, wie diejenigen, welche zu astronomischen Zwecken dienen, so ist es von Wichtigkeit, diese Verzögerung zu vermeiden. Man erreicht diess durch Vorrichtungen, welche der Uhr gestatten, selbst während des Aufziehens fortzugehen. Eine der einfachsten dieser Vorrichtungen, welche am häufigsten angewandt wird, soll hier beschrieben werden.

Zwei lose Rollen A und B (Fig. 279) werden durch eine Schnur ohne Ende, welche über die festen Rollen C und D geht, getragen. An diesen beiden losen Rollen sind zwei Gewichte P und *p* aufgehängt. Das grössere von beiden, P, sucht die Schnur mit sich fortzuziehen, und da dafür gesorgt ist, dass dieselbe nicht über die Rollen C und D gleiten kann, so suchen sich diese beiden Rollen unter der Einwirkung des Gewichtes P zu drehen. Die Rolle C trägt auf der Seite ein Sperrrad, in dessen Zähne eine Sperrklinke E eingreift, welche durch eine Feder F fortwährend gegen das Rad gedrückt wird. In Folge der Richtung, welche die Zähne des Sperrrads haben, kann die Rolle C der Wirkung des Gewichtes nicht folgen. Die Rolle D ist an dem ersten der Zahnräder befestigt, aus denen das Werk der Uhr besteht. Sie wird durch das Gewicht P gedreht und veranlasst ihrerseits die Bewegung des übrigen Räderwerks. Das kleine Gewicht *p* hat blos den Zweck, die Schnur hinreichend zu spannen, damit sie nicht über die Rollen C und D gleitet; es steigt, während P fällt. Um die Uhr aufzuziehen darf man nur an den Theil der Schnur, welcher von der Rolle C zur Rolle B geht, von oben nach unten ziehen; dadurch wird die Rolle C in einer Richtung gedreht, bei welcher sich die Sperrklinke ihrer Bewegung nicht widersetzt, und das Gewicht P wird gehoben, ohne dass es aufhört, auf denjenigen Theil der Schnur zu wirken, welcher von der Rolle A zur Rolle D geht. Da somit die Rolle D der Wirkung des Gewichtes P fortwährend, selbst während des Aufziehens desselben, unterworfen ist, so dreht sie das Räderwerk und die Zeiger ohne irgend eine Unterbrechung.

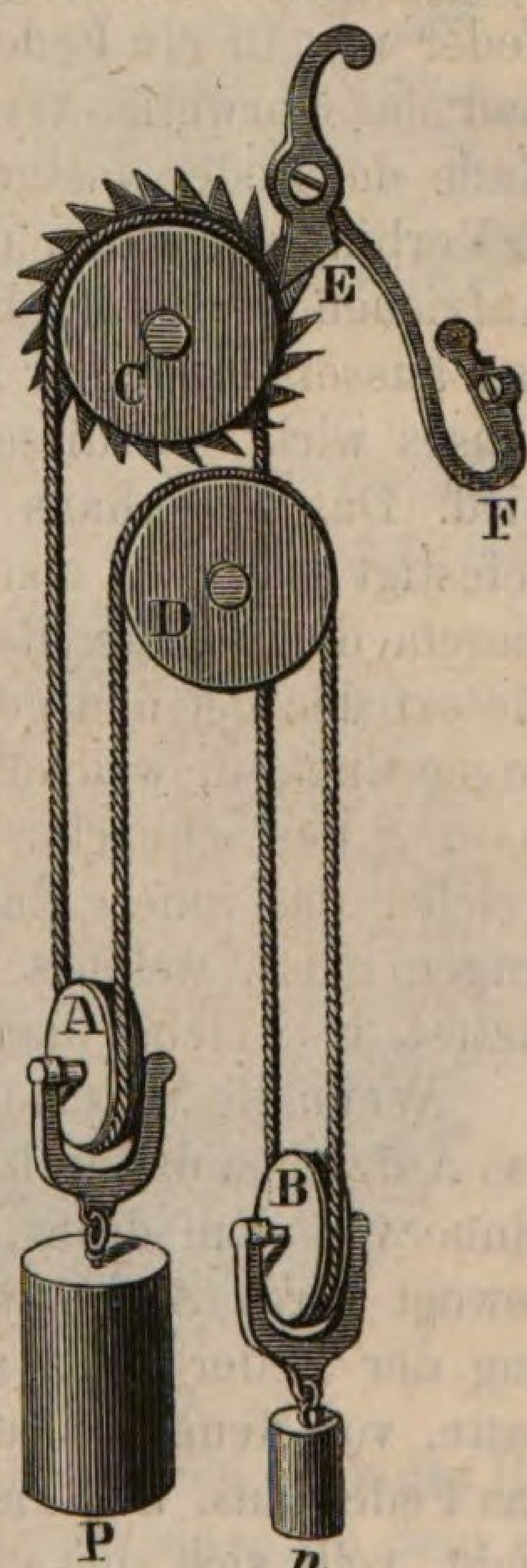


Fig. 279.

Wenn der Motor einer feststehenden oder transportabeln Uhr eine Feder ist, welche direkt, ohne Vermittlung einer Schnecke, auf das Räderwerk wirkt, so kann auch hier die Anordnung so sein, dass die Räder und Zeiger während des Aufziehens stehen bleiben müssen. Diess ist so in Fig. 267 der Fall, wie wir es auf Seite 336 erklärt haben. Aber man kann es auch in diesem Falle durch eine einfache Aenderung in der Anordnung leicht dahin bringen, dass das Räderwerk und die Zeiger immer fortgehen, auch während die Feder von Neuem gespannt wird. Zu diesem Zweck darf man die Feder nur in ein Federhaus einschliessen, welches mit dem ersten Rad des Uhrwerks verbunden, und an dessen Umfang das äussere Ende der Feder festgemacht ist, deren inneres Ende mit einer Axe in Verbindung steht, die für gewöhnlich stehen bleibt und nur beim Aufziehen der Feder herumgedreht wird. Man begreift, dass dabei das äussere Ende der Feder fortwährend auf den Umfang des Federhauses wirkt, ob diese Axe gar nicht berührt, oder ob sie gedreht wird. Das Federhaus und folglich auch das Rad, an welchem es befestigt ist, wird also ohne Unterbrechung herumgedreht, und mit diesem die übrigen Räder des Uhrwerks. Auf diese Weise ist die Motorfeder bei den gewöhnlichen Taschenuhren von geringer Dicke angeordnet, in welchen die Anker- oder Cylinderhemmung die Weglassung der Schnecke gestattet. Es ist klar, dass dabei die Axe, an welcher das innere Ende der Motorfeder befestigt ist, ein Sperrrad tragen muss, welches ihr nur in der Richtung sich zu drehen gestattet, in welcher das Aufziehen geschieht.

Wenn die Motorfeder mittelst einer Schnecke wirkt, so geschieht das Aufziehen dadurch, dass man die Schnecke im entgegengesetzten Sinne von dem dreht, in welchem sie gewöhnlich von der Feder bewegt wird. Auf diese Art wickelt sich die Kette, welche die Wirkung der Feder ganz auf den Umfang des Federhauses aufgerollt hatte, von Neuem wieder auf die Schnecke auf; dadurch dreht sich das Federhaus, und indem es das äussere Ende der Feder mit fortzieht, rollt sich diese mehr und mehr um ihre Axe auf, sie wird gespannt. Damit sich die rückwärtige Bewegung, welche der Schnecke während des Aufziehens ertheilt wird, nicht auf das ganze Räderwerk überträgt, hat man wieder ein Sperrrad an ihr angebracht, mittelst dessen sie auf das erste Rad des Uhrwerks wirkt, wie man es in Fig. 280 sieht. Dieses Sperrrad liegt im Innern des Zahnrades, und eine Sperrklinke, welche ebenfalls darin Platz findet, greift in seine Zähne. In Fig. 280 wurden die Schnecke und das Zahnrad von einander entfernt gezeichnet, um die Anordnung besser sichtbar zu machen.

Sehen wir jetzt, wie man es auch hier dahin gebracht hat, dass die Bewegung der Uhr während des Aufziehens, wo die Kette auf die Schnecke aufgewickelt wird, fortdauert. Das Sperrrad A (Fig. 281), welches ein Stück mit der Schnecke ausmacht, wirkt nicht direkt auf das erste Rad des Räderwerks, sondern erst durch Vermittlung eines zweiten Sperrrads B, dessen Zähne nach entgegengesetzter Seite gekehrt sind. Wenn die Motorfeder die Kette spannt und die Schnecke dreht, so dreht sich das Sperrrad A, welches mit letzterer zusammenhängt, im Sinne des Pfeiles *f*. Mittelst der Sperrklinke *m* dreht dieses Rad in demselben Sinne das Rad B, dessen Zähne nach und nach unter der Sperrklinke *n* weggehen, ohne von dieser aufgehalten zu sein. Eine Feder *abc* ist einestheils in *a* an dem Rade B, anderntheils in *c* an dem Rade C befestigt. Das Rad B, welches in der Weise, wie so eben beschrieben wurde, in Bewegung gesetzt wird, zieht an dem Ende *a* dieser Feder; diese spannt sich hiedurch und zieht nun ihrerseits an dem Rade C, um es in demselben Sinne herumzudrehen. Wenn man dagegen die Schnecke und folglich auch das Rad A, um die Uhr aufzuziehen, in entgegengesetztem Sinne, in dem des Pfeiles *f'*, dreht, so kann ihr das Rad B nicht folgen, da es durch den Sperrhaken *n* daran verhindert wird; indem daher das Ende *a* der Feder *abc* nicht zurückgehen kann, zieht diese Feder in Folge ihrer Spannung den Punkt *c* des Rades C im Sinne des Pfeiles *f*; die Uhr hört also nicht auf, zu gehen. Diese Feder *abc* muss also allein die Bewegung des Räderwerks und der Zeiger während einer Zeit erhalten können, die ausreicht, um die Uhr aufzuziehen. Wenn hierauf die Motorfeder ihre Wirkung wieder beginnt, so ersetzt sie der Feder *abc* die Spannung wieder, die sie während des Aufziehens verloren hat.

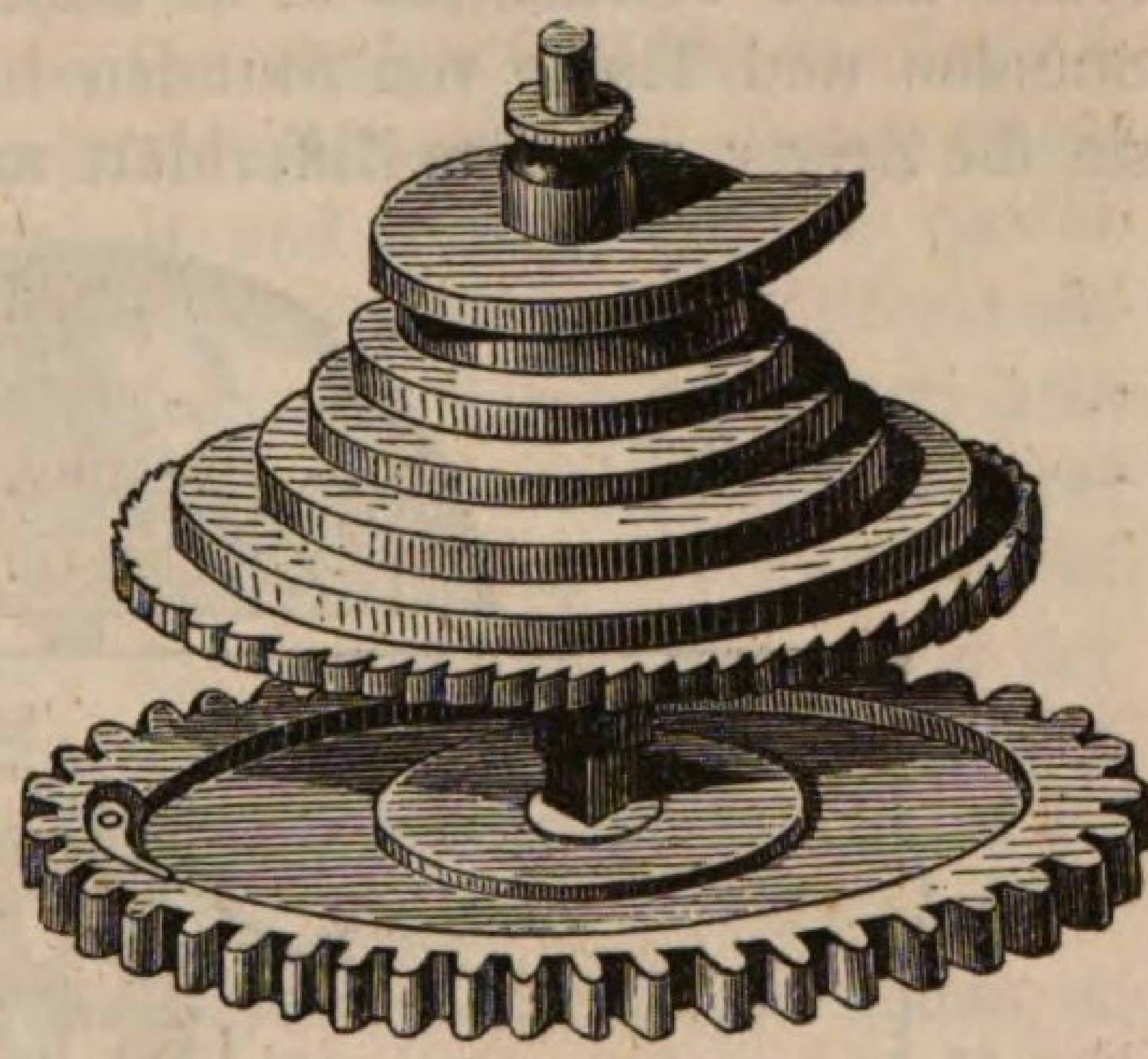


Fig. 280.

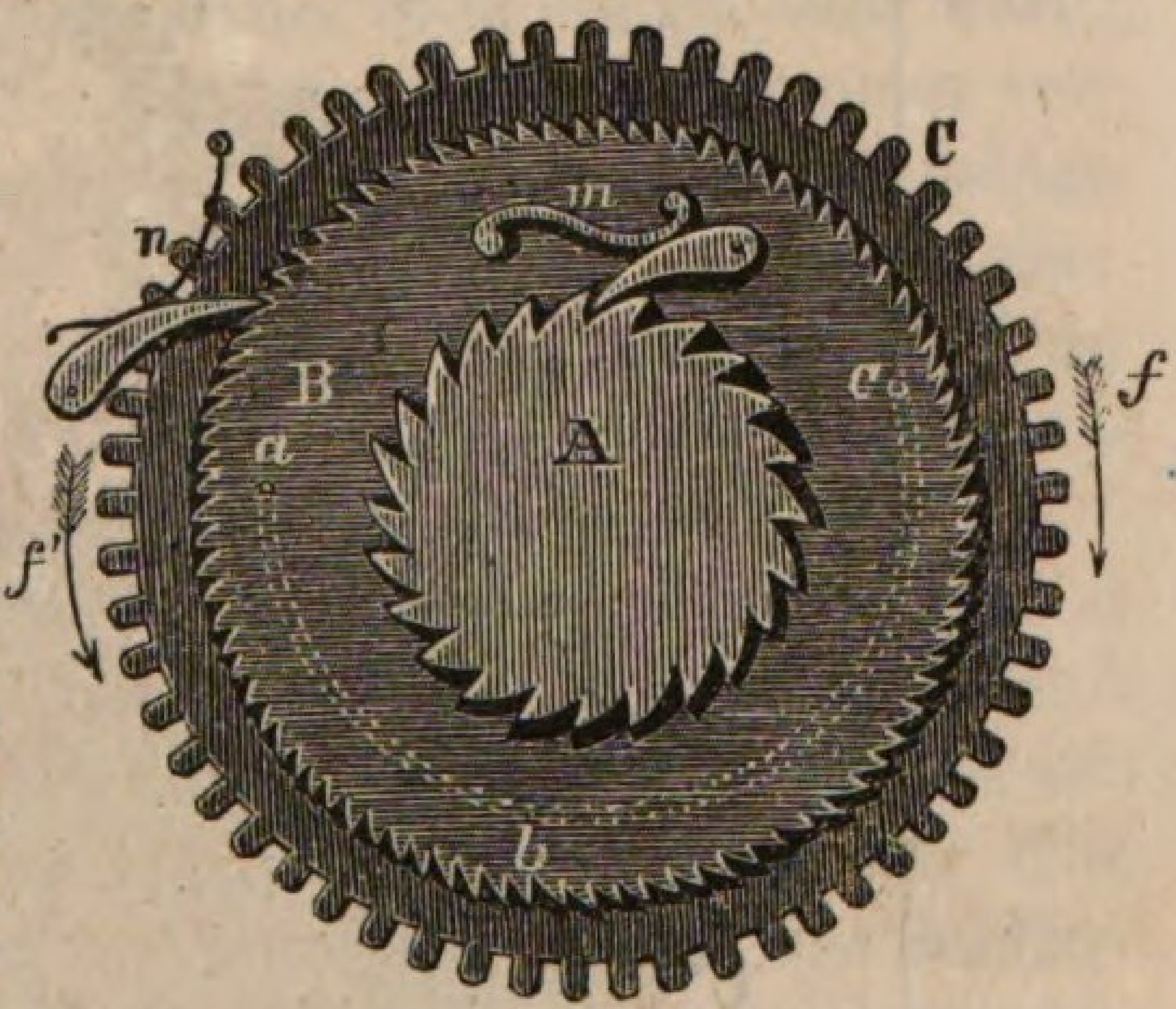


Fig. 281.

§. 196. Zum Schlusse dessen, was über die Uhren gesagt werden sollte, wollen wir noch die Einrichtung eines **Schlagwerks** etwas näher betrachten, d. h. desjenigen Mechanismus, welcher die Stunden und Theile von Stunden in dem Augenblick schlägt, wo sie die Zeiger auf dem Zifferblatt angeben. Fig. 282 zeigt die Ein-

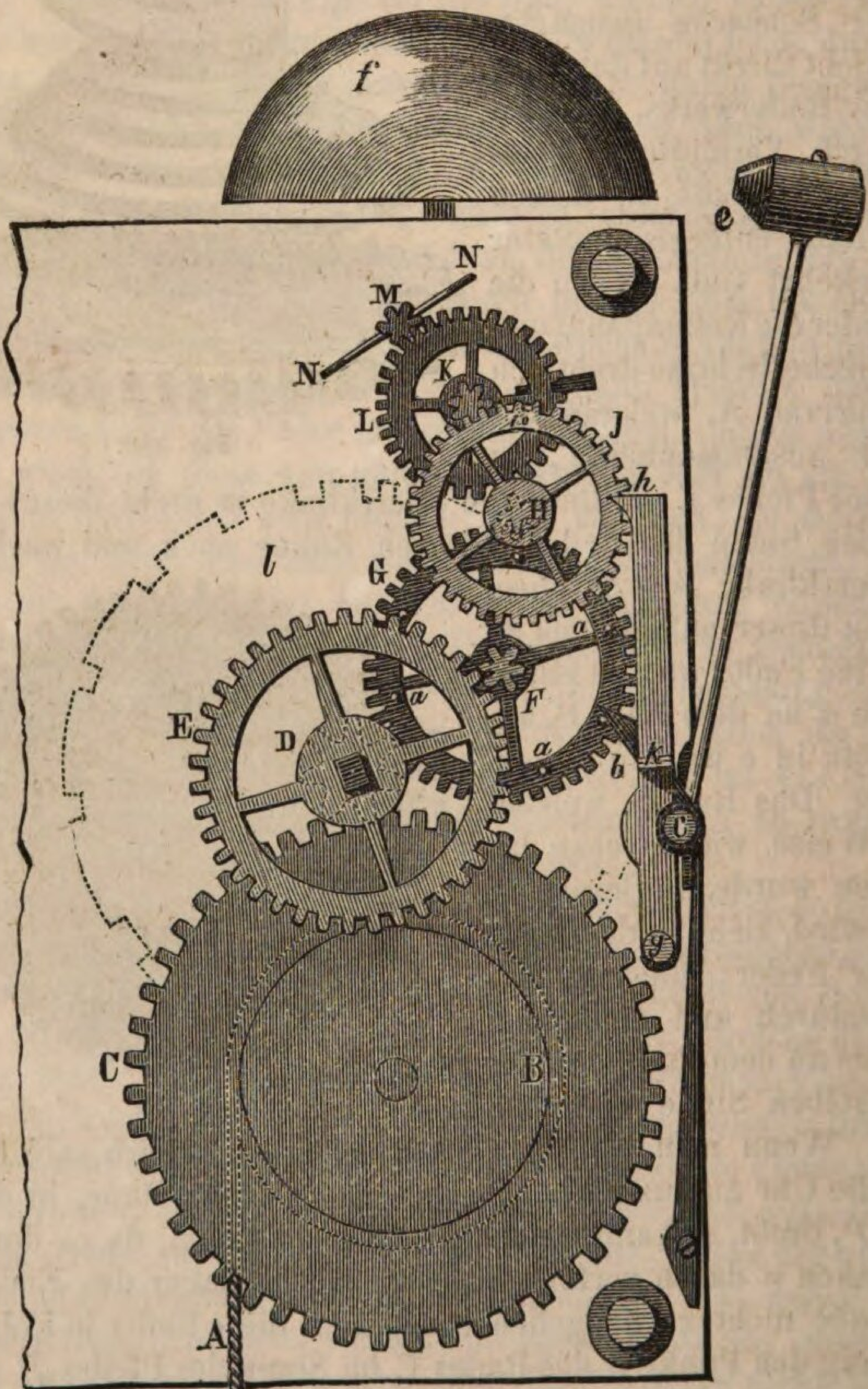


Fig. 282.

richtung des Schlagwerks einer feststehenden Uhr, deren Motor ein Gewicht ist. Das Schlagwerk hat einen besonderen Motor, gleichfalls ein Gewicht, welches an dem Ende der Schnur A befestigt ist.

Diese Schnur schlingt sich um einen Cylinder B, und die Bewegung, welche das Gewicht demselben zu geben sucht, überträgt sich auf das Rad C, welches an derselben Welle befestigt ist. Das Rad C greift in das Trieb D und dreht so ein zweites Rad E; das Rad E, indem es auf das Trieb F wirkt, dreht ein drittes Rad G. Dieses überträgt seine Bewegung auf das Trieb H und folglich auf ein viertes Rad J. Das Rad J überträgt seine Bewegung auf ein Trieb K und ein fünftes Rad L; das Rad L endlich dreht das Trieb M, dessen Axe zwei Flügel N,N trägt, welche, indem sie sich sehr schnell herumdrehen, mittelst des Widerstandes der Luft den Gang des Schlagwerks reguliren (s. §. 184). Während sich das ganze Räderwerk unter der Wirkung des bewegenden Gewichtes dreht, erheben die auf einer Seite des Rades G befestigten Stiften *a*,*a* nacheinander den Hebel *b*; dieser Hebel dreht die Axe *c*, an welcher der Stiel des Hammers *e* befestigt ist. Sobald einer der Stiften *a*,*a* den Hebel *b*, nachdem er ihn erhoben hatte, wieder verlässt, so fällt dieser Hebel in Folge der Wirkung einer Feder in seine ursprüngliche Lage zurück, und dabei schlägt der Hammer gegen die Glocke *f*. Der Hammer würde die Glocke nicht berühren, wenn sein Stiel vollkommen steif wäre; aber in Folge der Biegsamkeit seines Stieles kann der Hammer vermöge seiner gewonnenen Geschwindigkeit seine Gleichgewichtslage überschreiten und stösst dabei an die Glocke an; er wird aber durch die Elasticität seines Stiels alsbald wieder zurückgeführt. Man sieht daraus, dass der Hammer jedesmal, wenn einer der Stiften *a*,*a* den Hebel *b* erhebt, einen Schlag gegen die Glocke führen muss.

So lange die Uhr nicht schlagen soll, stützt sich ein Stift *i*, welcher an der Seite des Rades J angebracht ist, gegen das Ende *h* des Hebels *gh*. Dieser Hebel, welcher um den Punkt *g* drehbar ist, wird durch eine Vorrichtung, die mit dem Mechanismus der Uhr zusammenhängt, in dem Moment zur Seite gerückt, wo das Schlagwerk anfangen soll zu gehen. Wenn der Hebel *gh* sogleich wieder in seine vorige Lage zurückfällt, so wird das Rad J mittelst des Stiftes *i* arretirt, nachdem es einen einzigen Umgang gemacht hat; alsdann hat nur ein einziger der Stiften *a*,*a* auf den Hebel *b* gewirkt, und der Hammer nur ein einzigesmal gegen die Glocke geschlagen. Damit der Hammer diejenige Zahl der Schläge machen kann, welche der durch den Zeiger angegebenen Stunde entspricht, hat man an dem Hebel *gh* eine Schneide *k* angebracht, welche sich gegen den Umfang eines dahinter gestellten Rades *l* stützt; rings um dieses Rad sind Kerben in ungleichen Zwischenräumen angebracht. Da es auf der Axe des Rades E befestigt ist, so bewegt es sich zugleich mit dem ganzen Schlagwerk, aber mit grosser Lang-

samkeit, und bietet so nach und nach die verschiedenen Punkte seines Umfangs der Schneide *k* dar. Wenn die Schneide *k* in einer Kerbe liegt, so arretirt das Ende *h* des Hebels *gh* mittelst des Stiftes *i* das Rad J und damit das ganze Schlagwerk. Aber wenn sich die Schneide *k*, nachdem der Hebel *gh* durch das Uhrwerk zur Seite gerückt worden ist, gegen einen Theil des Umfangs des Rades *l* stützt, der zwischen zwei Kerben liegt, so bleibt das Schlagwerk so lange ausgelöst, als diess der Fall ist, d. h. so lange, bis das Rad *l*, welches sich mit dem Schlagwerk bewegt, der Schneide *k* die folgende Kerbe darbietet. Es ist folglich klar, dass die Anzahl der Schläge, welche der Hammer gegen die Glocke führen soll, genau von der Grösse des Zwischenraumes zwischen zwei Kerben abhängt, auf welchem die Schneide *k* schleift.

Das Rad *l*, welches sich jedesmal, wenn das Schlagwerk in Bewegung ist, nur um eine kleine Grösse dreht, muss in dem Zeitraum von 12 Stunden, der Zeitperiode, nach deren Verfluss die Stunden wieder dieselben Namen erhalten, einen Umgang machen. In derselben Zeit muss sich das Rad J so oftmal herumdrehen, als der Hammer Schläge auf die Glocke zu machen hat, also 78 mal, wenn nur die ganzen Stunden geschlagen werden sollen, und 90 mal, wenn ausserdem auch noch zu jeder halben Stunde ein Schlag gemacht werden soll. Daraus ergeben sich leicht die Verhältnisse der Zähnezahlen der Räder und Triebe zwischen dem Rad E und dem Rad J.

Einiges über den Transport von Lasten.

§. 197. Um einen schweren Körper auf horizontalem Wege von einem Ort zum andern zu transportiren, muss eine gewisse Kraft aufgeboten werden, welche für den nämlichen Körper, je nach den Umständen, unter denen dieser Transport erfolgt, sehr verschieden sein kann. Mit der Anwendung dieser Kraft findet zugleich die Leistung einer gewissen Quantität von Arbeit statt. Aber wenn man über die Verhältnisse, unter welchen die Fortschaffung einer Last auf horizontalem Wege erfolgt, näher nachdenkt, so erkennt man leicht, dass es nicht eigentlich der Transport selbst ist, welcher jene Arbeitsleistung nothwendig macht. Wenn der Körper auf dem Boden gleiten oder rollen könnte, ohne irgend einen passiven Widerstand zu erfahren, der in solchen Fällen immer vorhanden ist, so würde es hinreichen, ihm einen beliebig schwachen Anstoss zu geben, um ihn sofort in Bewegung zu setzen; und da keine Ursache seine Bewegung zu verzögern suchen würde, so würde der Körper die einmal gewonnene Geschwindigkeit bis ins Unendliche fort behalten

und müsste, nachdem er an dem Ort, wo er hingeschafft werden sollte, angekommen ist, erst angehalten werden. Der Transport würde also geschehen können, ohne dass eine andere Bewegungsarbeit geleistet werden müsste, als diejenige, welche anfänglich nothwendig ist, dem Körper eine bestimmte Geschwindigkeit zu ertheilen; und selbst diese Bewegungsarbeit, welche beliebig klein genommen werden könnte, würde immer noch eine gleichgrosse Menge von Nutzarbeit in dem Moment hervorbringen, wo der Körper angehalten würde.

Die passiven Widerstände, welche bei dem Transport eines schweren Körpers auf horizontaler Bahn auftreten, sind also die einzigen Widerstände, welche man bei diesem Transport zu überwinden hat. Sie allein machen es nothwendig, eine fortwährend oder doch nahezu fortwährend wirkende Kraft anzuwenden, wenn der Körper einen nur einigermassen grösseren Weg zurücklegen soll. Man begreift demnach, woher es kommt, dass man durch geeignete Transportmittel die Zugkraft, welche ungeheuer grosse Lasten fortzubewegen hat, auf eine verhältnissmässig geringe Grösse reduciren kann. Wir gehen nun dazu über, die verschiedenen Arten des Transports von Lasten auf ganz oder doch nahezu horizontalem Wege durchzugehen und werden dabei vorzüglich die Widerstände, welche bei ihrer Anwendung auftreten, ins Auge fassen.

§. 198. **Direkter Transport durch Menschen oder Thiere.** — Wenn ein Mensch eine Last trägt, sei es in seinen Händen, oder auf dem Rücken, oder auf irgend eine andere Art, so reduciren sich die passiven Widerstände, welche sich bei seiner Fortbewegung entwickeln, auf den Widerstand der Luft; da aber bei dieser Bewegung die Geschwindigkeit niemals sehr gross ist, so ist dieser Widerstand meistens zu vernachlässigen. Die durch den Menschen auszuübende Zugkraft, d. h. die Kraft, welche er im Sinn der Bewegung in horizontaler Richtung an der Last aufzubieten hat, ist also eigentlich Null oder doch sehr nahe gleich Null. Aber die Operation des Transports ist von einer Anspannung der Muskeln, welche zum Tragen der Last dienen, begleitet, eine Anspannung, welche den Menschen ermüdet, und welche ihn selbst dann ermüden würde, wenn er in Ruhe bliebe. Ausserdem wirkt die Bewegung der Beine während des Gehens ermüdend auf die Muskeln ein, durch welche diese Bewegung bewerkstelligt wird. Endlich findet beim Gehen eine fortwährende Hebung und Senkung des gemeinschaftlichen Schwerpunkts des Körpers und der Last, welche getragen wird, statt, und es ist klar, dass Ersteres, das Heben, eine gewisse Arbeitsleistung in Anspruch nimmt. Aus diesen verschiedenen

Ursachen ist der direkte Transport einer Last durch einen Menschen sehr beschwerlich, sodass man nur da seine Zuflucht zu ihm nehmen sollte, wo das Gewicht der fortzuschaffenden Last nicht zu gross, oder wo die zurückzulegenden Entfernungen nur klein sind.

Der Transport auf dem Rücken von Thieren gibt zu ähnlichen Betrachtungen Anlass.

§. 199. **Transport durch Gleiten.** — Wenn ein schwerer Körper transportirt werden soll, ohne durch einen oder mehrere Menschen, oder durch ein Thier getragen zu werden, so muss er sich entweder direkt oder durch Vermittlung einer Vorrichtung, welche zu seinem Transport dient, auf den Boden stützen. Der Druck, welchen er in diesem Fall in seinen Unterstützungspunkten gegen den Boden ausübt, bringt Widerstände hervor, welche sich im Vereine mit dem Widerstande der Luft seiner Bewegung entgegensetzen. Wenn der Körper direkt auf dem Boden ruht, und man bewegt ihn vorwärts, indem man ihn über denselben weggleiten macht, so entwickelt sich eine Reibung, die unter Umständen sehr bedeutend sein kann. Diese Art des Transports wird z. B. angewendet, wenn man lange Stücke Holz durch Pferde mittelst Ketten fortziehen lässt, die man an ihrem einen Ende befestigt hat. Man benützte sie auch beim Transport des Obelisken, von dem wir oben gesprochen haben, als man ihn in Aegypten in das Schiff und in Paris aus dem Schiff zu schaffen hatte.

Bei dieser Art des Transports ändert sich natürlich der Widerstand mit der Natur der Oberflächen, welche aufeinander gleiten. Um diesen Widerstand zu vermindern, wird man daher die sich berührenden Oberflächen von Stoffen bilden, die leicht aufeinander gleiten. Man wird sie möglichst glatt machen und Schmiermittel dazwischen bringen, welche, indem sie die Flächen über-

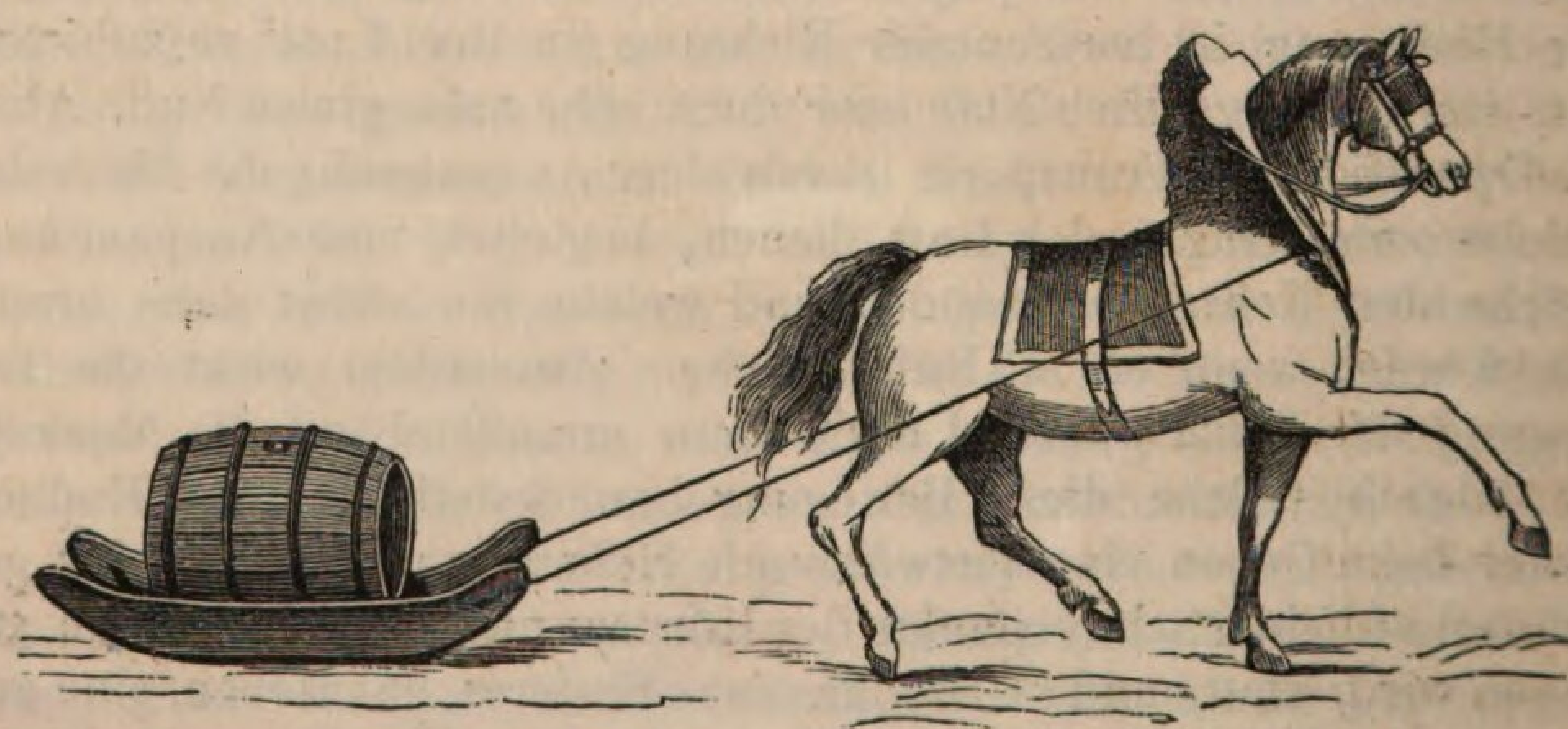


Fig. 283.

ziehen, die Grösse der Reibung vermindern. Wir haben davon bereits ein Beispiel bei dem Transport des Obelisken gesehen, den man über einen mit Balken, welche fortwährend geschmiert erhalten wurden, bedeckten Boden gleiten machte. Die Schleifen und Schlitten, deren wir uns im Winter zum Transport bedienen (Fig. 283), sind unten mit Eisenbändern beschlagen, um sie leichter über das Eis und den Schnee gleiten zu machen. Ebenso sind die Schlittschuhe nichts anderes als Eisenstreifen, welche man unter den Füssen anbringt, und durch welche der Widerstand, der sich während des Gleitens entwickelt, fast Null wird.

§. 200. **Transport durch Rollen.** — Wenn es die Form eines Körpers gestattet, ihn auf dem Boden fortzurollen, so benützt man diess für den Transport; der Widerstand, den man in diesem Fall zu überwinden hat, ist im Allgemeinen viel geringer als derjenige, welchen man beim Gleiten erfährt. So erzählt Vitruv, dass dieses Mittel von Ctesiphon, dem Erbauer des prächtigen Tempels der Diana zu Ephesus, angewandt wurde, um Säulenschäfte zu transportiren, die 250000 Kilogramm schwer waren; er versah sie zu diesem Zweck mit einem Holzgerüste, welches dazu gehörte, eine Zugkraft auf ähnliche Art an ihnen anzubringen, wie diess bei den Walzen, deren man sich in der Landwirthschaft bedient, geschieht. Auf dieselbe Art des Transports kann man leicht die schwersten Fässer, wenigstens auf kurze Entfernungen, fortbewegen, indem man sie durch einen Druck, den man gegen sie ausübt, vor sich herrollt.

Es ist selten, dass sich die Gestalt einer Last zu dieser Art des Transports eignet; aber man kann, wo es nicht der Fall ist, in vielen Fällen das Gleiten durch ein Rollen ersetzen. Wenn die Last eine ebene Fläche von etwas grosser Ausdehnung darbietet, so lässt man sie mit dieser Fläche auf zwei Walzen von Holz aufruhen (Fig. 284), die in gewisser Entfernung von einander, rechtwinkelig zur Richtung der hervorzubringenden Bewegung auf dem Boden ruhen. Wenn man an dieser Last zieht oder schiebt, so bewegt sie sich vorwärts, indem die Walzen auf dem Boden fortrollen; wenn der

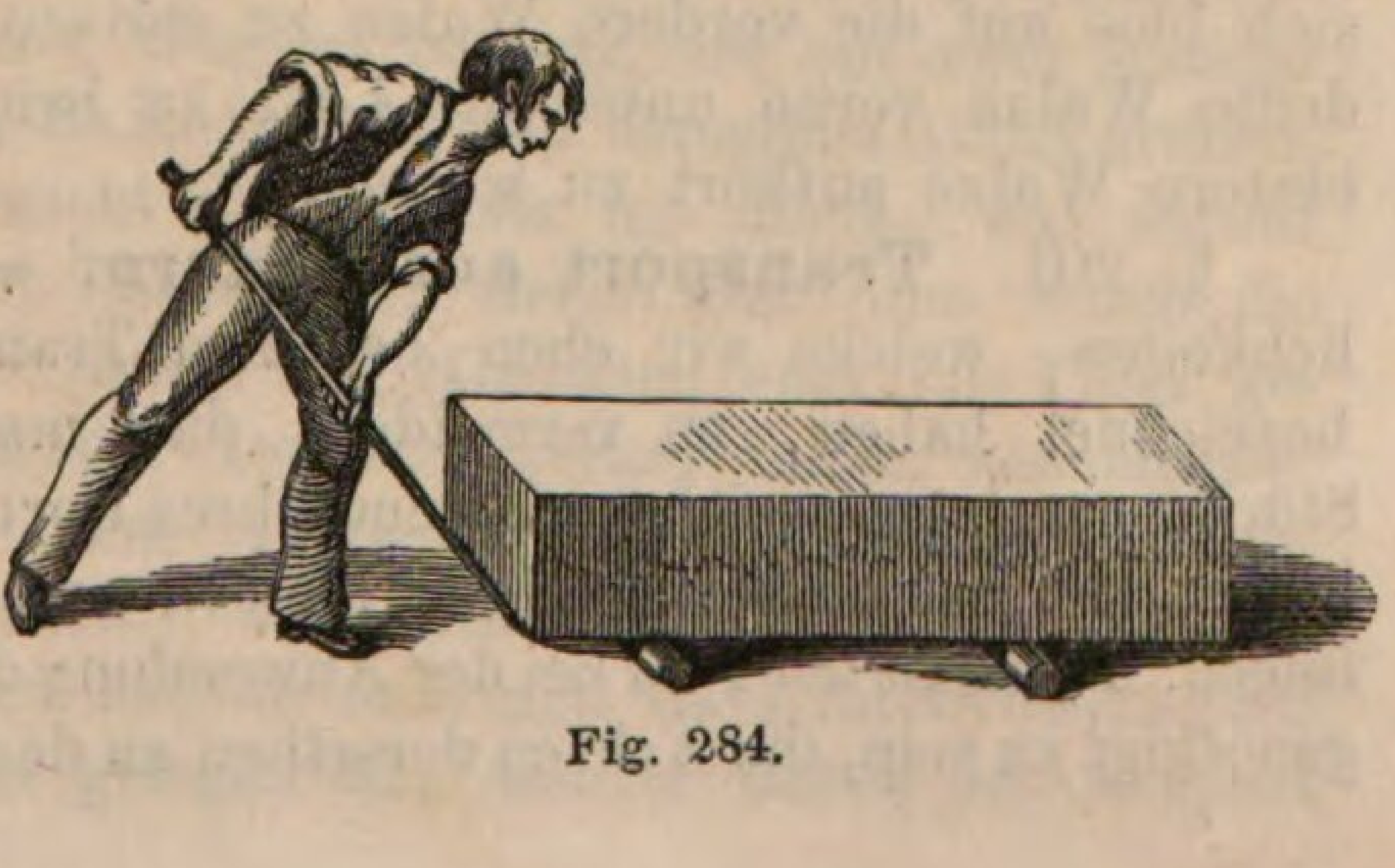


Fig. 284.

Boden nicht zu uneben ist, so geschieht diese Ortsveränderung, ohne dass ein Gleiten, weder der Walzen auf dem Boden, noch der Last auf den Walzen, stattfindet. Aus §. 146 wissen wir, dass dabei die Kraft, welche zur Fortbewegung nothwendig ist, um so grösser sein muss, je kleiner der Durchmesser der Walzen ist, woraus folgt, dass es vortheilhaft ist, Walzen von so grossem Durchmesser, als man kann, zu nehmen.

Die Art des Transports, von welcher wir eben gesprochen haben, bietet jedoch eine grosse Unbequemlichkeit dar, welche veranlasst, dass man nur dann seine Zuflucht zu ihr nimmt, wenn die zurückzulegenden Entfernungen nur klein sind. Diese Unbequemlichkeit besteht darin, dass sich die Walzen minder schnell als die Last fortbewegen. Wenn man den Vorgang während der Bewegung näher betrachtet, so sieht man, dass zwar jede Walze auf dem Boden in derselben Richtung fortrollt, in welcher die Last sich bewegt, dass sie aber die letztere nicht immer in denselben Punkten berührt; sie rollt unter der Last im entgegengesetzten Sinne als auf dem Boden, und daher kommt es, dass sie nach und nach von der Last in Punkten berührt wird, die von dem vorderen Ende derselben mehr und mehr entfernt sind. Man sieht leicht, dass in der Zeit, in welcher die Walze, indem sie auf dem Boden fortrollt, eine Umdrehung macht, in welcher sie also um ein Stück Wegs gleich ihrem Umfang fortschreitet, die Last um die doppelte Länge fortbewegt wird. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Walzen auf dem Boden fortrollen, ist nur halb so gross als die der Last. Daraus folgt, dass schon nach einer Ortsveränderung von geringer Ausdehnung die eine der beiden Walzen an's hintere Ende der Last zu stehen kommen muss, sodass sie bei fernerer Bewegung den Körper nicht mehr zu stützen vermag. Man ist also genöthigt, sie wieder unter das vordere Ende der Last zu bringen. Besser noch ist es, um die Drehungsbewegung des Körpers in dem Moment, wo er beginnt, sich blos auf die vordere Walze zu stützen, zu verhindern, eine dritte Walze vorne unter die Last zu bringen, bevor noch die hintere Walze aufhört zu wirken.

§. 201. **Transport auf Rädern.** — Um die Unbequemlichkeiten, welche wir eben bei dem Transport mittelst Walzen bezeichnet haben, zu vermeiden, darf man dieselben nur durch Stücke ersetzen, welche während ihres Fortrollens auf dem Boden immer mit der Last verbunden bleiben und ihr in ihrer Bewegung folgen. Diess ist der Fall bei der Anwendung der Räder, und um nicht genöthigt zu sein, die Achsen derselben an den verschiedenen Lasten,

welche man fortzuschaffen haben kann, festzumachen, bedient man sich eines Gestells, an welchem die Räder ein für allemal angebracht sind, und auf welches die Last gelegt werden kann. Diess ist das Princip der Wägen von verschiedener Form, welche, wie man es täglich sieht, dazu dienen, Reisende, Waaren, Baumaterialien, mit einem Wort alle Arten von Lasten zu transportiren.

Bei dem Transport auf Rädern findet allemal ein Rollen des Rades auf dem Boden und ein Gleiten der Radachsen in ihren Büchsen statt; die gleitende Reibung ist also nicht vollständig vermieden, wie bei der Anwendung von Walzen, aber der Einfluss dieser Reibung ist um so schwächer, je grösser das Verhältniss des Durchmessers des ganzen Rades zum Durchmesser seiner Büchse ist; denn je grösser dieses Verhältniss ist, desto geringer ist die Ortsveränderung des Angriffspunktes der Reibung für ein und denselben von dem Wagen durchlaufenen Weg, desto geringer ist also die Widerstandsarbeit, welche durch diese Reibung veranlasst wird. Die Vergrösserung des Raddurchmessers bietet aber noch einen andern Vortheil: je grösser dieser Durchmesser nämlich ist, desto kleiner muss die an dem Mittelpunkt des Rades, d. h. die an dem Gestell anzubringende Zugkraft sein, die den Widerstand des Rollens zu überwinden hat. (Ende des §. 146.)

Der Transport auf einem Schubkarren, wie er auf Seite 32 abgebildet ist, ist eine Vereinigung des direkten Transports, von dem wir im §. 198 gesprochen haben, und des Transports auf Rädern. In der That zerlegt sich das Gewicht des Karrens und der Last, welche er enthält, in zwei Theile, von denen der eine durch das Rad, der andere durch die Hände des Mannes getragen wird, welcher die Handhaben des Karrens hält; dieser Mann hat also allemal den letzteren Theil des Gewichtes zu tragen und zugleich den Schubkarren horizontal fortzuschieben, um die Widerstände zu überwinden, welche der erste Theil veranlasst.

Wenn man sich eines Wagens bedient, der mit zwei Rädern versehen ist, die sich um die Enden ein und derselben Achse drehen, so zerlegt sich das Gewicht des Gestells mit allem, was darauf liegt, gleichfalls in zwei Theile, von denen der eine durch die beiden Räder, der andere durch den Menschen oder das Thier getragen wird, welche an der Deichsel wirken. Ein wesentlicher Unterschied zwischen einem solchen Wagen und dem Schubkarren besteht jedoch darin, dass man gewöhnlich die Ladung, welche ersterer zu tragen hat, so anbringt, dass ihr Schwerpunkt fast in der Vertikalebene gelegen ist, welche durch die Axe der

Radachsen geht. Der Mensch oder das Thier, welche, um den Wagen fortzubewegen, in horizontaler Richtung an demselben ziehen, haben auf diese Weise nur wenig in vertikaler Richtung auf die Deichsel zu wirken, um das Gestell in passender Lage zu erhalten.

Wenn man einen vierräderigen Wagen anwendet, so ist der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Gestells und der Ladung immer so gelegen, dass die Vertikale, welche von ihm herabgefällt wird, durch das Innere des Vierecks geht, welches durch die Unterstützungspunkte der vier Räder auf dem Boden gebildet wird. Man hat desshalb nicht mehr nothwendig, eine vertikale Kraft aufzubieten, um das Gestell in horizontaler Lage zu erhalten; es reicht hin, an dem Wagen im Sinn der Bewegung zu ziehen, welche man hervorbringen will, und dadurch die Widerstände zu überwinden, welche durch das Rollen der Räder auf dem Boden, durch das Gleiten der Achsen in ihren Büchsen und durch die Luft hervorgebracht werden, welcher der Wagen in seiner Bewegung begegnet.

§. 202. **Standfestigkeit der Wägen.** — Nach Dem, was wir oben gesehen haben, muss man den Rädern eines Wagens möglichst grosse Dimensionen geben, um die Wirkung des Widerstandes des Rollens sowie des Reibens so viel als möglich zu vermindern. Wenn diess aber geschieht, so wird sich gewöhnlich die Ladung in ziemlicher Höhe über dem Boden befinden, wodurch die Standfestigkeit des Wagens sehr beeinträchtigt wird (§. 47). Er wird mehr geneigt sein umzufallen, wenn sich ihm auf seinem Wege Unebenheiten des Bodens darbieten.

Wenn ein Wagen auf einem seitwärts geneigten Weg in Bewegung ist und sich in Folge dessen gegen die tiefere Seite desselben neigt, so ist die Geschwindigkeit, welche er besitzt, von bedeutendem Einfluss auf seine Stabilität. Während er sich bewegt, neigt sich der Wagen bald mehr bald weniger, in unregelmässiger Weise, je nach der Beschaffenheit des Bodens, auf welchem er sich eben befindet. Um näher zu untersuchen, was in diesem Fall vor sich geht, können wir uns denken, dass der Wagen zwei verschiedene Bewegungen zu gleicher Zeit besitzt: nämlich erstens seine fortschreitende Bewegung in der Richtung des Weges, welchen er zurückzulegen hat, und zweitens eine drehende Bewegung um die horizontale Tangente, welche in dem Punkt A (Fig. 285) an das tiefer stehende Rad gelegt wird. In Folge dieser zweiten Bewegung beschreibt der Schwerpunkt G einen Kreisbogen, dessen Mittelpunkt auf der eben besprochenen Tan-

gente liegt. In diesem Bogen bewegt er sich bald auf- bald abwärts; damit der Wagen aber nicht umfällt, darf der Punkt G niemals den höchsten Punkt B dieses Kreisbogens überschreiten; denn sonst fährt die Schwerkraft, welche ohne Aufhören auf den Wagen wirkt, fort, ihn um die im Punkte A an das Rad gezogene Tangente zu drehen, und wirft ihn um. In dem Augenblick, wo das linke Rad einem Vorsprung auf dem Wege begegnet, der es zwingt, sich zu erheben, steigt der Schwerpunkt in dem Kreisbogen, welchen er beschreiben muss. Wenn der Wagen langsam geht, so hält die Schwerkraft das linke Rad so lange in Berührung mit dem Boden, als der Schwerpunkt den Punkt B noch nicht überschritten hat. Aber wenn der Wagen schnell fährt, so zwingen die Erhöhungen, welchen das linke Rad begegnet, den Wagen, sich plötzlich auf der linken Seite zu erheben; der Schwerpunkt wird, so zu sagen, in seinem Kreisbogen von unten nach oben geschleudert, und in Folge der Geschwindigkeit, welche der Wagen dadurch um die durch A gehende Tangente als Axe erhält, kommt das linke Rad ausser Berührung mit dem Boden; dabei ist es möglich, dass der Schwerpunkt bis zu dem Punkt B ansteigt, bevor die Schwerkraft seine aufsteigende Bewegung vernichten konnte. Man begreift daraus, dass ein schnellfahrender Wagen auf einem seitwärts geneigten Wege umgeworfen werden kann, dessen Neigung dazu nicht ausgereicht haben würde, wenn er langsam gefahren wäre.

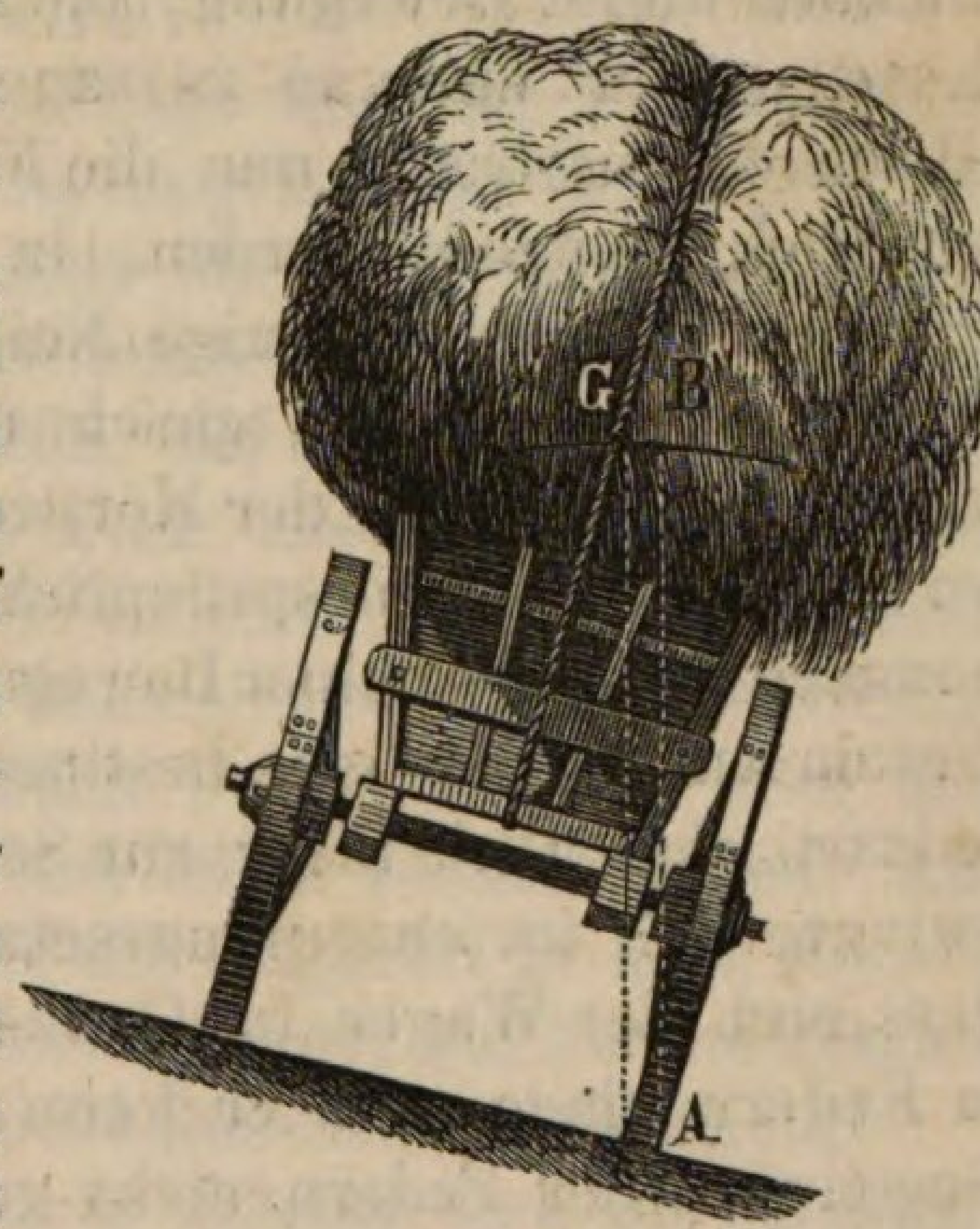


Fig. 285.

Es ist nicht schwer einzusehen, dass diejenigen Wägen, welche in Federn hängen, leichter umgeworfen werden als die ohne Federn. Die Aufhängefedern sind bekanntlich dazu bestimmt, die Stösse, welche der Wagen in Folge der Unebenheiten des Wegs empfängt, zu mildern. Diese Stösse werden zunächst den Rädern und den Stücken ertheilt, welche an den Achsen derselben befestiget sind. Auf den übrigen Theil des Wagens übertragen sie sich erst mittelst der Federn, welche ihre Wirkung verkleinern, indem sie sich mehr oder weniger biegen. Wenn der Weg Ungleichheiten darbietet, in Folge deren sich der Wagen von einer Seite auf die andere neigt, so neigt sich dabei der Körper des Wagens nicht ganz so, als wenn er ohne Vermittlung der Federn an dem Gestell befestigt

wäre. Wenn z. B. ein Rad durch eine Erhöhung des Bodens plötzlich gehoben wird, so folgt der Körper des Wagens nicht augenblicklich dieser Bewegung; die Federn biegen sich erst, und in Folge dessen nähert sich, so zu sagen, das Rad dem Körper des Wagens. Gleich darauf treten nun die Federn, welche dadurch mehr als gewöhnlich gespannt wurden, in Wirksamkeit und veranlassen nun erst den Wagen, diejenige Neigung anzunehmen, welche er ohne ihre Gegenwart schon gleich ursprünglich plötzlich angenommen haben würde. Aber der Körper des Wagens hält in dem Moment, wo die Federn ihre ursprüngliche Gleichgewichtsgestalt wieder angenommen haben, in seiner Bewegung nicht plötzlich inne; er besitzt in diesem Augenblicke eine bestimmte Geschwindigkeit, welche ihn veranlasst, sich noch mehr zur Seite zu neigen, indem sie die Federn zwingt, sich im entgegengesetzten Sinne zu biegen. Daraus folgt, dass sich der Wagen im Ganzen stärker neigt, als wenn er nicht in Federn hinge, und er kann an Stellen umfallen, wo diess ohne Gegenwart der Federn nicht geschehen wäre.

Aus dem Vorhergehenden ist leicht zu schliessen, dass die für den Transport der Reisenden auf den Strassen angewandten Diligencen, unter dem Gesichtspunkt der Stabilität betrachtet, eine schlechte Einrichtung besitzen. Die Anhäufung des Gepäcks an ihrem oberen Theil macht, dass sich der Schwerpunkt des ganzen Wagens, wenn er beladen ist, sehr hoch über dem Boden befindet, und die Oscillationen, welche ihm die Unebenheiten des Weges durch Vermittlung der Federn mittheilen, brauchen nicht gross zu sein, um den Wagen umzuwerfen.

§. 203. **Zugkraft, welche zur Fortbewegung eines Wagens erforderlich ist.** — Die Grösse der Zugkraft, welche erforderlich ist, um einen Wagen fortzubewegen, um also die passiven Widerstände zu überwinden, welche sich seiner Bewegung entgegenstellen, ändert sich bedeutend mit den Umständen, unter denen diese Bewegung stattfindet. Um die Grösse dieser Kraft und die Gesetze der Aenderungen, welche sie in verschiedenen Fällen erfährt, zu bestimmen, hat man Versuche angestellt. Wir wollen hier die hauptsächlichsten Resultate angeben, zu welchen man durch dieselben gelangt ist.

Indem man allein die Ladung des Wagens abänderte und ihn immer auf demselben Weg sich bewegen liess, hat man gefunden, dass die zu seiner Fortbewegung nöthige Zugkraft sehr nahezu proportional dem Drucke der Räder gegen den Weg, d. h. proportional dem Gewicht der Ladung vermehrt um das Gewicht des Wagens selbst ist. Diess war auch nicht anders zu erwarten, weil

die Widerstände des Gleitens und Rollens proportional dem Druck sind, und die angewandte Kraft fast ausschliesslich zur Ueberwindung dieser Widerstände verwendet wird.

Für dieselbe Beschaffenheit des Wegs und für die nämliche Belastung ändert sich die Zugkraft im umgekehrten Verhältniss des Durchmessers der Räder. Diess musste ebenfalls nach Dem, was wir in §. 146 gesagt haben, erwartet werden.

Wenn die Fortbewegung der Räder auf dem Wege von Stössen begleitet ist, wie auf gepflasterten oder überhaupt sehr harten Strassen, so wächst die Zugkraft mit der Geschwindigkeit. In anderen Fällen bleibt die Zugkraft dieselbe, welches auch die Geschwindigkeit ist. Auch dieses Resultat war nach Dem, was wir über den Arbeitsverlust durch Stösse gesagt haben, leicht vorauszusehen. Auf weichen Wegen, im Sand z. B., muss die Zugkraft in dem Maasse grösser werden, als die Breite der Räder abnimmt; auf hartem Terrain dagegen ist die Zugkraft von der Breite der Räder fast unabhängig.

Was die Art und Weise betrifft, in welcher sich die Zugkraft mit der Beschaffenheit des Weges ändert, so wird man davon einen Begriff durch die folgende Tabelle erhalten können, welche das Verhältniss der Zugkraft zum Totalgewicht des Wagens unter Umständen, welche sich gewöhnlich darbieten, und für Räder von der Grösse, wie sie gewöhnlich gebraucht werden, gibt.

Beschaffenheit des Weges.	Verhältniss der Zugkraft zur Gesammtbelastung.
Natürliches Terrain, nicht geschlagen, thonig, trocken	0,250
Natürliches Terrain, nicht geschlagen, kiesig	0,165
Festgeschlagenes, sehr wohl geebnetes Terrain	0,040
Strasse mit Sand oder feinem Kies beschottert, frisch aufgeschüttet	0,125
Schotterstrasse, im gewöhnlichen Zustand . .	0,080
Schotterstrasse im besten Zustand, glatt gefahren	0,033
Gepflasterte Strasse, die Wagen mit Federn, im Schritt	0,030
Gepflasterte Strasse, die Wagen mit Federn, im scharfen Trab	0,070
Brückenbahn von Eichenholz, ungehobelt . .	0,022
Fahrbahn mit Geleisen aus Gusseisen oder sehr harten Steinplatten	0,010
Eisenbahn, mit randlosen Kantenschienen, im guten Zustande	0,007
Eisenbahn, dsgl., die Achsen fortwährend geschmiert erhalten	0,005

Diese Tabelle zeigt deutlich, welchen grossen Vortheil unter dem Gesichtspunkt der aufzuwendenden Zugkraft Eisenbahnen mit randlosen Kantenschienen, d. h. solchen, wie man sie jetzt überall anwendet, darbieten. Auf solchen Bahnen kann mit derselben Kraft eine weit grössere Last fortbewegt werden, als auf den gewöhnlichen Strassen, wie gut auch diese letzteren gebaut und unterhalten sein mögen. Wir werden etwas weiter unten näher auf die Einrichtungen bei denselben eingehen.

§. 204. **Transport auf geneigter Bahn.** — Wenn eine Last für sich allein oder mittelst eines Wagens auf horizontalem Wege transportirt wird, so übt das Gewicht dieser Last und des Wagens, wenn ein solcher vorhanden ist, einen Druck senkrecht gegen den zurückzulegenden Weg aus. Dieses Gewicht kann also direkt keine Wirkung hervorbringen, es kann die Bewegung weder verzögern, noch beschleunigen; es wirkt nur indirekt, indem es passive Widerstände hervorbringt, welche ihm proportional sind, und welche durch die Zugkraft überwunden werden müssen. Diess ist nicht mehr der Fall, wenn die Last auf geneigtem Wege fortbewegt werden soll. Dann kann ihr Gewicht, das natürlich immer noch eine vertikal abwärts wirkende Kraft ist, die im Schwerpunkt G (Fig. 286) angreift, in zwei Seitenkräfte GB, GC zerlegt werden, von denen die eine parallel zum Weg, die andere senkrecht dazu ist. Die letztere Componente, diejenige, welche senkrecht zur Richtung des Weges ist, kann direkt die Geschwindigkeit der Last weder vermehren, noch vermindern; aber sie ist es, welche die Widerstände des Gleitens und des Rollens hervorbringt, welche Widerstände ihr proportional sind. Die erste Componente dagegen, welche parallel zur Richtung des Weges ist, übt ihre vollständige Wirkung aus; sie sucht die Geschwindigkeit zu vermehren oder zu vermindern, je nachdem sie im Sinne der Bewegung oder im entgegengesetzten Sinne gerichtet ist.

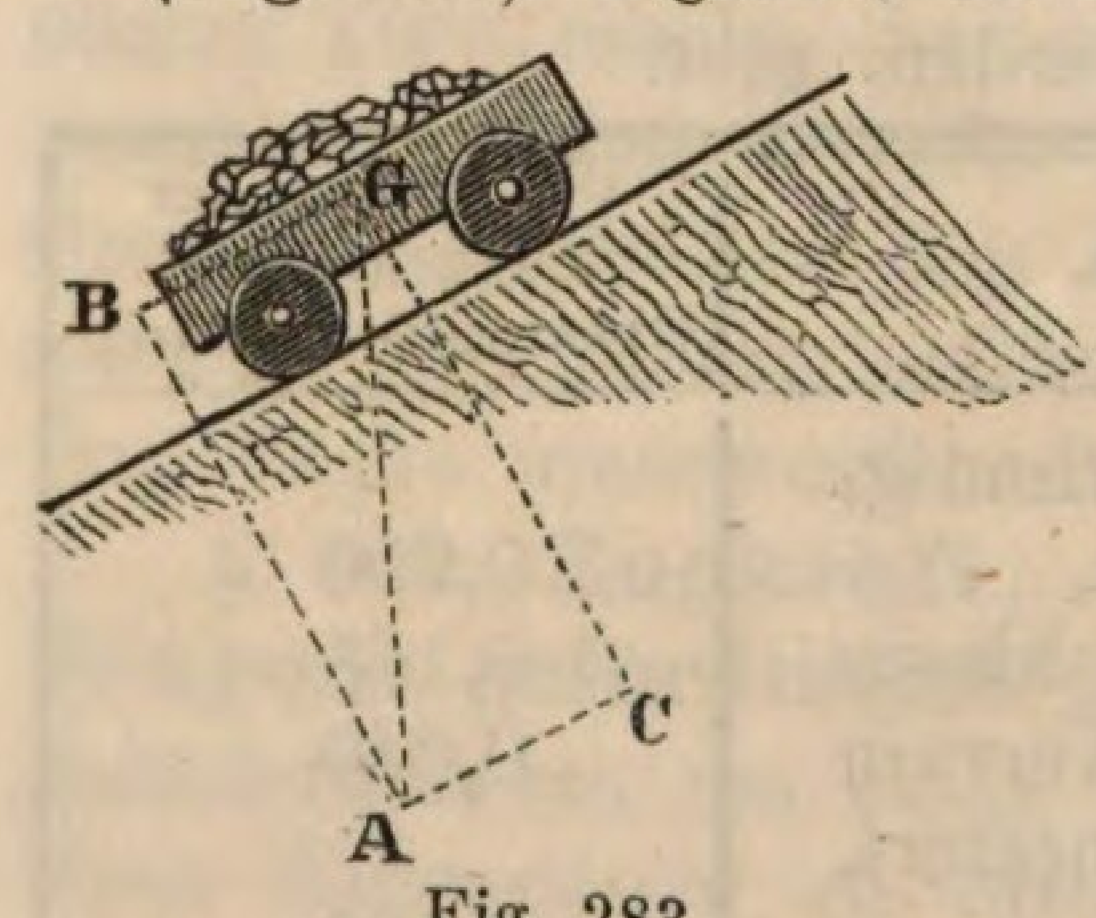


Fig. 283.

Wenn man die Last die geneigte Bahn aufwärts bewegt, so muss die anzuwendende Zugkraft einmal die passiven Widerstände überwinden, welche durch die Bewegung hervorgebracht werden, dann aber auch die Componente des Gewichtes der Last, welche parallel zum Weg ist. Der von der Last gegen die Bahn ausgeübte Druck ist weniger gross, als wenn die Bahn horizontal wäre, weil dieser Druck nur eine rechtwinkelige Componente ihres Ge-

wichtes ist; die Neigung des Wegs veranlasst also eine Verminderung der passiven Widerstände, welche aus diesem Drucke folgen. Aber während die Zugkraft von diesem Gesichtspunkt aus eine Verminderung erfährt, wenn die Last aufwärts bewegt werden soll, so wird diese Verminderung durch die Vermehrung welche sie erhalten muss, um die Componente GB (Fig. 286) des Gewichtes der Last überwinden zu können, mehr als compensirt. Im Ganzen ist allemal eine grössere Kraft nothwendig, um die Last eine schiefe Bahn aufwärts zu bewegen, als sie auf horizontalem Wege weiter zu schaffen, und zwar wird diese Kraft um so grösser, je stärker die Neigung des Weges ist.

Wenn sich die Last längs des geneigten Weges abwärts bewegt, so wirkt die Componente ihres Gewichts, die parallel zur Richtung des Weges ist, im Sinne der Bewegung. Diese Componente hält also schon einem Theil der passiven Widerstände das Gleichgewicht, und die Zugkraft, welche man aufwenden muss, hat folglich nur noch den übrigen Theil dieser Widerstände zu überwinden. Wenn man ausserdem noch bemerkt, dass der senkrecht gegen die Bahn ausgeübte Druck, wie im vorhergehenden Fall, schwächer ist, als wenn der Weg horizontal wäre, so sieht man, dass die Neigung der Bahn aus zwei Gründen vermindernd auf die Zugkraft einwirkt: erstens, indem sie die passiven Widerstände verkleinert, und zweitens, indem sie eine Componente des Gewichts der Last hervorbringt, welche einem Theil der Widerstände das Gleichgewicht hält. Die Verminderung welche in diesem Fall die Zugkraft erfährt, ist um so grösser, je mehr der Weg geneigt ist. Wenn die Neigung desselben gross genug ist, so kann die Zugkraft sogar auf Null reducirt werden; alsdann hält die zur Richtung des Weges parallele Componente des Gewichtes den passiven Widerständen allein das Gleichgewicht. Wenn die Neigung noch grösser wird, so ist es nicht blos nicht mehr nöthig, an der Last abwärts zu ziehen, sondern man muss dieselbe sogar durch eine Kraft, welche im entgegengesetzten Sinne der Bewegung wirkt, zurückhalten, wenn man nicht will, dass sich die Geschwindigkeit in's Uebermässige vergrössert. Man sieht in der That, dass in einem solchen Fall die passiven Widerstände schon durch einen Theil derjenigen Componente des Gewichts, welche in der Richtung der Bewegung wirkt, im Gleichgewicht gehalten werden, während der andere Theil dieser Componente die Geschwindigkeit des Körpers ohne Aufhören vermehren würde, wenn man ihr nicht eine ebenso grosse Kraft entgegensetzte. Desshalb müssen die Pferde den Wagen, an welchen sie gespannt sind, und der eine stark geneigte Bahn her-

abgeht, zurückhalten, wenn sich die Bewegung desselben nicht übermässig beschleunigen soll. Es kommt sogar vor, dass man, wenn es sich um einen schwerbeladenen Wagen handelt, welcher durch mehrere hintereinander gespannte Pferde gezogen wird, die Pferde mit Ausnahme derer an der Deichsel ausspannt, um sie hinter den Wagen zu spannen und dort eine Zugkraft hervorbringen zu lassen, welche, entgegengesetzt dem Sinne der Bewegung wirkend, den Theil der zum Wege parallelen Componente des Gewichts aufhebt, welcher durch die passiven Widerstände nicht im Gleichgewicht gehalten wird.

Um das Zurückhalten des Wagens bei stärkerem Gefäll des Weges zu erleichtern, bringt man gewöhnlich Bremsen an demselben an, mit deren Hülfe man die passiven Widerstände vermehren kann. Diese Bremsen bestehen aus Platten von Eisen, oder auch aus Stücken Holz, welche man hinter oder vor den Rädern, ganz nahe an ihrem Kranze, in der Höhe ihrer Achsen anbringt (Fig. 287). Sie werden mittelst einer Schraube entweder gegen die

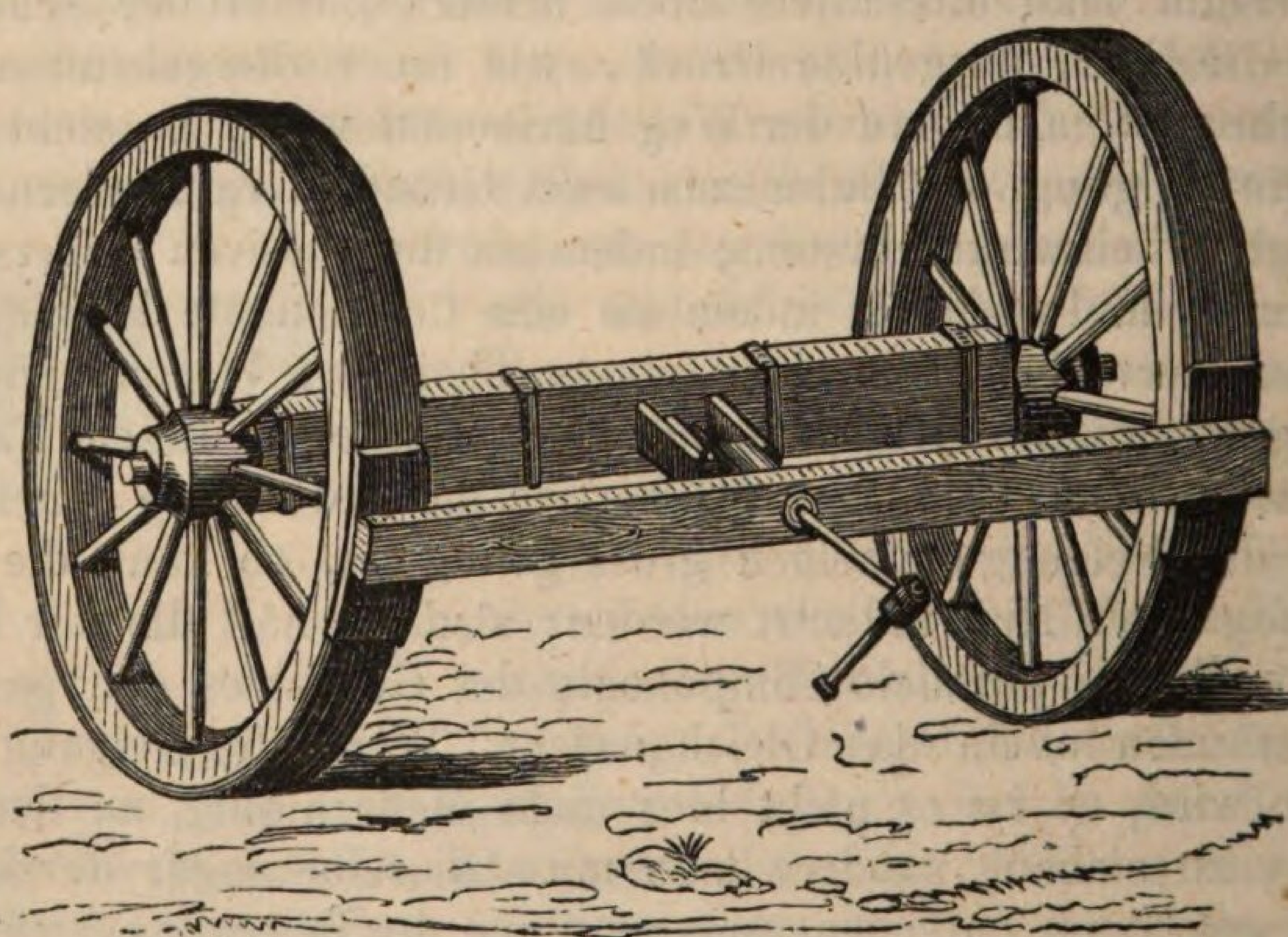


Fig. 287.

Hinter- oder gegen die Vorderräder des Wagens angedrückt. Der dadurch hervorgebrachte Druck der Bremse gegen den Radkranz ruft eine Reibung hervor, welche sich zu den anderen passiven Widerständen summirt, und die um so grösser ist, je stärker die Bremse angedrückt wird. Es ist aber leicht einzusehen, dass die hiedurch hervorzubringende Vermehrung der passiven Widerstände eine gewisse Grenze nicht überschreiten kann. Denn wenn die Bremse zu stark angedrückt wird, so verhindert sie die Räder sich zu drehen,

sodass dieselben auf der Strasse fortgleiten, als wenn sie an dem Wagen völlig festgemacht wären. Dieser Fall tritt offenbar dann ein, wenn die gleitende Reibung des Radkranzes an der Strasse kleiner ist, als die Reibung der Bremse an ihm selbst. Sobald also der Druck der Bremse gegen den Radkranz eine grössere Reibung hervorzubringen im Stande wäre, als durch das Gleiten des feststehenden Rades an der Strasse entsteht, so dreht sich das Rad nicht mehr herum, jene Reibung wird nicht hervorgebracht, sondern durch die des Rades an der Oberfläche der Strasse ersetzt.

Es ist jedoch nachtheilig, die Bremse so stark gegen die Räder zu drücken, dass sie sich nicht mehr drehen können; wenn die Räder gleiten, anstatt zu rollen, so nützen sie sich an einer einzigen Stelle ihres Umfangs unverhältnissmässig stark ab, wodurch ihre Gestalt unregelmässig wird und sie selbst bald zu Grunde gehen. Um diese Abnützung in dem Fall, wo man das Rollen eines Rads durch ein Gleiten ersetzen muss, zu verhindern, bedient man sich eines Stückes Eisen, Radschuh genannt, welches man unter das Rad legt, sodass es allein die ganze Abnützung zu tragen hat, welche durch das Gleiten veranlasst wird. Dabei darf man den Radschuh, der mittelst einer Kette von passender Länge an dem Gestell des Wagens befestigt ist, nur vor eines der Räder legen, sodass dasselbe im Rollen auf ihn zu stehen kommen muss. In dem Moment, wo es in der Mitte seiner Länge angekommen ist, spannt sich die Kette (Fig. 288), der Wagen, welcher sich weiter bewegt, zieht nun den Radschuh mit fort, und dieser, indem er fortwährend das Rad trägt, verhindert dasselbe sich zu drehen, während er selbst durch sein Gleiten an der Strasse die beabsichtigte Reibung erzeugt.

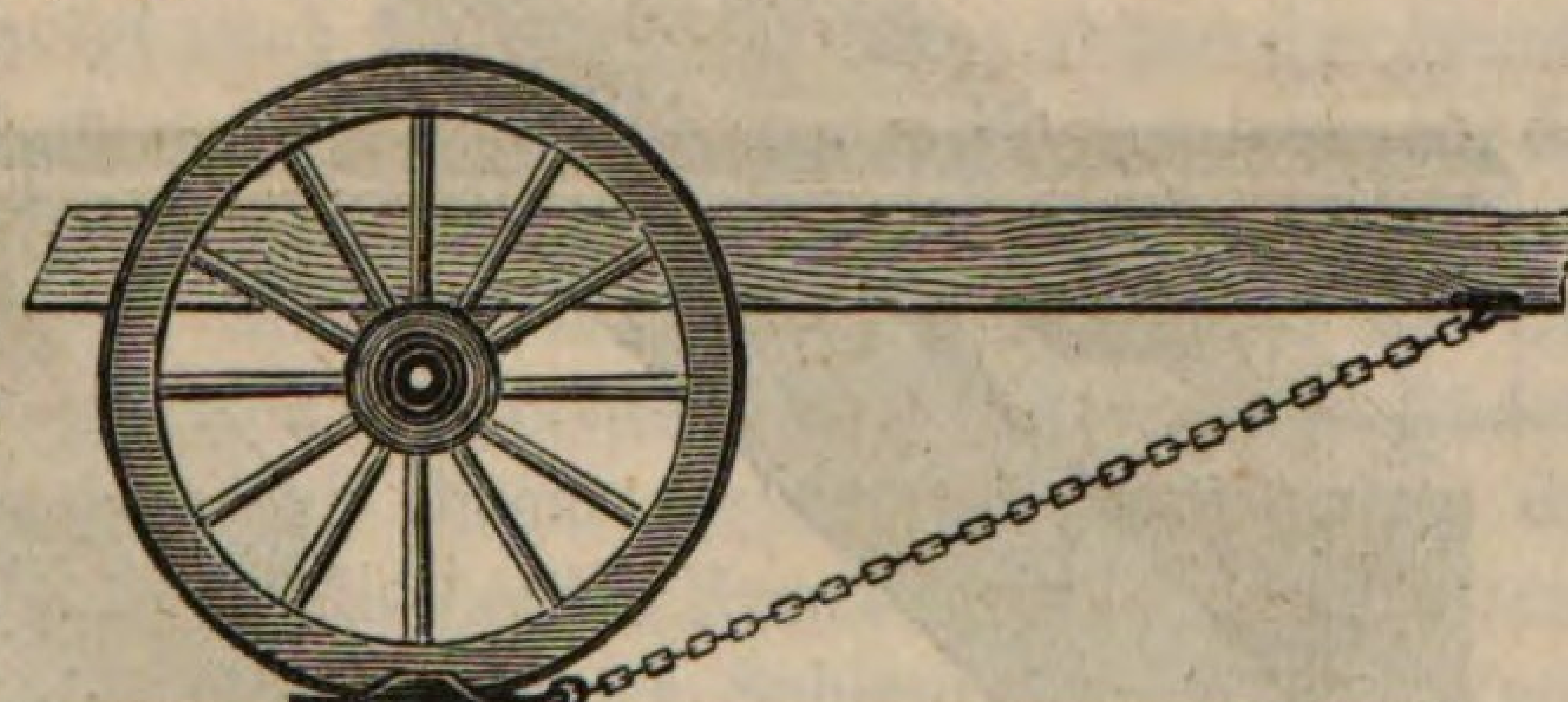


Fig. 288.

§. 205. **Eisenbahnen.** — Wir haben aus der Tabelle auf Seite 365 ersehen, wie sehr die zur Fortbewegung eines Wagens nöthige Zugkraft von der Beschaffenheit des Weges, auf welchem die Bewegung vor sich geht, abhängt. Um diese Zugkraft so viel als möglich zu verringern, hat man die Eisenbahnen gebaut, auf welchen man mit dem nämlichen Aufwande von Kraft viel schwerere Lasten fortschaffen kann als auf den gewöhnlichen Strassen der besten Art.

Man hat anfangs die Eisenbahnen mit sogenannten Spurschienen gebaut, welche einen nach oben vorstehenden Rand besassen, und auf welchen die gegen den Kranz hin dünner werdenden Räder von linsenförmiger Gestalt rollten. Aber diese Spurschienen, deren Idee von den Geleisen genommen war, die sich von selbst auf den Strassen bilden, haben bald grosse Mängel gezeigt: es häuft sich Unrath aller Art darin an, welcher der Leichtigkeit des Rollens sehr nachtheilig ist und so einen grossen Theil der Vortheile wieder aufhebt, welche man durch den Bau der Bahn erreichen will. Bahnen mit Spurschienen existiren nur noch in England in den Bergwerken und in der Nachbarschaft derselben. Neue werden jedoch, aus Ursache der oben bezeichneten Mängel, nicht mehr gebaut.

Die jetzt allgemein angewandten Schienen sind die sogenannten randlosen Kantenschienen. Dieses sind starke Stangen von Schmiedeisen, die gegen die Mitte ihrer Breite etwas dünner sind, und welche, auf die hohe Kante gestellt, eine hinter die andere auf den Boden gelegt werden. Senkrecht zur Richtung der Bahn sind in gewissen Entfernungen von einander Holzschwellen gelegt, von denen jede zwei eiserne Schienenstühle trägt, die fest mit ihr verbunden sind. In die Oeffnungen dieser Stühle werden die Schienen gelegt, zwei genau parallele Reihen nebeneinander, und darin mittelst Holzkeilen befestigt, die mit Gewalt eingetrieben werden (Fig. 289).

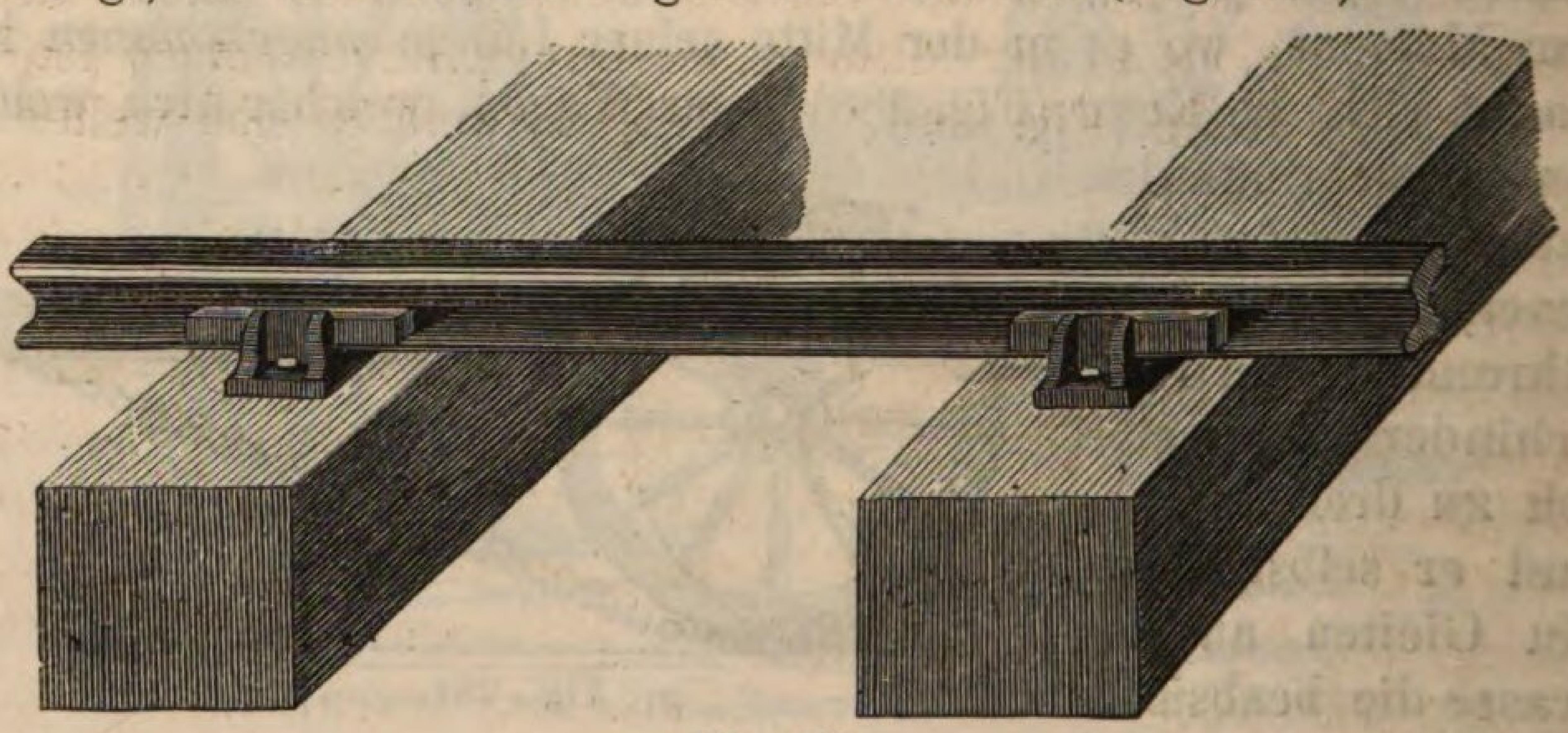


Fig. 289.

Die Räder der Wägen, welche auf diesen Schienen laufen müssen, könnten sich auf der oberen Fläche derselben nicht halten, wenn ihr Kranz nicht einen Rand, den sogenannten Spurkranz, besässe (Fig. 290). Dieser Rand geht bei beiden Rädern, welche sich auf ein und derselben Achse befinden, auf der ins Innere des Geleises gekehrten Seite etwas über die Oberfläche der Schienen herunter und verhindert so die Räder auszugleisen. — Wenn aus irgend einer Ursache die Räder nach der einen oder anderen Seite aus dem Geleise zu gehen suchen, so setzen

sich die Spurkränze diesem Bestreben entgegen, indem sie sich gegen die inneren Seiten der Schienen anlegen. Es folgt daraus

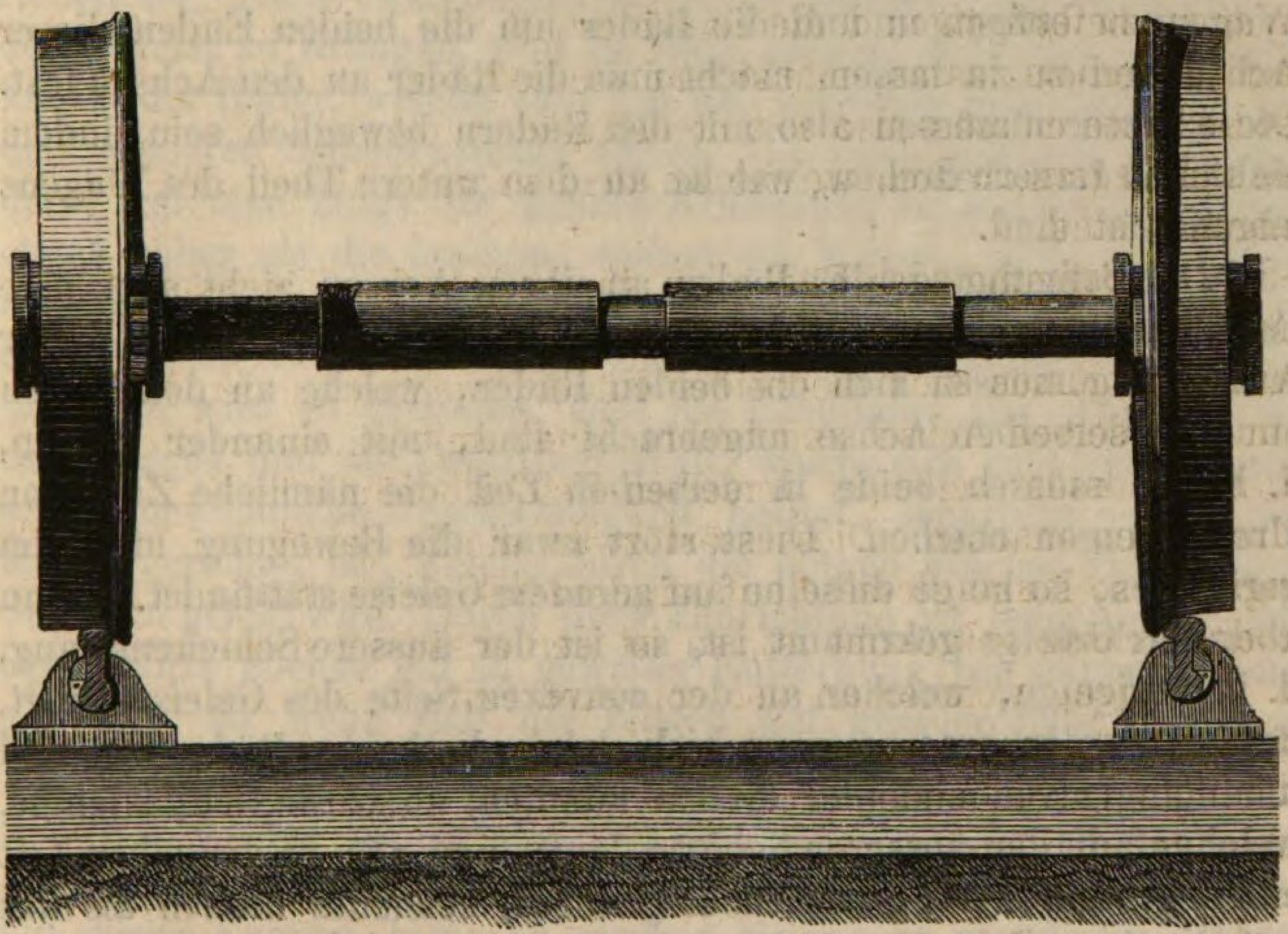


Fig. 290.

eine Reibung der Spurkränze an den Schienen, welche die Zugkraft vermehrt. Um die Entstehung dieser Reibung möglichst zu vermeiden, gibt man dem Radkranz eine schwach konische Form, wie es Fig. 290 zeigt. Man neigt auch die Schienen etwas gegen das Innere des Geleises und gibt ihnen eine etwas grössere Entfernung, als die Distanz zwischen den äusseren Rändern der Spurkränze zweier zusammengehöriger Räder beträgt. Auf diese Art bewirkt das Gewicht des Wagens, dass sich die beiden Radkränze eines Räderpaares so viel als möglich mit ihrem verjüngten Theil gegen die Schienen stützen und hält so die beiden Spurkränze auf eine kleine Entfernung von den inneren Seiten der Schienen entfernt. Wenn durch irgend eine Ursache der eine der Spurkränze die beiden Schienen berührt, so verlässt er sie bald wieder, um in die Stellung zurückzukehren, welche ihm die auf das Rad wirkende Last fortwährend zu geben sucht.

Damit die Spurkränze ihrem Zweck immer gehörig entsprechen und die Wägen eine hinreichende Stabilität auf den Schienen erhalten, selbst wenn sie sich mit grosser Schnelligkeit bewegen, ist es nothwendig, dass sich die Räder fortwährend möglichst genau vertikal halten, dass sie sich weder gegen die innere noch gegen die äussere Seite des Geleises neigen. Um sich dieser Stabilität zu

versichern, bringt man die Räder in anderer Weise an, als es bei den gewöhnlichen Wägen geschieht. Anstatt jede Achse an dem Wagen zu befestigen und die Räder um die beiden Enden dieser Achse drehen zu lassen, macht man die Räder an den Achsen fest. Diese letzteren müssen also mit den Rädern beweglich sein, indem sie sich in Lagern drehen, welche an dem untern Theil des Wagens angebracht sind.

Die Befestigung der Räder an ihren Achsen zieht aber eine Consequenz nach sich, welche wir angeben müssen. Nach dieser Anordnung müssen sich die beiden Räder, welche an den Enden ein und derselben Achse angebracht sind, mit einander drehen, d. h. sie müssen beide in derselben Zeit die nämliche Zahl von Umdrehungen machen. Diess stört zwar die Bewegung nicht im geringsten, so lange dieselbe auf geradem Geleise stattfindet. Wenn aber das Geleise gekrümmt ist, so ist der äussere Schienenstrang, d. h. derjenige, welcher an der convexen Seite des Geleises liegt, länger als der innere; wenn sich daher die beiden Räder frei und unabhängig von einander drehen könnten, so würde sich dasjenige, welches auf der äusseren Schiene läuft, und also in derselben Zeit einen grösseren Weg zurückzulegen hat, schneller drehen als das auf der inneren Schiene. Wenn dagegen die Räder an der Achse festgemacht sind, so sind sie gezwungen, sich in ihrer Bewegung fortwährend zu accommodiren. Daraus folgt, dass entweder das äussere, oder das innere, oder in den meisten Fällen wohl beide Räder zugleich etwas auf den Schienen schleifen müssen; das äussere, indem es sich langsamer, das innere, indem es sich schneller dreht, als es seiner Fortbewegung auf seiner Schiene entsprechen würde. Das Rollen der beiden gleichgrossen Räder, die auf einer gemeinschaftlichen Achse festgemacht sind, kann folglich auf einem krummen Geleise nicht stattfinden, ohne dass ein Gleiten entsteht. Dieses Gleiten veranlasst aber eine Reibung, welche die Zugkraft entsprechend vermehrt. Wenn man daher die Vortheile, welche die Eisenbahnen unter dem Gesichtspunkt der kleinstmöglichsten Zugkraft darbieten, wahren und doch die an den beiden Enden einer gemeinschaftlichen Achse befestigten Räder beibehalten will, so muss man es vermeiden, der Bahn starke Krümmungen zu geben; man muss sie aus geraden Linien zusammensetzen, die durch wenig gekrümmte Curven, gewöhnlich Kreisbögen mit grossem Radius, verbunden sind.

Wenn sich ein Wagen mit bedeutender Geschwindigkeit in dem gekrümmten Theil eines Geleises bewegt, so ruft seine Bewegung eine sehr merkbare Centrifugalkraft hervor, die horizontal, senk-

recht zum Geleise und nach der convexen Seite der Krümmung gerichtet ist. Diese Centrifugalkraft sucht offenbar den Wagen aus dem Geleise zu drängen, und es folgt daraus, dass sich die Spurkränze der Räder, welche sich auf der convexen Seite befinden, an dem äusseren Schienenstrang reiben. Um diese Reibung zu verhindern, legt man längs der ganzen Krümmung die äusseren Schienen etwas höher als die inneren, sodass ein Wagen, wenn er sich in diesem Theil der Bahn befindet, wie auf einer nach der Quere geneigten schiefen Ebene steht. Die Differenz der Höhe der beiden Schienen wird so bestimmt, dass die Resultante aus dem Gewicht des Wagens und der Centrifugalkraft, welche sich entwickelt, wenn er die gewöhnliche Geschwindigkeit besitzt, senkrecht gegen die Ebene gerichtet ist, welche durch die oberen Flächen der beiden Schienen gelegt wird. Durch diese Einrichtung ist jeder der beiden Spurkränze ebenso gut in gewisser Entfernung von seiner Schiene gehalten, als wenn sich der Wagen auf gerader Bahn bewegen würde, wo die beiden Schienen in gleicher Höhe liegen.

Wir werden bald sehen, dass die Anwendung der Lokomotiven zur Bewegung der Wagenzüge auf den Eisenbahnen erfordert, dass auf diesen Bahnen keine zu starken Neigungen stattfinden. Aber auch ausserdem würden schon nur etwas starke Neigungen die grossen Vortheile wieder verschwinden machen, welche man mit der Anwendung von Eisenbahnen beabsichtigt. Desshalb baut man dieselben so viel als möglich horizontal und wendet starke Neigungen nur in Ausnahmsfällen an. Daraus folgt, dass man das natürliche Terrain an Stellen, wo es sich über das Niveau, welches man dem Geleise geben will, erhebt, abtragen muss, während man an anderen Stellen, wo es sich zu tief senkt, genöthigt ist, Auftragungen oder Dämme zu machen. Wenn die Niveau-Unterschiede sehr gross sind, so baut man Tunnels und Viaducte.

§. 206. Es würde von grosser Wichtigkeit sein, wenn man bei den Eisenbahnlinien Curven von kleinem Radius anwenden könnte; diess würde gestatten, dieselben so zu legen, dass Uebergänge über Berge und Thäler mehr vermieden werden könnten, und dass man sich in geringerer Entfernung von der Oberfläche des natürlichen Terrains halten könnte. Dadurch würde der Bau von Eisenbahnen viel einfacher und daher viel weniger kostspielig werden. Um diesen Zweck zu erreichen hat man verschiedene Mittel vorgeschlagen; wir wollen uns damit begnügen, dasjenige anzugeben, welches von Herrn Arnoux herrührt und auf der Eisenbahn von Paris nach Sceaux Anwendung gefunden hat.

Wir haben oben gesehen, dass es besonders die feste Verbindung der Räder mit ihren Achsen ist, in Folge deren Curven von kleinem Radius vermieden werden müssen, da in Folge der ungleichen Länge der beiden Schienenstränge ein Schleifen der Räder an den Schienen entsteht. Arnoux hat zunächst den Rädern ihre Beweglichkeit um die beiden Enden der Achse wieder gegeben, sodass sich die Räder an einer und derselben Achse unabhängig von einander drehen und jedes derselben die der Länge des Weges, den es zu durchlaufen hat, entsprechende Anzahl von Umdrehungen machen kann, ohne auf der Schiene gleiten zu müssen.

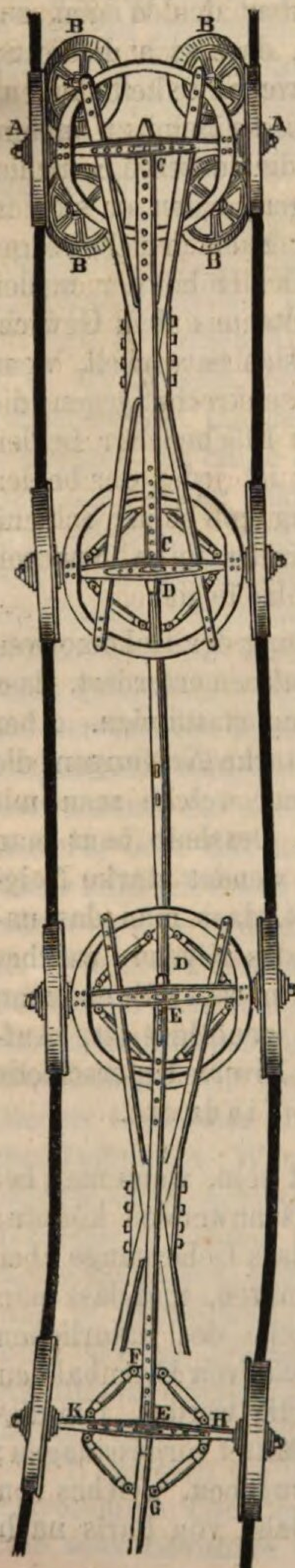
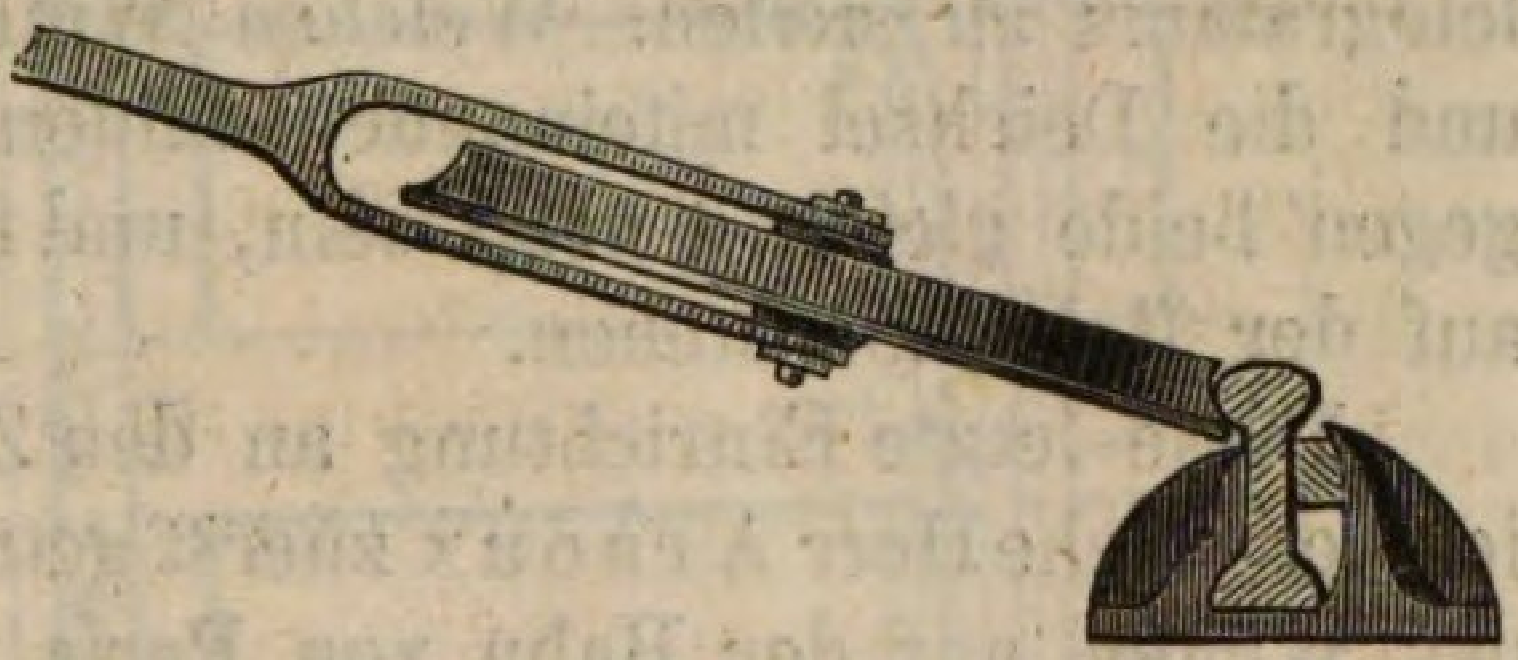


Fig. 291.

Aber diess allein reicht nicht aus. Damit das Rollen der Räder in passender Weise stattfindet und sich ihre Spurkränze nicht an den Rändern der Schienen reiben, muss in jedem Augenblick die Ebene jedes Rads durch die Tangente gehen, welche im Berührungspunkt derselben mit der Schiene an diese letztere gelegt wird. Es muss also die Achse jedes Räderpaars stets senkrecht zu den Schienen, d. h. senkrecht zur Bahnlinie stehen. Daraus folgt, dass die beiden Achsen eines und desselben Wagens, wenn derselbe in eine Curve kommt, nicht parallel bleiben können; sie müssen vielmehr die Richtungen zweier Radien des Kreises besitzen, von welchem die Curve ein Theil ist, und daher nach dem Mittelpunkt dieses Kreises convergiren. Daher hat Arnoux die Achsen um Reibnägel beweglich gemacht, wie es bei der vorderen Achse der gewöhnlichen, vierräderigen Wägen der Fall ist; und damit sich jede Achse, indem sie sich um ihren Reibnagel dreht, stets senkrecht zur Richtung der Bahnlinie stellt, ist folgende Einrichtung von ihm getroffen worden.

Die erste Achse AA eines Zugs (Fig. 291) wird durch kleine Laufräder B,B gerichtet, deren vier vorhanden sind, und deren Achsen durch Zwingen getragen werden, die an der

Wagenachse selbst befestigt sind. Diese Räder stützen sich gegen die innere Seite jedes der beiden Schienenstränge, sodass sich die Spurkränze, mit denen sie versehen sind, unter die vorstehenden Ränder der Schienen legen, wie es Fig. 292 zeigt. Die Laufrädchen B, B richten also die Achse AA stets senkrecht auf die Richtung der Bahn, in welchem Sinne sich dieselbe auch krümmt. Auf dieselbe Art wird die letzte Axe des Zugs stets in senkrechter Richtung gegen die Bahnlinie erhalten.


Fig. 292.

Um den zwischen der ersten und letzten Achse gelegenen Zwischenachsen in jedem Augenblicke die Richtung zu geben, welche sie haben müssen, wird das folgende Mittel angewandt. Die Wägen sind nicht mittelst Ketten und Federn untereinander verbunden, wie es gewöhnlich bei den Eisenbahnwägen der Fall ist, sondern durch starre Stangen oder Deichseln, welche zu beiden Seiten in Reibnägeln endigen, um welche sie sich frei drehen können. So folgt auf den Langbaum CC, welcher die beiden Reibnägel des ersten Wagens verbindet (Fig. 291), eine Deichsel DD, welche den zweiten Reibnagel des ersten Wagens mit dem ersten Reibnagel des zweiten Wagens in Verbindung setzt; ebenso folgt auf den Langbaum EE des zweiten Wagens eine Deichsel EG, welche zur Verbindung des zweiten und dritten Wagens dient, u. s. f. Daraus folgt, dass die Langbäume und Deichseln, die sämmtlich von gleicher Länge sind, ein Polygon mit gleichen Seiten bilden, welches seine Ecken in den verschiedenen Reibnägeln hat; und weil sich diese Ecken stets auf der krummen Linie befinden, welche die Axe des Geleises bildet, so ist das Polygon, von dem wir eben sprechen, dieser krummen Linie einbeschrieben. Man sieht daraus, dass es, um jede Achse in senkrechter Richtung zur Bahnlinie fortzuführen, hinreicht, sie zu nöthigen, immer gleiche Winkel mit den Langbäumen und Deichseln, welche sich in ihrer Mitte endigen, zu bilden. Man erreicht diess mit Hülfe von vier gleichlangen Stangen, welche einestheils in F und G an dem Langbaum und der Deichsel, andererntheils in H und K an zwei Muffen, welche die Achse umhüllen und sich längs derselben etwas verschieben können, in Gelenken befestigt sind. Das gleichseitige Parallelogramm FHGK, dessen Seiten von jenen vier Stangen gebildet werden, kann also seine Gestalt verändern und thut diess in der That, wenn der Langbaum und die Deichsel, welche seine Ecken

F und G tragen, den Winkel, den sie miteinander bilden, abändern. Alsdann gleiten die Muffen H, K längs der Achse, welche sich zu gleicher Zeit um den Reibnagel drehen muss, um sich stets in der Richtung der Diagonale HK des gleichseitigen Parallelogramms zu stellen. Welchen Winkel also auch der Langbaum und die Deichsel miteinander bilden, so muss die Achse stets gegen beide gleich geneigt sein, und folglich fortwährend senkrecht auf der Bahnlinie stehen.

Diese letzte Einrichtung an den Zwischenachsen ist nicht diejenige, welche Herr Arnoux zuerst getroffen und bei der Construction der Wägen auf der Bahn von Paris nach Sceaux angewandt hat. Sie ist aber durch ihre Einfachheit der ursprünglichen Einrichtung, die wir nicht näher beschreiben wollen, bei weitem vorzuziehen. Die Idee zu dieser Verbesserung rührt von dem Sohne des Herrn Arnoux her.

Ein Zug von beliebiger Länge, dessen Wägen nach dem System von Arnoux gebaut sind, kann sich in Bahnlinien, deren Krümmungen beliebig rasch wechseln, bewegen, ohne dass die Achsen aufhören, senkrecht zur Bahnlinie zu bleiben. Die Leichtigkeit, mit welcher sich der Zug nach den Krümmungen der Bahnlinie dreht und wendet, hat Veranlassung gegeben, dass man das System von Arnoux häufig mit dem Namen des Systems mit gegliederten Wägen bezeichnet. Doch ist auf der andern Seite nicht zu leugnen, dass durch dieses System ein Wagenzug viel von seiner Stabilität und Sicherheit verliert, und desshalb möchte es wohl kaum je allgemeinere Anwendung finden.

§. 207. Es kommt häufig vor, dass ein Schienengeleise sich spaltet, d. h. dass es sich in zwei verschiedene Geleise auflöst, welche sich von einander entfernen, und deren jedes als Fortsetzung des ersten betrachtet werden kann. Wenn sich ein Zug auf dem einfachen Geleise gegen das doppelte hin bewegt, so ist es nöthig, dass man ihn nach Belieben auf das eine oder andere der beiden neuen Geleise leiten kann. Diess erreicht man mittelst der sogenannten Wechsel, die wir etwas näher beschreiben wollen (Fig. 293 und 294.)

In Fig. 293 ist der Wechsel in solcher Stellung gezeichnet, dass ein Zug, welcher von der unteren Seite kommt, nur auf das Geleise AA,BB übergehen kann. Die Schienen A′ und B′ bilden den Anfang des zweiten Geleises. Die Schienenstücke CD, EF, welche an ihren einen Enden dünner zulaufen, können sich um ihre anderen Enden C, E drehen; sie heissen die Zungen des Wechsels. Ein eiserner Stab G, der an der Zunge EF befestigt ist, gehört dazu,

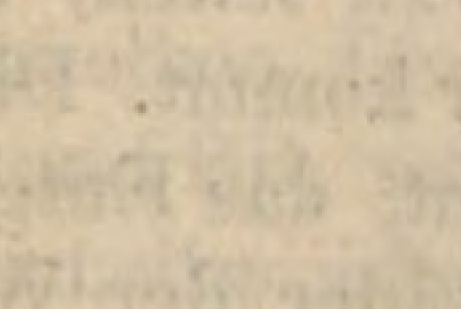
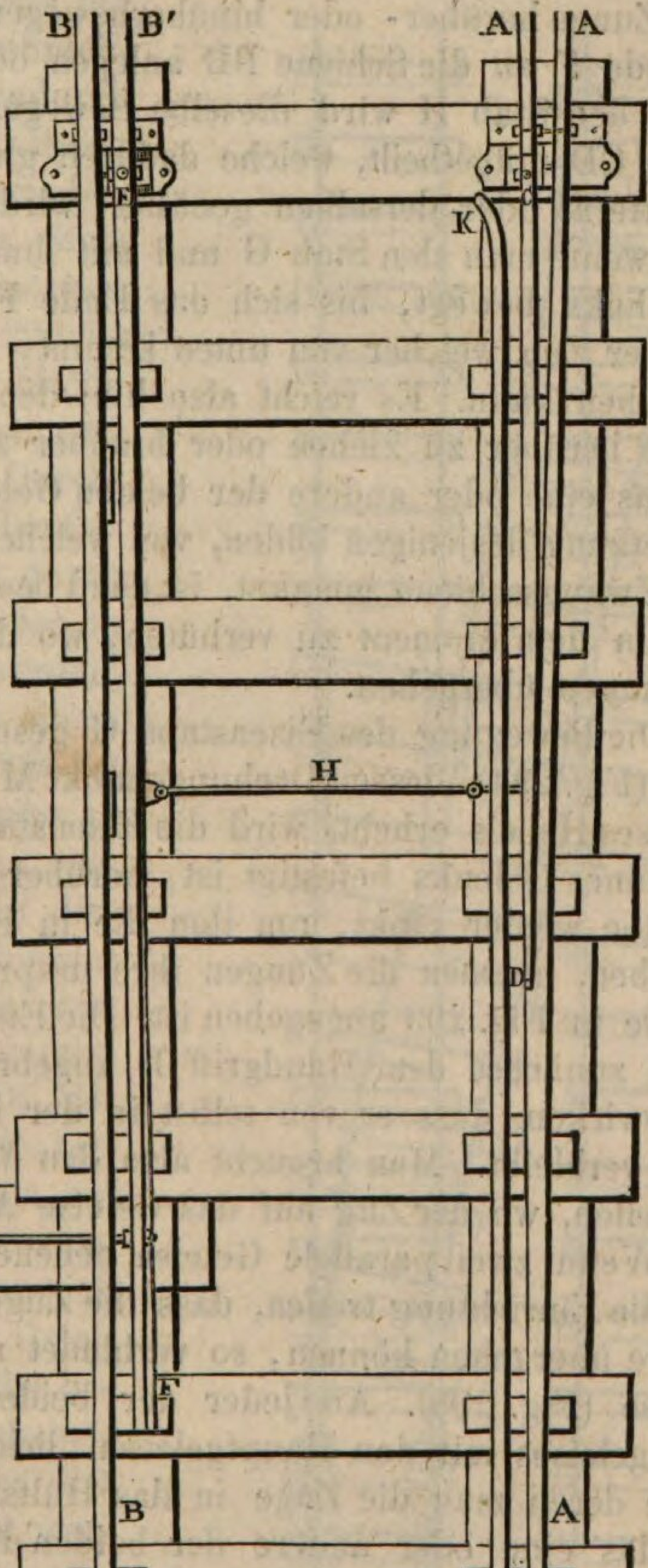


Fig. 293.



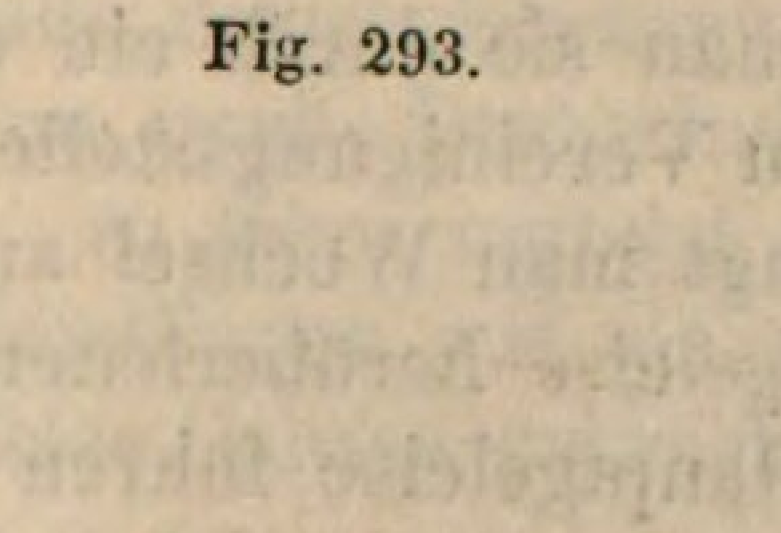


Fig. 294.

diese Zunge herüber- oder hinüberbewegen zu können, sodass man ihr Ende F an die Schiene BB anlegen oder davon entfernen kann. Durch den Stab H wird dieselbe Bewegung zu gleicher Zeit der Zunge CD mitgetheilt, welche dadurch gleichfalls von der Schiene A′ entfernt oder derselben genähert wird. Es ist leicht einzusehen, dass, wenn man den Stab G und mit ihm die beiden Zungenenden nach links bewegt, bis sich das Ende F an die Schiene BB anlegt, der Zug welcher von unten kommt, nur auf die Schienen A,B′ übergeben kann. Es reicht also hin, den Stab G im Sinne seiner Länge herüber zu ziehen oder hinüber zu drücken, um den Zug auf das eine oder andere der beiden Geleise zu leiten, welche die Fortsetzung desjenigen bilden, von welchem er kommt. Die Schiene KK, Zwangsschiene genannt, ist dazu bestimmt, das Entgleisen des Zugs in dem Moment zu verhüten, wo die Räder der Wägen auf die Zungen übergehen.

Die Bewegung des Eisenstabs G geschieht mittelst des Hebels LNM (Fig. 294), dessen Drehungspunkt M ist. Indem man das Ende L dieses Hebels erhebt, wird die Eisenstange G, welche in N mittelst eines Gelenks befestigt ist, herübergezogen; und indem man dasselbe wieder senkt, um ihm die in Fig. 294 gezeichnete Lage zu geben, nehmen die Zungen ihre ursprüngliche Lage wieder an, wie sie in Fig. 293 angegeben ist. Die Eisenmasse, welche an dem Hebel zunächst dem Handgriff L angebracht ist, hat den Zweck zu bewirken, dass er von selbst in der in der Figur angegebenen Lage verbleibt. Man braucht also den Wechsel nur in dem Fall zu stellen, wo der Zug auf das Geleise A′, B′ übergehen soll.

Wenn zwei parallele Geleise nebeneinander liegen und man will die Einrichtung treffen, dass die Züge von dem einen auf das andere übergehen können, so verbindet man sie durch ein drittes Geleise (Fig. 295). An jeder der beiden Vereinigungsstellen des Hülfsgeleises mit den Hauptgeleisen bringt man Wechsel an, mit Hülfe deren man die Züge in das Hülfsgeleise herüberleiten und auf das eine oder andere der beiden Hauptgeleise führen kann. Diese Wechsel sind mit Gegengewichten versehen, welche sie von selbst in solcher Stellung erhalten, dass sich die beiden Hauptgeleise unter denselben Umständen befinden, als wenn das Hülfsgeleise gar nicht vorhanden wäre.

§. 208. In den Bahnhöfen hat man oft Wägen von einem Geleise auf ein anderes zu schaffen, ohne den nöthigen Raum zur Verfügung zu haben, um ein Verbindungsgeleise, wie wir es eben beschrieben haben, anbringen zu können. In solchen Fällen bedient man sich der D r e h s c h e i b e n. Dieses sind runde Tische von $3\frac{1}{2}$—$4\frac{1}{2}$

Meter Durchmesser, welche um einen in ihrer Mitte angebrachten Zapfen drehbar und dadurch geeignet sind, den auf ihnen stehenden Wagen aus einem Geleise in ein anderes, das einen beliebigen Winkel mit ersterem bildet, zu bringen. Fig. 296 ist der Grundriss einer zur Hälfte aufgedeckten Drehscheibe und Fig. 297 ein vertikaler Durchschnitt derselben. Die beiden Geleise AA und BB, welche durch die Drehscheibe miteinander in Verbindung gesetzt werden, schneiden sich hier unter einem rechten Winkel. In Fig. 296 ist die Stellung der Drehscheibe so gezeichnet, dass ein Wagen, vom Geleise BB kommend, auf dieselbe übergehen kann; hierauf wird die Drehscheibe mit dem auf ihr stehenden Wagen gedreht, bis die Schienenstücke HK, HK auf ihr in die Richtung des Geleises AA zu stehen kommen, auf welchem dann der Wagen fortbewegt werden kann. Wenn sich am Ende dieses letzteren Geleises eine zweite Drehscheibe befindet, so kann mittelst derselben der Wagen auf ein zu BB paralleles Geleise gebracht werden.

Der vertikale Zapfen C der Drehscheibe bewegt sich in einem Zapfenlager D, welches auf einem starken gusseisernen vierarmigen Träger EE ruht (Fig. 297). Die Drehscheibe selbst besteht aus drei gusseisernen Rippen FK, FK und GG, wovon die ersten

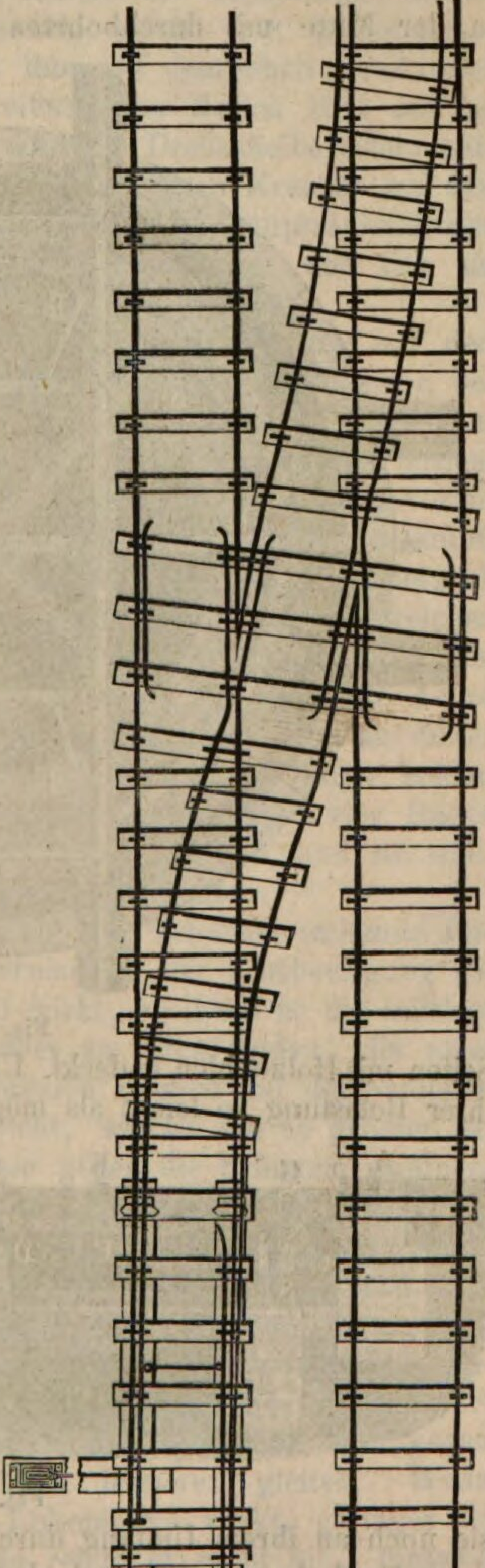


Fig. 295.

beiden zugleich als Stützen der Schienen HK, HK dienen; sie ist in der Mitte mit durchbohrten Gusseisenplatten und zu beiden

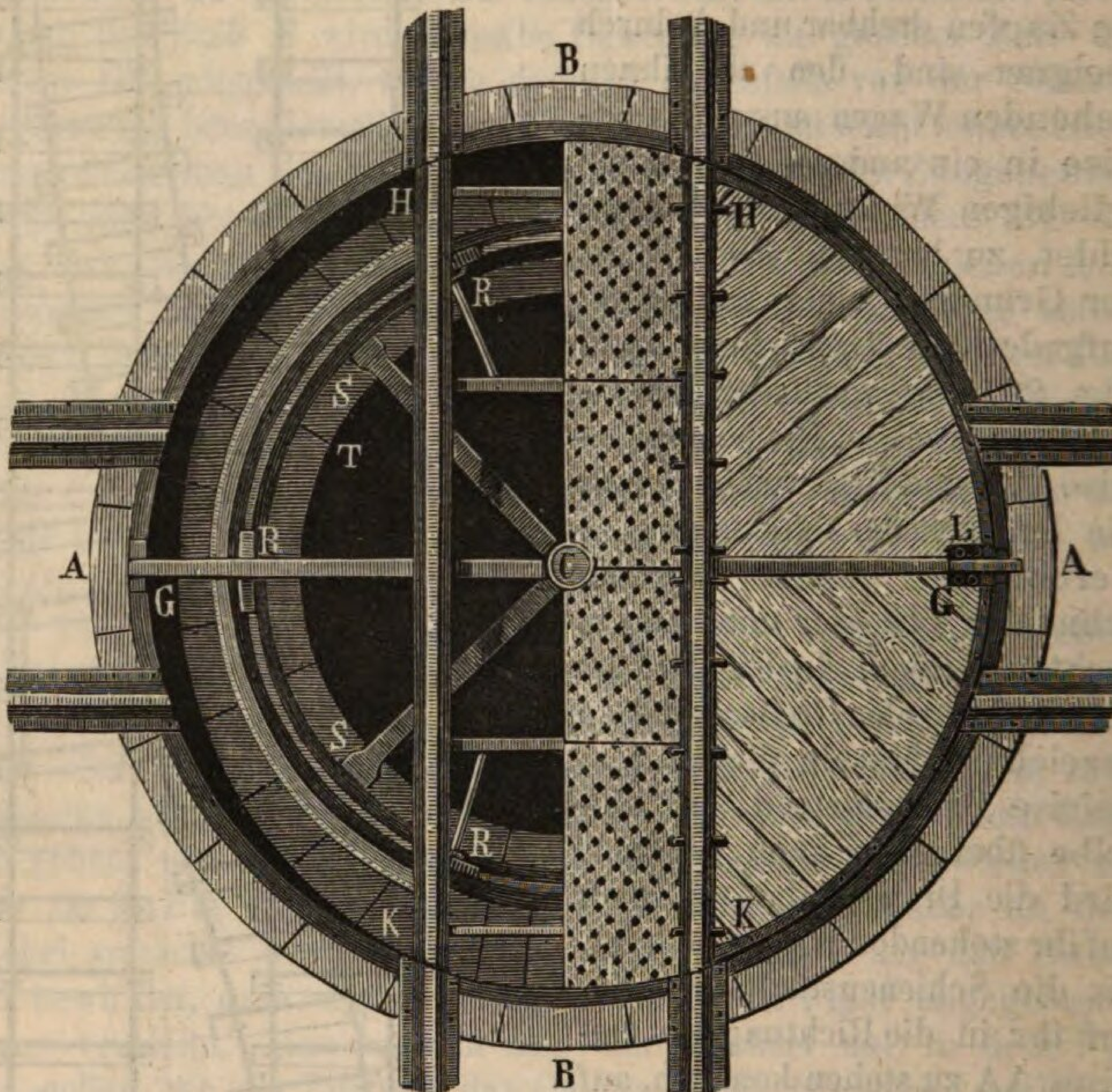


Fig. 296.

Seiten mit Holzbohlen bedeckt. Um die Drehung der Scheibe sammt ihrer Belastung so leicht als möglich zu machen, unterstützt man

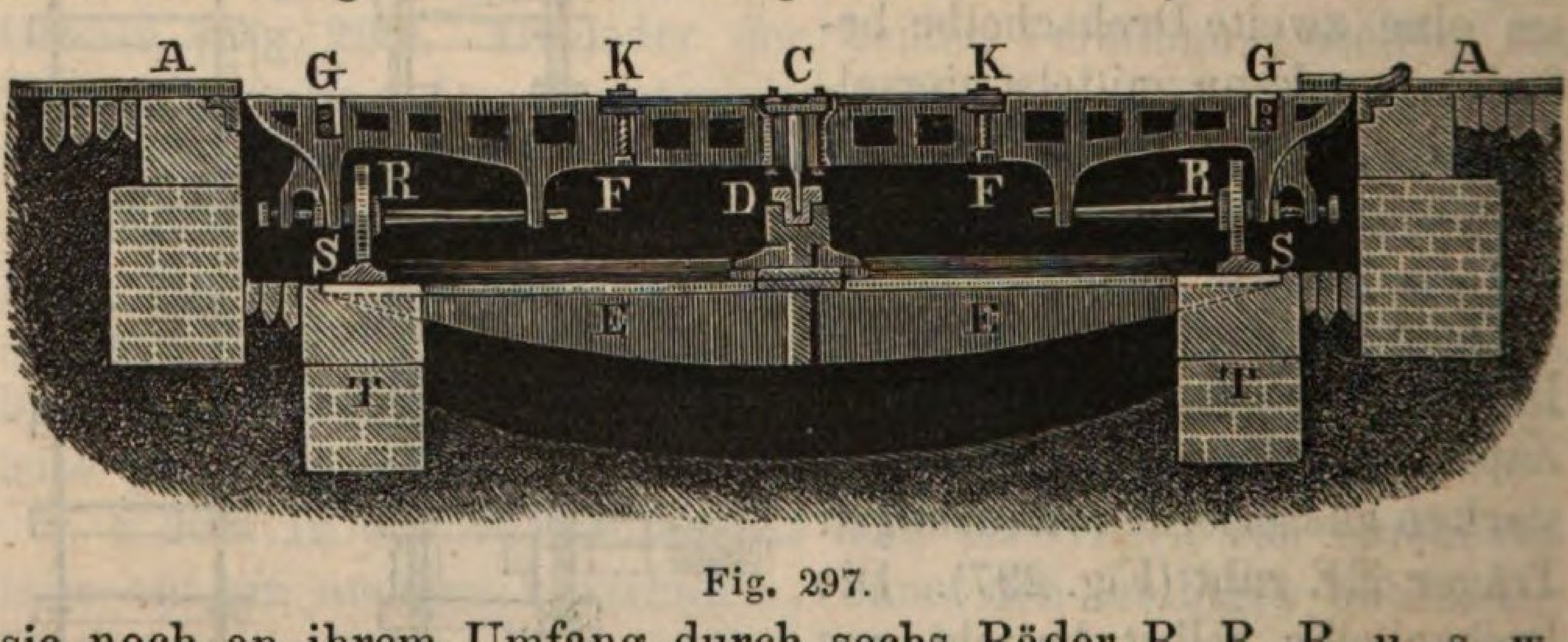


Fig. 297.

sie noch an ihrem Umfang durch sechs Räder R, R, R u. s. w., deren Umdrehungsaxen nach der Axe des Stiftes C gerichtet sind, und deren Zapfenlager theils unmittelbar, theils mittelbar an den

drei Hauptrippen der Drehscheibe festsitzen. Diese Räder laufen auf einer kreisrunden Eisenbahn SS, welche den gusseisernen Träger EE umschliesst und mit ihm auf demselben Fundament TT ruht. Will man die Zapfenreibung der Rollen R,R auf ihr Minimum zurückführen, so kann man die Drehscheibe selbst mittelst eines auf ihrer unteren Fläche aufgesetzten Kranzes auf den Frictionsrollen RR aufruhen lassen. Dann ist hauptsächlich nur der Widerstand des Rollens zwischen den Rollen und den sie umfassenden Kränzen zu überwinden.

§. 209. Als Motoren, durch welche die Wagenzüge auf den Eisenbahnen fortbewegt werden, wendet man fast allgemein bewegliche Dampfmaschinen, sogenannte Lokomotiven an. Die Einrichtung dieser Maschinen können wir erst später kennen lernen. Für den Augenblick müssen wir uns damit begnügen, hervorzuheben, dass eine Lokomotive eine auf Räder gestellte Dampfmaschine ist, bei welcher die Wirkung des Dampfes ausschliesslich dazu angewandt wird, eine der Achsen zu drehen, an welchen jene Räder befestigt sind. Gewöhnlich wird eine Lokomotive von sechs Rädern, also von drei Achsen getragen. Die mittlere Achse erhält ihre Rotationsbewegung von der Maschine, und an dieser Bewegung müssen natürlich die Räder, welche an ihren beiden Enden befestiget sind, Theil nehmen. Die übrigen vier Räder dienen einfach dazu, die Maschine tragen zu helfen, und sie während ihrer Bewegung auf dem Geleise zu erhalten.

Setzen wir voraus, dass eine auf den Schienen stehende Lokomotive durch irgend ein Hinderniss an der Fortbewegung gehindert werde. Wenn der Dampf wirkt, so dreht er die mittlere Achse und mit ihr die beiden Räder an ihren Enden, die sogenannten Treibräder. Diese Räder müssen folglich auf den Schienen gleiten, woraus eine Reibung entsteht, welche um so grösser ist, je grösser der Druck ist, den sie gegen die Schienen ausüben. Wenn sich die Lokomotive frei fortbewegen könnte, so würde diese Reibung nicht entstehen. Die Treibräder würden rollen, anstatt zu gleiten, und die ganze Maschine mit sich fortziehen. Damit also die Maschine, trotz der Wirkung des Dampfes, stehen bleibt, muss sie einem Widerstand unterworfen werden, der mindestens gleich der Reibung ist, welche die Treibräder hervorbringen, wenn sie unter dem Drucke, welchen sie gegen die Schienen ausüben, auf diesen letzteren gleiten. Wenn der Widerstand, welcher an der Lokomotive wirkt, geringer als die eben genannte Reibung ist, so reicht er nicht hin, dieselbe stillstehend zu erhalten, und wird folglich durch sie überwunden.

Daraus folgt, dass eine Lokomotive im Stande ist, eine Zugkraft auszuüben, welche höchstens gleich der Reibung ist, mit welcher die Treibräder an den Schienen gleiten würden, wenn die Locomotive trotz der Wirkung des Dampfes gezwungen wird, stehen zu bleiben; an die Spitze eines Zuges gestellt, für welchen diese Zugkraft ausreicht, wird die Lokomotive denselben offenbar fortbewegen.

Die Zugkraft, welche eine Lokomotive auszuüben im Stande ist, hängt also wesentlich von dem Drucke ihrer Treibräder gegen die Schienen ab. Allerdings muss auch die Dampfmaschine die nöthige Stärke besitzen, aber ihre Kraft kann sich auf den Zug nur mittelst der Adhäsion der Treibräder an den Schienen übertragen; die Dampfmaschine könnte eine sehr grosse Stärke besitzen und doch nicht im Stande sein, mehr als eine mittelmässige Zugkraft auszuüben, wenn ihr Gewicht zu gering wäre, um den gehörigen Druck der Treibräder gegen die Schienen hervorbringen zu können.

Wir haben oben (§. 49) gesehen, dass in dem Fall, wo sich ein schwerer Körper in mehr als drei Punkten, oder auch nur in drei Punkten, die in gerader Linie gelegen sind, gegen eine Horizontalebene stützt, der Druck, welcher in den verschiedenen Unterstützungspunkten ausgeübt wird, nicht allein von seinem Gewicht und von der Lage seines Schwerpunktes gegen jene Unterstützungspunkte abhängig ist, sondern dass jene Drückungen auch von der grösseren oder geringeren Biegsamkeit der verschiedenen Theile des Körpers, sowie der Ebene, auf welcher er aufruht, abhängen. Diess findet hier bei einer Lokomotive Anwendung, welche in sechs Punkten, den Berührungspunkten ihrer Räder mit den Schienen, unterstützt ist. Die Räder tragen das Gewicht der ganzen Maschine mittelst Federn, und der auf eines dieser Räder ausgeübte Druck ist daher um so grösser, je stärker die diesem Rade entsprechende Feder ist. Man bringt desshalb an den Treibrädern sehr starke Federn an, um auf dieselben einen grossen Theil des Totalgewichtes der Maschine zu übertragen; andererseits construirt man die Maschine so, dass sie ein bedeutendes Gewicht erhält; auf diese Weise erzeugt man eine grosse Adhäsion der Treibräder an den Schienen, sodass die Maschine im Stande ist, eine bedeutende Zugkraft auszuüben. Man kann das durchschnittliche Gewicht einer Lokomotive, so wie sie jetzt gebaut werden, auf ungefähr 25000 Kilogramm anschlagen.

Um die Zugkraft einer Lokomotive zu erhöhen, verbindet man häufig die Treibräder mit zwei, ja sogar mit vier von den andern Rädern mittelst Stangen, welche in Krummzapfen an den Achsen

dieser Räder befestigt sind (Fig. 298). Räder, welche auf diese Weise mit einander verbunden sind, nennt man gekuppelte Rä-

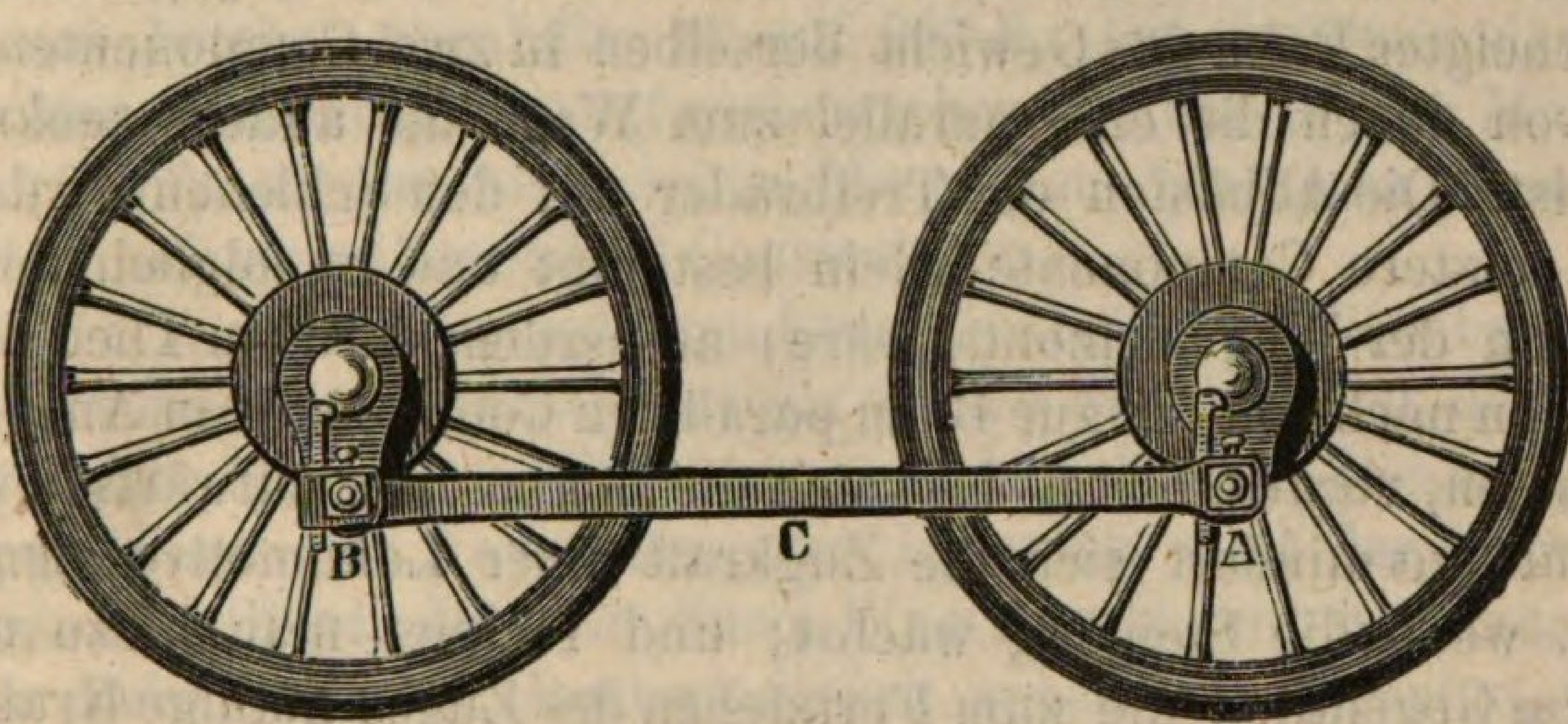


Fig. 298.

der. In Folge dieser Kuppelung können sich die Treibräder nicht drehen, ohne dass sich zu gleicher Zeit diejenigen mit herum bewegen, mit denen sie gekuppelt sind. Das Maximum der Zugkraft der Maschine wird also nicht blos durch die Adhäsion der Treibräder, sondern vielmehr durch die Adhäsion sämmtlicher gekuppelter Räder an den Schienen bestimmt. Hiebei ist zu bemerken, dass natürlich nur Räder von gleichem Durchmesser gekuppelt werden können, weil sie in derselben Zeit dieselbe Anzahl von Umdrehungen machen müssen.

Wenn sämmtliche Räder einer Lokomotive, deren Gewicht 25000 Kilogramm beträgt, gekuppelt sind, so kann man rechnen, dass ihre Zugkraft 2500 Kilogramm im Maximum ist, weil beim Gleiten von Eisen auf Eisen das Verhältniss der Reibung zum Druck nicht viel unter 0,1 ist. Angenommen, dass diese Kraft an einem Zug wirke, dessen Achsen sämmtlich gut geschmiert sind, sodass die erforderliche Zugkraft nur 0,005 seines Gewichts beträgt (§. 203), so sieht man leicht, dass die Lokomotive im Stande ist, auf horizontaler Bahn einen Zug von 500000 Kilogramm Gewicht fortzuziehen.

§. 210. Die Eisenbahnen sind selten auf grosse Strecken horizontal; gewöhnlich sind sie eine Aufeinanderfolge von horizontalen Strecken, welche durch Stellen, die in dem einen oder andern Sinn geneigt sind, von einander getrennt werden. Die Wagenzüge müssen daher sehr häufig grössere oder kleinere Steigungen hinaufgezogen werden, und ihr Gewicht darf folglich keine so ausserordentliche Grösse haben, als eben gefunden wurde. Wir wissen, dass diess von der zum Wege parallelen Componente des Gewichts herrührt, welche auf Steigungen einen Theil der Zugkraft absorbirt, welche die Maschine ausüben kann.

Zu derselben Zeit, wo die zum Fortziehen eines Eisenbahnzuges nöthige Kraft wächst, wenn er von einem horizontalen Theil

der Bahn auf eine Steigung übergeht, wird die Zugkraft, welche die Lokomotive ausüben kann, vermindert. Wir wissen ja, dass sich auf geneigter Bahn das Gewicht derselben in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine parallel zum Weg, die andere senkrecht dazu ist. Die Adhäsion der Treibräder auf den Schienen wird aber durch letztere Componente allein bestimmt und ist folglich kleiner, als wenn der Weg horizontal wäre; ausserdem wird ein Theil dieser Adhäsion noch von der zur Bahn parallelen Componente in Anspruch genommen, vorausgesetzt dass sich die Lokomotive aufwärts bewegt. Desshalb vermindert sich die Zugkraft einer Lokomotive ziemlich rasch, wenn die Steigung wächst; und rechnet man hiezu noch, dass im Gegentheil die zum Fortziehen des Zuges nöthige Kraft mit der Steigung immer grösser wird, so ist leicht zu begreifen, dass beim Bau der Eisenbahnen starke Neigungen vermieden werden müssen.

Es ist nicht schwer, die Frage zu beantworten, welches Maximum der Neigung eine Eisenbahn nicht überschreiten darf, damit eine Lokomotive noch im Stande ist, im Ansteigen eine gewisse Last mit fortzuziehen. Denken wir uns eine Lokomotive, deren sämmtlichen Räder gekuppelt und zugleich so befestigt sind, dass sie sich nicht drehen können. Wenn diese Lokomotive auf eine geneigte Bahn gestellt wird und sie bleibt auf derselben in Ruhe, ohne über sie herunter zu gleiten, so darf man sicher sein, dass sie durch die Wirkung des Dampfes die schiefe Ebene aufwärts bewegt wird, wenn ihre Räder wieder beweglich gemacht werden. Damit aber die Maschine mit ihren festgemachten Rädern unter der Wirkung ihres Gewichtes nicht über die schiefe Ebene herabgleitet, darf das Verhältniss der Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Basis nicht grösser als das Verhältniss der Reibung zu dem Druck, also nicht grösser als der Reibungs-Coefficient beim Gleiten von Eisen auf Eisen sein. Wenn das erste Verhältniss gerade gleich dem zweiten ist, so kann zwar die Lokomotive selbst, nachdem ihre Räder frei gemacht worden sind, steigen, aber sie ist ausserdem nicht im Stande, irgend eine Zugkraft auf andere Körper auszuüben; wenn aber das erste Verhältniss kleiner als das zweite ist, so ist die Last, welche die Lokomotive mit fortziehen kann, um so grösser, je grösser die Differenz jener Verhältnisse ist.

Eine der grössten, bei Eisenbahnen vorkommenden Steigungen ist die, welche der Theil der Eisenbahn zwischen Paris und St. Germain, der in der Nähe der letzteren Stadt liegt, besitzt. Derselbe bildet eine schiefe Ebene, deren Neigung 1^m auf $28^m,6$ beträgt. Er wird jedoch nicht mit Lokomotiven befahren, sondern man bedient sich daselbst des Systems der atmosphärischen Eisenbahnen, die

wir später kennen lernen werden. Die grösste Steigung, die noch mit Lokomotiven befahren wird, kommt auf der Bahn Genua-Turin vor und beträgt ebenfalls 1^m auf $28^m,6$. Die Steigung der Bahn über den Sömmering beträgt vorherrschend 1^m auf 40^m, im Maximum 1^m auf 36^m; sie erfordert schon Maschinen von ganz besonderer Stärke und eigenthümlicher Construktion.

§. 211. Einer der bedeutendsten Vortheile der Eisenbahnen vor den gewöhnlichen Strassen besteht in der Schnelligkeit der Bewegung, welche man den Wagenzügen geben kann. Dieser Vortheil entspringt aus der Anwendung des Dampfes, statt der Pferde, als Motor. Ein Pferd, das vor einem Wagen gespannt ist, kann demselben keine grössere Geschwindigkeit geben, als diejenige, welche es annehmen kann, wenn es ganz ohne Belastung frei dahin läuft; und selbst in diesem günstigsten Fall darf man es nicht mit der ganzen Geschwindigkeit, deren es fähig ist, laufen lassen, um es nicht zu bald zu ermüden. Mit einer Dampfmaschine von gehöriger Stärke dagegen kann man die Geschwindigkeit eines Zuges beliebig vergrössern. Denn wenn auch die Dampfmaschine, um möglichst vortheilhaft zu arbeiten, die Achse der Treibräder nur mit einer Geschwindigkeit herumdrehen darf, welche eine gewisse Grenze nicht überschreitet, so darf man doch nur den Durchmesser dieser Räder vergrössern, damit die Schnelligkeit des Zuges eine bestimmte Grösse erhält; denn es ist klar, dass bei jeder Umdrehung der Treibachse der Zug um eine Länge gleich dem Umfang eines Treibrades fortschreitet. Die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher sich durchschnittlich die Züge auf den deutschen Eisenbahnen bewegen, beträgt 8—12^m (bei Güterzügen) bis 16—20^m (bei Eilzügen) in der Secunde; mit Einrechnung der Anhaltzeit an den Stationen vermindern sich natürlich jene Zahlen entsprechend.

§. 212. Um die in Bewegung befindlichen Züge zum Stillstand zu bringen, hebt man die Wirkung des Dampfes auf und bedient sich dagegen der Bremsen, mit deren Hülfe man die passiven Widerstände vermehrt. Diese Bremsen sind etwas anders eingerichtet als bei gewöhnlichen Wägen, aber sie wirken in ähnlicher Weise wie dort, indem sie an dem Umfang der Räder eine Reibung hervorbringen. Sie bestehen gewöhnlich aus zwei Stücken Holz, welche zwischen den beiden Räderpaaren eines und desselben Wagens angebracht werden (Fig. 299) und so geformt sind, dass sie einen Theil des Umfangs der Räder umfassen. Eine Eisenstange AB ist so angebracht, dass man mittelst ihr den Hebel CD um die Axe E drehen kann; zu diesem Behuf ist diese Stange mit einem an derselben Axe befestigten Hebelarm so verbunden, dass sie sich um

den Punkt A noch frei drehen kann. Wenn sie daher in der Richtung von A nach B hinübergezogen wird, so drücken die beiden

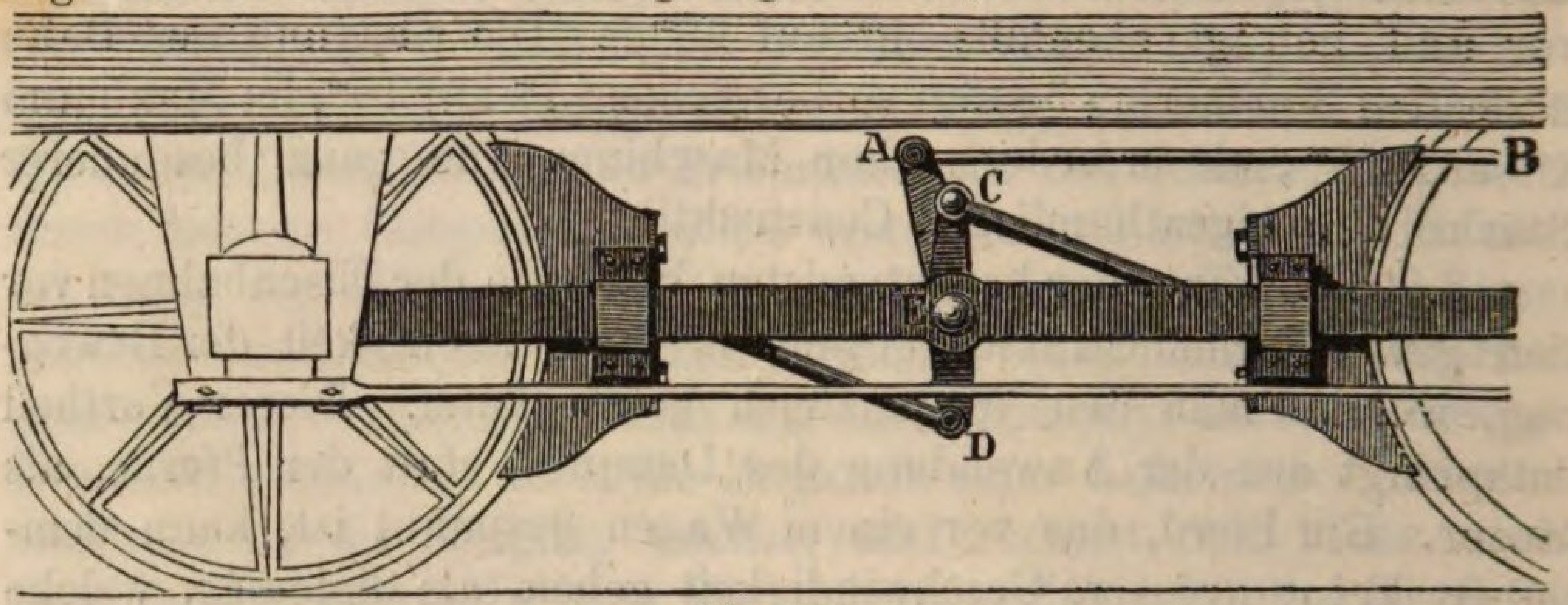


Fig. 299.

Eisenstäbe, welche einestheils in C und D an den Enden des Hebels CED, andererntheils an den beiden Holzstücken, welche die Bremse bilden, befestigt sind, diese letzteren gegen den Umfang der Räder, wodurch die beabsichtigte Vermehrung der passiven Widerstände hervorgerufen wird.

Diese Art von Bremsen, welche fast allgemein angewendet werden, leiden an demselben Mangel, wie die Bremsen an den gewöhnlichen Wägen. Wenn man sie so stark andrückt, dass sie die Räder verhindern sich zu drehen, so gleiten diese auf den Schienen; dabei nützen sie sich immer nur an einzelnen Punkten ihres Umfanges ab und werden daher bald unrund. Um diesen Uebelstand zu beseitigen, hat Herr Laignel vorgeschlagen, die gewöhnlichen Bremsen durch solche zu ersetzen, wie sie in Fig. 300 und 301 abgebildet

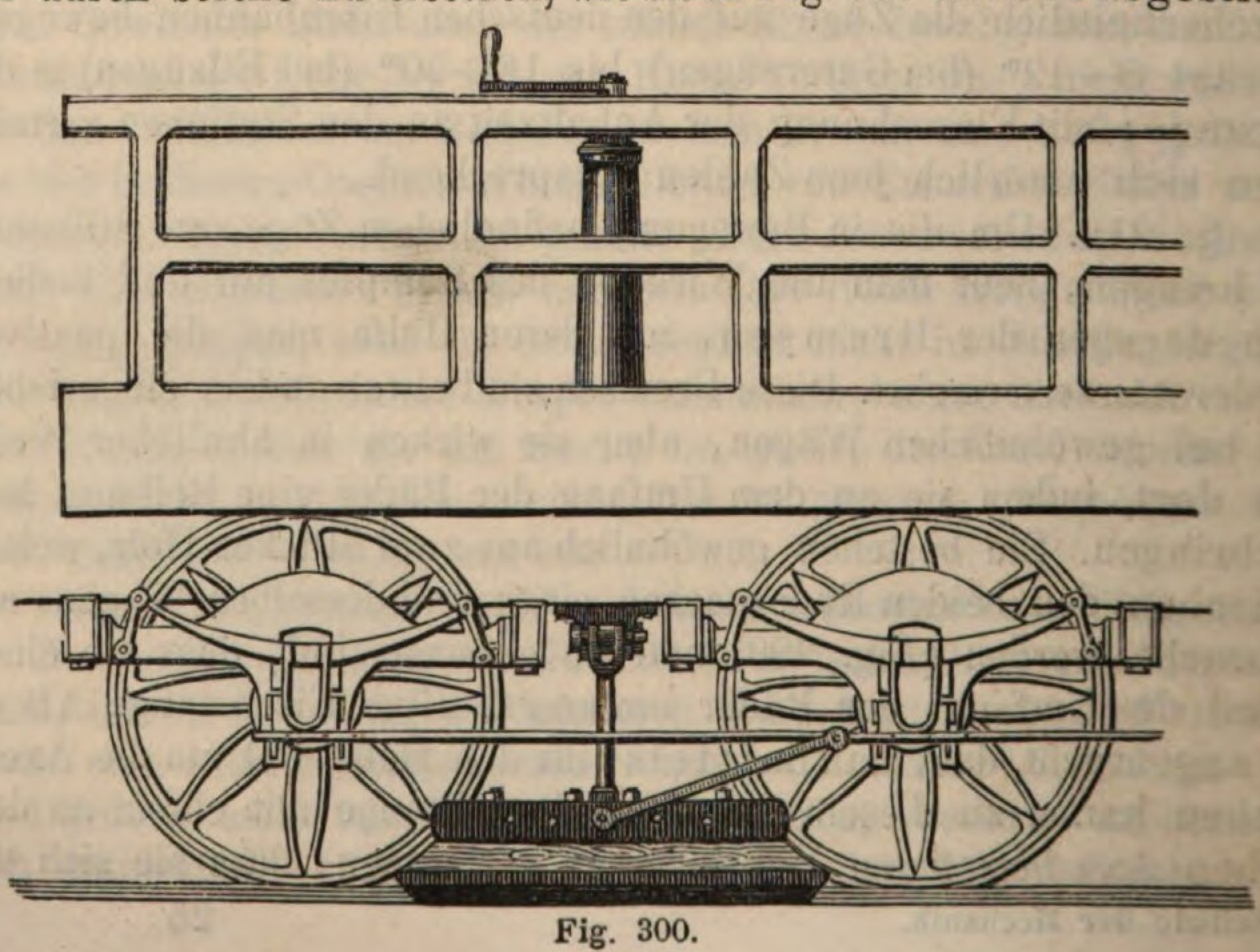


Fig. 300.

sind. Diese Bremsen bestehen, so zu sagen, aus zwei Hemmschuhen, welche auf beiden Seiten eines Wagens zwischen den Rädern des-

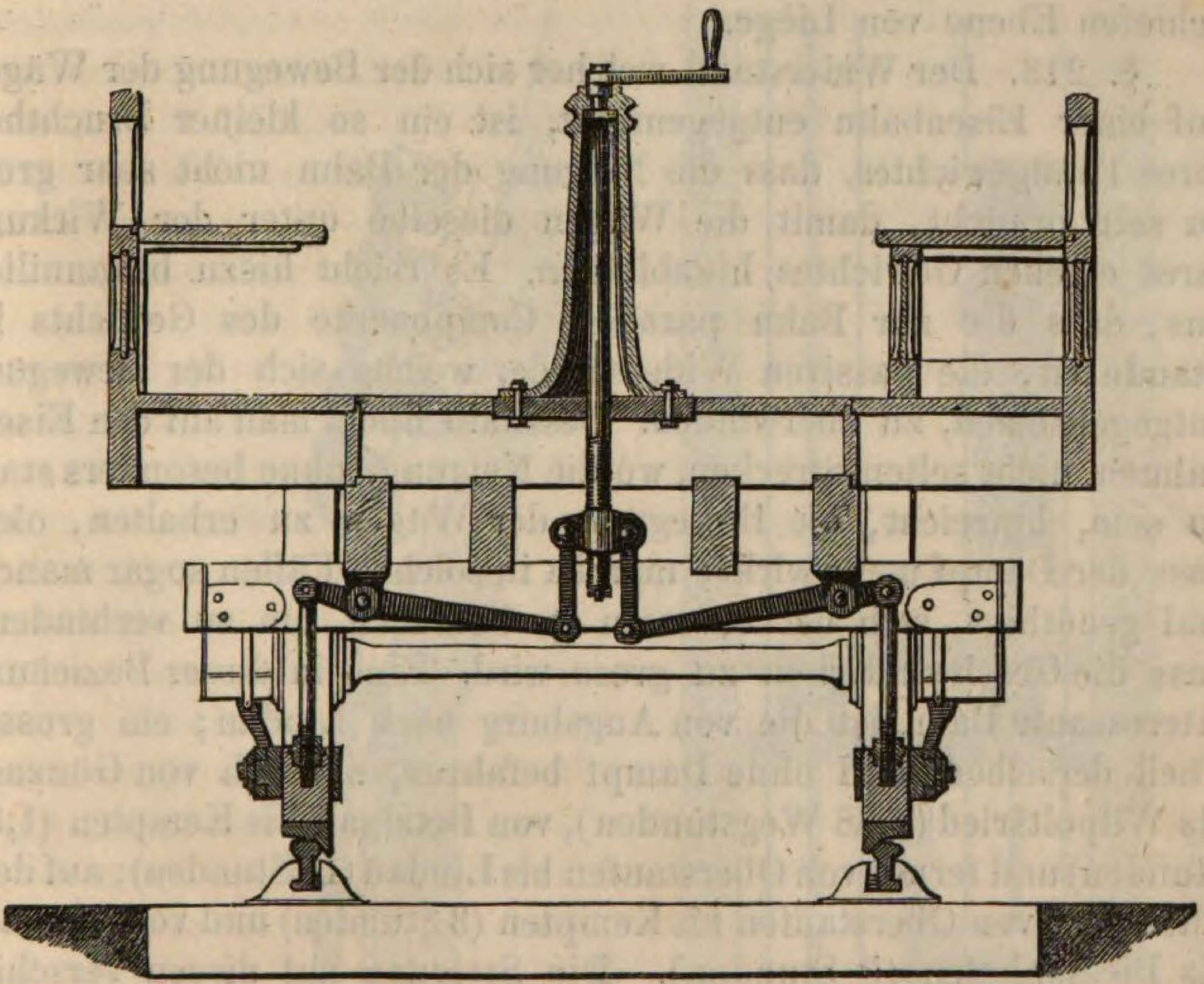


Fig. 301.

selben angebracht sind. Für gewöhnlich sind dieselben ausser Berührung mit den Schienen. Wenn man aber die Bremse in Wirksamkeit setzen will, so dreht man mittelst einer Kurbel eine Schraube in der passenden Richtung; dadurch hebt sich die Schraubenmutter, in welche jene Schraube eingreift, und diese drückt nun ihrerseits mittelst zweier Hebel (s. Fig. 301) die beiden Hemmschuhe gegen die Schienen nieder. Der Druck dieser Hemmschuhe gegen die Schienen wird natürlich um so stärker, je mehr die Kurbel vorwärts bewegt wird, und aus diesem Druck entspringt eine Reibung, welche die Bewegung des Wagens zu verzögern sucht. Diese Reibung kann fast dieselbe Stärke erreichen als diejenige, welche entsteht, wenn man die gewöhnliche Bremse so stark anzieht, dass sie die Räder verhindert sich zu drehen; man darf nur die Hemmschuhe so stark niederdrücken, dass sie fast das ganze Gewicht des Wagens zu tragen haben. Die Hemmschuhe sind unten mit einem Eisenbeschläg versehen, welches einen ähnlichen Rand hat, wie ihn die Spurkränze der Räder bilden. Dieser Rand hat den Zweck, das Entgleisen der Wägen zu der Zeit zu verhindern, wo die Bremse in Thätigkeit gesetzt ist, und wo sich die Räder fast nicht mehr gegen die

Schienen stützen. — Die Bremse von Laignel ist mit Vortheil auf mehreren Eisenbahnen angewandt worden, namentlich auf der schiefen Ebene von Liège.

§. 213. Der Widerstand welcher sich der Bewegung der Wägen auf einer Eisenbahn entgegensetzt, ist ein so kleiner Bruchtheil ihres Totalgewichtes, dass die Neigung der Bahn nicht sehr gross zu sein braucht, damit die Wägen dieselbe unter der Wirkung ihres eigenen Gewichtes hinablaufen. Es reicht hiezu bekanntlich aus, dass die zur Bahn parallele Componente des Gewichts im Stande ist, die passiven Widerstände, welche sich der Bewegung entgegensetzen, zu überwinden. Desshalb findet man auf den Eisenbahnen nicht selten Strecken, wo die Neigung, ohne besonders stark zu sein, hinreicht, die Bewegung der Wägen zu erhalten, ohne dass der Dampf mehr wirkt; man ist in solchen Fällen sogar manchmal genöthigt, sich der Bremsen zu bedienen, um zu verhindern, dass die Geschwindigkeit zu gross wird. Eine in dieser Beziehung interessante Bahn ist die von Augsburg nach Lindau; ein grosser Theil derselben wird ohne Dampf befahren, nämlich von Günzach bis Wilpoltsried (2,68 Wegstunden), von Betzigau bis Kempten (1,55 Stunden) und ferner von Oberstaufen bis Lindau (15 Stunden); auf dem Rückwege von Oberstaufen bis Kempten (3 Stunden) und von Günzach bis Biessenhofen (5 Stunden). Die Steigung auf diesen verschiedenen Stellen ist mit kurzen Abwechslungen fast immer 1^m auf 100^m, die geringste 1^m auf 150^m. Je schwerer die Züge sind, desto mehr müssen die Bremsen in Anwendung kommen, zumal diese Strecken bedeutende Curven enthalten. Bei Regenwetter, wo eine geringe Reibung zwischen Rädern, Schienen und Bremsen herrscht, muss im Nothfall, also bei zu grosser Geschwindigkeit, der Lokomotivführer Sand auf die Geleise aus seiner Maschine streuen. Aehnliche Verhältnisse finden auch auf der schon oben berührten schiefen Ebene der Bahn von Paris nach St. Germain statt. Die Züge, welche von St. Germain abgehen, laufen die ganze schiefe Ebene unter der alleinigen Wirkung ihres Gewichtes herab, und erst am Ende dieser schiefen Ebene werden sie mit einer Lokomotive verbunden, um nach Paris geführt zu werden.

§. 214. **Selbstwirkende schiefe Ebenen.** — Wenn Wägen längs einer geneigten Eisenbahn beladen hinab und unbeladen denselben Weg wieder herauf steigen sollen, so kann man die abwärts gehenden beladenen Wägen benützen, um die leeren Wägen wieder herauf zu ziehen. Zu diesem Behufe befestigt man den beladenen Wagen an dem einen, den leeren an dem andern Ende eines Seils, welches man um eine grosse Rolle mit vertikaler Axe

schlingt, die oben an der schiefen Ebene aufgestellt ist (Fig. 302 und 303). Die beiden Theile des Seils nehmen, nachdem sie die

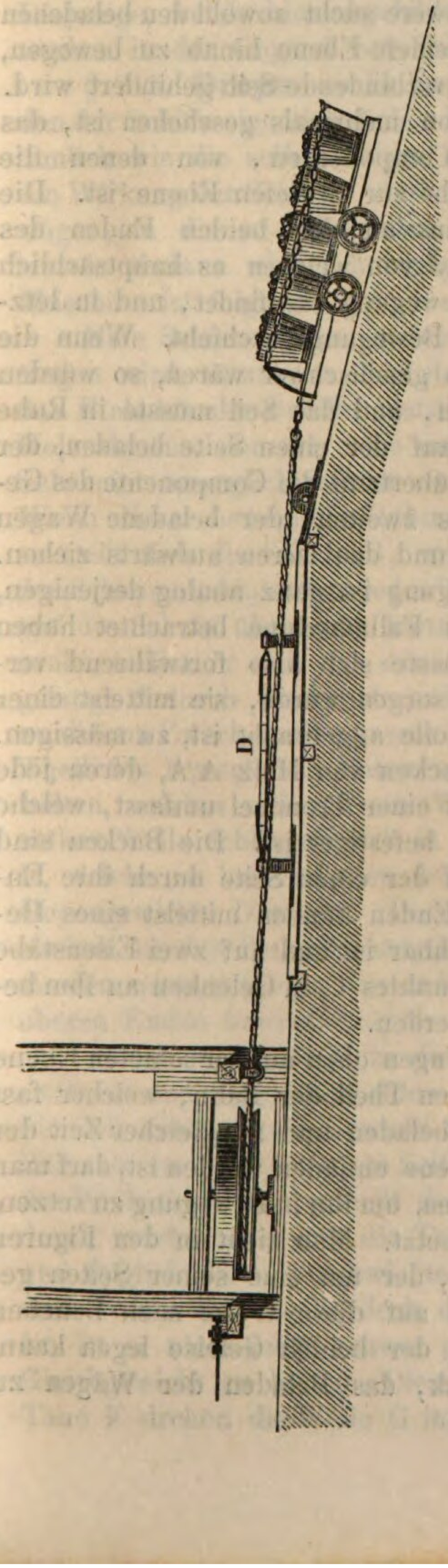


Fig. 302.

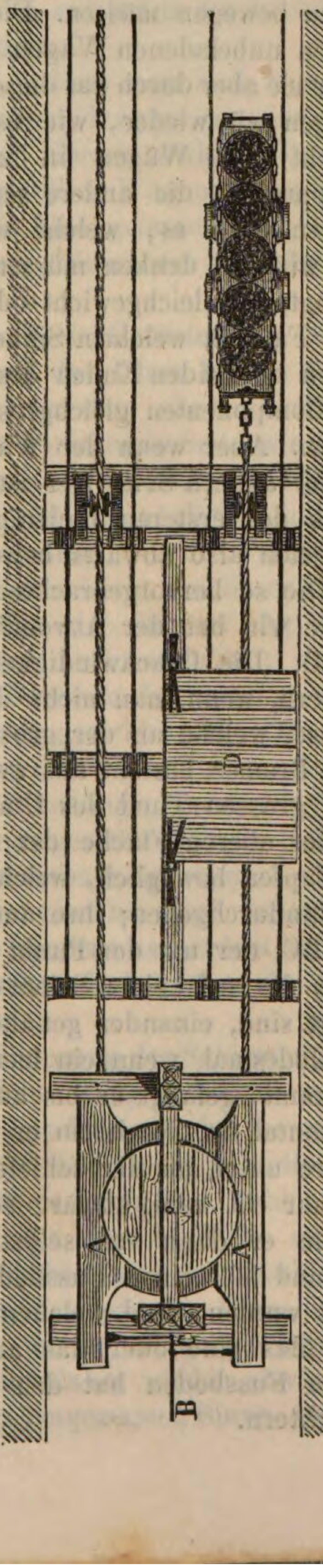


Fig. 303 (Masstab 9:1000).

Rolle verlassen haben, die Richtung der Axen der beiden parallelen Geleise an, auf welchen sich bezüglich der volle und der leere Wagen bewegen müssen. Die Schwere sucht sowohl den beladenen als den unbeladenen Wagen die schiefe Ebene hinab zu bewegen, woran sie aber durch das dieselben verbindende Seil gehindert wird. Zerlegen wir wieder, wie es schon mehrmals geschehen ist, das Gewicht der Wägen in zwei Componenten, von denen die eine parallel, die andere senkrecht zur schiefen Ebene ist. Die ersteren sind es, welche wir uns an den beiden Enden des Seils wirkend denken müssen, und von welchen es hauptsächlich abhängt, ob Gleichgewicht oder Bewegung stattfindet, und in letzterem Fall, in welchem Sinne die Bewegung geschieht. Wenn die Wägen an beiden Enden des Seils gleichschwer wären, so würden jene Componenten gleichgross sein, und das Seil müsste in Ruhe bleiben. Aber wenn der Wagen auf der einen Seite beladen, der auf der andern Seite leer ist, so übertrifft die Componente des Gewichts des ersteren diejenige des zweiten; der beladene Wagen muss sich also abwärts bewegen und den leeren aufwärts ziehen.

Die so hervorgebrachte Bewegung ist ganz analog derjenigen, welche wir bei der Atwood'schen Fallmaschine betrachtet haben (§. 94). Die Geschwindigkeit müsste sich also fortwährend vergrössern, wenn man nicht dafür sorgen würde, sie mittelst einer Bremse, welche an der grossen Rolle angebracht ist, zu mässigen. Diese Bremse besteht aus zwei Backen von Holz A,A, deren jede einen grossen Theil des Umfangs einer Trommel umfasst, welche auf der oberen Fläche der Rolle befestiget ist. Die Backen sind um Zapfen beweglich, welche auf der einen Seite durch ihre Enden hindurchgehen; ihre andern Enden können mittelst eines Hebels BC, der um den Punkt C drehbar ist und auf zwei Eisenstäbe wirkt, die auf beiden Seiten des Punktes C in Gelenken an ihm befestigt sind, einander genähert werden.

Jedesmal, wenn ein leerer Wagen oben auf der schiefen Ebene ankommt, gelangt er bis auf einen Theil der Bahn, welcher fast horizontal ist. Nachdem er hier beladen und zu gleicher Zeit der andere unten an der schiefen Ebene entladen worden ist, darf man ihn nur ein wenig abwärts schieben, um ihn in Bewegung zu setzen, welche er dann von selbst fortsetzt. Man sieht in den Figuren 302 und 303 einen Fussboden D, der um eine seiner Seiten gedreht werden, und welchen man auf diese Weise nach Belieben über das eine oder das andere der beiden Geleise legen kann. Dieser Fussboden hat den Zweck, das Beladen der Wägen zu erleichtern.

Eine schiefe Ebene, so eingerichtet, wie wir es eben beschrieben haben, nennt man eine selbstwirkende schiefe Ebene. Diejenige, welche hier abgebildet wurde, existirt in den Steinkohlenwerken in der Gegend von Saint-Étienne.

§. 215. **Drops.** — In England bedient man sich zum Einladen der Schiffe eigenthümlicher Maschinen, Drops genannt, welche ähnlich wie die selbstthätigen schiefen Ebenen wirken. Blos durch die Wirkung der Schwere werden die gefüllten Wägen, meist Kohlenwägen, in die zu beladenden Schiffe hinabgelassen und die entleerten alsdann wieder heraufgezogen. Die nähere Einrichtung der Maschine ist folgende:

Eine Schienenbahn, welche durch ein Gerüste (Fig. 304) getragen wird, setzt sich über den Rand des Ufers hinaus fort, wo das Einladen der Schiffe stattfindet. An dem oberen Ende eines Holzrahmens, der um seine unterste horizontale Seite wie um ein Scharnier beweglich ist, ist eine Art von Wagschale B aufgehängt. Wenn dieser bewegliche Rahmen so viel als möglich gehoben ist, so stellt sich die Schale B, welche er trägt, in die Verlängerung der Schienenbahn, sodass jeder Wagen sehr leicht von dieser letzteren auf die Schale übergehen kann. Wenn sich hierauf der Rahmen senkt, indem er sich um seine unterste horizontale Seite dreht, so gelangt dadurch die Schale auf das Verdeck des Schiffes, welches zu diesem Zweck an den passenden Platz gestellt wurde. Der oberste Theil des beweglichen Rahmens wird durch ein Tau G zurückgehalten, welches sich um eine Welle C schlingt; um die Enden derselben Welle schlingen sich in entgegengesetztem Sinne zwei Taue F, welche zu beiden Seiten der Schienenbahn herabgehen und zwei Gegengewichte D tragen. Diese Gegengewichte sind jedoch nicht einfach an den Tauen F aufgehängt, sondern ausserdem auch noch an den unteren Enden zweier Holzbalken E befestigt, die um ihre oberen Enden beweglich sind.

Wenn die Schale B in die Verlängerung der Schienenbahn gestellt ist und man führt einen beladenen Wagen darauf, so senkt sie sich unter dessen Gewicht herab, indem sie den beweglichen Rahmen um seine unterste Seite dreht. Das Tau G wickelt sich von der Welle C ab, und ertheilt derselben dadurch eine Drehbewegung, durch welche wiederum die Taue F auf dieselbe Welle aufgerollt und folglich die Gegengewichte D gehoben werden. Sobald der auf diese Weise auf das Verdeck des Schiffes gelangte Wagen geleert ist, ist er nicht mehr schwer genug, um dem Gegengewicht D das Gleichgewicht zu halten. Dieses steigt daher wieder abwärts; die Taue F drehen die Welle C im entgegengesetzten Sinne, indem sie

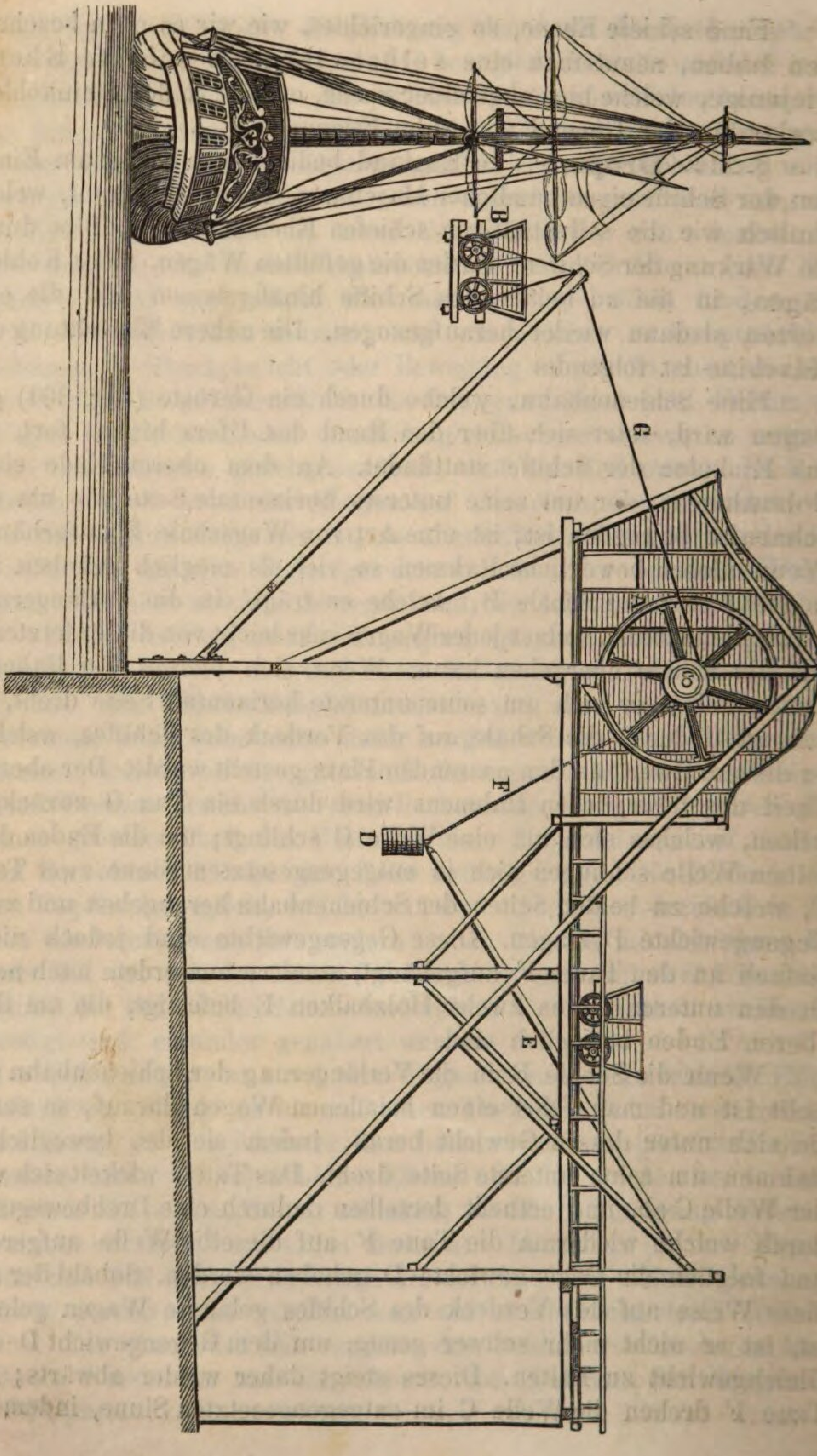


Fig. 304.

sich von derselben abwickeln, während sich das Tau G auf dieselbe Welle aufrollt und den beweglichen Rahmen mit der Schale und dem leeren Wagen wieder erhebt. Dieser letztere wird nun auf der Schienenbahn weggeführt, um ihn durch einen anderen gefüllten zu ersetzen und dieselbe Operation von Neuem zu beginnen.

Die Balken E, an welchen die Gegengewichte D befestigt sind, haben den Zweck, die Spannung des Taues F zu reguliren. Die Spannung dieser Taue muss nämlich um so grösser werden, je weiter sich die Vertikale, welche durch den Schwerpunkt des Wagens, der auf der Schale steht, hindurch geht, von der Drehungsaxe des beweglichen Rahmens entfernt, je weiter sich also die Schale B senkt. Und in der That sieht man leicht, dass die Gegengewichte D in dem Maasse, als sie sich erheben, dem Taue F eine immer grössere und grössere Spannung mittheilen. Man hatte dabei nicht die Absicht, fortwährend Gleichgewicht zwischen dem Gewicht des Wagens und den Gegengewichten herzustellen. Dieses Gleichgewicht kann gar nicht stattfinden, weil die Wirkung des beladenen Wagens die des Gegengewichtes, und dieses wiederum die Wirkung des Gewichtes der leeren Wägen übertreffen soll. Man wollte nur die bewegende Kraft, welche die Bewegung in dem einen oder anderen Sinne hervorbringt, wenigstens bis zu einer gewissen Grenze reguliren.

Die Welle C trägt eine Trommel A, um welche eine ähnliche Bremse, wie sie in §. 159 (Seite 268) beschrieben wurde, geschlungen ist. Der Arbeiter wirkt auf diese Bremse mittelst eines Hebels, der in der Figur punktirt ist, und verhindert dadurch, dass die Geschwindigkeit des Wagens weder im Auf- noch im Abwärtssteigen zu gross wird.

Allgemeine Betrachtungen über die Motoren.

§. 216. Nach Dem, was bisher gesagt wurde, wissen wir, dass sich eine Maschine nur dann in Bewegung setzen und eine Nutzarbeit leisten kann, wenn sie der Wirkung einer bewegenden Kraft unterworfen ist. Alles was fähig ist, eine solche Kraft auszuüben, nennt man im Allgemeinen einen Motor. Wir wollen die verschiedenen Arten von Motoren, welche angewendet werden, nacheinander angeben.

1) Der Mensch sowohl, wie verschiedene Thiere werden sehr häufig zur Bewegung von Maschinen angewendet: man bezeichnet sie in diesem Fall mit dem Namen thierische Motoren.

2) Federn, wie diejenigen z. B., welche verschiedene Arten von Uhren in Gang setzen, sind gleichfalls Motoren. Zwar kann eine Feder nur so lange auf eine Maschine wirken, als sie gespannt ist, und um sie zu spannen, muss zuvor ein anderer Motor auf sie gewirkt haben. Aber von dem Moment an wenigstens, wo sie gespannt ist, mag nun ihre Spannung durch diese oder jene Ursache hervorgebracht worden sein, muss sie als ein Motor betrachtet werden, welcher im Stande ist, eine Maschine zu bewegen, indem er die Widerstände, welche an derselben angebracht sind, überwindet.

3) Man wendet ferner als Motoren schwere Körper an, die von einer gewissen Höhe herabfallen. Beispiele davon sahen wir bei den Uhren, an den selbstwirkenden schiefen Ebenen u. s. w.

4) Fliessendes Wasser in Bächen, Flüssen und Strömen wirkt an einer Menge von Fällen als Motor: indem es durch Vermittlung eines Wasserrades wirkt, treibt es eine unzählige Menge von Mühlen, Hammerwerken, Spinnereien, Sägewerken und überhaupt Fabriken aller Art.

5) Die Bewegung der Luft oder der Wind wird durch die Windmühlen nutzbar gemacht und bildet auf diese Weise einen sehr weit verbreiteten Motor.

6) Die Spannung, welche die Wärme dem Wasserdampfe und überhaupt den Dämpfen leichter verflüchtigbarer Flüssigkeiten, sowie auch den Gasen mittheilt, liefert einen ausserordentlich werthvollen Motor, dessen Anwendung, gegenwärtig verhältnissmässig noch neu, fortwährend bedeutende Fortschritte macht.

7) Ein stark comprimirtes Gas kann, indem es auf dieselbe Art wie eine Feder wirkt, eine Maschine ebenfalls in Bewegung setzen; diese Art von Motor wird jedoch nur selten angewendet.

8) Endlich muss unter die Zahl der Motoren auch noch die Elektricität gestellt werden; wir werden die Art und Weise wie dieselbe wirkt, später, wenn wir uns mit den elektro-magnetischen Maschinen beschäftigen, näher beschreiben. Ihre Anwendung unter diesem Gesichtspunkt ist bis jetzt jedoch noch sehr beschränkt.

§. 217. Die verschiedenen Motoren, welche wir soeben aufgezählt haben, sind weit davon entfernt, sämmtlich denselben Grad von Wichtigkeit zu haben. Vom Standpunkte der Industrie aus kann man sagen, dass es in Wirklichkeit eigentlich nur vier Motoren gibt: 1) die thierischen Motoren, 2) die fliessenden Gewässer, 3) den Wind, 4) den Dampf.

Diese Motoren können im Allgemeinen ihre Wirkung nur durch Vermittlung einer besonderen Maschine ausüben, welche keinen anderen Zweck hat, als ihnen zu gestatten, ihre Kraft zu entwickeln

und auf den Mechanismus zu übertragen, an welchen die zu überwindenden Widerstände angebracht sind. Die Maschinen dieser Art werden mit dem Namen Kraftmaschinen bezeichnet: solche sind z. B. die Wasserräder, die Dampfmaschinen u. s. w.

Die Betrachtung eines Motors in Bezug auf seine Leistungsfähigkeit kann unter zwei verschiedenen Gesichtspunkten geschehen. Man kann zunächst den Motor selbst, für sich allein betrachten, ohne sich mit den Mitteln zu beschäftigen, durch welche seine Wirkung nutzbar gemacht wird; auf diese Weise erhält man eine Bestimmung der gesammten Quantität an Arbeit, welche er in einer gegebenen Zeit zu leisten vermag, und welche niemals überschritten werden kann, welches auch die Einrichtung der Maschine ist, an welcher er angebracht wird. Diese Arbeit, die gewöhnlich in Pferdekräften ausgedrückt wird (s. §. 88), heisst die theoretische Leistungsfähigkeit, auch der Totaleffekt des Motors. Sie ist für die Kraftmaschine, an welcher der Motor wirkt, nicht ganz das, was wir in §. 155 unter der Bewegungsarbeit einer Maschine verstanden haben. Diese letztere ist um die Verluste kleiner, welche allemal bei der Wirkung des Motors auf seine Kraftmaschine vorkommen. Diese Verluste werden z. B. durch das neben den Schaufeln unbenützt abfliessende Wasser bei den Wasserrädern, durch die Abkühlung des Dampfes bei den Dampfmaschinen u. s. f. hervorgerufen.

Man kann zweitens den Motor auch in Verbindung mit seiner Kraftmaschine betrachten und muss diess allemal thun, wenn man sich von der Grösse der Arbeit Rechenschaft geben will, über welche man bei der Anwendung jener Maschine wirklich verfügen kann. Diese Arbeit, die gewöhnlich ebenfalls in Pferdekräften ausgedrückt wird, heisst die Nutzarbeit oder auch der Nutzeffekt der angewandten Maschine; und nach Dem, was wir oben und im §. 155 gesagt haben, ist leicht einzusehen, dass der Nutzeffekt einer Kraftmaschine gleich ist dem Totaleffekt des Motors, welcher an ihr wirkt, vermindert um die stattfindenden Verluste an Arbeit und weiter noch vermindert um die Widerstandsarbeit, welche die Kraftmaschine selbst zu ihrer Bewegung in Anspruch nimmt. Wenn man den Nutzeffekt, den eine Kraftmaschine gibt, mit dem Totaleffekt des an ihr wirksamen Motors vergleicht, so erhält man dadurch einen Anhaltspunkt für den Grad der Vollkommenheit der Maschine. Man nennt, ähnlich wie in §. 155, das Verhältniss aus dem Nutzeffekt einer Kraftmaschine in den Totaleffekt des an ihr wirkenden Motors ihren Wirkungsgrad. Der Werth dieses Verhältnisses kann nie-

mals gleich Eins werden; aber je mehr er sich der Einheit nähert, desto grösser ist die Vollkommenheit der angewandten Kraftmaschine.

Die Betrachtung eines Motors an und für sich in Bezug auf seine Leistungsfähigkeit geschieht, indem man untersucht, welche Kraft er in jedem Augenblick entwickeln kann, und welchen Weg der Angriffspunkt dieser Kraft, in der Richtung der letzteren gemessen, in einer bestimmten Zeit zurücklegt. Man wird auf diese Weise bei manchen Motoren zu ganz bestimmten, bei anderen dagegen zu Resultaten gelangen, die von verschiedenen Umständen abhängen. Bei einem fliessenden Wasser z. B. führt die Kenntniss des Gefälls und die Menge des Wassers, welche in einer bestimmten Zeit geliefert wird, zu dem Maasse der Leistungsfähigkeit oder des Totaleffekts dieser Wasserkraft, welche dadurch vollkommen bestimmt wird. Wenn es sich dagegen um einen thierischen Motor handelt, einen Menschen z. B., so erkennt man leicht, dass die Kraft desselben unter verschiedenen Umständen eine sehr verschiedene ist. So werden wir bald sehen, dass die Grösse dieser Kraft davon abhängt, ob der Mensch mit seinen Händen oder mit seinen Füssen thätig ist, ob er zieht oder schiebt, ob er seine Kraft in horizontaler oder in vertikaler Richtung ausübt u. s. f. Um in allen diesen Fällen zu einem Resultat betreffs der Leistung an Arbeit zu gelangen, darf man nur die Mittel anwenden, welche wir bereits kennen. Die Grösse der Kraft, welche von dem Motor während seiner Wirksamkeit in jedem Augenblick geleistet wird, misst man durch Dynamometer, und die Grösse des Wegs, der von dem Angriffspunkte desselben in der Richtung seiner Wirksamkeit durchlaufen wird, kann man entweder direkt, oder durch besondere leicht zu erdenkende Mittel messen.

Was aber die Messung der Arbeitsmenge betrifft, welche die Kraftmaschine wirklich nutzbar macht, die Messung ihres Nutzeffekts also, so geschieht dieselbe auf eine Weise, die jetzt näher beschrieben werden soll.

§. 218. **Bremsdynamometer.** — In den meisten Fällen setzt die Kraftmaschine eine Welle in Bewegung, und die Rotationsbewegung dieser Welle ist es dann, welche zur Ueberwindung von Widerständen aller Art gebraucht wird. So erhält ein Wasserrad direkt durch die Wirkung des Wassers eine drehende Bewegung, an welcher die Welle, von welcher es getragen wird, Theil nimmt; diese Welle treibt alsdann die Mühle, das Sägewerk, das Hammerwerk etc. Ebenso ertheilt die Dampfmaschine in einer Fabrik zunächst einer horizontalen Welle, Triebwelle genannt, eine Rotationsbewegung, und diese Triebwelle ist es, von der die Bewegung genommen und

auf die Arbeitsmaschinen übertragen wird. Wenn man die Nutzleistung der Kraftmaschine messen will, so hebt man die Verbindung der Welle, welche durch sie in Bewegung gesetzt wird, mit den Arbeitsmaschinen und überhaupt mit den zu überwindenden Widerständen auf und bringt anstatt dessen an der Welle einen künstlich erzeugten Widerstand an, dessen Grösse leicht bestimmt werden kann. Indem man diesen Widerstand in richtiger Weise abändert, kann man es leicht dahin bringen, dass die Maschine dieselbe Bewegung annimmt, wie diejenige, welche sie gewöhnlich besitzt, und dass sie sich folglich der Einwirkung des Motors gegenüber ganz so verhält, wie diess bei ihrem gewöhnlichen Gebrauch der Fall ist. Es reicht dann hin, die Grösse der von der Maschine behufs Ueberwindung dieses Widerstands geleisteten Arbeit zu messen, um den Nutzeffekt, welchen sie unter den gewöhnlichen Umständen ihrer Thätigkeit leistet, zu erhalten.

Um den eben besprochenen künstlichen Widerstand hervorzubringen, bedient man sich des Bremsdynamometers oder, wie es nach seinem Erfinder auch genannt wird, des Prony'schen Zaums. Dieser Apparat ist in Fig. 305 dargestellt. A ist die hori-

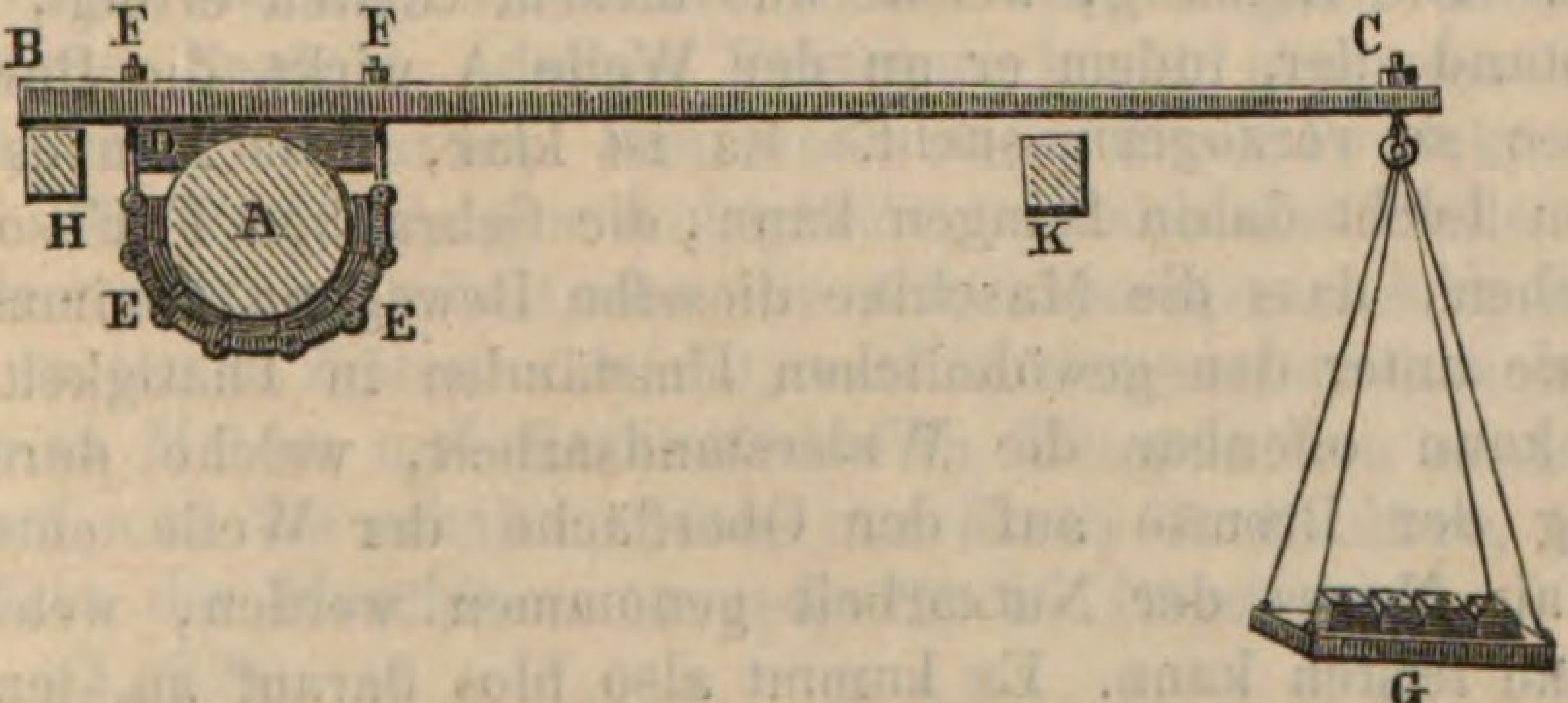


Fig. 305.

zontale Triebwelle, an welcher die Bremse angebracht wird. Die Oberfläche dieser Welle muss an der in Gebrauch kommenden Stelle genau cylindrisch sein; wenn es nicht der Fall ist, so bringt man eine eiserne Muff auf derselben an, welche man mittelst Keilen so befestigt, dass alle Punkte ihrer Oberfläche gleichweit von der Rotationsaxe entfernt sind, oder dass sie, wie man sagt, gut centrirt ist. Ein hölzerner Hebel BC ist mit einem Stück D, gleichfalls von Holz, versehen, dessen untere Seite so ausgeschnitten ist, dass es einen Theil der Oberfläche der Welle oder der Muff, wenn eine solche vorhanden ist, umfasst. Eine Kette EE, welche aus Blechplatten gebildet wird, die in Scharnieren an einander befestigt sind, ist gleichfalls mit kleinen Holzstücken belegt, welche sich

rings um den übrigen Theil der Oberfläche der Welle A anlegen; diese Kette endigt sich in zwei Schraubenbolzen, welche durch den Hebel BC hindurchgehen, und an deren Enden zwei Muttern F,F angeschraubt sind. An dem Ende C des Hebels BC ist eine Wagschale aufgehängt, welche dazu bestimmt ist, Gewichte aufzunehmen. Die Stützen H,K sind so angebracht, dass sich der Hebel weder nach der einen noch nach der anderen Richtung zu weit von der horizontalen Lage entfernen kann, in der er erhalten werden muss.

Setzen wir voraus, dass die Welle A durch die Kraftmaschine, deren Nutzleistung man bestimmen will, in Bewegung gesetzt werde, und dass man die Schrauben F, F so stark angezogen habe, dass mittelst des Holzstücks D, sowie derjenigen Holzstücke, mit denen die Kette EE belegt ist, ein bestimmter Druck gegen die Oberfläche der Welle ausgeübt wird. Die Adhäsion, welche sich dadurch zwischen der Welle und jenen Backenstücken der Bremse entwickelt, sucht den Hebel BC in die Rotationsbewegung der Welle mit fortzureissen; aber dem widersetzt sich die Stütze H; indem dieselbe den Hebel zwingt, unbeweglich zu bleiben, veranlasst sie das Gleiten der Welle zwischen den Backen der Bremse. Die Reibung, welche aus diesem Gleiten erfolgt, ist ein Widerstand, der, indem er an der Welle A wirkt, die Bewegung derselben zu verzögern sucht. Es ist klar, dass man es durch Probiren leicht dahin bringen kann, die Schrauben F, F so stark anzuziehen, dass die Maschine dieselbe Bewegung annimmt, als wenn sie unter den gewöhnlichen Umständen in Thätigkeit wäre. Dabei kann offenbar die Widerstandsarbeit, welche durch die Reibung der Bremse auf der Oberfläche der Welle entwickelt wird, als Maass der Nutzarbeit genommen werden, welche die Maschine leisten kann. Es kommt also blos darauf an, jene Widerstandsarbeit zu messen.

Zu diesem Behufe legt man in die Wagschale G so viele Gewichte, dass der Hebel BC in horizontaler Lage erhalten wird, ohne weder die Stütze H noch die K zu berühren, oder dass er wenigstens zwischen diesen beiden fortwährend oscillirt. Alsdann befindet sich der Hebel BC unter der Wirkung der aufgelegten Gewichte und der Reibung, welche sich in den Berührungspunkten der Welle mit den Backen der Bremse entwickelt, im Gleichgewicht. Nehmen wir der Einfachheit halber zunächst an, dass das Gewicht der Bremse selbst mit Einschluss der Wagschale G vernachlässigt werden darf, und denken wir uns die Reibung, welche in den verschiedenen Berührungspunkten der Welle mit den Backen der Bremse entwickelt wird, als eine einzige Kraft, die an dem

Umfang der Welle, tangentiell an derselben wirkt, so folgt aus dem Gleichgewicht des Hebels BC, dass sich die in der Wagschale liegenden Gewichte zur Reibung umgekehrt wie die Hebelarme dieser beiden Kräfte verhalten müssen. Nun ist der Hebelarm der Reibung der Halbmesser der Welle A und der Hebelarm der in der Wagschale liegenden Gewichte die Entfernung der durch den Aufhängpunkt C dieser Wagschale gehenden Vertikalen von der Umdrehungsaxe der Welle, und da sich diese beiden Längen genau so, wie die Umfänge der mit ihnen beschriebenen Kreise verhalten, so kann man auch sagen: Die in der Wagschale G liegenden Gewichte müssen sich zur Reibung wie der Umfang der Welle A. zum Umfang des Kreises verhalten, der mit der Entfernung der durch C gehenden Vertikalen von der Umdrehungsaxe der Welle beschrieben wird, oder was auf dasselbe hinauskommt: Die Reibung, multiplicirt mit dem Umfang der Welle A, muss gleich sein den in G liegenden Gewichten, multiplicirt mit der Entfernung der durch C gehenden Vertikalen von der Umdrehungsaxe der Welle. Ersteres Produkt ist aber nichts anderes als die Arbeit, welche durch die Reibung während einer Umdrehung der Welle A entwickelt wird. Diese Arbeit kann folglich auch durch das zweite Produkt, dessen Faktoren leicht gemessen werden können, bestimmt werden. Wenn man dann dieses Produkt mit der Anzahl der Umdrehungen multiplicirt, welche die Welle in der Secunde macht, so erhält man die Arbeitsmenge, welche die Maschine in jenem Zeitraum leistet, und vorausgesetzt, dass man die Längen in Metern und die Gewichte in Kilogrammen ausgedrückt hat, darf man die erhaltene Zahl nur durch 75 dividiren, um den Nutzeffekt der Maschine, ausgedrückt in Pferdekräften, zu erhalten (§. 88).

Wir haben oben das Gewicht der Bremse selbst, nebst der daran hängenden Wagschale vernachlässigt. Um es in Betracht zu ziehen, verfährt man am einfachsten so, dass man mittelst eines gewöhnlichen Dynamometers die Kraft misst, welche in dem Punkt C vertikal von unten nach oben angebracht werden muss, um die Bremse horizontal zu halten, wenn die Schrauben F, F nicht angezogen sind und die Wagschale G kein Gewicht enthält. Diese Kraft fügt man den in der Wagschale liegenden Gewichten bei, bevor man die oben angezeigte Rechnung ausführt.

Fassen wir nun nochmals kurz zusammen, was man zu thun hat, um den Nutzeffekt einer Kraftmaschine mittelst des Bremsdynamometers zu bestimmen. Nachdem man dasselbe um die Triebwelle gelegt hat, zieht man die Schrauben F, F so stark an,

dass die Maschine die gewöhnliche Geschwindigkeit annimmt. Hierauf balancirt man den Hebel der Bremse durch Gewichte, welche man in die Wagschale G einlegt. Diese Gewichte, in Kilogrammen ausgedrückt und vermehrt um diejenigen, welche nöthig sind, um das Gewicht der Bremse selbst und der Wagschale zu berücksichtigen, werden mit dem in Metern ausgedrückten Umfang des Kreises multiplicirt, welcher zum Halbmesser die Entfernung der durch den Aufhängepunkt C der Wagschale gehenden Vertikalen von der Umdrehungsaxe der Welle hat. Das erhaltene Produkt, mit der Anzahl der Umdrehungen der Welle A in der Secunde multiplicirt und durch 75 dividirt, gibt den Nutzeffekt der Kraftmaschine, ausgedrückt in Pferdekräften.

Beispiel: Bei der Bestimmung des Nutzeffekts eines Wasserrades seien die Gewichte, welche in die Wagschale des Bremsdynamometers, welches an der Welle desselben angebracht wurde, gelegt werden mussten, 250 Kilogramm. Die in Folge des Gewichts des Dynamometers und der Wagschale hinzuzufügenden Gewichte betragen 15 Kilogramm, und die Entfernung der Vertikalen durch den Aufhängpunkt der Wagschale von der Umdrehungsaxe der Welle sei 3 Meter. Unter diesen Umständen habe das Wasserrad 6 Umdrehungen in der Minute gemacht. — Der Umfang des Kreises, dessen Halbmesser 3^m ist, misst bekanntlich $18{,}84^m$; diese Zahl, mit dem um 15^k vermehrten 250^k, also mit 265^k und hierauf noch mit der Zahl der Umdrehungen in der Secunde, $\frac{1}{10}$, multiplicirt, gibt $499{,}^{km}26$ als Arbeitsleistung der Maschine in einer Secunde. Mit 75 dividirt, erhält man 6,65 Pferdekräfte als Nutzeffekt des Wasserrades.

§. 219. **Thierische Motoren.** — Wir sind gegenwärtig noch nicht in den Stand gesetzt, die Wirkungsweise aller der verschiedenen Motoren, von denen wir oben gesprochen haben, näher angeben zu können und müssen uns für jetzt damit begnügen, die thierischen Motoren näher zu betrachten. In dem Maasse, als sich in der Folge Gelegenheit dazu geben wird, werden wir auch bezüglich der übrigen Das nachholen, was wir für jetzt übergehen müssen.

Die Kraft des Menschen kann auf verschiedene Art angewandt werden. Er kann in horizontaler oder vertikaler Richtung einen Druck oder Zug ausüben, indem er blos mit seinen Händen wirkt, ohne seinen Ort zu verändern; oder er kann sitzend mit seinen Füssen einen Druck hervorbringen; oder er kann sich auch fortbewegen und dabei drückend oder ziehend thätig sein; endlich kann er auch noch durch sein Gewicht allein wirken, wie wir das

schon bei dem Sprossenrad (§. 62) gesehen haben. Die Arbeit, welche er unter diesen verschiedenen Umständen leistet, ist sehr verschieden. Es ist folglich wichtig zu wissen, auf welche Art seine Kraft angewandt werden muss, damit er die grösstmöglichste Menge von Arbeit leisten kann. Aber indem man sich mit dieser Frage beschäftigt, darf man nicht vergessen, dass der Mensch während der Arbeit ermüdet; wenn man ihn während einer gegebenen Zeit eine zu grosse Menge von Arbeit leisten lassen will, so wird er den Tag über nicht so lange arbeiten können; und wenn man an einem Tag zu viel von ihm fordert, so wird daraus eine Müdigkeit folgen, die bis in den nächsten Tag andauern wird, und diess muss allemal vermieden werden.

Was zunächst die Grösse der Kraft betrifft, welche ein Mensch aufbieten kann, um einen bestimmten Widerstand zu überwinden, so ist dieselbe, je nach der Art und Weise, in welcher er wirkt, sehr verschieden. Man hat gefunden, dass er die grösste Kraft in dem Fall entwickeln kann, wo er ein Gewicht zu heben sucht, das zwischen seinen Beinen steht. Diese Maximalkraft kann 200, bei manchen Individuen selbst 300 Kilogramm betragen; im Mittel kann man sie zu 130 Kilogramm annehmen.

Aber die von dem Menschen aufgewendete Kraft ist nur ein Element der Arbeit, welche er leistet. Um zu einem richtigen Begriff von der Grösse dieser Arbeit zu gelangen, ist es nöthig, auch den Weg in Rechnung zu ziehen, welchen er dem Angriffspunkt der Kraft, welche er ausübt, durchlaufen lassen kann. Wenn ein sehr grosser Widerstand zu überwinden ist, so wird sich der Arbeiter in sehr kurzer Zeit bedeutend ermüden und den Angriffspunkt dieses Widerstands nur eine sehr kurze Strecke mit fortbewegen können; bei sehr geringem Widerstand dagegen kann er dem Angriffspunkt desselben einen viel grösseren Weg zurücklegen machen. In dem ersten dieser beiden Fälle sowohl wie in dem zweiten, wird eines der Elemente der Arbeit, welche täglich geleistet wird, sehr klein, und folglich wird diese tägliche Arbeit selbst nur eine kleine Grösse haben. Wenn dagegen der zu überwindende Widerstand eine mittlere Grösse hat, so wird er, während der Arbeiter seinen Angriffspunkt mit mittlerer Geschwindigkeit fortbewegen kann, innerhalb eines Tages immer noch einen bedeutenden Weg zurücklegen können, und es wird daraus eine grössere Menge von Arbeit folgen als in den beiden vorhergehenden Fällen. Es soll daher ein Mensch, wenn er auf die Dauer arbeiten soll, in jedem Augenblick nur einen Theil der Maximalkraft aufbieten, welche er möglicherweise entwickeln kann.

Es ist Sache der Erfahrung, die Grösse der Kraft, welche ein Mensch ausüben, und die Geschwindigkeit, mit welcher er deren Angriffspunkt fortbewegen kann, unter der Bedingung auszumitteln, dass die geleistete Arbeit bei den verschiedenen Umständen, unter welchen die Kraft wirkt, die grösstmöglichste wird. So hat man gefunden, dass von den Menschen, welche an einer Zugramme arbeiten, jeder ungefähr 20 Kilogramm von dem Gewicht des Rammbären einen Meter hoch heben soll; dass ferner die Arbeiter ungefähr 20 Schläge in der Minute und in dieser Geschwindigkeit 60 bis 80 Schläge nacheinander machen, hierauf aber so lange ruhen sollen, als sie vorher gearbeitet haben. Jeder der Menschen, welche an einer Erdwinde arbeiten, soll am Ende des Hebels, an welchem er wirkt, eine Kraft von 20 Kilogramm ausüben und seinen Angriffspunkt mit einer Geschwindigkeit von 0,6 Meter fortbewegen. Ein Arbeiter, welcher an einer Kurbel dreht, deren Radius ungefähr $0^m,32$ beträgt, soll auf den Handgriff derselben einen Druck von 7 bis 8 Kilogramm ausüben und die Kurbel 20 bis 25 mal in der Minute herumdrehen. Um dieses letztere Resultat auszumitteln, wendet man eine sogenannte dynamometrische Kurbel an, deren Handgriff A (Fig. 306) am Ende eines federnden Streifens

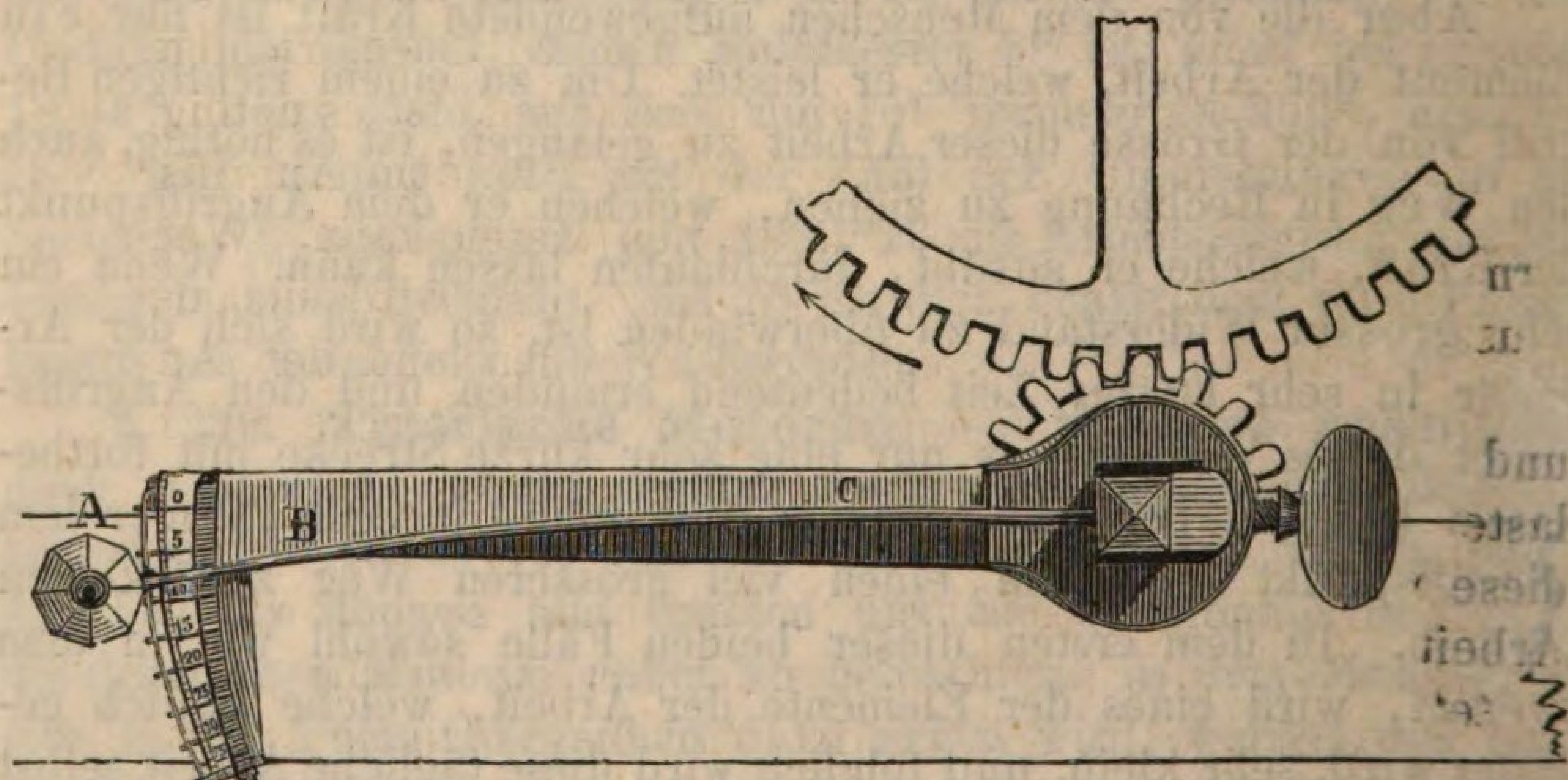


Fig. 306.

BC befestigt ist. Diese Kurbel bringt man an dem Ende der Welle an, welche herumgedreht werden soll, und befestigt sie daran mittelst einer Klemmschraube, die man in der Figur sieht. Wenn man hierauf auf die Kurbel wirkt, um die Welle zu drehen, so biegt sich die Feder, und die Grösse ihrer Biegung bestimmt offenbar die Grösse des auf die Kurbel ausgeübten Druckes. Ein passend eingetheilter Kreisbogen dreht sich mit der Kurbel, ohne an der Biegung der Feder mit Theil zu nehmen; man darf

sonach nur nachsehen, auf welchem Punkt der Theilung der Index steht, welchen die Feder trägt, um die Zahl der Kilogramme kennen zu lernen, durch welche der Druck auf die Kurbel ausgedrückt wird.

Im Allgemeinen kann man sagen, dass die Arbeit, welche ein Mensch täglich leisten kann, grösser ist, wenn er von Zeit zu Zeit ruht, als wenn er fortwährend in Thätigkeit ist. Andererseits ist diese Arbeit um so grösser, je mehr sich die durch seine Muskeln ausgeübte Kraft derjenigen nähert, welche denselben von Natur zukommt. Nehmen wir z. B. einen Menschen, welcher seine Tagesarbeit dazu verwendet, eine Rampe oder Stiege, ohne irgend eine Last zu tragen, abwechselnd hinauf- und wieder herabzusteigen. Die blosse Hebung seines Körpers, während er emporsteigt, nimmt eine gewisse Menge Arbeit in Anspruch, welche man berechnen kann, indem man das Gewicht seines Körpers mit der ganzen Höhe multiplicirt, um die er sich in der Richtung der Vertikalen erhebt; diese Arbeit wird man immer grösser finden als diejenige, welche er an demselben Tag geleistet haben würde, wenn er mit einer Last empor- und leer niedergestiegen wäre, die Erhebung seines Körpers bei der Berechnung des letzteren Resultats natürlich mit inbegriffen. In der That sieht man, dass, wenn ein Mensch mit einer Last emporsteigt, die Muskeln seiner Beine, welche blos dazu bestimmt sind, seinen Körper allein zu tragen, mehr angestrengt werden, als sie es gewöhnlich sein sollen, und es folgt daraus eine Ermüdung, welche eine bedeutende Verminderung der durch diese Muskeln geleisteten Arbeit nach sich zieht.

Man hat gefunden, dass bei einem solchen abwechselnden Auf- und Absteigen einer Rampe oder Stiege ein Mensch, welcher unbelastet ist, die grösste Menge von Arbeit leisten kann; indem er auf diese Weise täglich 8 Stunden arbeitet, leistet er den Tag über eine Arbeit von 280 000[km]. Derselbe Mensch, auf eine Kurbel wirkend, leistet in derselben Zeit nur 172 000[km], und wenn er dazu verwendet würde, den Rammbären einer Zugramme zu heben, so würde er sogar nicht viel mehr als 100 000[km] zu leisten im Stande sein. Es ist also sehr vortheilhaft, die Arbeit eines Menschen allemal in der einfachen Erhebung seines Körpers bestehen zu lassen, vorausgesetzt, dass diese Erhebung dazu angewandt werden kann, die zu erzielende Wirkung zu erhalten. Diess will man erreichen, indem man sich des in Fig. 307 abgebildeten Apparats bedient, um Erde oder Sand in die Höhe zu fördern. Dieser Apparat besteht aus einer grossen Rolle, um welche ein Seil geschlungen ist, das an beiden Enden eine grosse Schale, ähnlich einer Wagschale, trägt.

Die Länge dieses Seils ist dadurch bestimmt, dass, wenn die eine Schale im unteren Niveau angekommen ist, die andere das obere gerade erreicht haben muss. Ein mit Erde beladener Karren wird auf die untere Wagschale gefahren; zu gleicher Zeit stellt sich ein Arbeiter mit einem leeren Karren in die obere. Wenn dieser Arbeiter mehr wiegt als die Erde, welche in dem ersten Karren enthalten ist, so wird sich die Schale, auf welcher er steht, senken, während die andere Schale mit dem beladenen Karren in die Höhe steigt. Nachdem beide Schalen in dem entsprechenden Niveau angekommen sind, werden sie entleert, die untere, um wieder einen mit Erde beladenen, die obere, um einen leeren Karren nebst einen Arbeiter aufzunehmen. Die Schalen setzen sich nun in entgegengesetzter Richtung von Neuem in Bewegung u. s. f. Die gefüllten Karren werden unten an den Apparat geführt; sobald sie durch denselben auf das obere Niveau gehoben sind, fährt man sie weg, um sie zu entleeren und hierauf leer wieder an den Apparat zurückzuführen. Dort steigen sie mit einem Ar-

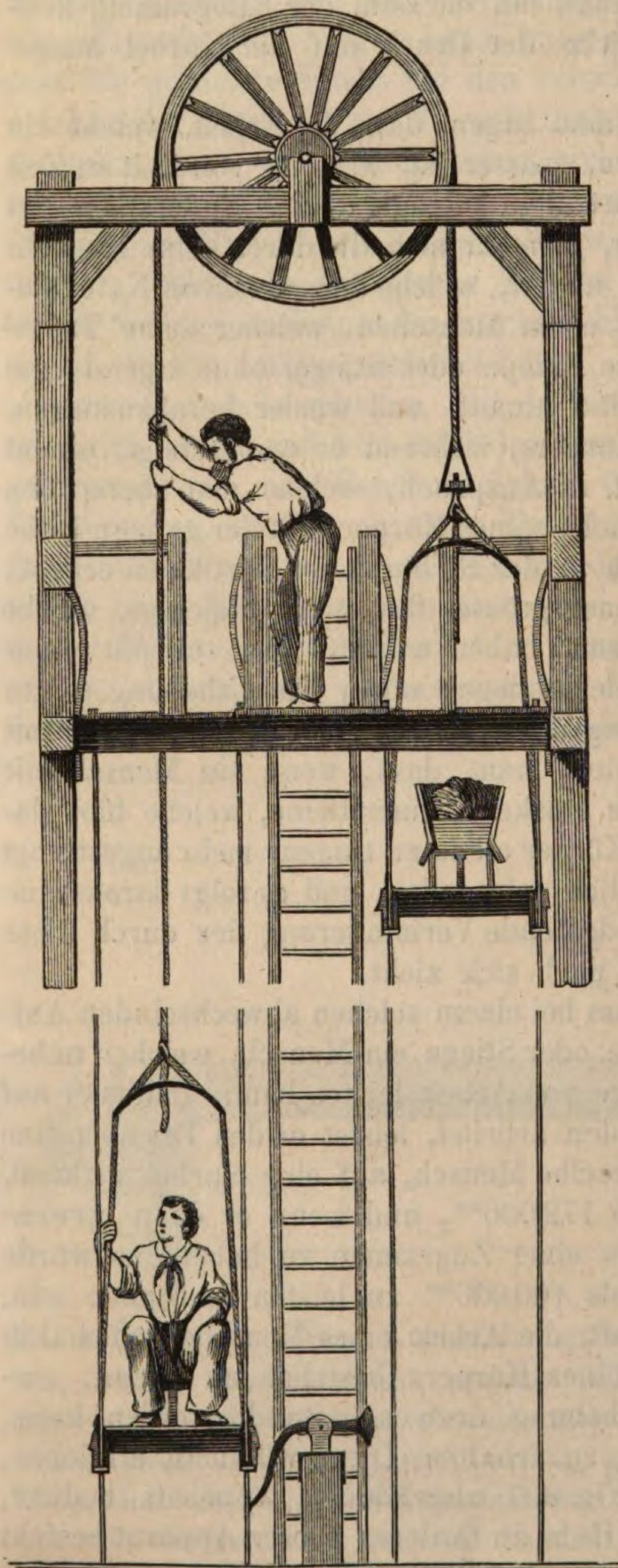


Fig. 307.

beiter wieder nieder, um an den Ort zurückzukehren, wo sie wieder gefüllt werden, worauf sie dieselbe Tour von Neuem beginnen. Eine Anzahl Arbeiter sind, die einen oben, die anderen unten, damit beschäftigt, die vollen oder leeren Karren von und zu den Schalen zu fahren; zu gleicher Zeit sind andere Arbeiter einzig dazu verwendet, auf der Leiter, welche zwischen den beiden Schalen angebracht ist, vom unteren Niveau auf das obere zu steigen und hierauf, einer nach dem anderen, auf der einen oder anderen der beiden Schalen mit einem leeren Karren wieder niederzufahren. Ein Mann, welcher oben an dem Apparat steht, wirkt auf das Seil, um seine Bewegung zu verzögern oder zu beschleunigen, je nachdem das Gewicht der abwärts gehenden Schale das Gewicht der aufwärts gehenden mehr oder weniger übertrifft. Dieser Apparat wurde zum erstenmal bei den Erdarbeiten am Fort Vincennes bei Paris angewandt und eine bedeutende Ersparniss damit erzielt.

Wenn ein Mensch an einem Sprossenrad wirkt (§. 62), so besteht die Arbeit, welche er leistet, lediglich in der Hebung seines Körpers, welcher fortwährend abwärts zu fallen sucht, sowie sich das Rad dreht; er befindet sich also unter ähnlichen Umständen wie ein Mensch, der eine Leiter hinaufsteigt, um alsdann sein Gewicht zur Hervorbringung eines nützlichen Effekts zu verwenden. Desshalb kann er auch bis zu 256 000^{km} Arbeit täglich bei 8 Stunden Arbeitszeit leisten. Man sieht daraus, dass die Sprossenräder ausgezeichnete Maschinen sind, um die Kraft des Menschen nutzbar zu machen. Natürlich kann die Rotationsbewegung, welche sie durch die Wirkung eines oder mehrerer Menschen erhalten, auch zu andern Zwecken als zum Aufziehen der Steine aus den Steinbrüchen verwendet werden.

§. 220. Das Pferd wird sehr häufig als Motor angewandt, bietet aber viel weniger Verschiedenheiten in der Art und Weise, auf welche seine Kraft angebracht werden kann, dar als der Mensch. Die Art seiner Wirkung beschränkt sich fast allein auf das Ziehen in horizontaler Richtung und in dem Sinne, in welchem es sich bewegt. Ueber die Grösse der Arbeit, welche es leisten kann, gelten zunächst dieselben allgemeinen Betrachtungen wie bei der Arbeit des Menschen.

Die Maximalkraft, welche ein Pferd im Ziehen ausüben kann, erhebt sich im Mittel bis auf 400^{k}; aber wenn es fortgesetzt arbeiten soll, so darf man ihm nur viel weniger zumuthen. Ein gutes Fuhrmannspferd, welches 6 Tage in der Woche arbeitet und ungefähr 28 Kilometer per Tag mit einer Geschwindigkeit von 3 Kilometer per Stunde zurücklegt, kann nicht mehr als eine Zugkraft von 50^{k} aus-

üben; die Arbeit, welche es auf diese Weise in einem Tag leistet, ist also 1400 000^{km}.

Wenn man die Kraft eines Pferdes in anderer Weise als zum Ziehen eines Wagens verwenden will, so lässt man es gewöhnlich an einem Pferdegöpel wirken. In diesem Falle wird es an einen Holzbalken gespannt, der in radialer Richtung an einer vertikalen Welle befestigt ist; es zieht, indem es im Kreise herumgeht, und ertheilt so der Welle eine Rotationsbewegung, welche sich auf jede Art von Maschinen übertragen lässt (Fig. 308). Man kann sagen,

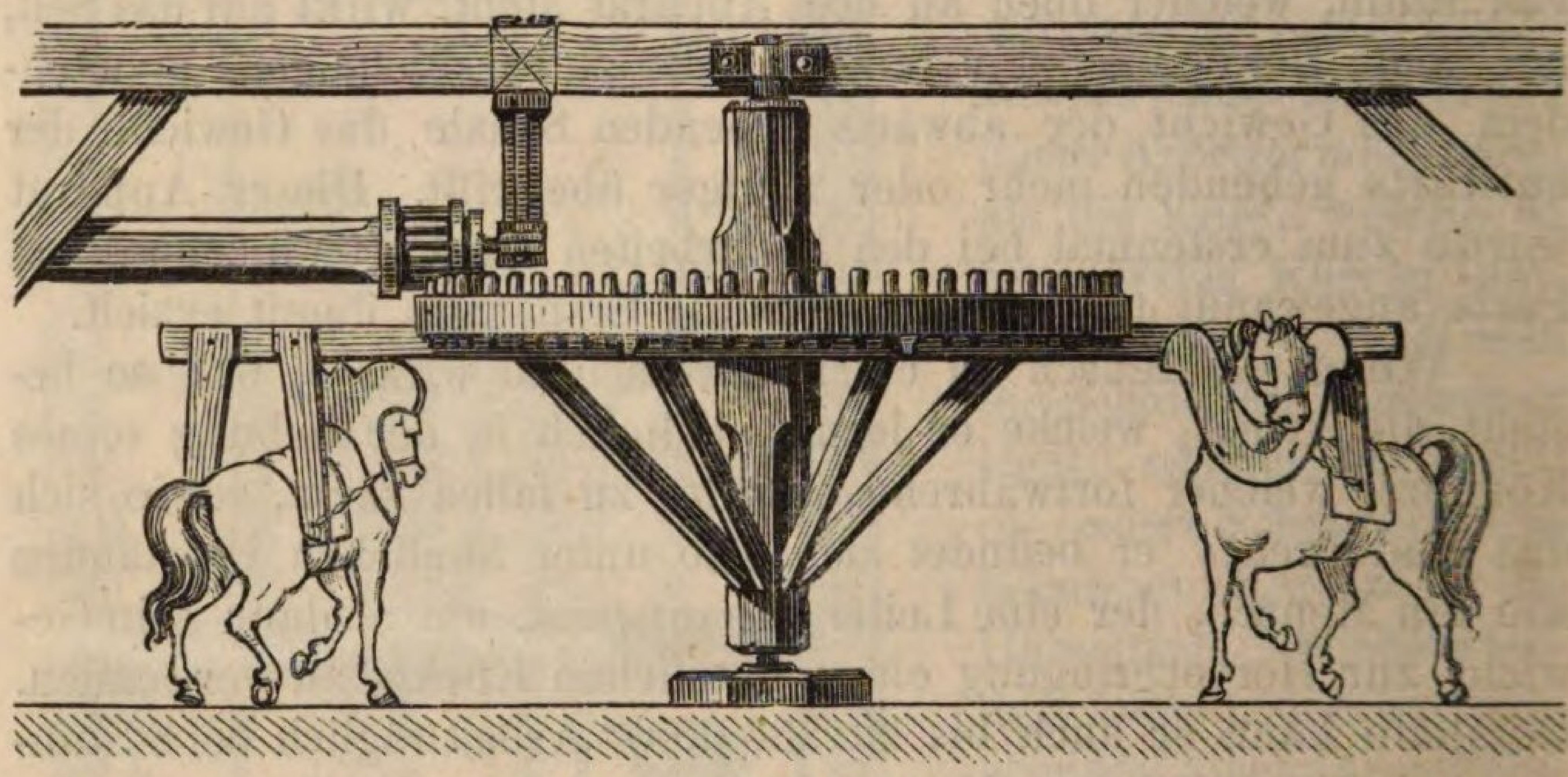


Fig. 308.

dass der Göpel für das Pferd, was die Kurbel für den Menschen ist. Ein Pferd, welches an einem Göpel arbeitet, leistet weniger als oben angegeben; es ermüdet früher. Damit die Bewegung im Kreise nicht zu grossen Einfluss übt, muss der Göpel wenigstens 13^{m} im Durchmesser haben. Wenn man die Menge der Arbeit, welche ein Pferd an einem Göpel leistet, mit derjenigen eines Menschen vergleicht, der an einer Kurbel arbeitet, so findet man, dass die Leistung eines Pferdes ungefähr der von 7 Menschen gleich ist.

Die Arbeit, welche von einem Pferde an einem Göpel geleistet wird, überschreitet nicht 42^{km} in der Secunde. Man sieht also, dass wir Grund hatten, oben (§. 88) zu sagen, dass sie geringer als diejenige Leistung ist, welche man eine Pferdekraft nennt, und für welche 75^{km} in der Secunde festgesetzt ist.

Ein Ochse, an einen Wagen gespannt, kann eine Zugkraft ausüben, welche beinahe der des Pferdes gleich ist. Aber in Folge seiner natürlichen Langsamkeit leistet er fast nur die Hälfte der Arbeit des Pferdes. An einem Göpel dagegen leistet er fast dieselbe Arbeit wie dieses.

Ein an einen Göpel gespannter Esel leistet nicht viel mehr als den vierten Theil der Arbeit eines Pferdes.

§. 221. **Perpetuum mobile.** — Es wird nun hier der Ort sein, etwas näher auf die berühmte Frage des Perpetuum mobile einzugehen, mit welcher sich schon so Viele beschäftigt haben und noch jetzt beschäftigen. Aber bevor wir das thun, ist es unerlässlich uns vorerst klar zu machen, was man eigentlich unter einem Perpetuum mobile versteht.

Die Meisten, welche die Frage nicht näher studirt haben, glauben natürlich, dass es sich bei derselben um einen Körper handle, welcher beständig in Bewegung ist. Desshalb findet man genug Solche, welche die Behauptung, dass die Entdeckung des Perpetuum mobile unmöglich sei, mit ungläubigem Kopfschütteln aufnehmen; man hört sie dagegen einwenden, dass ja z. B. die Erde in fortdauernder Bewegung um ihre Axe sowohl, als um die Sonne begriffen sei. Aber Diejenigen, welche die Frage genauer kennen, und besonders Diejenigen, welche selbst Anstrengungen gemacht haben, ihre Lösung zu finden, geben dem Perpetuum mobile eine ganz andere Bedeutung.

Wir haben gesagt, dass zur Bewegung einer Maschine, um die Widerstände, welche sich dieser Bewegung entgegensetzen, zu überwinden, fortwährend eine gewisse Kraft angewendet werden müsse; wir haben weiter hinzugefügt, dass diese Kraft gewöhnlich von einem thierischen Motor, oder von einem fliessenden Wasser, oder vom Wind, oder von dem Dampf hergenommen wird. Wenn man aber das Perpetuum mobile sucht, so nimmt man sich vor, eine Maschine zu erfinden, welche, ohne Zuhülfenahme irgend eines dieser Motoren noch irgend eines andern, in Thätigkeit bleiben kann; man sucht eine Kraftmaschine, welche eine Nutzarbeit hervorbringen kann, ohne der Wirkung eines Motors unterworfen zu sein; man will, mit einem Wort, eine Maschine construiren, welche selbst ihr eigener Motor ist.

Man begreift nun das Interesse, welches diese Frage für Diejenigen darbieten muss, welche glauben, dass ihre Lösung möglich ist, und welche Zeit und Geld opfern, die Lösung zu suchen. Die Maschinen, um dem Menschen dienstbar zu sein, haben stets einen Motor nöthig. Lange Zeit hindurch waren die Menschen selbst, die Thiere, das Wasser, der Wind die einzig angewandten Motoren. Aber die Anwendung der Menschen und Thiere zieht eine fortwährende Ausgabe nach sich; das Wasser und der Wind dagegen können nur in besonderen Lagen und Fällen angewandt werden. Die Zahl der vorhandenen Wasserkräfte ist begrenzt, und man kann

sie nicht nach Belieben von Neuem schaffen; der Wind ist zwar eine der verbreitetsten Quellen der Bewegung, aber er bietet zu viele Unregelmässigkeiten in seiner Wirkung dar. Die Erfindung der Dampfmaschine hatte das unermessliche Verdienst, ein Mittel gegeben zu haben, überall und zu jeder Zeit einen Motor von beliebiger Stärke zur Verfügung haben zu können. Dabei erfordert die Anwendung einer Dampfmaschine zwar auch fortwährende Ausgaben, wie die der thierischen Motoren, aber dieser Aufwand, entspringend aus dem Verbrauch an Brennmaterial, ist in den meisten Fällen weit unterhalb demjenigen, welchen die Anwendung thierischer Mortoren erfordern würde, wenn diese in solcher Anzahl angewendet würden, dass sie dieselbe Leistung hervorbrächten wie die Dampfmaschine. Aber Diejenigen, welche das Perpetuum mobile suchen, wollen noch weiter gehen; sie wollen eine Maschine finden, welche dieselbe Aufgabe, wie z. B. eine Dampfmaschine, erfüllt, welche aber weiter keine wesentlichen Ausgaben erfordert als diejenigen, welche zu ihrer Instandhaltung nothwendig sind. Es ist wohl klar, dass Derjenige, welcher eine solche Erfindung machen würde, eine unerschöpfliche Quelle von Reichthum damit gewinnen müsste; sie würde für ihn dem Stein der Weisen gleich zu achten sein, und daraus ist zu erklären, warum sich so Viele damit beschäftiget haben und noch jetzt damit beschäftigen. Man kann selbst sagen, dass die Entdeckung des Perpetuum mobile derjenigen des Steins der Weisen unendlich vorzuziehen wäre. Derjenige, welcher das Mittel, Gold zu machen, erfände, würde sich selbst allerdings bereichern, aber ein erheblicher Nutzen für die ganze menschliche Gesellschaft würde daraus nicht hervorgehen. Das Gold wird weniger seiner selbst als des conventionellen Werthes wegen gesucht, welcher ihm beigelegt wird; dieser Werth würde sich aber sehr schnell vermindern, sobald man soviel davon produciren könnte, als man wollte. Die Entdeckung des Perpetuum mobile dagegen würde der Industrie einen mächtigen Aufschwung geben; sie würde die Fabrikation einer Menge von Gegenständen, die dem Menschen nützlich und angenehm sind, mit viel geringeren Kosten ermöglichen; der Urheber einer solchen Erfindung würde in Wahrheit ein Wohlthäter der Menschheit werden.

Aber unglücklicherweise ist diese Erfindung nicht möglich; und wohl verstanden, wir wollen damit nicht sagen, dass sie nur dem Menschen, bei den beschränkten Mitteln, über welche er verfügen kann, unmöglich sei; sie ist eine absolute Unmöglichkeit. Die Wahrheit dieser Behauptung kann ganz ebenso streng bewiesen werden, wie die Sätze der Geometrie; sie folgt aus den Prin-

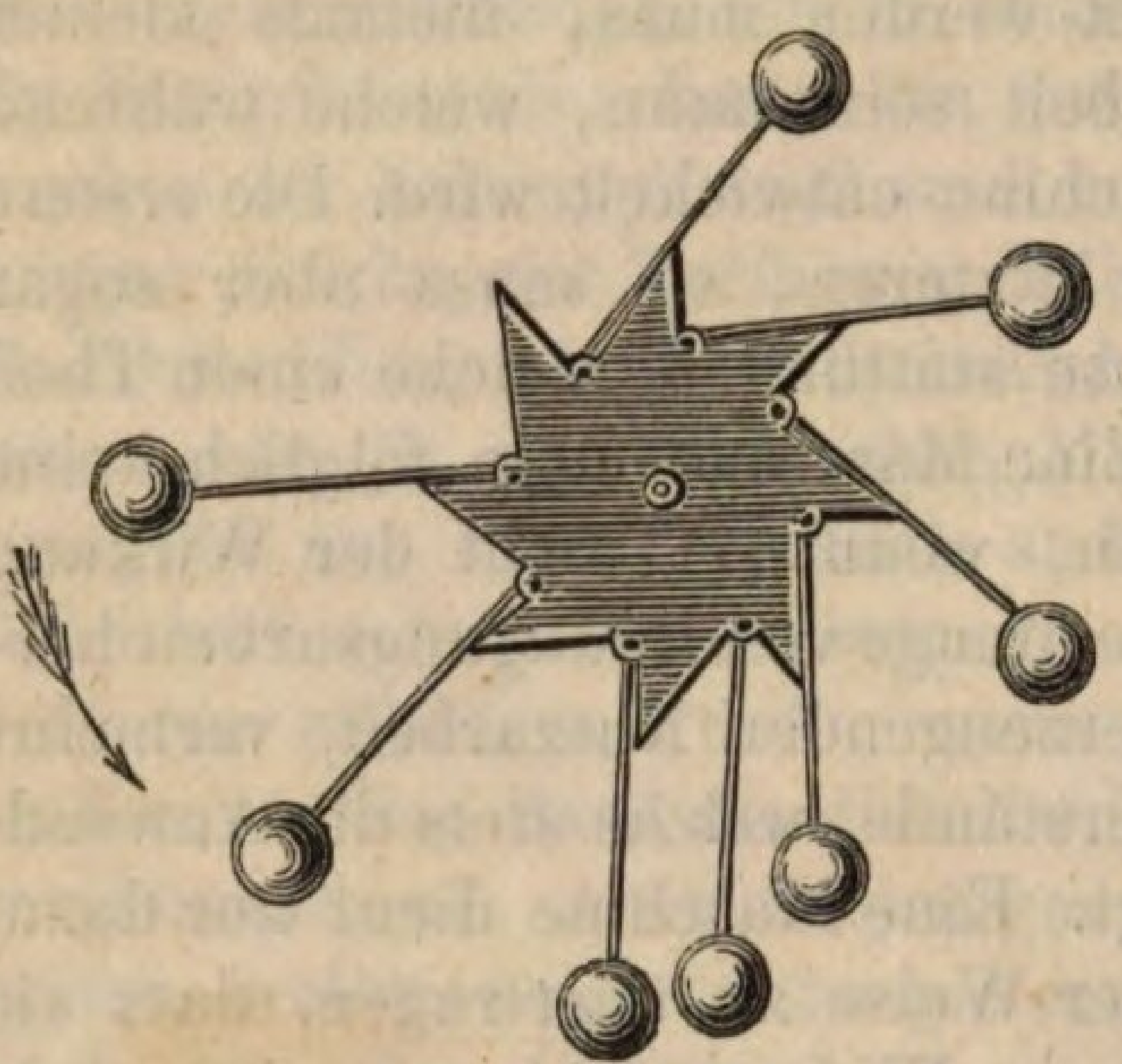
zipien, welche wir bisher aufgestellt haben. Wir haben gesehen, dass die Bewegungsarbeit, welche während der ganzen Dauer der Bewegung einer Maschine geleistet werden muss, niemals kleiner als die gesammte Widerstandsarbeit sein kann, welche während desselben Zeitraums von der Maschine entwickelt wird. Die erstere Arbeit ist gewöhnlich gleich der letzteren; sie muss aber sogar grösser als diese sein, wenn Stösse stattfinden, welche einen Theil der Bewegungsarbeit zerstören. Eine Maschine kann folglich keine Art von Nutzarbeit hervorbringen, wenn sie nicht der Wirkung einer Kraft unterliegt, welche eine Menge von Bewegungsarbeit hervorbringt, die gleich ist der zu erzeugenden Nutzarbeit, vermehrt um die Arbeit der passiven Widerstände, welche stets die Anwendung der Maschine mit sich bringt. Eine Maschine dient nur dazu, die Wirkung des Motors in solcher Weise zu übertragen, dass sie zur beabsichtigten Ueberwindung von Widerständen passend wird; durch diese Uebertragung vermehrt sich die Gesammtarbeit, welche der Motor leistet, niemals, sie vermindert sich vielmehr allemal, da die passiven Widerstände, welche durch die Bewegung hervorgerufen werden, einen Theil derselben absorbiren.

§. 222. Wenn man die verschiedenen Versuche prüft, welche angestellt worden sind, um die Erfindung, mit welcher wir uns eben beschäftigen, zu machen, so sieht man, dass fast allgemein die Bewegung mittelst eines Körpers, der eine gewisse Höhe herabfällt, hervorgebracht werden sollte. Dieser Körper sollte alsdann durch die Maschine selbst wieder auf die Höhe gehoben werden, von welcher er herabgefallen war, als er seine Nutzarbeit leistete, um sofort wieder herabzufallen u. s. w. f. Vorausgesetzt, dass es möglich wäre, eine Maschine herzustellen, welche dieses leistet, so sieht man, dass derselbe schwere Körper, indem er abwechselnd herabfällt und wieder empor steigt, die Bewegung so lange als man wollte forterhalten und daher eine unendliche Menge von Nutzarbeit leisten würde.

Die Formen, unter welchen man eine solche Maschine herzustellen suchte, sind sehr verschieden. In dem einen Fall war dieselbe ein Wasserrad, das durch Wasser in Bewegung gesetzt wurde, welches sich in einem oberhalb desselben aufgestellten Reservoir befand. Das Rad sollte Pumpen in Bewegung setzen, welche alles Wasser, welches auf das Rad gewirkt hatte, in das Reservoir zurück- und ausserdem noch eine gewisse Menge Wasser mehr zu irgend einer Benützung heben sollten.

In einem anderen Fall wandte man ein Rad an, das wie ein Sperrrad einer Uhr gestaltet war und gleichgrosse Stäbe trug, die

in den Winkeln, welche die Zähne bilden, wie in Scharniren beweglich waren (Fig. 309). Diese Stäbe endigten sich in Kugeln, die alle gleichschwer waren. Wenn dieses Rad im Sinne des Pfeils gedreht wird, so nimmt jeder Stab in dem Winkel, in welchem er befestigt ist, in Folge der Wirkung der Schwerkraft, die seinen Schwerpunkt immer möglichst tief zu stellen sucht, nach und nach verschiedene Lagen ein. Nach der Idee des Erfinders dieses Rads soll sich die Bewegung desselben aus dem Grunde von selbst erhalten und sogar noch zugleich Widerstände, welche an ihm angebracht sind, überwinden können, weil die abwärts gehenden Kugeln weiter von der Vertikalen entfernt sind, welche durch die Axe des Rads geht, als die aufwärts steigenden, und daher einen grösseren Hebelarm haben.


Fig. 309.

Wieder in einem anderen Fall nahm man einen trogartigen Kasten AA (Fig. 310), der sich um eine Axe B drehen kann und Quecksilber enthält. Zwei feste Stützen D,E dienen dazu, das Gefäss in seiner drehenden Bewegung aufzuhalten, sodass es nur oscilliren kann, indem es sich abwechselnd gegen die eine oder die andere dieser Stützen anlegt. Wenn sich das Gefäss nach der einen Seite neigt, so fliesst das Quecksilber nach dieser Seite hin und sucht seine Bewegung zu beschleunigen, bis es gegen die eine der beiden Stützen stösst. Die Bewegung, welche das Gefäss auf diese Weise annimmt, überträgt sich mit Hülfe von Zahnrädern auf ein Schwungrad, welches dadurch eine beschleunigte Bewegung erhält. Dieses Schwungrad wirkt hierauf auf einen Hebel, welcher das Quecksilber wieder hebt, indem er das Gefäss nicht blos wieder in horizontale Lage versetzt, sondern auch noch nach der entgegengesetzten Seite etwas neigt. Das Quecksilber läuft dadurch auf die andere Seite, und der neue Anstoss, welchen es dadurch dem Schwungrad ertheilt, soll die Bewegung desselben erhalten, sodass es das Quecksilber wiederum erhebt u. s. w. Die oscillirende Bewegung, welche das Gefäss in dieser Weise annimmt, soll eine fortdauernde rotirende Bewegung des

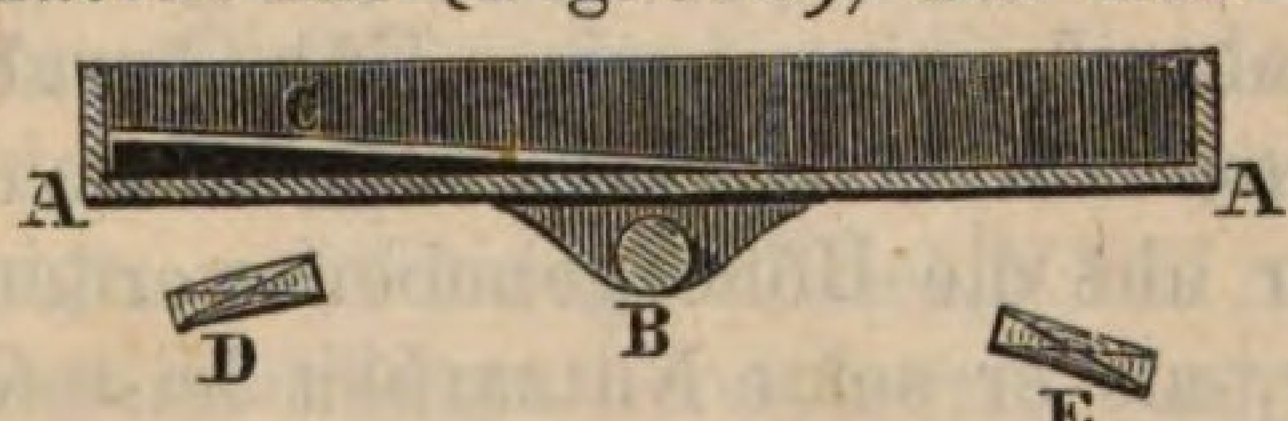


Fig. 310.

Schwungrads hervorbringen und letzteres sogar noch eine gewisse Nutzarbeit leisten können.

Es ist wohl kaum nöthig hinzuzufügen, dass keiner der Versuche, welche gemacht worden sind, obige Ideen zu verwirklichen, Erfolg gehabt hat. Ein Körper, welcher eine gewisse Höhe herabfällt, kann niemals eine Bewegung hervorbringen, die im Stande wäre, ihn auf seinen Ausgangspunkt zurückzuheben und zu gleicher Zeit eine Nutzarbeit zu leisten. Wenn diess der Fall sein könnte, so wäre die Widerstandsarbeit grösser als die Bewegungsarbeit, da schon ein Theil der Widerstandsarbeit allein, derjenige, welcher der Erhebung des herabgefallenen Körpers entspricht, gleich der gesammten Bewegungsarbeit wäre. Die Maschine kann keine Nutzarbeit leisten, sie kann nicht einmal sich selbst in Gang erhalten; denn schon im letzteren Fall würde die Widerstandsarbeit die Bewegungsarbeit noch um die ganze Arbeit übertreffen, welche den passiven Widerständen entspricht, eine Arbeit, welche man wohl vermindern, niemals aber ganz beseitigen kann. In dem ersten der drei Beispiele, welche wir oben angeführt haben, kann das Wasserrad nur unter der Voraussetzung in Gang bleiben, dass die Pumpen in das Reservoir nur einen Theil des Wassers wieder zurückheben, welches zur Bewegung des Rades gedient hat. In dem zweiten Beispiel wirken allerdings die Kugeln, welche abwärts gehen, wenn die Bewegung im Sinne des Pfeils erfolgt, an dem Ende eines grösseren Hebelarms als die anderen; aber diese letzteren sind zahlreicher, sodass dadurch eine Compensation der Wirkung der ersteren erfolgt, wenn auch nicht in jedem Augenblick, so doch im Mittel während einer ganzen Umdrehung des Rads. In dem dritten Beispiel bringt das Gefäss, indem es sich auf die Seite neigt, eine Bewegung hervor, die in Berücksichtigung der passiven Widerstände nicht einmal ganz ausreicht, es wieder in die horizontale Lage zu erheben, viel weniger, um es noch etwas auf die entgegengesetzte Seite zu neigen und dadurch das Quecksilber wieder in Fluss zu bringen.

Alle diese Versuche sind, wie wir schon gesagt haben, auf die Lehren des Gleichgewichts gegründet, besonders auf diejenigen des Gleichgewichtes am Hebel, ohne dass diese Lehren durch die Betrachtung der Maschinen im Zustande der Bewegung vervollständiget worden wären. Wenn man sich des Satzes klar bewusst ist, der lehrt, dass Das was an Kraft gewonnen, allemal an Geschwindigkeit verloren wird (§. 78), so wird man sich niemals mit vergeblichen Anstrengungen bemühen, das Perpetuum mobile zu finden.

Zweite Abtheilung.

Mechanik der flüssigen und luftförmigen Körper.

§. 223. In der ersten Abtheilung dieses Werkes wurden die allgemeinen Prinzipien der Mechanik, die für alle Arten von Körper Geltung haben, aufgestellt; zugleich wurde ihre Anwendung auf feste Körper, auf Maschinen im Allgemeinen wie im Besonderen näher betrachtet. Wenn man nun die flüssigen und luftförmigen Körper in's Auge fasst, so erkennt man leicht, dass für diese, zufolge ihrer eigenthümlichen Constitution, besondere Gesetze existiren müssen. Die Aufstellung dieser Gesetze ist der Zweck dieser zweiten Abtheilung; zugleich soll dieselbe ihre Anwendung auf die Betrachtung derjenigen Maschinen und der verschiedenen mechanischen Erscheinungen, bei denen die flüssigen und luftförmigen Körper eine wichtige Rolle spielen, enthalten.

Gesetze des Gleichgewichts flüssiger und luftförmiger Körper.

§. 224. **Fortpflanzung des Druckes in flüssigen Körpern.** — Alle Körper, welche sich um uns her auf der Erde befinden, sind schwer, d. h. sie sind der Wirkung der Schwerkraft unterworfen. Aber diese Eigenschaft hängt nicht unzertrennlich mit der Natur der Körper zusammen; sie entspringt lediglich aus der Anziehung, welche sie von Seite der Erde erfahren, in deren Nähe sie sich befinden. Wenn wir einen Körper an einen Ort des Raums versetzen könnten, wo er sehr weit von der Erde sowohl, als von allen Himmelskörpern entfernt wäre, die eine ähnliche Anziehung wie die Erde auf ihn ausüben könnten, so würden wir ihn nicht mehr schwer finden. Wir dürfen also von einem Körper voraussetzen, dass er nicht schwer sei, ohne dadurch im Mindesten seine Natur zu beeinträchtigen, und diese Voraussetzung ist es auch, unter der wir zunächst die flüssigen Körper, mit denen wir uns beschäftigen werden, betrachten. Es wird uns dadurch leichter werden, die Fortpflanzung des Drucks in denselben klar verständlich zu machen.

Es sei AB (Fig. 311) eine Röhre von irgend einer Gestalt, aber von durchweg gleichem Querschnitt. In dieser Röhre denken wir uns eine Flüssigkeit, Wasser z. B., enthalten, von der wir voraussetzen, dass die



Fig. 311.

Schwere nicht auf sie einwirke; an den beiden Enden A und B sei die Röhre mit Kolben verschlossen, welche genau an die inneren Wände derselben anschliessen. Wenn man den Kolben A in das Innere der Röhre hinein drückt, so übt derselbe einen Druck gegen die Flüssigkeit aus, und diese sucht ihrerseits wieder den Kolben B von innen nach aussen zu drücken. Um daher den Kolben B in seiner ursprünglichen Lage zu erhalten, muss man eine widerstehende Kraft an ihm anbringen, welche sich der Wirkung der an dem Kolben A angebrachten Kraft widersetzt. Man wird leicht einsehen, dass im Falle des Gleichgewichts diese an dem Kolben B wirkende widerstehende Kraft ebenso gross sein muss als die Kraft, mit welcher der Kolben A einwärts gedrückt wird.

§. 225. Nehmen wir nun ein auf allen Seiten geschlossenes Gefäss von irgend einer Form, das mit einer Flüssigkeit, die wir wieder als schwerlos voraussetzen, vollständig gefüllt ist (Fig. 312). In den Wänden dieses Gefässes seien zwei Oeffnungen A und B von genau gleichen Dimensionen angebracht; diese Oeffnungen seien mit kurzen Röhrenstücken versehen, in welchen sich zwei Kolben bewegen lassen, deren nach innen gekehrte Flächen mit der Flüssigkeit in Berührung stehen und auf diese Weise die Wandstücke ersetzen, die hier herausgenommen worden sind. Wenn

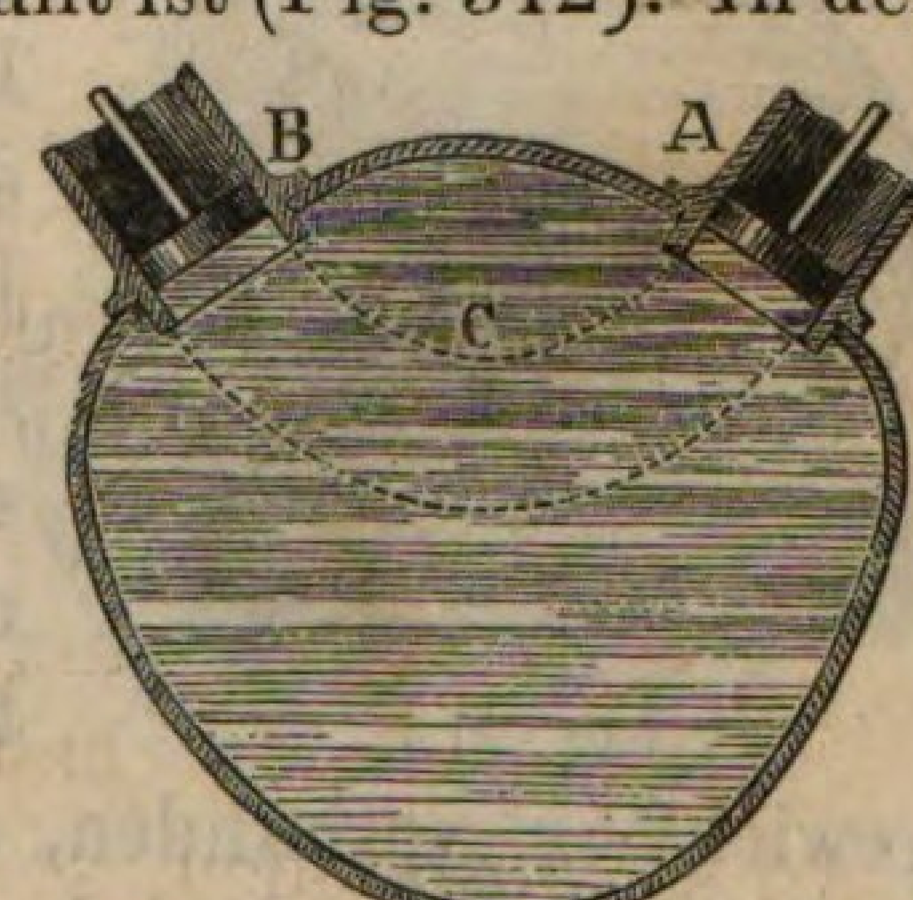


Fig. 312.

man auf den Kolben A einen Druck ausübt, der ihn in das Innere der Flüssigkeit zu treiben sucht, so sucht diese letztere bei der Oeffnung B auszutreten, indem sie einen Druck auf den Kolben ausübt, welcher diese Oeffnung verschliesst. Um das Ausfliessen der Flüssigkeit zu verhindern und den Kolben B an der Stelle zu halten, welche ihm ursprünglich gegeben worden ist, muss man eine widerstehende Kraft an demselben anbringen, die im Stande ist, der Kraft das Gleichgewicht zu halten, mit welcher der Kolben A einwärts getrieben wird. Wir können nun leicht nachweisen, dass diese an dem Kolben B anzubringende Kraft ebenso wie in dem vorhergehenden Falle gleich sein muss derjenigen, welche an dem Kolben A

angreift. In der That kann man die Röhrenstücke, welche an den Oeffnungen A und B angebracht sind, als die Enden einer in Gedanken durch das Innere der Flüssigkeit gelegten Röhre ACB betrachten, deren Querschnitte durchweg dieselbe Grösse haben. Wenn an dem Kolben B ein Widerstand wirkt, der gross genug ist, um dem Druck, welcher auf den Kolben A ausgeübt wird, das Gleichgewicht zu halten, so kann offenbar, ohne dass dieses Gleichgewicht gestört wird, vorausgesetzt werden, dass die Flüssigkeit rings um die ideale Röhre ACB die leichte Beweglichkeit ihrer Theilchen verliert, d. h. zu einem festen Körper erstarrt. Dadurch bleibt nur noch diejenige Flüssigkeit als solche übrig, welche im Innern der Röhre ACB, deren Wände von der erstarrten Flüssigkeit gebildet werden, enthalten ist; die beiden Kolben befinden sich also ganz unter denselben Umständen als diejenigen des §. 224, und es müssen folglich die an ihnen angebrachten Kräfte gleichgross sein.

§. 226. Setzen wir nun voraus, dass in der Wand desselben Gefässes, von welchem wir eben gesprochen haben, und das wiederum mit einer als schwerlos gedachten Flüssigkeit gefüllt ist, drei gleiche Oeffnungen A, B, C (Fig. 313) angebracht seien; die beiden Oeffnungen A und B, welche die Form eines Quadrates haben mögen, seien so neben einander gelegen, dass sie eine Seite gemeinschaftlich haben. Wenn man diese Oeffnungen durch drei Kolben verschliesst, und man bringt an jedem von diesen letztern eine Kraft an, die ihn in's Innere des Gefässes zu treiben sucht, so müssen diese drei Kräfte gleich gross sein, um sich gegenseitig das Gleichgewicht zu halten. Denn vorausgesetzt, dieses Gleichgewicht sei vorhanden, so wird es offenbar nicht gestört, wenn man sich einen von den drei Kolben als absolut fest denkt, sodass er nichts als einen Theil der Gefässwand bildet; dadurch führt man aber den in Rede stehenden Fall auf den zurück, wo die Gefässwand nur zwei gleiche Oeffnungen besitzt, und für welchen im vorigen Paragraphen die Gleichheit der beiden Kräfte, die an den Kolben wirken, nachgewiesen wurde.

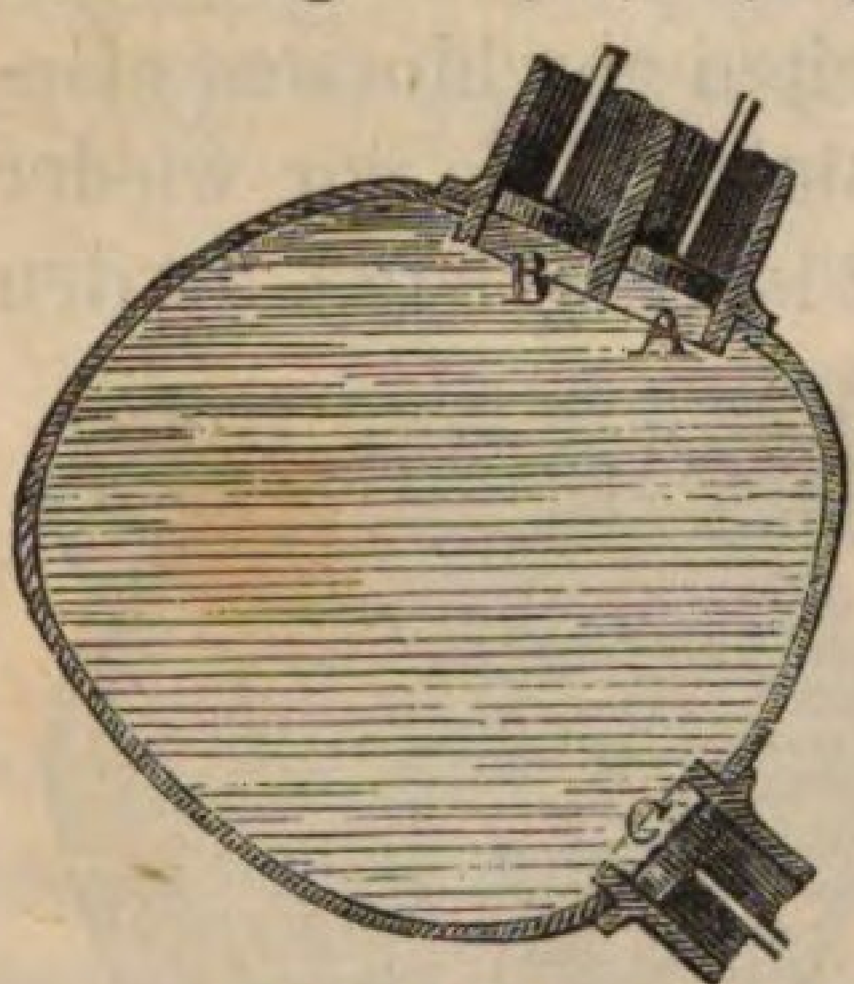


Fig. 313.

Aber die beiden zusammenstossenden Kolben A und B, welche wir bisher als getrennt und unabhängig von einander gedacht haben, können offenbar auch an einander befestigt werden, ohne dass das Gleichgewicht dadurch gestört wird, vorausgesetzt, dass sie noch denselben Kräften unterworfen bleiben. Man erhält so einen einzigen Kolben AB, dessen, mit der Flüssigkeit in Berührung stehende Ober-

fläche doppelt so gross als die des Kolbens C ist. Die beiden gleichen und parallelen Kräfte, die an den beiden Kolben A und B thätig waren, greifen nun beide an dem einzigen Kolben AB an und können durch eine einzige Kraft ersetzt werden, welche dieselbe Richtung hat und doppelt so gross als jede von ihnen ist. Wenn folglich in der Wand des Gefässes zwei Oeffnungen AB, C angebracht sind, von denen die eine doppelt so gross als die andere ist, so muss für den Fall des Gleichgewichts die Kraft, welche an dem Kolben angebracht wird, der die erste Oeffnung verschliesst, doppelt so gross als diejenige sein, welche an dem Kolben an der zweiten Oeffnung angreift.

Wenn wir uns nun ein von allen Seiten geschlossenes Gefäss denken, welches eine schwerlose Flüssigkeit enthält, und dessen Wände von zwei Oeffnungen durchdrungen werden, von denen die eine drei-, vier-, fünfmal so gross als die andere ist, so ist auf dieselbe Art wie oben leicht einzusehen, dass in dem Falle, wo diese Oeffnungen durch Kolben verschlossen werden, auf welche Kräfte einwirken, Gleichgewicht nur dann stattfinden kann, wenn die an dem ersten Kolben wirkende Kraft drei-, vier-, fünfmal so gross als die andere ist. Im Allgemeinen kann man aus Obigem schliessen, dass die Kräfte, welche an den Kolben A und B (Fig. 314) angreifen, die zwei Oeffnungen in der Wand eines von allen Seiten geschlossenen und mit einer schwerlosen Flüssigkeit gefüllten Gefässes verschliessen, der Grösse dieser Oeffnungen proportional sein müssen, wenn sie sich das Gleichgewicht halten sollen.

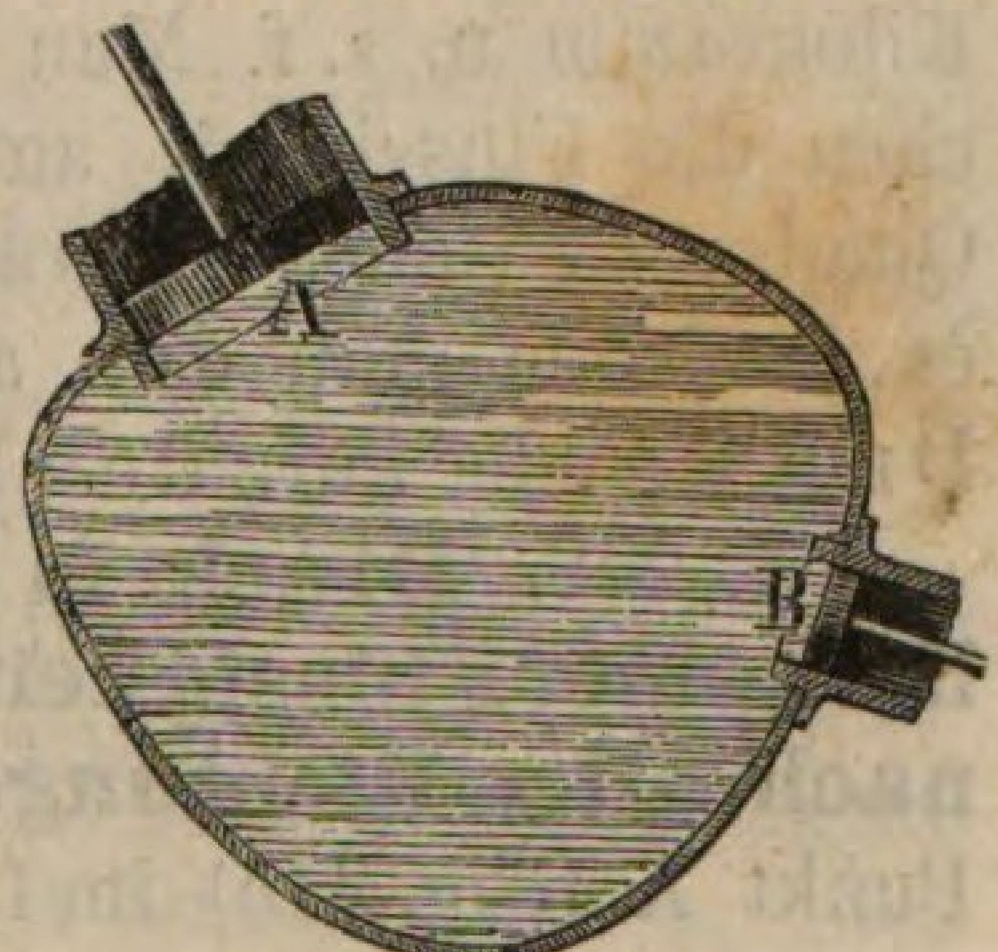


Fig. 314.

§. 227. Wenn an dem Kolben A (Fig. 314) eine Kraft so angebracht ist, dass sie ihn in die Flüssigkeit hinein zu drücken sucht, so übt der Kolben einen Druck gegen die Flüssigkeit aus; diese drückt ihrerseits wieder auf den Kolben B und sucht denselben nach auswärts zu schieben. Um diesen Druck, welchen der Kolben B seitens der Flüssigkeit erfährt, das Gleichgewicht zu halten, muss eine widerstehende Kraft an ihm angebracht werden, deren Grösse im Verhältniss zu der, welche an dem Kolben A wirkt, wir soeben festgestellt haben. Wenn der Kolben B an der Wand des Gefässes befestigt wäre, sodass er nur einen Theil dieser Wand ausmachen würde, so wäre man nicht mehr genöthigt, ihn durch eine Kraft im Gleichgewicht zu halten; aber er würde desshalb nicht minder einen Druck von Seite der Flüssigkeit erfahren; der, wie bisher senkrecht auf die Kolbenfläche,

nun senkrecht auf das Wandstück ausgeübt wird; und weil sich der so befestigte Kolben B unter denselben Umständen befindet, wie die andern Theile der Wand des Gefässes, so kann man sagen, dass die an dem Kolben A wirkende Kraft Drückungen der Flüssigkeit gegen alle Theile dieser Wand in senkrechter Richtung gegen dieselben hervorruft, und aus dem Vorhergehenden geht hervor, dass jede dieser Drückungen sich zu der an dem Kolben A wirkenden Kraft verhält wie die Grösse der Wandfläche, auf welche sie ausgeübt wird, zur Grösse der Oeffnung A; die Drückungen auf verschiedene Wandstücke sind also der Grösse dieser Wandstücke proportional. Dieser eben ausgesprochene Satz enthält das Gesetz von der gleichmässigen Fortpflanzung des Druckes in einer Flüssigkeit.

Setzen wir z. B. voraus, dass der Kolben A eine Fläche von 10 Quadrat-Centimeter habe, und dass die Kraft, welche an ihm angebracht ist, 50 Kilogramme betrage. In Folge der Wirkung dieser Kraft übt die Flüssigkeit nach allen Seiten hin einen Druck auf die Wand des Gefässes aus; der Druck, welchen diese Wand auf einer Fläche von einem Quadrat-Centimeter zu ertragen hat, ist nach dem obigen Satz 5 Kilogramm, auf einer Fläche von 2 Quadrat-Centimeter 10, auf einer Fläche von 3 Quadrat-Centimeter 15 Kilogramm u. s. f. Man sagt in diesem Fall, dass der Druck, welchen die Flüssigkeit auf die Wand ausübt, 5 Kilogramm auf den Quadrat-Centimeter beträgt, und dieser Druck von 5 Kilogramm ist es, welchen man den auf die Flächeneinheit bezogenen Druck, oder kurz den Druck auf die Flächeneinheit nennt.

§. 228. **Druck in den verschiedenen Punkten innerhalb einer Flüssigkeitsmasse.—Gleichheit dieses Druckes nach allen Richtungen hin.** — Denken wir uns irgend einen Punkt A (Fig. 315) im Innern einer schwerlosen Flüssigkeitsmasse, die in einem von allen Seiten geschlossenen Gefäss enthalten ist; denken wir uns ferner durch diesen Punkt A eine kleine Ebene *mn* in irgend einer Richtung hindurch gelegt: Wenn die Flüssigkeit auf die verschiedenen Theile der Wand des Gefässes einen Druck ausübt, den wir uns z. B. durch Einwirkung einer Kraft auf den Kolben B hervorgebracht denken können, so erfährt die kleine Ebene *mn* gleichfalls einen Druck auf ihren beiden Seiten, wie wir sogleich nachweisen können. Denken wir uns zu diesem Behufe mit der kleinen Ebene *mn*

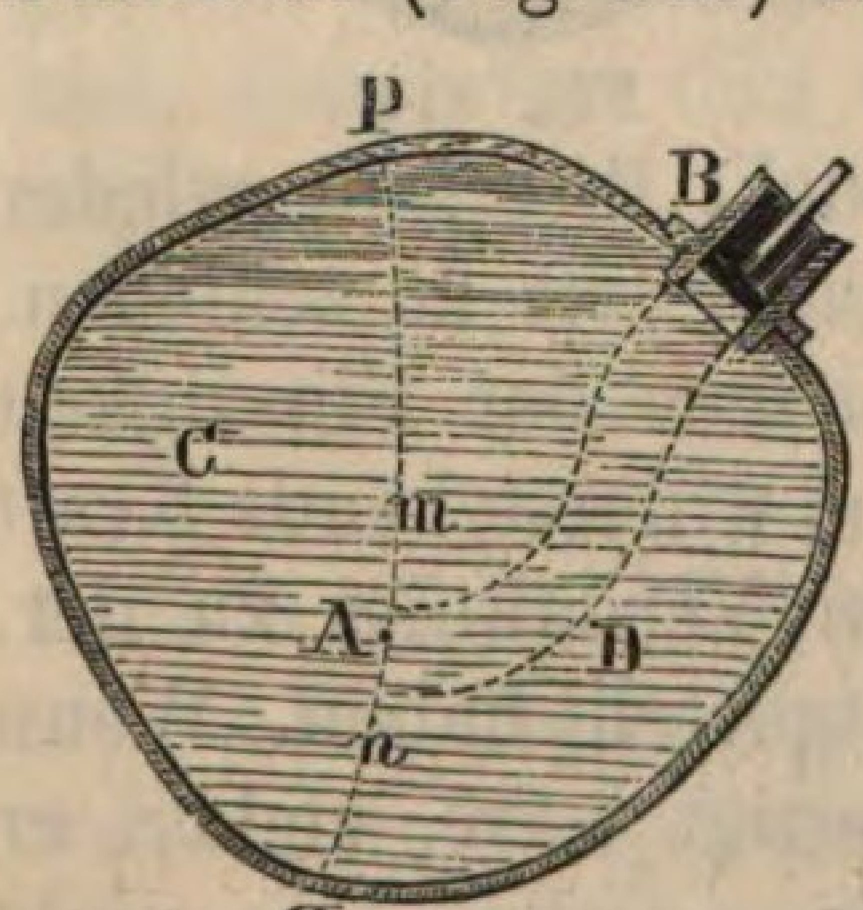


Fig. 315.

eine Fläche *pq* von willkürlicher Form verbunden, welche sich nach allen Seiten hin bis zur Wand des Gefässes erstreckt und auf diese Weise die Flüssigkeit in zwei vollkommen getrennte Theile C, D scheidet. Das Gleichgewicht der Flüssigkeit wird offenbar nicht gestört, wenn wir voraussetzen, dass der eine Theil derselben, C z. B., erstarre, und es ist zugleich klar, dass diese Annahme in keiner Weise die Umstände ändert, unter welchen sich die Seite der Ebene *mn* befindet, welche nach dem andern Theile D zu gekehrt ist. Aber diese Ebene gehört alsdann der Wand an, welche die noch übrig bleibende Flüssigkeit umschliesst, und sie erfährt folglich denselben Druck wie alle Theile dieser Wand, welche dieselbe Grösse wie sie haben.

Es bringt also eine Kraft, welche an dem Kolben B wirkt, nicht allein einen Druck der Flüssigkeit auf jeden Theil der Wand des Gefässes hervor, welches sie enthält, sondern auch auf jede Seite irgend einer Ebene, welche man sich durch einen beliebigen Punkt im Innern der Flüssigkeitsmasse gelegt denkt; und alle diese Drückungen sind für eine und dieselbe Grösse der gedrückten Fläche gleichgross. Dabei ist wohl hervorzuheben, dass die Drückungen, welche die beiden Seiten der Ebene zu erleiden haben, senkrecht auf diese Ebene gerichtet sind.

Wenn man sich nun durch denselben Punkt A nach und nach verschiedene solche Ebenen wie die *mn* (Fig. 315) gelegt denkt, so erfahren alle diese Ebenen denselben Druck auf die Flächeneinheit, weil nach dem, was wir bisher gesagt haben, dieser Druck in keiner Weise von der Richtung der Ebene abhängt. Somit ist der Satz von der Gleichheit des Druckes nach allen Richtungen rings um einen Punkt im Innern einer Flüssigkeitsmasse erwiesen. Man nennt den Druck auf die Flächeneinheit irgend einer der Ebenen, welche durch den Punkt A hindurch gehen, „den Druck in dem Punkte A.“ Nach dem Gesetz der gleichmässigen Fortpflanzung des Druckes ist dieser Druck überall, wo auch der Punkt A in der Flüssigkeit genommen wird, von derselben Grösse; diess gilt auch noch, wenn der Punkt in der Wand des Gefässes selbst gelegen ist, und hat man sich dann den Druck auf denselben stets senkrecht zu der Stelle der Wand vorzustellen, wo der Punkt genommen wurde.

§. 229. **Drückungen in schweren Flüssigkeiten.** — Die vorhergehenden Resultate wurden unter der Voraussetzung erhalten, dass die Flüssigkeit, um welche es sich handelte, der Wirkung der Schwerkraft nicht unterworfen ist. Kehren wir nun in die Wirklichkeit zurück, und sehen wir, wie diese Resultate modificirt

werden, wenn wir von der Wirkung der Schwerkraft nicht mehr abstrahiren.

Wenn in einem von allen Seiten geschlossenen Gefäss eine schwere Flüssigkeit enthalten ist, so übt dieselbe auf jeden Fall auf die verschiedenen Theile der Wand dieses Gefässes Drückungen aus, sei es nun, dass diese Drückungen lediglich von dem Gewichte der Flüssigkeit herrühren, oder sei es auch, dass ausserdem noch durch eine Kraft, die in ähnlicher Weise, wie wir es bisher angenommen haben, auf einen Kolben wirkt, Drückungen hervorgebracht werden, die sich mit den vorigen vereinigen. Aber diese Drückungen, welche in den verschiedenen Punkten der Wand auf gleichgrosse Flächen ausgeübt werden, haben nun nicht mehr überall dieselbe Grösse; sie verändern sich, wie wir sogleich sehen werden, in Folge der Wirkung der Schwere von einem Punkt zum andern. Nichtsdestoweniger erkennt man leicht, dass die Drückungen, welche gleichgrosse Flächenstücke der verschiedenen Ebenen zu erleiden haben, die sämmtlich durch einen und denselben Punkt A (Fig. 316) im Innern der Flüssigkeitsmasse gelegt werden, einander gleich sind, vorausgesetzt, dass man jene Flächenstücke um den Punkt A nur sehr klein nimmt. Von der Richtigkeit dieser Behauptung überzeugt man sich auf folgende Weise:

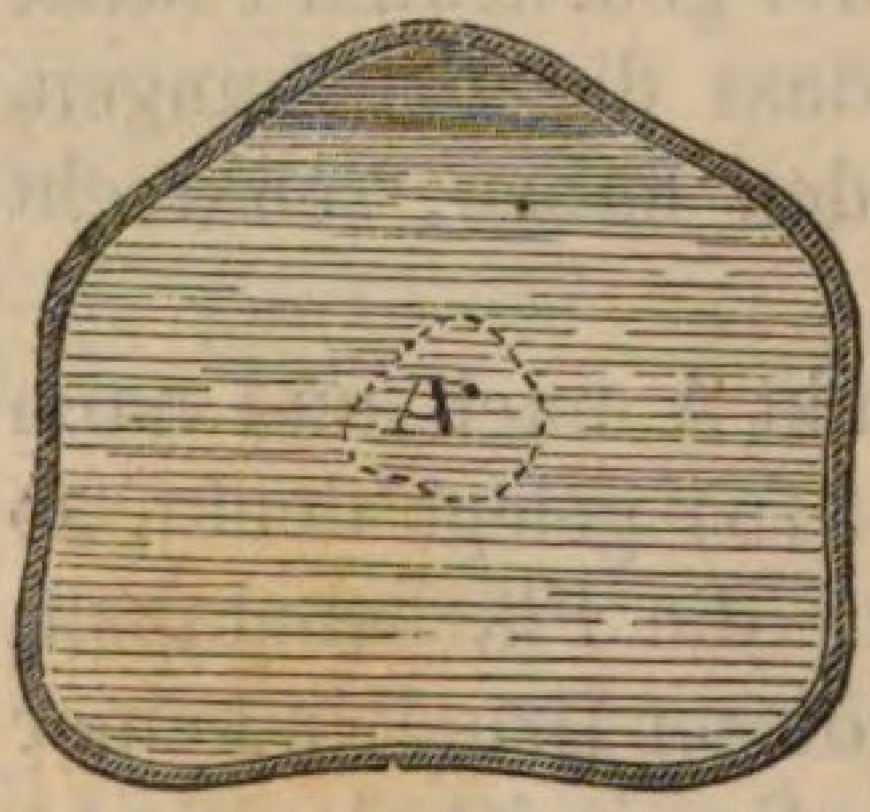


Fig. 316.

Wenn man sich rings um den Punkt A (Fig. 316) eine vollständig geschlossene Oberfläche von kleinen Dimensionen denkt, welche jenen Punkt in ihrem Innern enthält, so kann man offenbar annehmen, dass die gesammte Flüssigkeit ausserhalb dieser Fläche erstarre, ohne dass dadurch das Gleichgewicht gestört wird, und ohne dass die Umstände, unter denen sich die Flüssigkeit in nächster Nachbarschaft des Punktes A befindet, verändert werden. Aber alsdann behält man im Innern der Oberfläche nur noch eine sehr geringe Menge von Flüssigkeit übrig, welche gegen jene Oberfläche in ihren verschiedenen Punkten gewisse Drückungen ausübt. Diese Drückungen sind streng genommen noch ungleich, weil die Flüssigkeit, durch welche sie hervorgebracht werden, schwer ist; aber da das ganze Gewicht der Flüssigkeit nur ein sehr geringes ist, so ist begreiflich, dass die Wirkung dieses Gewichtes nur unerhebliche Unterschiede in den Drückungen hervorbringen kann, welche die Flüssigkeit in den verschiedenen Punkten auf ihre Umhüllung ausübt. Diese Unterschiede werden um so kleiner werden, je kleinere Dimensionen man der geschlossenen Oberfläche gibt, welche man

sich rings um den Punkt A gelegt denkt. Wenn man also voraussetzt, dass sich die Dimensionen jener kleinen geschlossenen Fläche unendlich vermindern, so werden sich die Drückungen, welche sie in ihren verschiedenen Punkten von Seite der Flüssigkeit zu erleiden hat, mehr und mehr der Gleichheit nähern, d. h. diese Drückungen werden sich mehr und mehr denjenigen nähern, welche stattfinden würden, wenn die in der nächsten Nachbarschaft des Punktes A gelegene Flüssigkeit nicht schwer wäre. Wenn wir also nur die Oberfläche, von welcher wir sprechen, von hinlänglich kleinen Dimensionen nehmen, so können wir immer die Flüssigkeit, welche sie enthält, so betrachten, als wenn sie der Wirkung der Schwerkraft nicht unterworfen wäre. Daraus folgt aber, dass die verschiedenen Ebenen, die man sich durch den Punkt A gelegt denken kann, gleichgrosse Drückungen auf gleichgrosse Flächenstücke zu erleiden haben, vorausgesetzt, dass man diesen Ebenen nur sehr kleine Dimensionen gibt, sodass sie ganz im Innern der kleinen Oberfläche enthalten sind, deren wir uns zur Erlangung dieses Resultats bedient haben. Das Gesetz von der Gleichheit des Druckes nach allen Richtungen rings um einen Punkt im Innern einer Flüssigkeitsmasse gilt also ebenso gut für schwere Flüssigkeiten als für schwerlose.

Wir haben soeben gesagt, dass die Gleichheit des Druckes, welcher auf die verschiedenen Ebenen, die man sich durch einen Punkt A einer schweren Flüssigkeitsmasse gelegt denken kann, ausgeübt wird, nur so lange stattfindet, als auf diesen Ebenen nur sehr kleine Flächenstücke rings um den Punkt A genommen werden. Im Allgemeinen werden diese Drückungen, wenn sie auf die Flächeneinheit jeder dieser Ebenen bezogen würden, nicht gleichgross unter sich sein, wenigstens so lange nicht, als diese Flächeneinheit nicht ausserordentlich klein genommen wird. Um zu den Begriff zu gelangen, den man mit dem Ausdruck: „Druck im Punkte A einer Flüssigkeitsmasse“ verbindet, denkt man sich, dass die Flächeneinheit auf jeder der Ebenen, welche man sich durch diesen Punkt gelegt denken kann, in ihrer ganzen Ausdehnung gleichförmig gedrückt wird, und zwar mit derselben Stärke, wie in der nächsten Nachbarschaft des Punktes A. Der Gesammtdruck, welchen auf diese Weise die Flächeneinheit zu tragen hat, hat dann für alle Ebenen durch den Punkt A dieselbe Grösse, und dieser Gesammtdruck ist es, welchen man den „Druck im Punkte A“ nennt.

§. 230. Sehen wir nun, in welcher Weise sich der Druck von einem Punkt zum andern in einer schweren Flüssigkeitsmasse, die sich im Gleichgewicht befindet, und von der wir voraussetzen, dass sie durchweg gleichartig sei, verändert.

Nehmen wir zunächst zwei Punkte A, B (Fig. 317), welche in derselben Horizontalebene gelegen sind. Wir können uns vorstellen, dass rings um diese beiden Punkte, wie um zwei Mittelpunkte, zwei kleine, gleichgrosse Kreise beschrieben werden, deren Ebenen senkrecht auf der Linie AB stehen, welche die beiden Punkte mit einander verbindet; ferner können wir uns denken, dass diese beiden kleinen Kreise die Grundflächen eines Cylinders bilden, dessen Axe die Linie AB ist, und dass die gesammte Flüssigkeit, die sich ausserhalb dieses Cylinders befindet, zu einem festen Körper erstarre. Dann haben wir blos noch die Flüssigkeit, welche im Innern des Cylinders enthalten ist, zu betrachten. Nun ist wohl klar, dass die Drückungen, welche diese Flüssigkeit auf die beiden Grundflächen A und B des Cylinders ausübt, unter sich gleich sind, ganz ebenso, als wenn diese Flüssigkeit nicht schwer wäre. Denn die Kräfte, welche aus der Wirkung der Schwere auf die verschiedenen Moleküle der Flüssigkeit hervorgehen, sind sämmtlich vertikal und suchen daher dieselbe weder bei der einen, noch bei der andern Grundfläche des Cylinders ausfliessen zu machen. Die Gleichheit der Drückungen, welche von der Flüssigkeit auf die beiden kleinen Kreise ausgeübt werden, welche wir uns um die beiden Punkte A und B beschrieben denken, fand aber offenbar auch schon statt, bevor die Flüssigkeit ausserhalb des Cylinders erstarrt war, und daraus folgt, dass die Drückungen in den Punkten A und B unter sich gleich sind. Man sieht daraus, dass in einer schweren, im Gleichgewicht befindlichen, gleichartigen Flüssigkeitsmasse der Druck in allen Punkten, welche in derselben Horizontalebene gelegen sind, gleichgross ist.

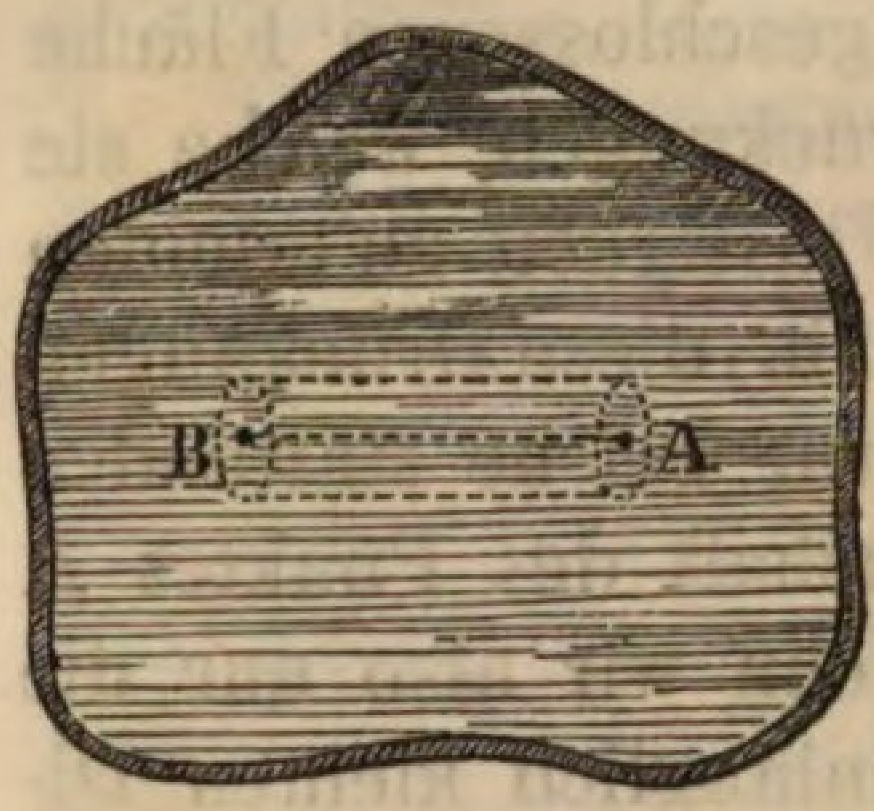


Fig. 317.

§. 231. Betrachten wir nun zwei Punkte A und B (Fig. 318), welche in derselben Vertikalen gelegen sind. Wir denken uns wieder um diese zwei Punkte, wie um Mittelpunkte, zwei kleine, gleichgrosse Kreise gezogen, deren Ebenen horizontal liegen; ebenso betrachten wir diese beiden Kreise als Grundflächen eines Cylinders, dessen Axe die Linie AB ist, und setzen voraus, dass die ganze Flüssigkeit ausserhalb dieses Cylinders erstarre. Unter diesen Umständen sieht man nun leicht, dass die Flüssigkeit im Innern des

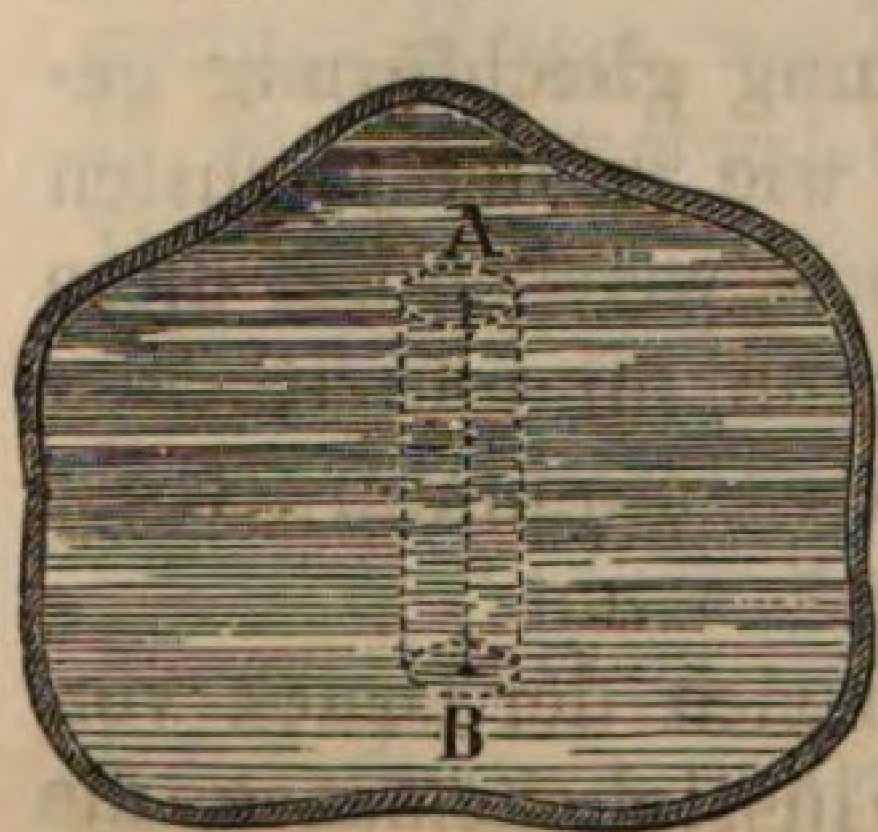


Fig. 318.

Cylinders ungleiche Drückungen auf die beiden Grundflächen desselben ausüben muss. Wenn die obere Grundfläche keinen Druck von Seite dieser Flüssigkeit erfährt, so wirkt sie auch nicht wieder auf dieselbe zurück, und die untere Grundfläche hat offenbar lediglich das Gewicht der Flüssigkeit im Cylinder zu tragen. Wenn die obere Grundfläche dagegen einen Druck von Seite der Flüssigkeit im Cylinder zu tragen hat, so wirkt sie mit gleicher Stärke auf diese Flüssigkeit zurück. Der dadurch hervorgebrachte Druck pflanzt sich, ohne Veränderung seiner Grösse, auf die untere Grundfläche des Cylinders fort, und diese hat daher diesen Druck und ausserdem noch das Gewicht der in dem Cylinder enthaltenen Flüssigkeit zu tragen. Es ist also in jedem Falle der Druck, welchen die untere Grundfläche des Cylinders zu tragen hat, grösser als der Druck, welcher auf die obere Grundfläche ausgeübt wird, und zwar grösser um das Gewicht der im Cylinder enthaltenen Flüssigkeit.

Dasselbe, was stattfindet, wenn man sich die ausserhalb des Cylinders gelegene Flüssigkeitsmasse erstarrt denkt, gilt offenbar auch noch, bevor diese Erstarrung eingetreten ist. In einer schweren, gleichartigen Flüssigkeit also ist die Differenz zwischen den Drückungen, welche zwei gleichgrosse, horizontale Flächen zu erleiden haben, welche durch zwei, in denselben Vertikalen gelegenen Punkte hindurch gelegt werden, gleich dem Gewichte der Flüssigkeit, welche ein Cylinder enthält, der zur Basis eine jener beiden Flächen und zur Höhe den Abstand der beiden Punkte hat, durch welche sie gelegt sind. Und wenn man beachtet, dass das, was man den Druck in einem Punkt einer Flüssigkeit nennt, der Druck ist, welcher auf die Flächeneinheit bezogen wird (§§. 228 und 229), so kann man den folgenden Satz aussprechen: Der Druck in einem Punkte einer schweren, gleichartigen Flüssigkeitsmasse ist gleich dem Druck in einem andern, vertikal darüber gelegenen Punkt, vermehrt um das Gewicht der Flüssigkeit, welche ein Cylinder enthält, der zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe die Entfernung der beiden Punkte hat.

§. 232. Seien endlich A und B (Fig. 319) zwei Punkte einer schweren, gleichartigen Flüssigkeitsmasse, welche weder in ein und derselben vertikalen Linie, noch auf derselben horizontalen Ebene gelegen sind. Um die Drückungen, welche in diesen beiden Punkten stattfinden, zu vergleichen, denken wir uns einen dritten Punkt C dazu, der im Durchschnitt der durch den Punkt A geführten Vertikalen mit der Horizontalebene, die durch den Punkt B gelegt werden kann, liegt. Die Drückungen in den Punkten B und C sind

gleichgross (§. 230). Aber der Druck in C ist grösser als der Druck in A, und zwar grösser um das Gewicht der Flüssigkeit, welche ein Cylinder enthält, der zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe die Linie AC, d. h. den vertikalen Abstand oder den Niveau-Unterschied der beiden Punkte A und B hat. Man hat also folgenden Satz: Der Druck in einem Punkt einer schweren, gleichartigen Flüssigkeit ist gleich dem Druck in einem andern höher gelegenen Punkt, vermehrt um das Gewicht der Flüssigkeitsmenge, welche ein Cylinder enthält, welcher zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe den vertikalen Abstand oder Niveau-Unterschied dieser beiden Punkte hat.

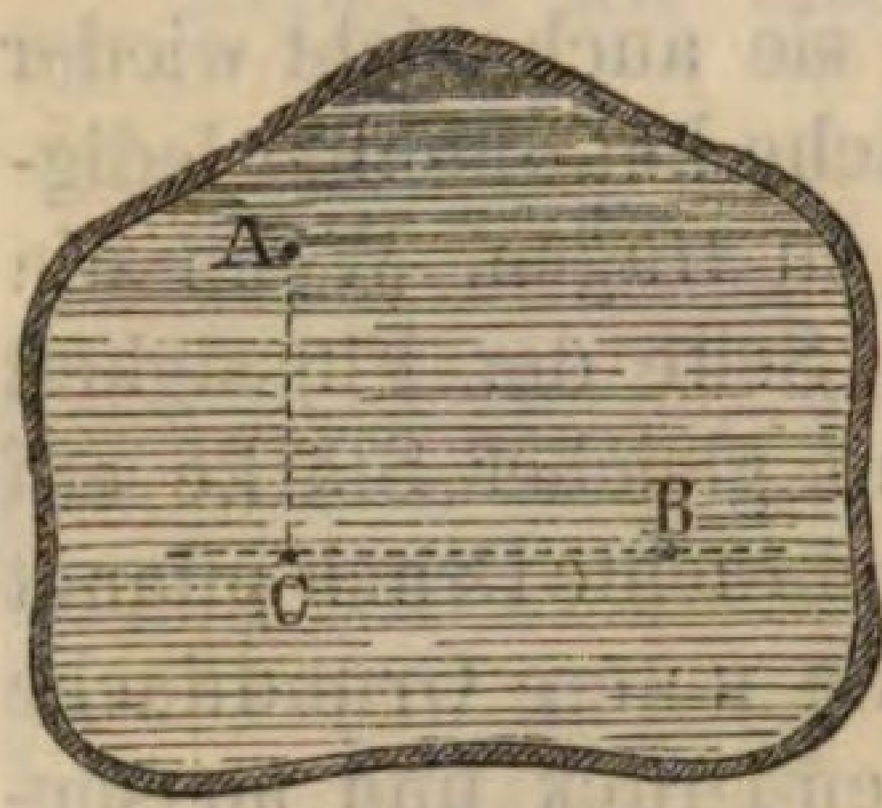


Fig. 319.

§. 233. Der Druck, welchen eine Flüssigkeit in den verschiedenen Punkten der Wand des Gefässes ausübt, welches sie enthält, ergibt sich leicht aus demjenigen, welcher in den verschiedenen Punkten der Flüssigkeitsmasse selbst stattfindet. Wir haben gefunden, dass der Druck für alle Punkte der Flüssigkeit, welche in derselben Horizontalebene gelegen sind, gleichgross ist. Es folgt daraus, dass ein kleiner Theil der Wand des Gefässes, welcher in der Nachbarschaft des Punktes A (Fig. 320) gelegen ist, denselben Druck zu erleiden hat, als eine Fläche von gleicher Grösse, welche durch irgend einen Punkt der Horizontalebene gelegt wird, die durch diesen Punkt A hindurch geht. Der auf die Flächeneinheit bezogene Druck im Punkt A, oder der, welchen man kurz den „Druck im Punkte A" nennt, ist folglich derselbe wie der Druck, welcher in allen andern, in demselben Niveau gelegenen Punkten stattfindet. Unter den auf die Flächeneinheit bezogenen Druck auf einen Punkt A der Wandfläche aber hat man hier den Druck zu verstehen, welchen eine ebene Fläche von der Grösse der Flächeneinheit zu erleiden hat, die durch den Punkt A in der Richtung der Wand des Gefässes an dieser Stelle gelegt und in allen ihren Theilen mit derselben Stärke wie in der nächsten Nachbarschaft des Punktes A gedrückt wird. Ebenso wie oben für den Punkt A kann man sehen, dass der Druck, welchen die Wand in dem Punkte B zu erleiden hat, derselbe ist wie derjenige, welcher in irgend einem der Punkte der Flüssigkeit stattfindet, der auf der Horizontalebene gelegen ist, welche durch den Punkt B hindurch geht. Es ist folglich der

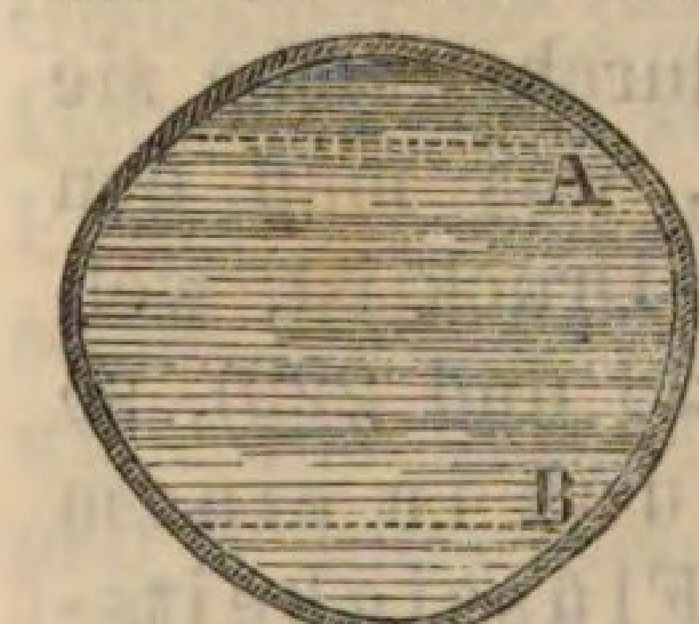


Fig. 320.

Druck, welchen eine schwere, gleichartige Flüssigkeit in einem Punkt der Wand des Gefässes, welches sie enthält, ausübt, gleich demjenigen, welchen ein anderer höher gelegener Punkt dieser Wand erfährt, vermehrt um das Gewicht des Flüssigkeits-Cylinders, welcher zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe den Niveau-Unterschied dieser beiden Punkte hat. Es ist klar, dass, wenn die beiden Punkte in demselben Niveau gelegen sind, die Drückungen, welche die Flüssigkeit in ihnen ausübt, von gleicher Grösse sein müssen.

§. 234. Das soeben gefundene Resultat lehrt uns zwar die Differenz der Drückungen finden, welche eine Flüssigkeit in zwei Punkten der Wand des Gefässes, welches sie enthält, ausübt, aber es führt uns nicht dazu, diese Drückungen selbst, welche offenbar von den Umständen, unter denen sich die Flüssigkeit befindet, abhängen, bestimmen zu können. Wenn man voraussetzt, dass diese Flüssigkeit stets in einem von allen Seiten geschlossenen Gefäss enthalten sei, so kann man sich vorstellen, dass ein Theil der Wand dieses Gefässes durch einen beweglichen Kolben ersetzt werde, an welchem eine Kraft angebracht ist. Diese Kraft, indem sie den Kolben in das Innere des Gefässes zu treiben sucht, drückt auf die Flüssigkeit; diese ihrerseits drückt wieder auf die verschiedenen Theile der Wand, durch welche sie verhindert wird, der Wirkung des Kolbens zu folgen. Aber diese Drückungen, welche durch die Flüssigkeit auf die Wand fortgepflanzt werden, sind auf gleichgrossen Flächen nicht mehr von gleicher Grösse, wie diess bei einer schwerlosen Flüssigkeit der Fall war; sie zeigen Differenzen, welche aus der Wirkung der Schwerkraft auf die Flüssigkeit entspringen, und deren Grösse wir oben gefunden haben.

Unter dem Vorbehalt dieser Modification, welche aus dem Gewichte der Flüssigkeit entspringt, geschieht die Fortpflanzung des Druckes in schweren Flüssigkeiten auf dieselbe Weise wie in den schwerlosen, welche wir oben zunächst betrachtet haben. Man kann manchmal sogar von dem Gewichte der Flüssigkeit abstrahiren, nämlich dann, wenn die Drückungen, welche auf sie ausgeübt werden, und welche sich auf die Wände fortpflanzen, sehr gross und die Dimensionen des Gefässes im vertikalen Sinn hinreichend klein sind. Man vernachlässigt dadurch bei den verschiedenen Drückungen nur Grössen, welche im Verhältniss zur Grösse dieser Drückungen selber nur unbedeutend sind.

§. 235. Auf dem Prinzip der gleichmässigen Fortpflanzung des Druckes in den Flüssigkeiten beruht die hydraulische Presse,

deren Erfindung von Pascal herrührt. A und B (Fig. 321) seien zwei hohle Cylinder, welche in ihren unteren Theilen mit einander in Verbindung stehen, und in welchen sich zwei dicht anschliessende Kolben bewegen können. Setzen wir voraus, dass diejenigen Theile der Cylinder, welche sich unterhalb der Kolben befinden, sowie auch die Röhre, welche sie mit einander verbindet, mit Wasser gefüllt seien. Wenn dann auf den Kolben A ein Druck ausgeübt wird, so pflanzt sich dieser Druck auf den Kolben B fort und vergrössert sich dabei im Verhältniss der Grösse der beiden Kolbenflächen. Wenn z. B. die Fläche des Kolbens A 100mal kleiner als diejenige des Kolbens B ist, so wird ein Druck von 5 Kilogramm, welcher auf ersteren Kolben von oben nach unten ausgeübt wird, an dem zweiten Kolben einen Druck von 500 Kilogramm von unten nach oben hervorbringen (das Gewicht des Wassers vernachlässigt). Mittelst dieses Apparates kann also mit einer gegebenen Kraft ein beliebig grosser Druck ausgeübt werden; man darf zu dem Ende nur den Kolben B hinlänglich gross im Verhältniss zu dem Kolben A nehmen. Die hydraulische Presse kann aus diesem Gesichtspunkt mit dem Hebel verglichen werden, mit welchem dasselbe Ziel erreicht werden kann.

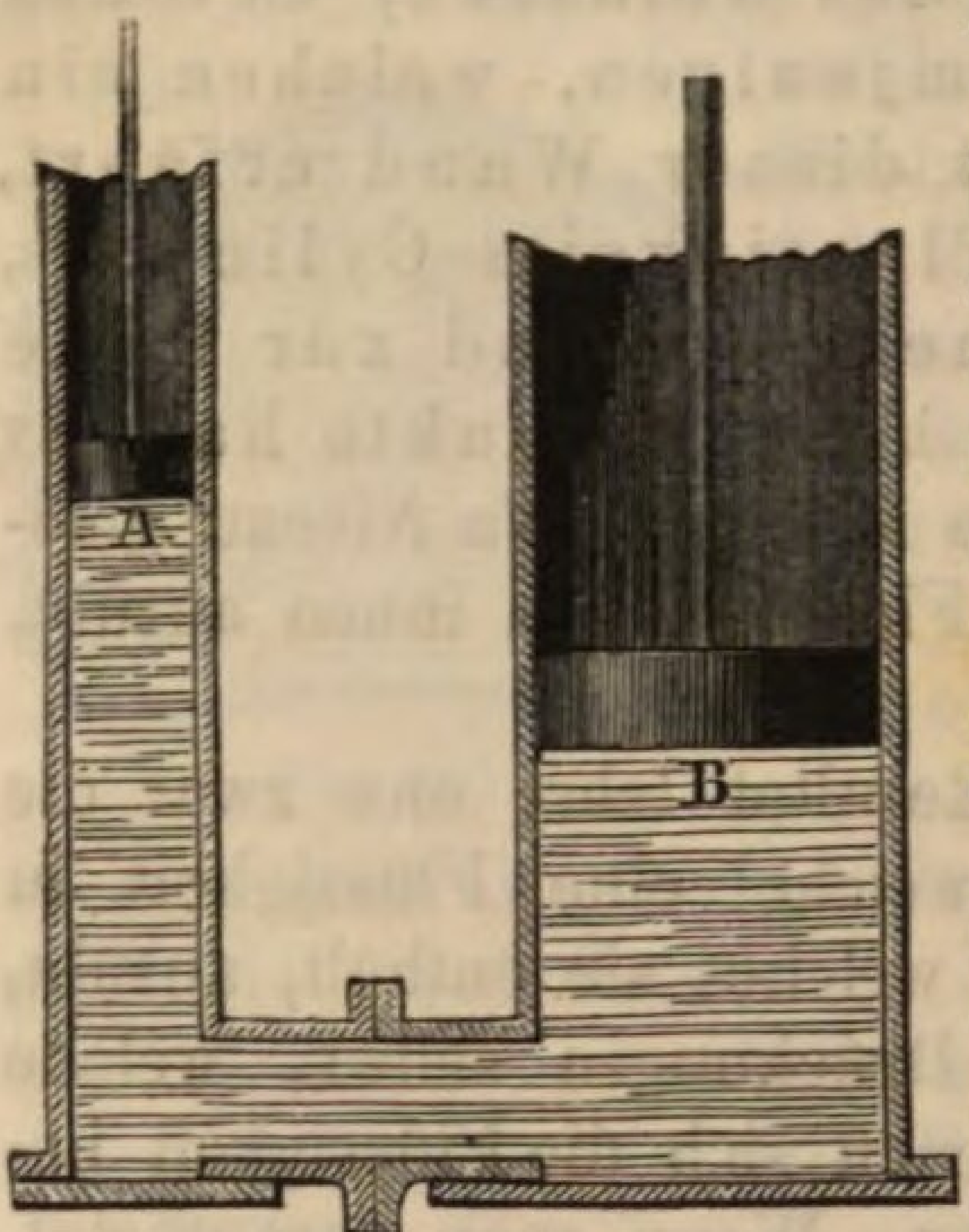


Fig. 321.

Wenn der Kolben B der Wirkung des Druckes, welchen er erleidet, nachgibt und sich um eine bestimmte Grösse erhebt, so muss sich der Kolben A senken; aber diese beiden Kolben bewegen sich nicht um gleichviel. Die Menge des Wassers muss dieselbe bleiben; die Grösse also, um welche sich einerseits bei A der innere Rauminhalt des Gefässes vermindert, muss gleich sein derjenigen, um welche er sich andererseits bei B vermehrt, und weil diese Grössen gleich den Volumen zweier Cylinder sind, welche als Grundflächen die Flächen der beiden Kolben und als Höhen die Wege haben, welche diese Kolben durchlaufen, so folgt, dass die Wege, welche die beiden Kolben zurücklegen, umgekehrt proportional ihren Flächen sind. Wenn also einerseits ein Druck von 5^k, angebracht an dem Kolben A, einen Druck von 500^k an dem Kolben B hervorbringt, so muss sich andererseits der erste Kolben 100mal so schnell als der zweite bewegen; es bewährt sich folg-

lich auch hier wieder der Satz, dass, was an Kraft gewonnen, an Geschwindigkeit verloren wird.

Wir begnügen uns hier damit, das Wesen der hydraulischen Presse angegeben zu haben und versparen uns die nähere Beschreibung dieser Maschine, in der Form wie sie wirklich angewandt wird, auf später, wenn wir die Pumpen näher kennen gelernt haben werden.

§. 236. **Freie Oberfläche einer schweren Flüssigkeit.** — In dem Vorhergehenden haben wir vorausgesetzt, dass die schwere Flüssigkeitsmasse, welche der Gegenstand unserer Untersuchungen war, den inneren Raum eines von allen Seiten geschlossenen Gefässes vollständig erfüllt. Wenn diess nicht mehr der Fall ist, sei es nun, weil das Volumen der Flüssigkeit kleiner ist als der innere Rauminhalt des Gefässes, oder weil das Gefäss oben offen ist, so tritt die Oberfläche der Flüssigkeit nicht in allen ihren Punkten in Berührung mit den Wänden des Gefässes. Indem die Flüssigkeit der Wirkung der Schwere folgt, erfüllt sie die tiefsten Stellen des Gefässes und bietet in ihrem obersten Theile eine freie Oberfläche dar, deren Betrachtung uns eben jetzt beschäftigen soll.

Wenn die Moleküle der Flüssigkeit ausser den Molekularkräften, welche immer vorhanden sein müssen, keiner andern Kraft als der Wirkung der Schwerkraft unterworfen sind, und wenn keinerlei Druck auf die verschiedenen Punkte der freien Oberfläche derselben ausgeübt wird, so stellt sich diese freie Oberfläche eben und horizontal. Um uns davon zu überzeugen bemerken wir, dass die Resultate, welche wir in dem Vorhergehenden in Bezug auf eine schwere, im Gleichgewicht befindliche Flüssigkeit erhalten haben, ebenso gut Geltung haben für den Fall, wo sich die Flüssigkeit in eine freie Oberfläche endigt, als für den Fall, wo sie das von allen Seiten geschlossene Gefäss vollständig erfüllt. Denn es hindert uns Nichts daran, uns vorzustellen, dass das Gefäss, welches die Flüssigkeit mit freier Oberfläche enthält, dadurch vollständig geschlossen werde, dass man sich über die ganze freie Oberfläche hin eine ideale Wand eingezogen denkt, welche keinerlei Druck in den verschiedenen Punkten dieser Oberfläche ausübt; die Hinzufügung dieser Wand ändert offenbar weder die Drückungen, welche im Innern der Flüssigkeit stattfinden, noch diejenigen, welche dieselbe auf die verschiedenen Theile des Gefässes ausübt, welches sie enthält. Setzen wir nun voraus, dass die freie Oberfläche einer schweren, gleichartigen Flüssigkeit nicht eben und horizontal sei, so überzeugen wir uns leicht, dass es unmöglich ist, dass diese Flüssigkeit im Gleichgewicht bleibe. Zu diesem Behufe denken wir uns auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit zwei Punkte A und B

(Fig. 322), welche nicht in gleicher Höhe gelegen sind. Wenn wir durch diese beiden Punkte zwei Vertikale AC, BD ziehen und dieselben in zwei Punkten C,D endigen lassen, welche auf derselben Horizontalebene gelegen sind, so können die Drückungen in diesen beiden letzteren Punkten nicht gleichgross sein. Denn da die Drückungen in A und B Null sind, so sind diejenigen, welche in C und D stattfinden, gleich den Gewichten von Flüssigkeits-Cylindern, deren Basis die Flächeneinheit, und deren Höhen bezüglich AC und BD sind. Diese Ungleichheit der Drückungen in C und D, welche eine nothwendige Folge davon ist, dass die Punkte A und B nicht in demselben Niveau gelegen sind, zeigt uns, dass die Flüssigkeit mit der in der Figur vorausgesetzten Form der freien Oberfläche nicht im Gleichgewicht sein kann, da in jeder schweren Flüssigkeit, die im Gleichgewicht ist, die Drückungen in allen Punkten, welche auf derselben Horizontalebene gelegen sind, gleichgross sein müssen (§. 230).



Fig. 322.

§. 237. Man kann sich noch auf eine andere Weise überzeugen, dass die freie Oberfläche einer Flüssigkeit, deren Moleküle nur der Wirkung der Schwerkraft unterworfen sind, eben und horizontal sein muss, damit die Flüssigkeit im Gleichgewicht sei. Denn wenn diese Oberfläche z. B. die in Fig. 323 angezeigte Form hätte, so müsste sich ein Molekül A, welches auf einem geneigten Theil dieser Oberfläche gelegen ist, nothwendig in Bewegung setzen. Um uns davon zu überzeugen, dürfen wir blos zusehen, in welcher Weise dieses Molekül durch sein Gewicht, welches wir uns als eine nach der Vertikalen AB abwärts wirkende Kraft vorstellen können, zu bewegen gesucht wird, indem sich dieses Gewicht mit den Wirkungen, welche das Molekül von den benachbarten erfährt, vereinigt. Diese letzteren Wirkungen können aber nur von den in nächster Nähe gelegenen Molekülen herrühren; die grössten Entfernungen, in welchen sie noch fühlbar sind, sind so klein, dass man den Theil der freien Oberfläche welche den Punkt A bis auf diese Entfernung rings herum umgibt, als einen Theil einer ebenen Fläche betrachten kann. Daraus ist klar, dass die Molekularkräfte, welchen das Molekül A unterworfen ist, rings um die Senkrechte AC auf die freie Oberfläche symmetrisch angeordnet sind, und dass folglich die Resultante dieser Kräfte nach dieser Senkrechten gerichtet sein muss. Denken wir uns nun das Gewicht des Moleküls in zwei Seitenkräfte zerlegt, von denen die eine nach AC, die andere senkrecht darauf gerichtet und also in

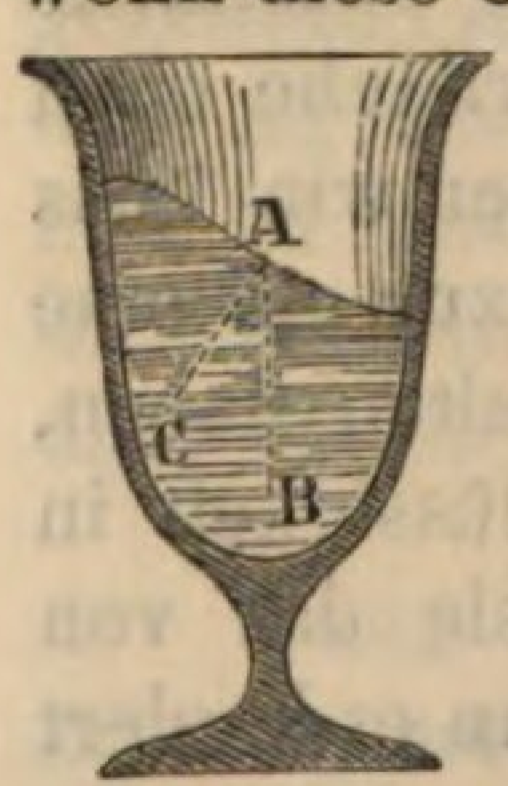


Fig. 323.

der Tangentialebene gelegen ist, welche die Oberfläche in dem Punkte A berührt. Die erste dieser beiden Seitenkräfte kann durch die Resultante der Wirkungen der Molekularkräfte, deren Richtung die nämliche ist, aufgehoben werden; aber die zweite wird durch Nichts gehindert, ihre Wirkung auszuüben und macht folglich das Molekül über die Oberfläche der Flüssigkeit herabgleiten. Das Gleichgewicht kann also nicht stattfinden, so lange die Oberfläche der Flüssigkeit nicht eben und horizontal ist.

Es ist nicht zu übersehen, dass bei der vorhergehenden Entwickelung vorausgesetzt wurde, dass das Molekül A rings um die Senkrechte AC, wenigstens auf die Entfernung hin, in welcher der Einfluss der Molekularkräfte noch fühlbar ist, von Flüssigkeitsmolekülen umgeben ist. Wenn diess nicht mehr der Fall ist, wie da, wo das Molekül A zunächst der Wand des Gefässes liegt, da treten andere Verhältnisse ein, die wir weiter unten (§. 251) betrachten werden.

§. 238. **Druck auf die Wände.** — Wenn eine schwere, im Gleichgewicht befindliche, gleichartige Flüssigkeit eine freie Oberfläche hat, deren verschiedene Punkte keinerlei Druck unterworfen sind, so ist es leicht die Grösse desjenigen Druckes sowohl, welcher in jedem Punkt der Flüssigkeitsmasse stattfindet, als auch desjenigen, welchen die Flüssigkeit in jedem Theil der Wand, mit welcher sie in Berührung steht, ausübt, zu finden. Um den Druck in dem Punkte A (Fig. 324) zu erhalten, darf man nur bemerken, dass der Druck in dem Punkte B der freien Oberfläche, welcher vertikal über dem ersteren liegt, Null ist; aus §. 231 folgt also, dass der Druck im Punkte A gleich ist dem Gewichte eines Cylinders der betrachteten Flüssigkeit, welcher zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe den vertikalen Abstand AB des Punktes A von der freien Oberfläche der Flüssigkeit hat. Ebenso ist der Druck, welcher in dem Punkte C auf die Wand des Gefässes, welches die Flüssigkeit enthält, ausgeübt wird, und welcher nach der Senkrechten CD auf den Theil der Wand, welcher den Punkt C zunächst umgibt, gerichtet ist, gleich ist dem Gewicht eines Flüssigkeitscylinders, welcher zur Basis die Flächeneinheit und zur Höhe den vertikalen Abstand CE des Punktes C von der freien Oberfläche der Flüssigkeit hat.

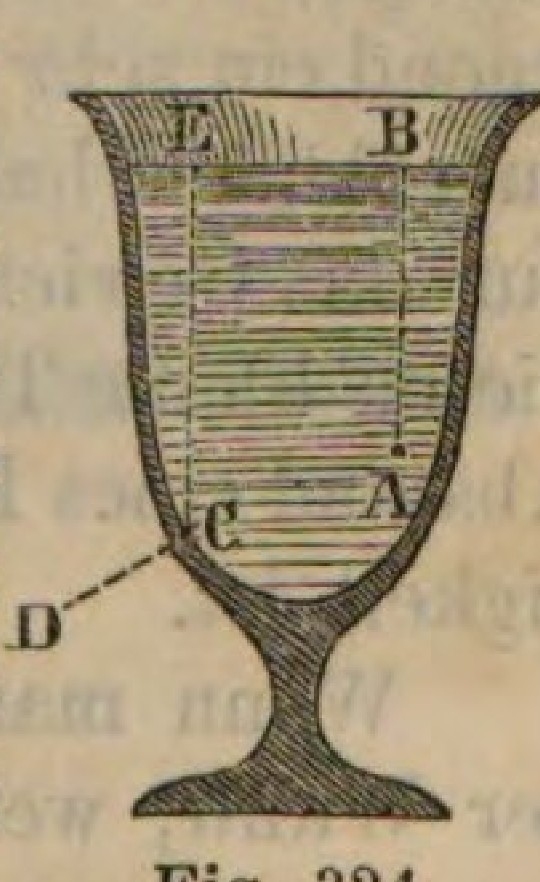


Fig. 324.

Wenn die Flüssigkeit, um welche es sich handelt, Wasser ist, so darf man sich nur erinnern, dass 1 Cubik-Centimeter Wasser

1 Gramm*) wiegt, um mit Leichtigkeit die Drückungen, welche durch diese Flüssigkeit ausgeübt werden, in Zahlen ausdrücken zu können. Nehmen wir z. B. den Quadrat-Centimeter als Flächeneinheit, so werden wir finden, dass der Druck im Punkte A (Fig. 324) so viele Gramm beträgt, als die Höhe AB Centimeter misst; ebenso beträgt der Druck, welchen die Flüssigkeit im Punkte C auf die Gefässwand ausübt, so viele Gramm, als die Höhe CE Centimeter enthält. Wenn man den Quadrat-Decimeter oder den Quadrat-Meter als Flächeneinheit annimmt, so werden jene Drückungen so viele Kilogramm oder so vielmal 1000 Kilogramm betragen, als die Höhen AB, CE Decimeter oder Meter enthalten.

In dem Falle, wo die betrachtete Flüssigkeit nicht Wasser ist, kann man die Drückungen, welche sie ausübt, bestimmen, sobald man das Verhältniss, welches zwischen dem Gewicht eines gewissen Volumens dieser Flüssigkeit und dem Gewicht eines gleichgrossen Volumens Wasser stattfindet, d. h. sobald man das, was man die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht der Flüssigkeit (§. 3) nennt, kennt. Nehmen wir z. B. das Quecksilber, dessen Dichtigkeit 13,6 ist, so wird man bemerken, dass das Gewicht eines Cubik-Centimeters Quecksilber $13^{gr},6$ beträgt. Wir können folglich sagen, dass der Druck in A (Fig. 324), bezogen auf den Quadrat-Centimeter, so vielmal $13^{gr},6$ ausmacht, als die Höhe AB Centimeter enthält.

§. 239. Wenn man anstatt des Druckes in einem Punkte der Wand, bezogen auf die Flächeneinheit, den Druck erhalten wollte, welchen irgend ein sehr kleiner, als eben zu betrachtender Theil dieser Wand zu erleiden hat, so darf man nach dem Vorhergehenden offenbar nur das Gewicht des Flüssigkeits-Cylinders berechnen, dessen Basis dieser kleine Theil der Wandfläche, und dessen Höhe der vertikale Abstand eines Punktes desselben von der freien Oberfläche der Flüssigkeit ist.

Wenn man den Druck erhalten will, welchen irgend ein Theil der Wand, welcher von der Flüssigkeit berührt wird, zu erleiden hat, so muss man diesen Theil der Wand in sehr kleine, als eben zu betrachtende Theilchen zerlegen. Man bestimmt alsdann den

*) Damit 1 Cubik-Centimeter 1 Gramm wiege, ist es zwar nöthig, dass das Wasser rein sei, und dass es die Temperatur 4° C., bei welcher es seine grösste Dichtigkeit hat, besitze. Aber wenn es sich in den Anwendungen darum handelt, die Drückungen, welche durch gewöhnliches Wasser ausgeübt werden, zu finden, so kann man immerhin voraussetzen, dass ein Cubik-Centimeter dieses Wassers 1 Gramm wiege; der Fehler, welcher dadurch begangen wird, ist allemal so klein, dass er vernachlässigt werden kann.

Druck, welchen die Flüssigkeit auf jeden dieser Theile ausübt und setzt die so erhaltenen Drückungen in eine Mittelkraft zusammen.

Wenn der Theil der Wand, welchen man betrachtet, eben ist, so haben sämmtliche Drückungen, welche seine verschiedenen Theile zu erleiden haben, parallele Richtungen und können folglich stets in eine Resultante vereinigt werden, welche gleich ihrer Summe ist (§. 26). Denken wir uns, man hätte den Schwerpunkt des Theils der Wand, mit welchem wir uns beschäftigen, gefunden, indem man ihn als eine gleichmässig schwere Fläche betrachtete (§. 43). Dann ist die Resultante, von welcher wir eben gesprochen haben, gleich dem Gewicht eines Flüssigkeits-Cylinders, welcher als Basis diesen Theil der Wand und als Höhe den vertikalen Abstand seines Schwerpunkts von der freien Oberfläche der Flüssigkeit hat. Was den Angriffspunkt der Resultante betrifft, den Punkt, welchen man den Mittelpunkt des Druckes nennt, so liegt dieser nicht in dem Schwerpunkt des Theiles der Wand, welchen man betrachtet, sondern tiefer als dieser. Wir müssen uns hier begnügen, diese Resultate, deren Beweis in den Werken über rationelle Mechanik geliefert wird, blos anzuzeigen und ihre Richtigkeit in einem besonderen Beispiel darzuthun.

§. 240. Es sei AB (Fig. 325) eine ebene und geneigte Wand, gegen welche sich eine im Gleichgewicht befindliche Flüssigkeitsmasse stützt. Setzen wir voraus, dass diese Wand die Form eines Rechtecks habe, und dass zwei von den Seiten desselben horizontal seien.

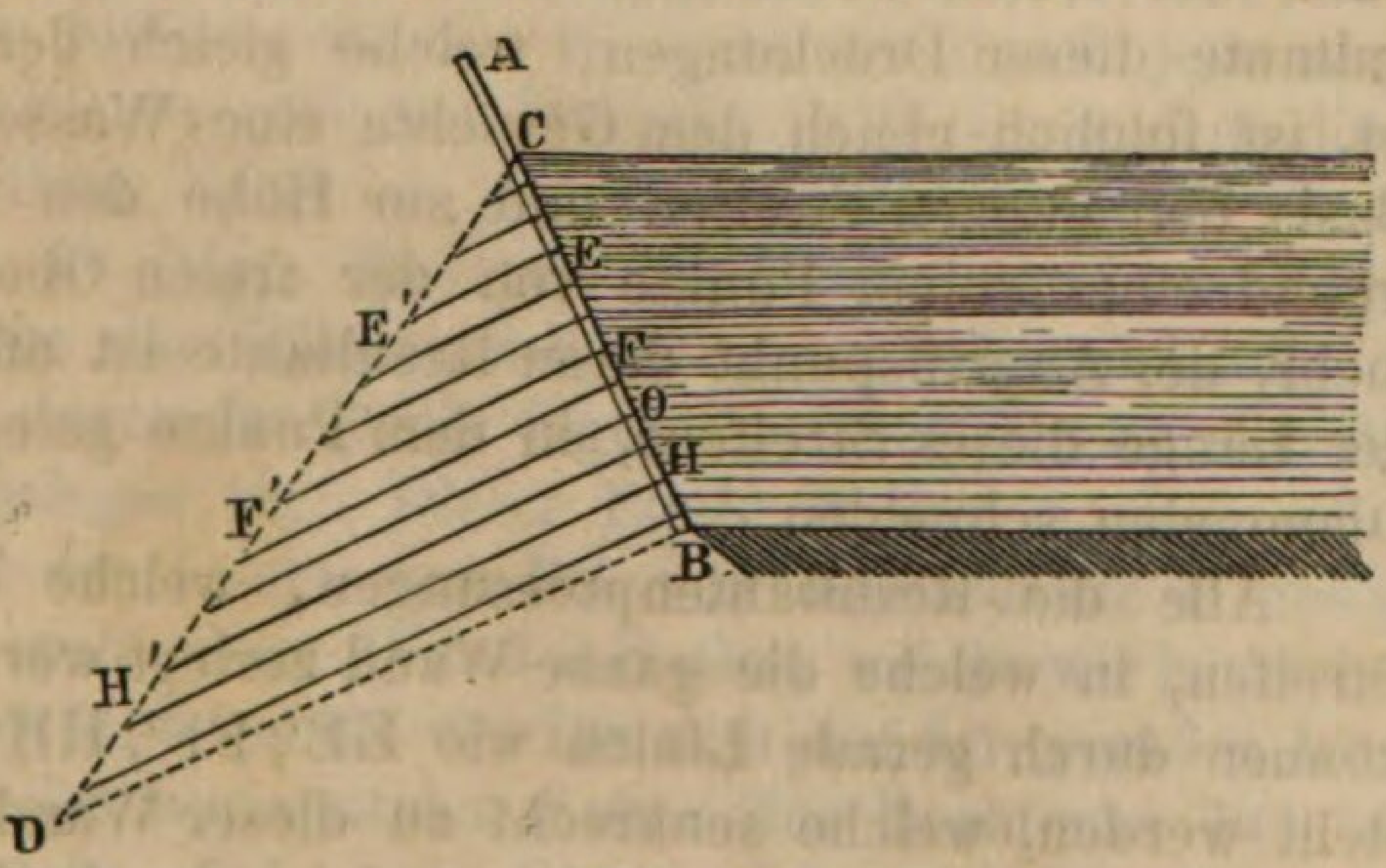


Fig. 325.

Dieser Fall findet z. B. seine Anwendung bei den Schützen, welche das Wasser in einem Mühlkanal stemmen, und welche aufgezogen werden können, wenn man dieses Wasser ausfliessen lassen will. Wir nehmen wie oben wieder an, dass auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit kein Druck wirke, und dass sich diese Oberfläche, welche eben und horizontal sein muss, in dem Punkt C der ebenen Wand endigt, welche wir betrachten; das Wasser drückt also blos auf den Theil BC dieser Wand, welcher Theil gleichfalls rechteckig ist. Um den Druck des Wassers auf dieses

Rechteck zu erhalten, theilen wir es in eine grosse Anzahl sehr schmaler horizontaler Streifen, indem wir uns auf seiner Fläche Parallele zu seiner Grundlinie gezogen denken, welche gleichweit von einander entfernt sind (Fig. 326). Wir denken uns ferner, das jeder solche Streifen durch Linien, welche senkrecht zu seiner Länge gerichtet sind, in eine grosse Anzahl kleiner, gleichgrosser Rechtecke getheilt werde (Fig. 327). Der Druck auf jedes dieser kleinen Rechtecke ist gleich dem Druck eines Wasserprisma's, welches zur Basis dieses Rechteck und zur Höhe den vertikalen Abstand eines seiner Punkte von der freien Oberfläche der Flüssigkeit, der für alle diese Punkte als gleichgross betrachtet werden kann, hat. Alle diese Pressungen, welche die verschiedenen Rechtecke, in welche ein und derselbe Streifen zerlegt worden ist, zu erleiden haben, sind unter sich gleich, weil diese Rechtecke sämmtlich in ein und derselben Tiefe unter der freien Oberfläche der Flüssigkeit gelegen sind. Die Resultante dieser Drückungen, welche gleich der Summe derselben ist, ist folglich gleich dem Gewichte eines Wasserprisma's, das zur Basis den ganzen Streifen und zur Höhe den vertikalen Abstand irgend eines seiner Punkte von der freien Oberfläche hat; noch mehr, der Angriffspunkt dieser Resultante ist offenbar in der Mitte der Länge dieses Streifens, in dem Punkte gelegen, wo sich seine Diagonalen schneiden.

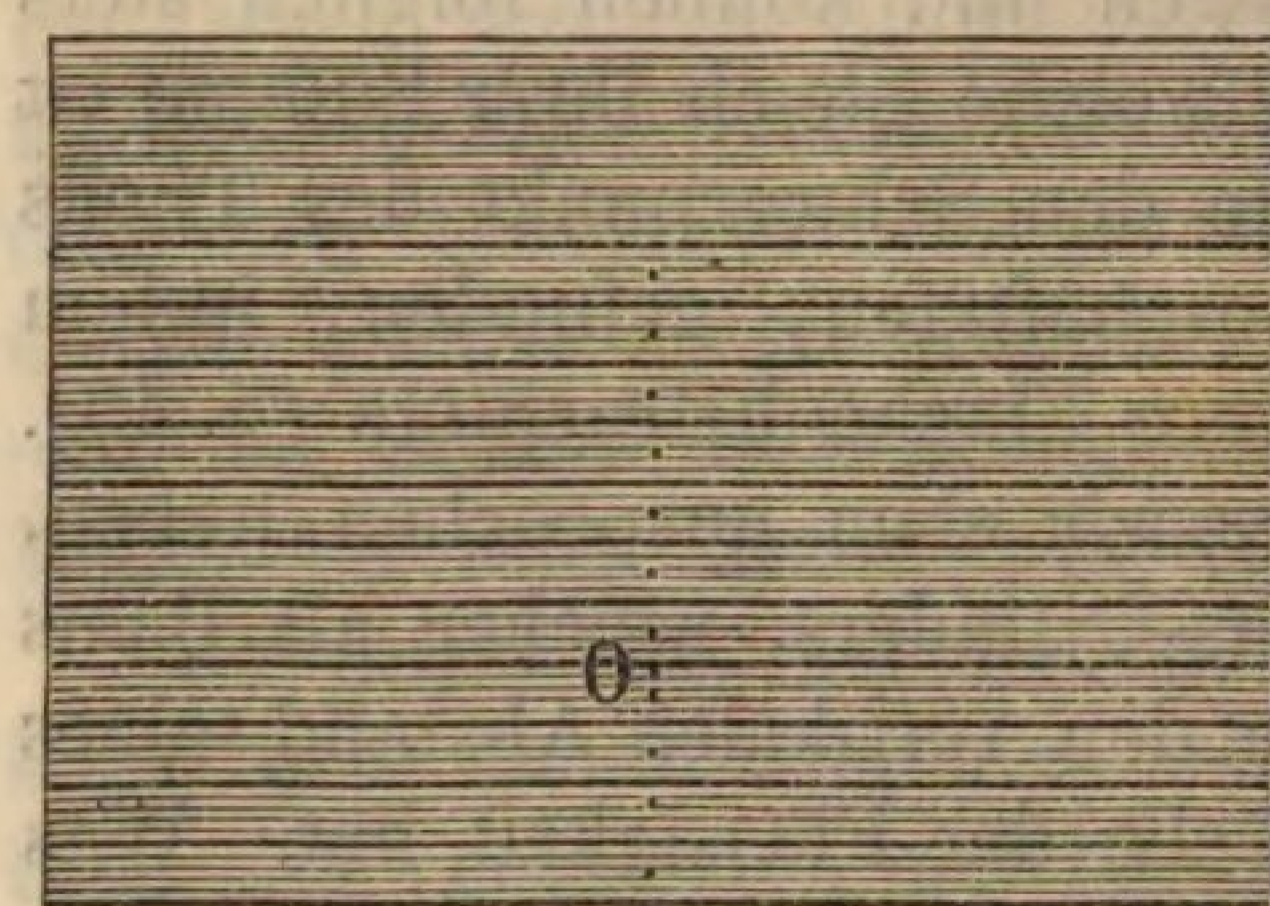


Fig. 326.

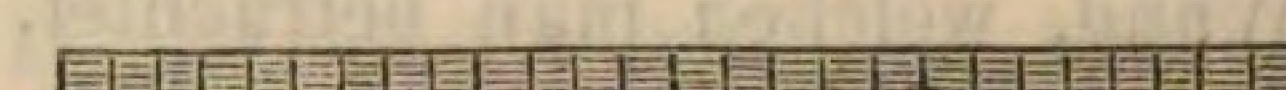


Fig. 327.

Alle die Resultantenpressungen, welche den verschiedenen Streifen, in welche die ganze Wand zerlegt worden ist, angehören, können durch gerade Linien wie EE′, FF′, HH′ (Fig. 325) vorgestellt werden, welche senkrecht zu dieser Wand gerichtet sind. Die Längen dieser geraden Linien, welche durch die Mittelpunkte der Streifen gezogen werden, müssen sich verhalten, wie die Kräfte, welche sie vorstellen; sie müssen folglich, wegen der gleichen Länge der einzelnen Streifen, den vertikalen Abständen der Mittelpunkte dieser Streifen von der freien Oberfläche des Wassers, oder auch den Entfernungen dieser Mittelpunkte von dem Punkte C proportional sein: ihre Enden E′, F′, H′ liegen also sämmtlich auf ein und derselben geraden Linie CD, welche durch den Punkt C, wo die freie Oberfläche der Flüssigkeit die betrachtete Wand berührt, hindurch geht. Es handelt sich also blos darum; die Resultante all' der pa-

rallelen Kräfte zu finden, welche durch diese Linien vorgestellt werden; diese Resultante wird dann gleich dem Gesammtdruck sein, welchen unsere rechteckige Wand AB zu tragen hat.

Um dazu zu gelangen, denken wir uns diese Wand werde horizontal gelegt, wie es die Fig. 328 anzeigt; dann werden die Linien, welche die Kräfte vorstellen, die in den Mittelpunkten der verschiedenen Streifen, in welche wir die Wand zerlegt haben, angreifen, vertikal. Wir können uns ferner vorstellen, dass diese Linien durch schwere Stäbe von derselben Länge ersetzt würden, welche an der Wand AB aufgehängt und so gewählt sind, dass das Gewicht jedes von ihnen gleich sei der Kraft, dessen Stelle er ersetzt. Die Wand wird auf diese Weise durch die Gewichte der Stäbe ebenso belastet werden, wie sie es vorher durch die Drückungen des Wassers in ihren verschiedenen Punkten war. Wenn man sich nun diese verschiedenen Stäbe platt gedrückt denkt, sodass sie eine solche, überall gleichgrosse Breite erhalten, dass sie sämmtlich einander berühren, so sieht man, dass die gesammte Belastung, welche die Wand AB zu tragen hat, keine andere als das Gewicht des durch jene abgeplattete Stäbe gebildeten schweren Dreiecks BCD ist; und da dieses Gewicht eine vertikale Kraft ist, welche im Schwerpunkt G des Dreiecks angreift, so folgt, dass die Resultante der sämmtlichen Drückungen, welche das Wasser auf die verschiedenen Theile der Wand AB ausübt, durch den Punkt O geht, welcher vertikal über dem Schwerpunkt G gelegen ist. Dieser Punkt O liegt nach §. 43 in dem dritten Theil der Länge von BC, von dem Punkte B aus gerechnet. Für die rechteckige Wand AB also, welche wir betrachten (Fig. 325), liegt der Mittelpunkt des Druckes auf der geraden Linie, welche die Mitten der horizontalen Seiten des Rechtecks BC, das vom Wasser gedrückt wird, verbindet, und zwar im dritten Theil dieser Linie, von unten an gerechnet.

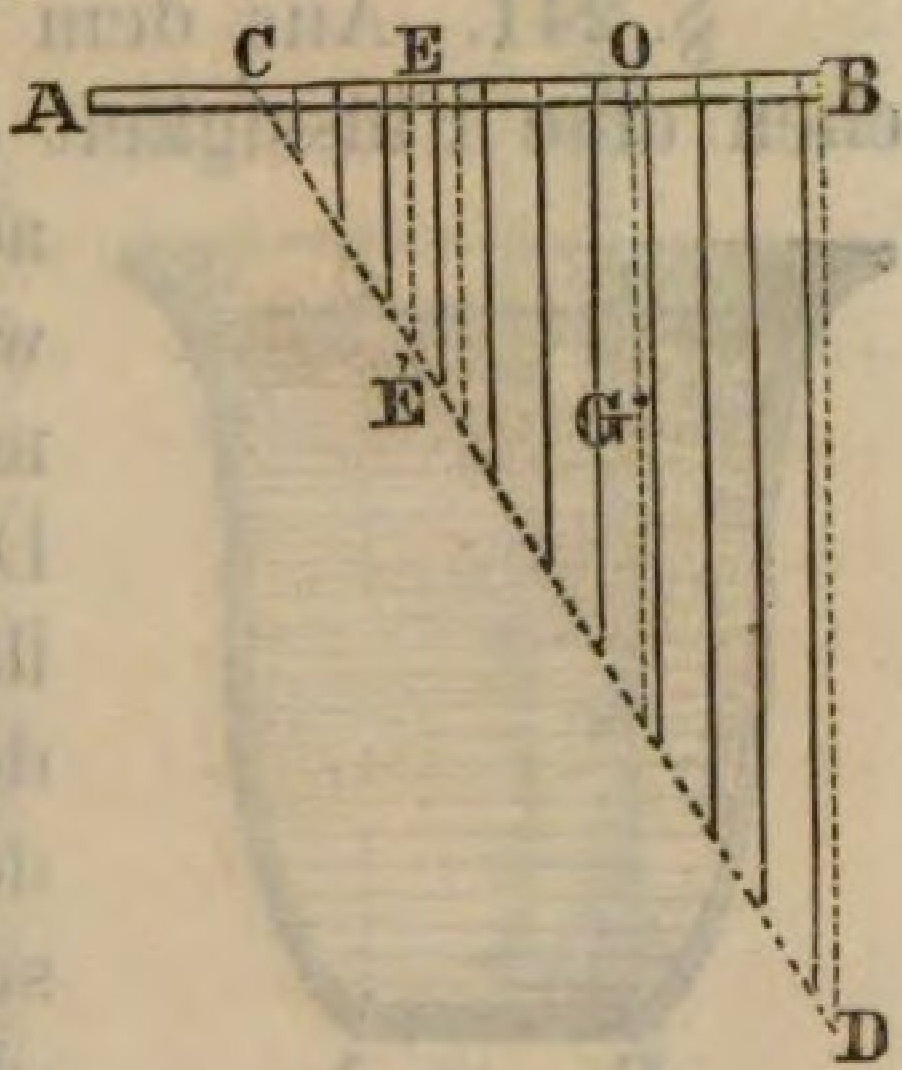


Fig. 328.

Was die Grösse des Gesammtdruckes betrifft, so sieht man aus Fig. 328, dass dieser derselbe ist, als wenn die schweren Stäbe, anstatt dass ihre Länge von C bis D gleichförmig zunimmt, alle die nämliche Länge gleich derjenigen des Stabes hätten, der in der Mitte von BC aufgehängt ist. Man kann also sagen, dass der Gesammtdruck, welcher von der rechteckigen Wand AB getragen wird, gleich ist demjenigen, welchen sie zu tragen hätte, wenn alle ihre Punkte gleiche Entfernungen, die Entfernung des Schwerpunktes der

Wand, der in der Mitte von BC gelegen ist, haben würden, oder auch, dass dieser Druck gleich ist dem Gewichte eines Wasserprisma's, welches zur Basis die ganze gedrückte Fläche und zur Höhe den vertikalen Abstand des Schwerpunkts dieser Fläche von der freien Oberfläche der Flüssigkeit hat.

§. 241. Aus dem Vorhergehenden folgt, dass der Druck, welchen eine Flüssigkeit auf den Boden AB (Fig. 329) des Gefässes ausübt, in welchem sie enthalten ist, dem Gewichte der Flüssigkeitssäule ABCD gleich sein muss, welche vertikal über diesem Boden steht. Dieser Druck hängt also blos von der Bodenfläche und von der Höhe der freien Oberfläche der Flüssigkeit über derselben ab; die Form der Seitenwände hat keinerlei Einfluss auf denselben, und selbst wenn sich das Gefäss nach oben verengert (Fig. 330 oder 331), so ist doch der Druck auf die Bodenfläche stets gleich dem Gewichte der Flüssigkeit, welche in dem Cylinder ABCD enthalten ist, obgleich der Umfang dieses Cylinders nicht vollständig innerhalb der Flüssigkeitsmasse liegt.

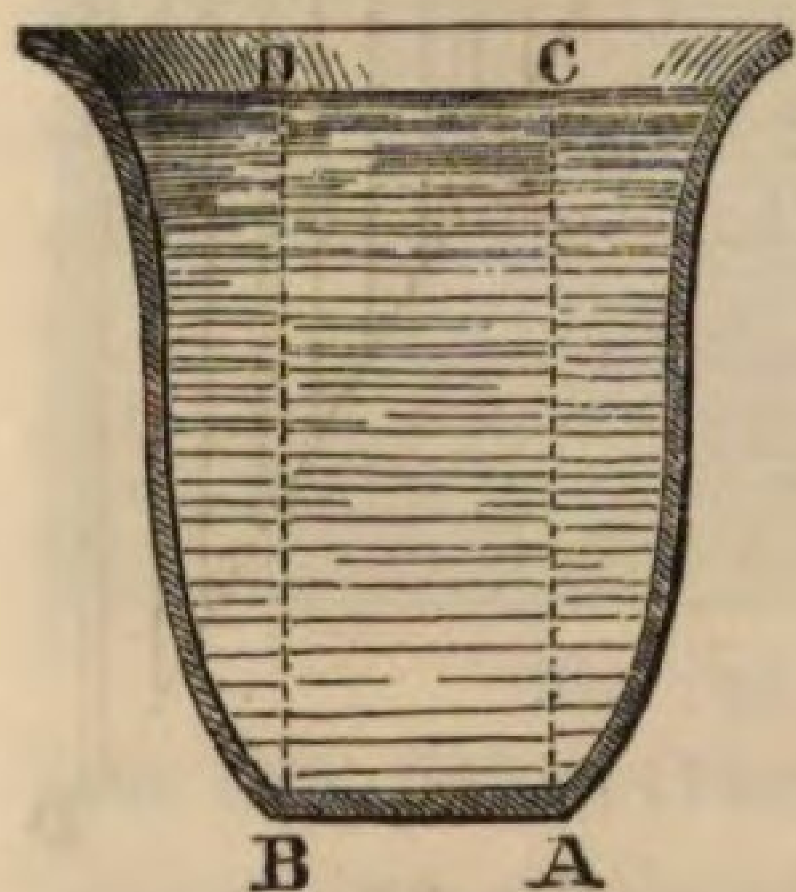


Fig. 329.

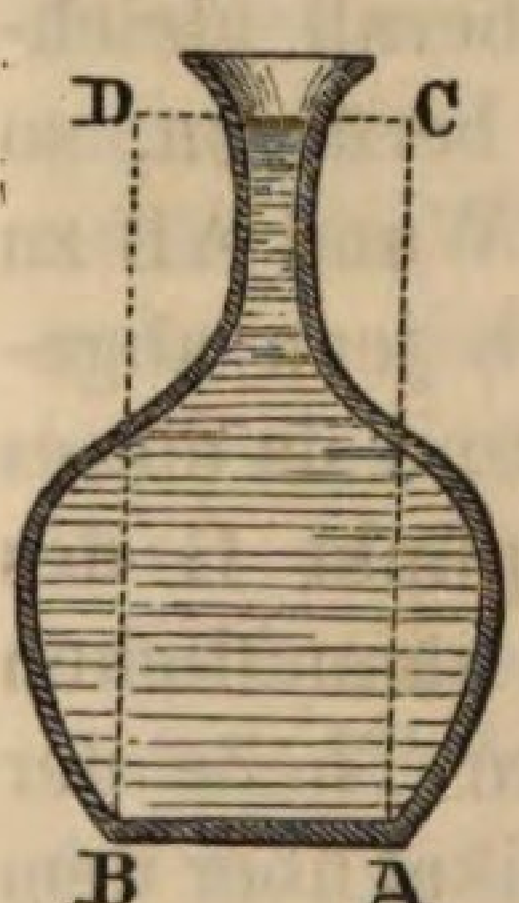


Fig. 330.



Fig. 331.

Diese specielle Folgerung aus den Gesetzen, welche wir oben kennen gelernt haben, kann auf folgende Art mittelst des Haldat'schen Apparates bestätigt werden. Dieser Apparat (Fig. 332) besteht aus einer horizontalen Röhre, an deren beiden Enden zwei andere vertikal stehende Röhren angebracht sind. Die eine von diesen letzteren Röhren, welche kürzer als die andere ist, ist mit einer Metallfassung *a* versehen, in welcher inwendig ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, in welches man nach und nach Gefässe von verschiedener Form einschrauben kann. Das Gefäss, welches in Fig. 332 auf dieser Metallfassung befestigt ist, erweitert sich stetig von unten nach oben und bildet auf diese Weise fast die Gestalt eines Trichters. Die Fig. 333 und 334 stellen zwei andere Gefässe vor, welche auf dieselbe Metallfassung aufgeschraubt werden können: es sind diess einfache Röhren von verschiedenem Durchmesser, welche sich oben etwas erweitern, damit sie bequem mit einer Flüssigkeit gefüllt werden können. Um den Versuch, zu welchem dieser Apparat bestimmt ist, anzustellen, giesst man in den unteren Theil desselben so viel Quecksilber, dass die horizontale, sowie ein Theil der beiden ver-

tikalen Röhren dadurch gefüllt wird. Das Quecksilber steigt in diesen beiden letzteren Röhren gleichhoch (s. später §. 245); aber wenn

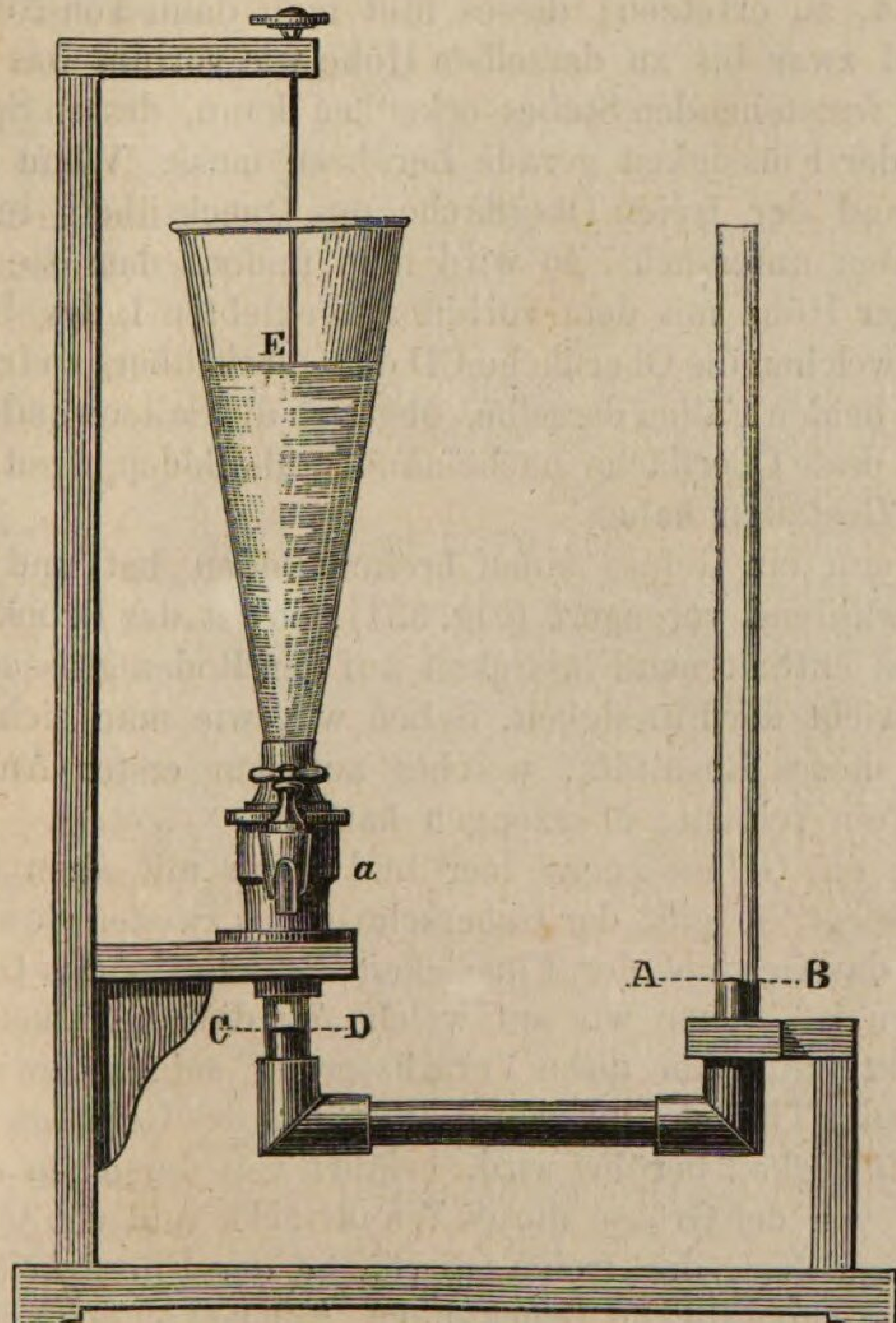


Fig. 332



Fig. 333.



Fig. 334.

man gegen die freie Oberfläche dieser Flüssigkeit in der linken Röhre einen Druck ausübt, so wird sie in die andere Röhre hinübergedrückt und sich dort um so mehr erheben, je stärker der angewandte Druck ist. Um diesen Druck hervorzubringen, giesst man Wasser in das Gefäss, welches sich über der Metallfassung *a* befindet. Dieses Wasser stützt sich gegen die freie Oberfläche des Quecksilbers, welche eigentlich den Boden des Gefässes bildet, welches das Wasser enthält; in Folge des Druckes, welchen das Quecksilber dadurch erfährt, steigt es in der anderen Röhre bis zum Niveau AB. Man markirt den Ort dieses Niveau's auf der Röhre, indem man einen kleinen Index von Papier darauf klebt. Hierauf lässt man mittelst eines Hahns, mit welchem die Metallfassung *a* ver-

sehen ist, das Wasser ablaufen und schraubt dann das Gefäss von dieser Fassung ab, um es durch ein anderes von anderer Gestalt, Fig. 333 oder 334, zu ersetzen; dieses füllt man dann von Neuem mit Wasser, und zwar bis zu derselben Höhe wie vorhin, was man mit Hülfe eines feststehenden Stabes erkennen kann, dessen Spitze die Oberfläche der Flüssigkeit gerade berühren muss. Wenn man alsdann den Stand der freien Oberfläche des Quecksilbers in der Röhre zur Rechten untersucht, so wird man finden, dass sie sich genau in gleicher Höhe mit dem vorhin aufgeklebten Index befindet. Der Druck, welchen die Oberfläche CD des Quecksilbers zu tragen hat, ist also in beiden Fällen derselbe, obgleich die Seitenwände der Gefässe, denen diese Oberfläche nacheinander als Boden dient, die verschiedensten Gestalten haben.

§. 242. Wenn ein Gefäss einen breiten Boden hat und sich nach oben fortwährend verengert (Fig. 331), so ist der Druck der in diesem Gefäss enthaltenen Flüssigkeit auf den Boden grösser als das Gesammtgewicht der Flüssigkeit. Sehen wir, wie man sich von der Richtigkeit dieses Resultats, welches auf den ersten Anblick unmöglich zu sein scheint, überzeugen kann.

Wenn man ein Gefäss zuerst leer und dann mit einer Flüssigkeit gefüllt wiegt, so gibt der Ueberschuss des zweiten Gewichts über das erste das Gewicht der Flüssigkeit, welche in das Gefäss gegossen worden ist. Sehen wir auf welche Art die Flüssigkeit auf das Gefäss wirkt, um ihm diese Vergrösserung seines Gewichtes mitzutheilen. Jeder Theil der inneren Wandfläche des Gefässes, welcher von der Flüssigkeit berührt wird, erfährt von derselben einen Druck, welcher von der Grösse dieses Wandstücks und von seinem vertikalen Abstand von der freien Oberfläche der Flüssigkeit abhängig ist. Diese sämmtlichen Drückungen, welche von der Flüssigkeit auf die verschiedenen Theile der Gefässwand ausgeübt werden, mit welchen sie in Berührung steht, vereinigen sich in eine Resultante, welche, wie der Versuch zeigt, gleich dem Gewichte der ganzen Flüssigkeit ist; das Gefäss ist also schliesslich der Wirkung seines eigenen Gewichtes, sowie der Wirkung dieser letzteren Resultante unterworfen. Aber man muss die Resultante, von der hier die Rede ist, nicht mit dem Drucke verwechseln, welchen die Flüssigkeit auf den Boden des Gefässes ausübt, denn dieser Boden ist nur ein Theil der Wandfläche, welche von der Flüssigkeit berührt wird. Die Resultante der sämmtlichen Pressungen, welche die Flüssigkeit gegen die Gefässwände ausübt, kann erhalten werden, indem man zuerst die Drückungen auf die verschiedenen Punkte der Seitenwände des Gefässes unter sich vereinigt und alsdann die so erhaltene Theil-

resultante mit dem Drucke zusammensetzt, welchen die Bodenfläche zu tragen hat; nun kann es wohl kommen, dass diese Theilresultante, anstatt den Druck auf den Boden des Gefässes zu vermehren, diesen Druck im Gegentheil vermindert. Es kann leicht einsehen gemacht werden, wann diess der Fall sein muss.

Der Druck in einem Punkt C der Wand eines Gefässes (Fig. 335) ist nach der Linie CD, senkrecht auf die Wand des Gefässes in diesem Punkte gerichtet. Dieser Druck, welcher von innen nach aussen wirkt, kann in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, von denen die eine CE horizontal, die andere CF vertikal gerichtet ist. Die letztere Componente geht in Fig. 335 von unten nach oben; sie würde von oben nach unten gerichtet sein, wenn man bei der angenommenen Gestalt des Gefässes den Punkt C weiter unten, näher an dem Boden AB genommen haben würde. Wenn man eine ähnliche Zerlegung für alle die Drückungen, welche die verschiedenen Theile der Seitenwände des Gefässes zu erleiden haben, durchführt, so wird man eine Reihe von horizontalen Componenten, wie CE, und eine Reihe von vertikalen Componenten, wie CF, finden. Die horizontalen Seitenkräfte, deren Richtungen rings um das Gefäss herum auseinander gehen, heben sich, wie man leicht sieht, wenn man etwas tiefer auf sie eingeht, gegenseitig auf; ausserdem ist klar, dass sie, wenn sie sich nicht zerstörten, das Gefäss in horizontalem Sinne bewegen würden, was offenbar niemals der Fall sein kann.

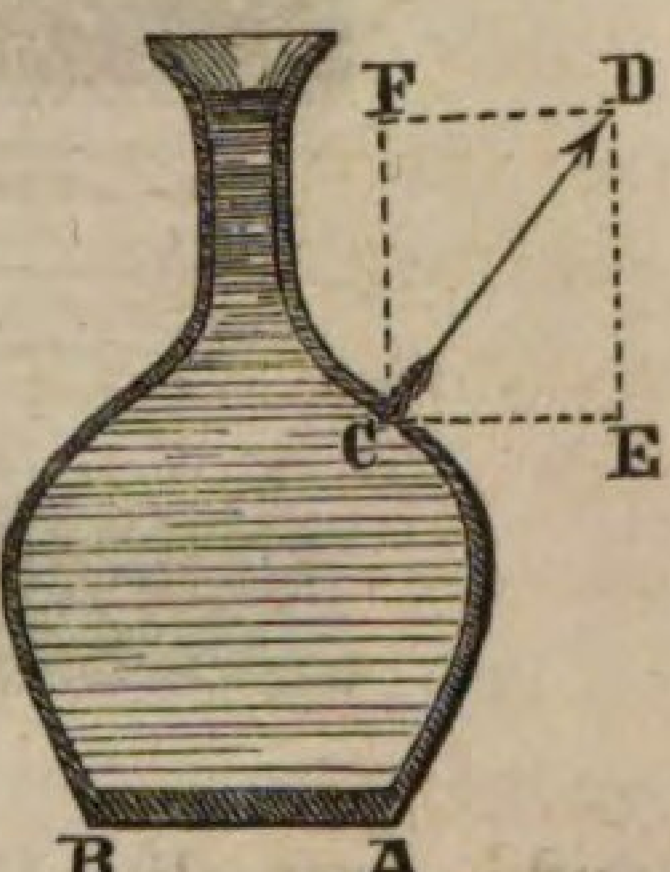


Fig. 335.

Was die vertikalen Componenten betrifft, so sind sie sämmtlich parallel unter sich; die einen sind von unten nach oben, die anderen von oben nach unten gerichtet; und da eine Drehung des Gefässes durch dieselben niemals stattfindet, so können sie stets durch eine einzige Kraft ersetzt werden (§. 28), welche vertikal von unten nach oben oder von oben nach unten gerichtet ist, unter Umständen aber auch Null werden kann. Diese einzige, so erhaltene Kraft ist genau die Theilresultante, von welcher wir oben gesprochen haben. Man sieht also, dass diese Theilresultante den Druck auf den Boden, indem sie mit demselben vereinigt wird, vermehren oder vermindern kann, je nachdem sie von oben nach unten, oder von unten nach oben wirkt. In dem ersten Fall wird der Druck auf den Boden des Gefässes kleiner als das Gesammtgewicht der Flüssigkeit, in dem zweiten Fall dagegen wird er grösser als dieses Gewicht sein.

§. 243. Wir können uns mit Hülfe des Vorhergehenden Rechenschaft über die Grösse des Druckes geben, welchen in gewissen Fällen Flächen, gegen welche sich eine Flüssigkeitsmasse stützt, zu erleiden haben. Nehmen wir als Beispiel eine Scheidewand, wie sie im Innern eines Bergwerks, in einem Stollen AB (Fig. 336) aufgerichtet

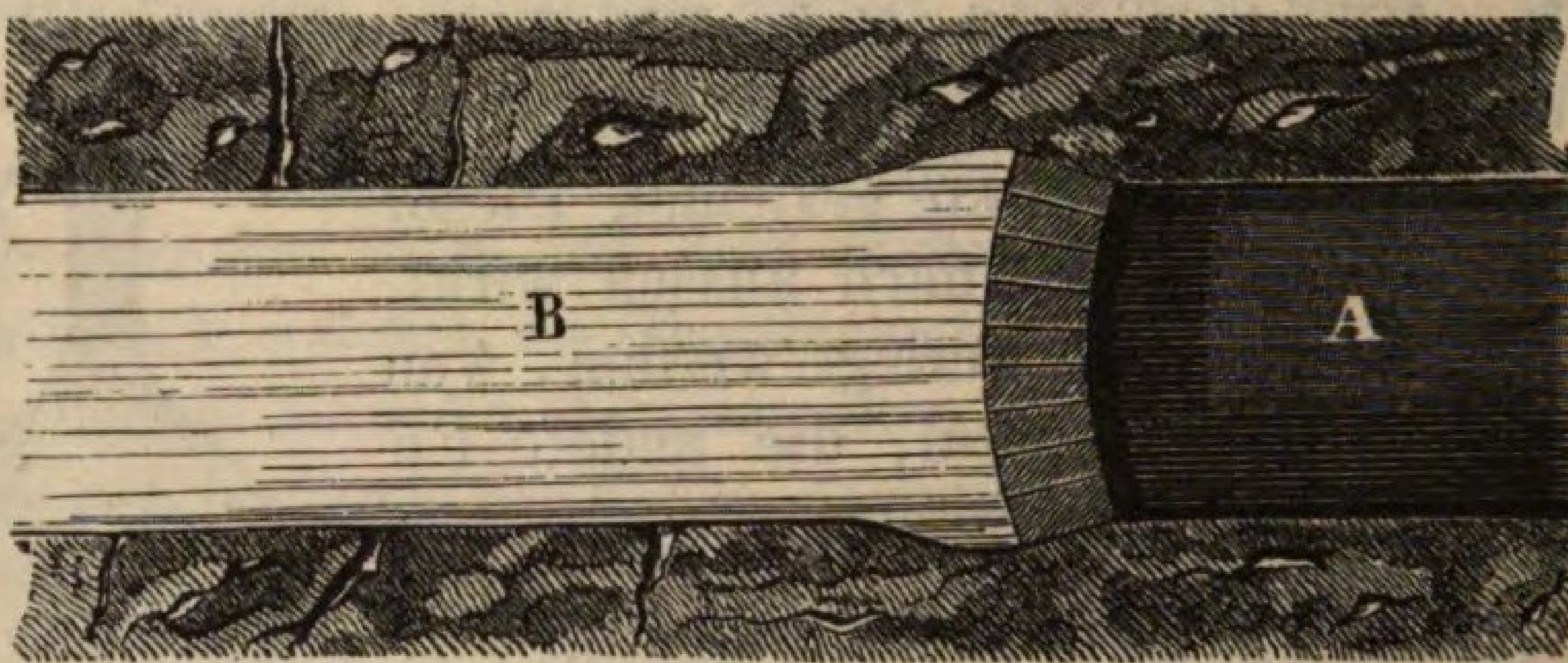


Fig. 336.

wird, um alle Verbindung zwischen den Theilen A und B desselben zu unterbrechen und dadurch zu verhindern, dass das Wasser, welches durch die Spalten und Poren des Erdreichs dringt und sich in B ansammelt, auch den Theil A überschwemmt. In B füllt sich der Stollen vollständig mit Wasser, und die Flüssigkeit verbreitet sich bis zu einer grossen Höhe über dem Stollen, einer Höhe, die oft mehrere hundert Meter beträgt, ohne Unterbrechung in alle Spalten, welche mit B in Verbindung stehen. Setzen wir voraus, dass die freie Oberfläche des Wassers in den Spalten des Erdreichs 100 Meter über dem Mittelpunkt der Scheidewand liege, so ist der Druck, welchen ein Quadratmeter der Fläche der Scheidewand zu tragen hat, gleich dem Gewichte von 100 Cubikmeter Wasser, d. h. gleich 100 000 Kilogramm. Wenn daher die Scheidewand eine Fläche von 2 Quadratmeter hat, so ist der Gesammtdruck, welchen sie zu tragen hat, gleich 200 000 Kilogramm. Man begreift, dass man auf den Bau einer solchen Scheidewand grosse Sorgfalt zu verwenden hat, damit sie einem so enormen Druck zu widerstehen vermag. Daher baut man sie oft in Form von Gewölben (Fig. 336) und zwar in der Art, dass der Druck auf die convexe Oberfläche des Gewölbes ausgeübt wird; man sieht, dass in Folge dieser Anordnung die Scheidewand dem Drucke der Flüssigkeit nur nachgeben kann, indem sie die Wände des Stollens, gegen welche sie sich stützt, auseinander drückt.

In dem überschwemmten Theile B des Bergwerks übt das Wasser einen ungeheueren Druck gegen alle Wände aus, welche es berührt. Dieser Druck findet ebensowohl auf die Deckenwände der Höhlungen, in welchen sich das Wasser verbreitet, wie auf den

Boden und auf die Seitenwände derselben statt. Das Wasser kann in einem solchen Fall sogar kräftig mitwirken, das Erdreich, welches über diesen Höhlungen gelegen ist, zu unterstützen; und wenn man es dann mittelst Pumpen ausschöpft, um die Arbeiten in dem Theil des Bergwerks, welcher überschwemmt war, wieder aufzunehmen, so werden dadurch zahlreiche Einstürzungen hervorgerufen, da das Erdreich nun nicht mehr so unterstützt wird, wie es vorher der Fall war.

§. 244. **Grenzfläche zweier Flüssigkeiten.** — Wenn zwei verschiedene Flüssigkeiten, welche sich nicht miteinander mischen, zugleich in einem und demselben Gefäss enthalten sind, so nimmt jede derselben einen Theil des Rauminhalts des Gefässes ein und berührt die andere in einer gewissen Oberfläche, welche die gemeinschaftliche Grenze beider bildet. Wenn die beiden Flüssigkeiten nicht die nämliche Dichtigkeit haben, was im Allgemeinen immer der Fall sein wird, so kann Gleichgewicht nur dann bestehen, wenn die Grenzfläche, in welcher sich die beiden Flüssigkeiten berühren, eben und horizontal ist. Denn nehmen wir an, dass nicht alle Punkte dieser Fläche in einer und derselben Horizontalebene gelegen seien (Fig. 337), so können wir leicht nachweisen, dass das Gleichgewicht nicht stattfinden kann. Es seien A und B zwei Punkte, welche in ein und derselben Horizontalebene in der unteren Flüssigkeit gelegen sind, und C und D zwei andere, vertikal über diesen gelegene Punkte, welche gleichfalls in einer Horizontalebene in der oberen Flüssigkeit liegen. Die Vertikalen AC, BD durchschneiden die Grenzfläche der beiden Flüssigkeiten in den Punkten E und F, und man kann voraussetzen, dass die Punkte A und B so gewählt worden sind, dass die Höhen AE, BF ungleiche Grössen haben, was bei der Annahme, welche wir über die Grenzfläche gemacht haben, immer möglich sein muss. Wenn Gleichgewicht besteht, so müssen die Drückungen, die in den Punkten C und D stattfinden, einander gleich sein (§. 230). Aber wenn man hier dieselbe Betrachtungsweise wie im §. 236 anwendet, so wird man finden, dass der Druck, welcher in A auf eine sehr kleine, horizontale Fläche ausgeübt wird, gleich ist dem Druck, welcher in C auf eine eben solche Fläche stattfindet, vermehrt um das Gewicht der Flüssigkeit, welche der vertikale Cylinder enthält, welcher jene beiden Flächen als untere und obere Grundflächen besitzt. Ebenso ist der Druck, welcher in B auf eine Fläche von der nämlichen Ausdehnung und Beschaffenheit wie die in A stattfindet, gleich dem Druck, welcher in D auf eine gleichgrosse Fläche

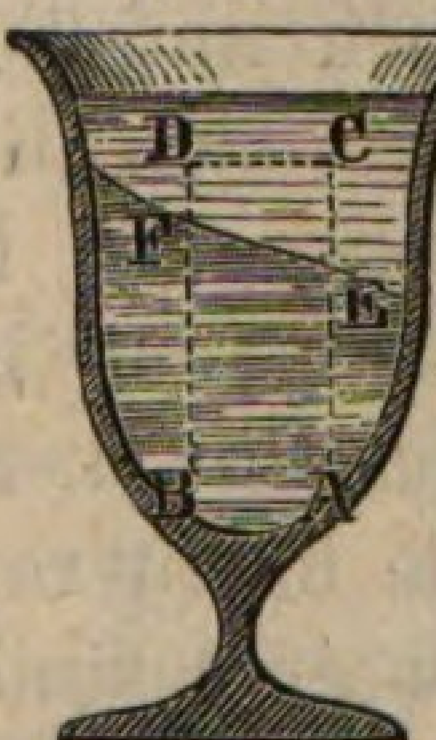


Fig. 337.

ausgeübt wird, vermehrt um das Gewicht der Flüssigkeit, welche ein vertikaler Cylinder enthält, der sich von B bis D erstreckt und jene beiden Flächen als Grundflächen enthält. Aber das Gewicht der Flüssigkeit, welche in dem ersten dieser beiden Cylinder enthalten ist, kann nicht dasselbe sein als dasjenige der Flüssigkeit in dem zweiten Cylinder; denn während beide Cylinder gleichen Rauminhalt haben, enthält der eine mehr von der schwereren Flüssigkeit als der andere, und dieser Unterschied kann durch die entsprechende Differenz der Quantitäten der leichteren Flüssigkeit in beiden Cylindern offenbar nicht ausgeglichen werden. Es folgt daraus, dass die Drückungen, welche in A und B auf zwei kleine Flächen von gleicher Ausdehnung ausgeübt werden, nicht gleichgross sind. Es kann also nicht Gleichgewicht stattfinden, weil eine nothwendige Folge dieses Gleichgewichtes die sein müsste, dass die Drückungen auf gleichgrosse Flächen in allen Punkten, welche auf ein und derselben Horizontalebene irgendwo im Innern der Flüssigkeitsmasse gelegen sind, gleiche Grösse haben (§. 230).

Wir können somit sagen, dass sich zwei schwere Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, welche sich in demselben Gefäss befinden, allemal in solcher Weise anordnen, dass ihre Grundfläche eben und horizontal ist. Wir können ausserdem noch hinzufügen, dass sich die schwere Flüssigkeit, diejenige, welche die grössere Dichtigkeit hat, stets unter die andere stellen wird. Diese letztere Bedingung ist zwar für das Gleichgewicht nicht unerlässlich nothwendig; dasselbe kann möglicherweise auch stattfinden, wenn sich die leichtere, d. h. weniger dichte Flüssigkeit am Boden des Gefässes befindet und die andere dichtere über ihr steht; aber man sieht auf den ersten Blick, dass dieses Gleichgewicht ein labiles wäre; in Folge der grossen Beweglichkeit der Flüssigkeiten würde die geringfügigste Ursache hinreichen, es zu stören und die dichtere Flüssigkeit auf dem Boden des Gefässes zu führen.

Wenn mehr als zwei Flüssigkeiten, die nicht miteinander mischbar sind und verschiedene Dichtigkeiten besitzen, in einem und demselben Gefäss enthalten sind, so ist klar, dass sich diese Flüssigkeiten so übereinander anordnen werden, dass ihre Dichtigkeiten vom Boden bis zur Oberfläche abnehmen, und dass die Grenzfläche je zweier von ihnen eben und horizontal ist. Wenn man Quecksilber, Wasser und Oel in das nämliche Gefäss giesst, so stellt sich, auch nachdem man die Flüssigkeiten zuerst gut untereinander geschüttelt hat, im Zustande der Ruhe das Quecksilber am tiefsten, auf den Boden des Gefässes; darüber lagert sich das Wasser und über dieses wieder das Oel. Es ist klar, dass der Druck in irgend

einem Punkte einer solchen Flüssigkeitsmasse, wenn er lediglich von dem Gewichte derselben herrührt, gleich ist dem Gewichte eines Flüssigkeitscylinders, welcher als Basis die Flächeneinheit und als Höhe den vertikalen Abstand dieses Punktes von der freien Oberfläche hat, und in welchem die Flüssigkeiten ganz in derselben Weise angeordnet sind, wie sie von der horizontalen Ebene, in welcher der betrachtete Punkt gelegen ist, bis zur freien Oberfläche aufeinander folgen.

§. 245. **Communicirende Gefässe.** — Wenn zwei Gefässe in ihren unteren Theilen miteinander in Verbindung stehen, und man giesst eine Flüssigkeit in das eine von diesen, so vertheilt sich dieselbe in beide Gefässe und setzt sich darin ins Gleichgewicht. Die freie Oberfläche der Flüssigkeit in jedem dieser beiden Gefässe ist, wie aus dem Vorhergehenden folgt, eben und horizontal; und wenn man diese beiden Oberflächen miteinander vergleicht, so erkennt man, dass sie in derselben Höhe gelegen sind; d. h. wenn man die Horizontalebene, welche die Oberfläche der Flüssigkeit in dem einen Gefäss bildet, erweitern würde, so würde sie durch die Oberfläche der Flüssigkeit in dem andern Gefäss hindurch gehen. Diess kann leicht auf folgende Art nachgewiesen werden.

Es seien A, B (Fig. 338) zwei communicirende Gefässe, in welche eine Flüssigkeit eingegossen worden und darin in's Gleichgewicht gekommen ist; dieses Gleichgewicht wird offenbar nicht gestört, wenn man sich an irgend einer Stelle eine feine Wand *ab* eingeschaltet denkt. Diese Wand erleidet auf beiden Seiten von den beiden Gefässen her Drückungen, welche nothwendig gleichgross sein

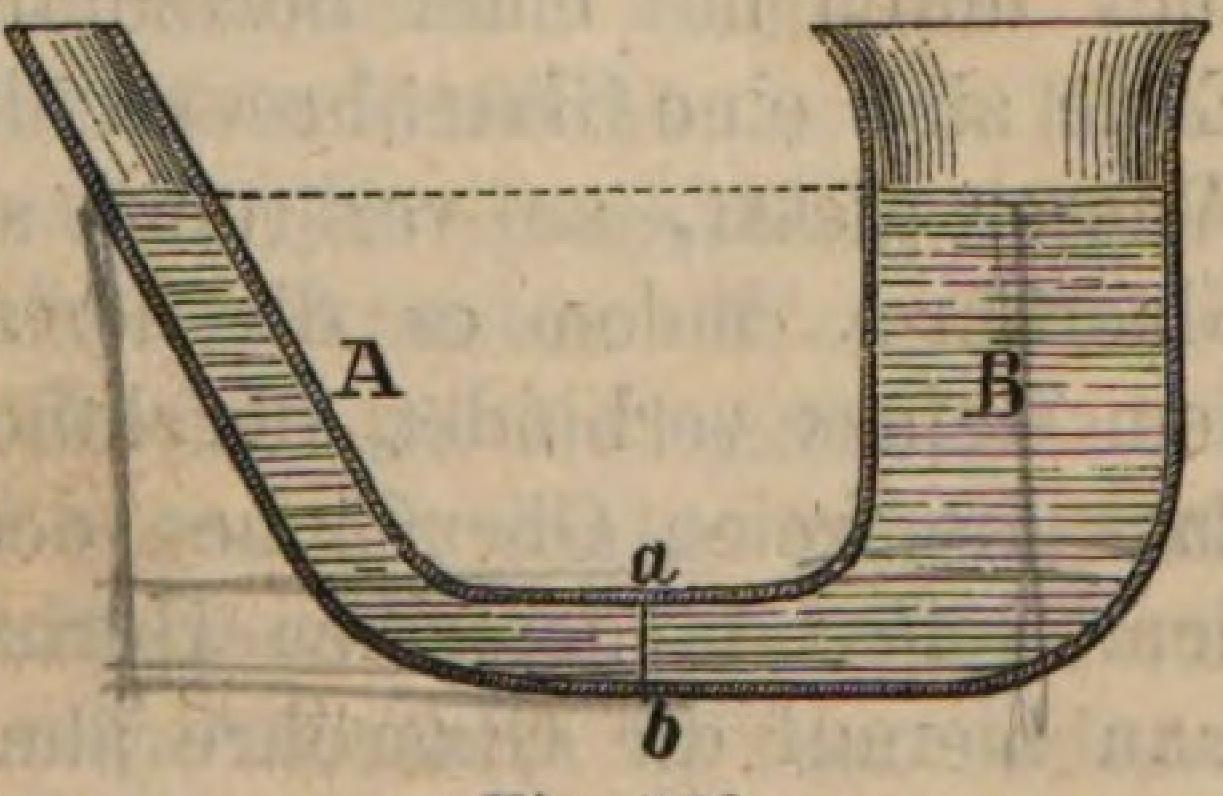


Fig. 338.

müssen, wenn das Gleichgewicht der Flüssigkeiten auch ohne die Gegenwart dieser Wand stattfinden soll. Nun ist der Druck, welchen die Wand *ab* von Seite der Flüssigkeit im Gefäss A zu erleiden hat, gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule, welche diese Wand zur Grundfläche und den vertikalen Abstand ihres Schwerpunkts von der Oberfläche der Flüssigkeit im Gefäss A zur Höhe hat. (§. 239). Ebenso ist der Druck, welchen die Wand *ab* von Seite der Flüssigkeit im Gefäss B erleidet, gleich dem Gewicht einer Flüssigkeitssäule, welche diese Wand als Grundfläche und den vertikalen Abstand ihres Schwerpunktes von der Oberfläche der Flüssigkeit im Gefäss B zur Höhe hat. Da nun diese beiden Drückungen, wie oben gesagt, genau gleich sein müssen, so muss der Schwerpunkt

der Wand *ab* von den Oberflächen der Flüssigkeit in beiden Gefässen gleichen vertikalen Abstand haben, was nur möglich ist, wenn diese Oberflächen in der nämlichen Horizontalebene gelegen sind.

Das Gesetz, welches wir soeben gefunden haben, kann mittelst des in Fig. 339 dargestellten Apparats durch den Versuch er-

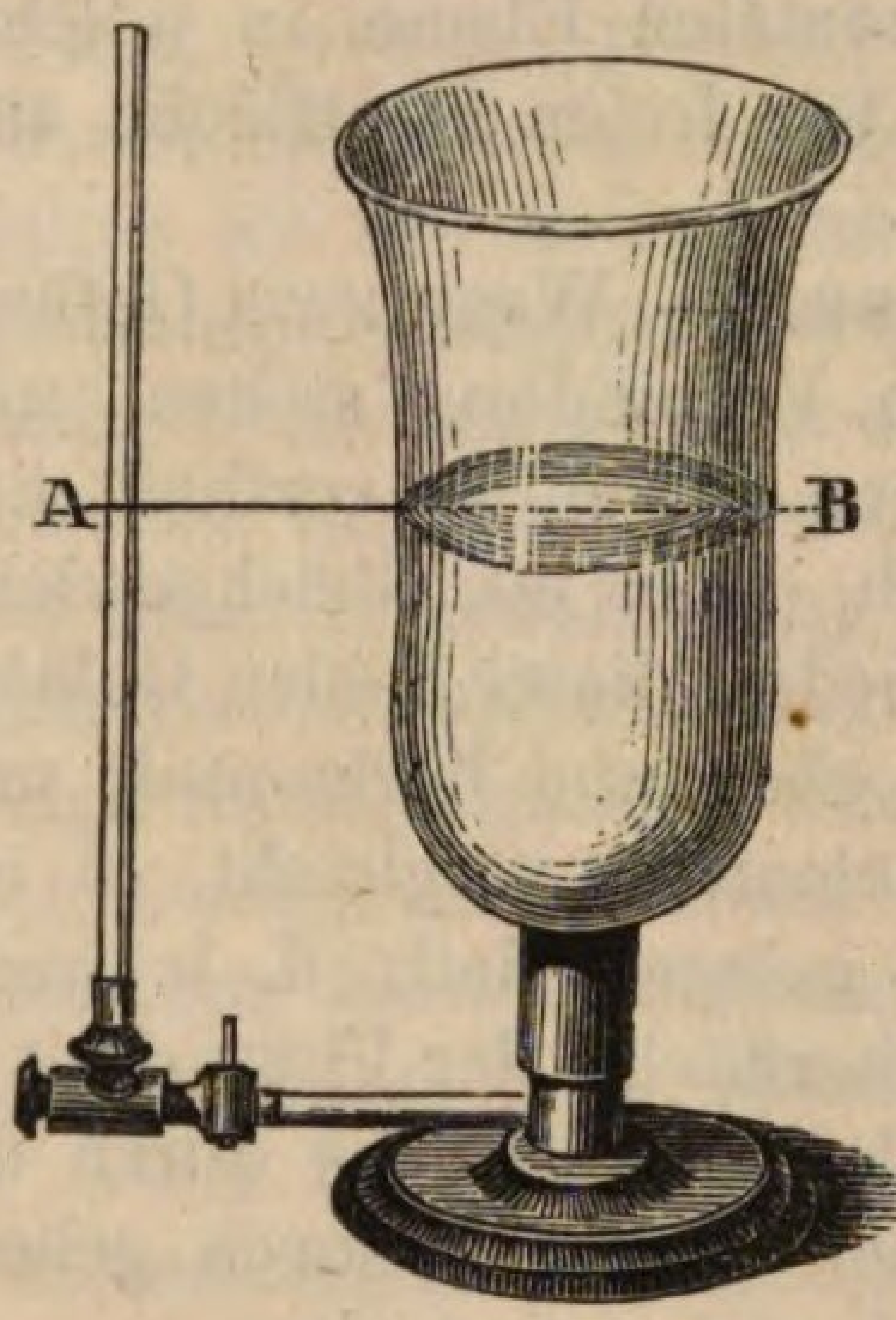


Fig. 339.

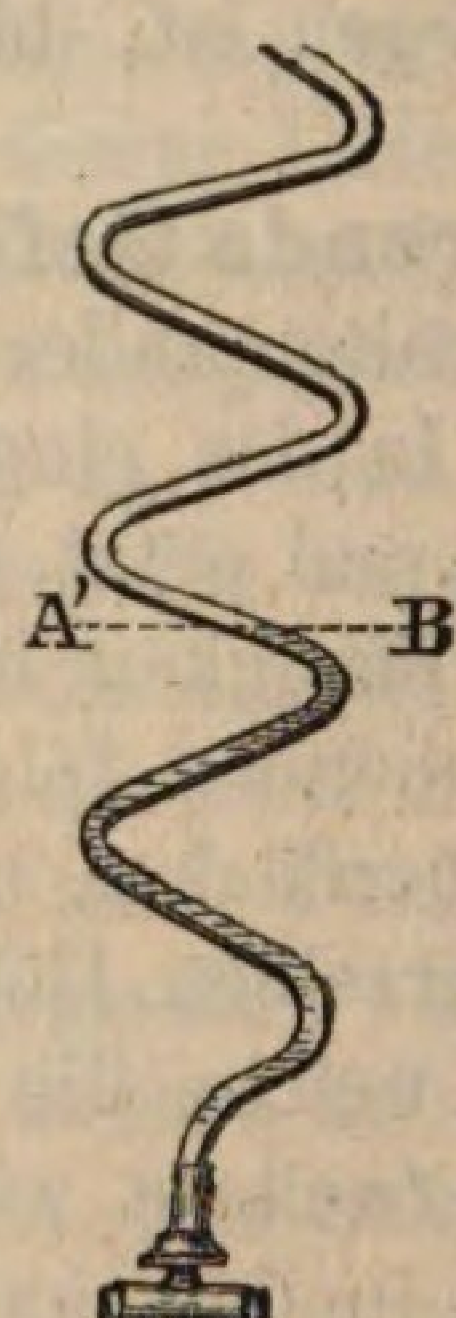


Fig. 340.

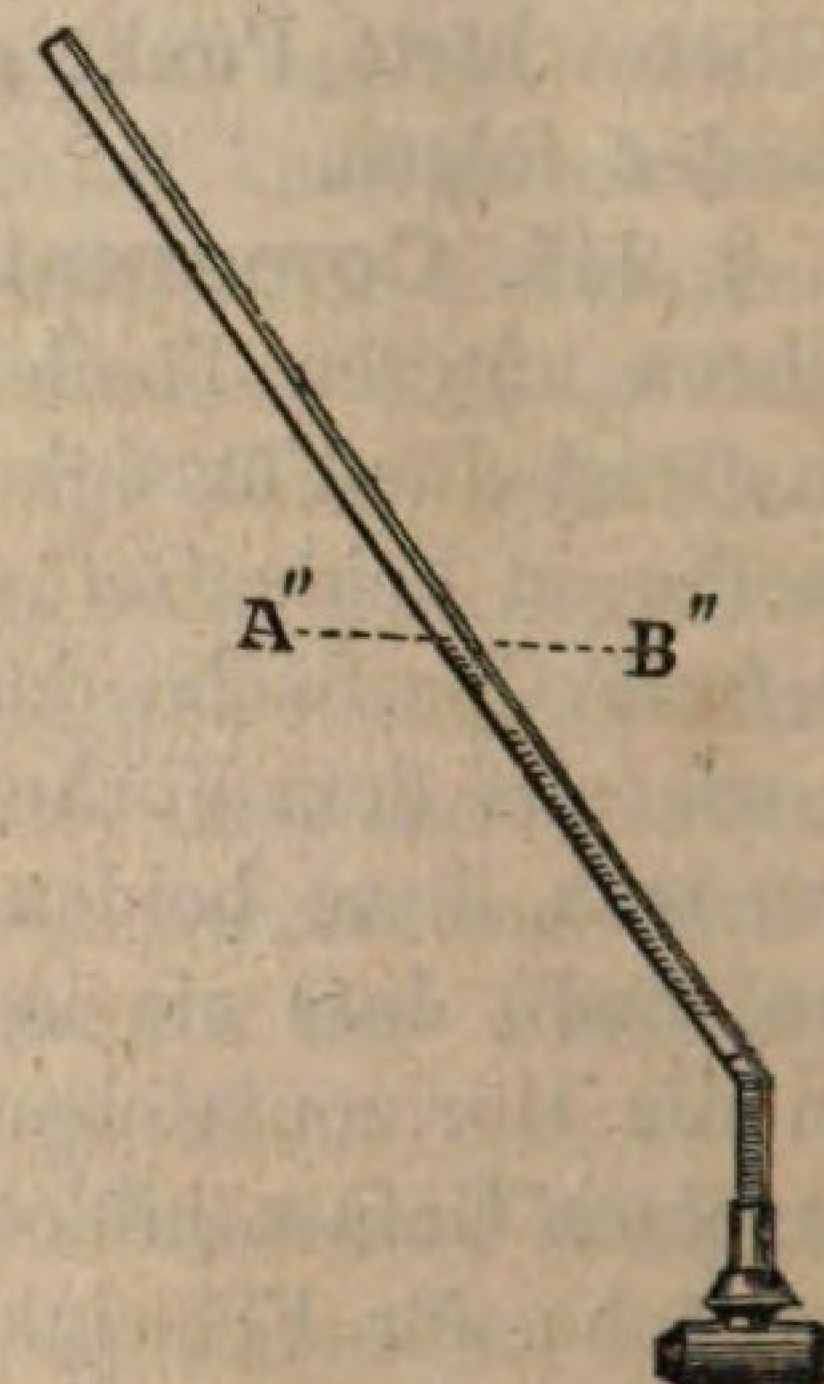


Fig. 341.

wiesen werden. Dieser Apparat besteht aus einem Glasgefäss, welches unten mit einer horizontalen Röhre versehen ist, an deren Ende sich eine Glasröhre vertikal erhebt. Wenn man in das Gefäss Wasser giesst, so verbreitet sich dasselbe theilweise auch in die Glasröhre, indem es die horizontale Röhre, welche dieselbe mit dem Gefäss verbindet, durchfliesst; und es ist leicht zu erkennen, dass die freien Oberflächen der Flüssigkeit in der Röhre, wie in dem Gefäss in derselben Horizontalebene AB gelegen sind. Wenn man hierauf die Glasröhre abnimmt, um sie durch eine andere von verschiedener Gestalt zu ersetzen (Fig. 340 oder 341), so findet man, dass die Oberflächen des Wassers A'B' oder A''B'' in denselben stets in der erweiterten freien Oberfläche der Flüssigkeit im Gefäss gelegen sind. Durch einen Hahn, welcher in der horizontalen Röhre angebracht ist, kann man die Verbindung zwischen dem Gefäss und der Röhre nach Belieben unterbrechen und wieder herstellen und so mit Leichtigkeit die verschiedenen Röhren mit einander vertauschen, ohne dass man nöthig hätte, jedesmal das Gefäss zu entleeren.

§. 246. Wenn zwei Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, welche sich nicht miteinander mischen, zusammen in communicirende Gefässe gebracht werden, so verhalten sich dieselben nicht mehr so wie in dem eben behandelten Fall, wo man nur eine einzige

Flüssigkeit hatte. Setzen wir voraus, man nehme eine zweimal gebogene Glasröhre (Fig. 342), welche an beiden Enden offen und so gestellt ist, wie es die Figur anzeigt; wenn man in diese Röhre Quecksilber giesst, so verbreitet sich dasselbe in den horizontalen Theil derselben und in die beiden vertikalen Schenkel; und nachdem es sich in's Gleichgewicht gesetzt hat, werden seine freien Oberflächen in den beiden Schenkeln in derselben Horizontalebene gelegen sein. Wenn man hierauf in den längeren linken Schenkel Wasser giesst, so übt dasselbe einen Druck auf das Quecksilber aus; in Folge dessen wird dasselbe theilweise nach dem rechten Schenkel hinübergedrängt, sein Niveau in diesem Schenkel muss sich also heben. Aber wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, so findet sich die freie Oberfläche des Wassers in dem linken Schenkel nicht mehr in derselben Horizontalebene wie die des Quecksilbers in dem rechten; diese beiden Oberflächen müssen im Gegentheil in sehr verschiedenen Höhen gelegen sein, wie wir uns leicht überzeugen können.

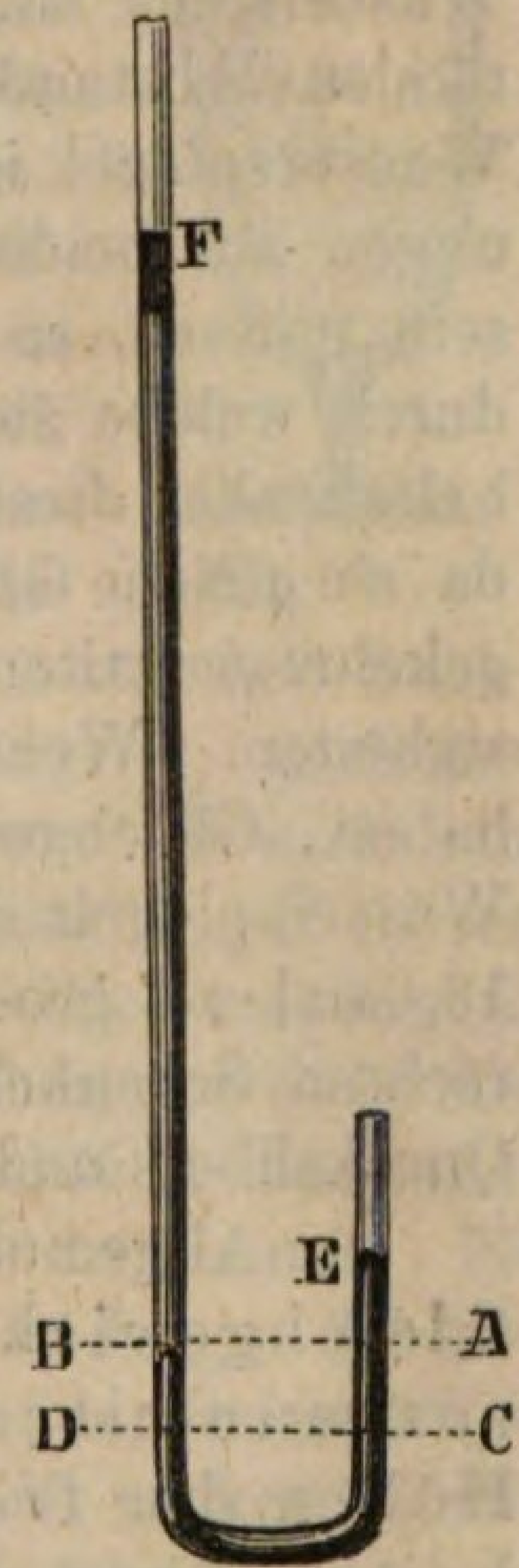


Fig. 342.

Denken wir uns zu diesem Behufe die Grenzfläche *cd*, wo sich die beiden Flüssigkeiten berühren, in die Horizontalebene AB erweitert, so wird diese das Quecksilber in dem rechten Schenkel in der Fläche *ab* durchschneiden. Wenn Gleichgewicht vorhanden ist, so wird dieses nicht im Geringsten gestört, wenn wir uns bei *ab* eine feine Wand eingezogen denken; der Druck auf beide Seiten dieser Wand muss offenbar gleichgross sein. Nun ist der Druck, welcher von Seite des Quecksilbers in dem rechten Schenkel auf die Wand *ab* ausgeübt wird, gleich dem Gewicht einer Quecksilbersäule, welche diese Wand als Grundfläche und ihre Entfernung von der freien Oberfläche des Quecksilbers in diesem Schenkel zur Höhe hat. Um den Druck zu erhalten, der auf die untere Fläche der Wand *ab* von Seite des linken Schenkels her stattfindet, darf man nur überlegen, dass dieser Druck Null wäre, wenn man das über der Grenzfläche *cd* stehende Wasser entfernen würde. Der in Rede stehende Druck rührt also allein von dem Gewichte dieses Wassers her, und der Druck, welchen dasselbe auf die Fläche *cd* ausübt, ist gleich dem Gewicht einer Wassersäule, welche die Fläche *cd* als Basis und ihren vertikalen Abstand vom Wasserspiegel im linken Schenkel zur Höhe hat. Dieser Druck wird durch das Quecksilber hindurch auf die Wand *ab* gleichmässig

fortgepflanzt und findet folglich, wie sich aus §. 227 leicht ergibt, daselbst mit einer Stärke statt, welche gleich dem Gewichte einer Wassersäule ist, die die Fläche *ab* zur Grundfläche und den vertikalen Abstand der Fläche *cd* (oder auch der Fläche *ab*) vom Wasserspiegel im linken Schenkel zur Höhe hat. Da die Drückungen auf beiden Seiten von *ab*, wie oben gesagt, einander gleich sein müssen, so müssen auch die Gewichte der Flüssigkeitssäulen, durch welche sie ausgedrückt werden, gleichgross sein. Nun enthalten aber diese Flüssigkeitssäulen verschiedene Flüssigkeiten, und da sie gleiche Grundflächen haben, so müssen sich ihre Höhen umgekehrt verhalten wie die Dichtigkeiten der in ihnen enthaltenen Flüssigkeiten. Wenn also in dem Falle, welchen wir vorausgesetzt haben, Gleichgewicht bestehen soll, so muss die Höhe des freien Wasserspiegels im linken Schenkel über der Horizontalebene AB 13,6mal so gross sein als die Höhe des Quecksilberspiegels im rechten Schenkel über derselben Ebene, weil die Dichtigkeiten des Quecksilbers und des Wassers in dem Verhältniss von 13,6 zu 1 stehen.

Im Allgemeinen folgt aus dem Vorhergehenden, dass für das Gleichgewicht zweier verschiedener Flüssigkeiten in communicirenden Röhren erforderlich ist, dass die Höhen der freien Oberflächen dieser beiden Flüssigkeiten über der Horizontalebene, welche durch ihre Grenzfläche hindurch geht, umgekehrt proportional den Dichtigkeiten dieser Flüssigkeiten sind.

§. 247. **Flüssigkeiten, welche der Wirkung beliebiger Kräfte unterworfen sind.** — Wenn die Moleküle einer Flüssigkeit, ausser den Molekularkräften, die immer vorhanden sind, nicht blos der Wirkung der Schwere unterliegen, so sind die Umstände, unter denen das Gleichgewicht der Flüssigkeit stattfindet, verschieden von denjenigen, welche wir bisher gefunden haben. Die Drückungen ändern sich nicht mehr so, wenn man von einem Punkt der Flüssigkeitsmasse zu einem anderen übergeht, und die freie Oberfläche der Flüssigkeit hat nicht mehr dieselbe Form, wie wir oben auseinander gesetzt haben. Wir wollen uns hier nur mit der Gestalt der freien Oberfläche beschäftigen und zusehen, welchen Bedingungen dieselbe zu genügen hat.

Es sei A (Fig. 343) ein Molekül, welches auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit gelegen ist, auf welche beliebige Kräfte einwirken. Denken wir uns, man hätte die sämmtlichen Kräfte, welche auf dieses Molekül wirken, mit Einschluss der Schwerkraft, aber ohne die Molekularkräfte, mit welchen die benachbarten Moleküle auf es wirken, in eine einzige Mittelkraft zusammengefasst, die nach

der Linie AB wirkt. Wenn dann der Theil der freien Oberfläche der Flüssigkeit, welche den Punkt A in nächster Nähe umgibt, und welcher immer als eben vorausgesetzt werden darf, nicht senkrecht auf der Linie AB steht, so kann die Flüssigkeit nicht im Gleichgewicht sein. Denn damit dieses Gleichgewicht stattfindet, ist es nothwendig, dass die Kraft, von der wir eben gesprochen haben, und welche nach der Linie AB wirkt, durch die Resultante der Molekularwirkungen, welchen das Molekül A unterliegt, aufgehoben werde. Diese Resultante der Molekularwirkungen ist aber stets nach der Senkrechten AC auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit gerichtet (§. 237). Wenn man folglich die Kraft, welche nach AB wirkt, in eine Kraft nach AC und in eine andere Kraft senkrecht auf dieser ersteren zerlegt, so kann allein die nach AC wirkende Componente durch die Wirkung der Molekularkräfte aufgehoben werden; die andere Componente bewegt nothwendig das Molekül A der freien Oberfläche entlang, um es in eine andere Lage zu führen. Es kann also das Gleichgewicht nicht stattfinden, so lange die Resultante der Kräfte, welchen jedes Molekül, das auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit gelegen ist, unterliegt, nicht senkrecht auf diese Oberfläche gerichtet ist. Umgekehrt ist leicht einzusehen, dass das Gleichgewicht stattfinden muss, wenn diese Resultante senkrecht auf der freien Oberfläche steht; denn diese Resultante sucht das Molekül blos in das Innere der Flüssigkeitsmasse eindringend zu machen, sie ruft dadurch die Entwickelung gewisser Molekularkräfte hervor, die sich im Verein der Hervorbringung dieser Bewegung widersetzen, indem sie sich in eine an Grösse gleiche, aber entgegengesetzte Resultante vereinigen.

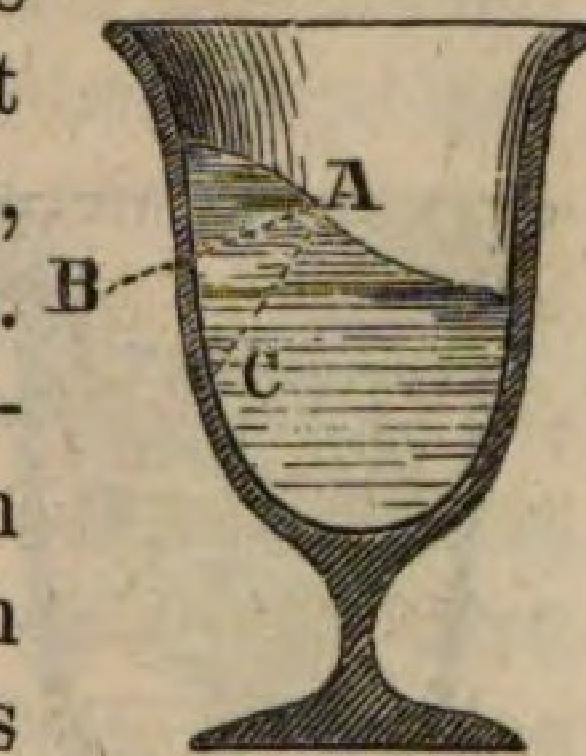


Fig. 343.

§. 248. Als Beispiel zur Anwendung des Vorhergehenden können wir ein Gefäss nehmen, das mit Wasser gefüllt ist, und welchem eine gleichförmige Rotationsbewegung um seine vertikale Axe AB (Fig. 344) ertheilt wird. Eine solche Bewegung kann dem Gefässe, wie die Figur zeigt, mittelst einer Kurbel C und zweier Rollen D, E, um welche eine Schnur ohne Ende geschlungen ist, gegeben werden. Während der Bewegung ist jedes Molekül der Flüssigkeit einerseits der Wirkung seines Gewichtes, andererseits einer Centrifugalkraft unterworfen, welche horizontal gerichtet ist und es von der Axe AB zu entfernen sucht. Wenn man diese beiden Kräfte in eine einzige zusammensetzt, so findet man eine Resultante, die schief, d. h. weder vertikal noch horizontal gerichtet ist und in der Ebene liegt, welche durch die Axe AB hindurch

geht. Damit also die Flüssigkeit im Gleichgewicht ist, kann ihre Oberfläche nicht mehr eben und horizontal bleiben, sondern sie muss eine solche Gestalt annehmen (siehe die Figur), dass sie in jedem ihrer Punkte senkrecht auf der Resultante der beiden Kräfte steht, welche auf das Flüssigkeitsmolekül, das in diesem Punkte gelegen ist, einwirken.

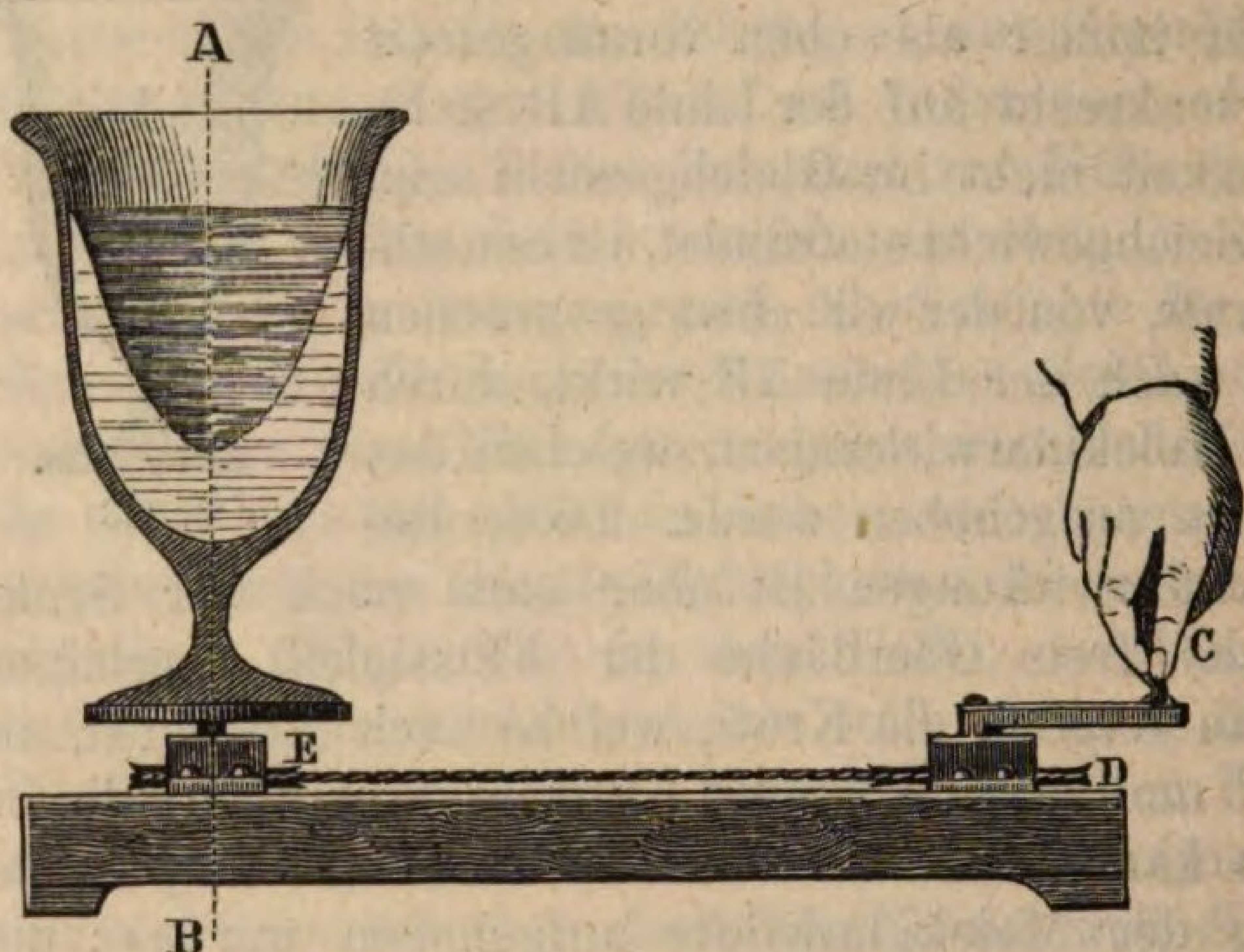


Fig. 344.

Die Oberfläche der Flüssigkeit wird in Folge der Wirkung der Rotationsbewegung concav, und diese Concavität wird um so stärker, je schneller die Rotationsbewegung wird; die krumme Linie, nach welcher diese Oberfläche von irgend einer Ebene, die durch die Axe AB hindurch geht, geschnitten wird, hat die Form einer Parabel (§. 118).

§. 249. Die Gestalt, welche die Oberfläche der Erde im Grossen und Ganzen, wenn man von den Erhebungen und Vertiefungen des Bodens abstrahirt,*) zeigt, ist ein zweites sehr wichtiges Beispiel, welches man zur Anwendung des in §. 247 aufgestellten Gesetzes geben kann. Alles spricht dafür, dass sich die ganze Masse unserer Erde in einer sehr frühen Zeit im flüssigen, und zwar im feurig flüssigen Zustande befunden habe, und dass sie erst mit der Zeit durch allmälige Erkältung auf der Oberfläche erstarrt und so in den Zustand gekommen sei, in welchem wir sie kennen. Diese flüssige Masse, wenn sie keine Rotationsbewegung gehabt haben würde, hätte natürlich die Form einer Kugel annehmen müssen, da ihre verschiedenen Moleküle in Folge der zwischen ihnen wirkenden gegenseitigen Anziehungskraft sich einander so sehr als möglich zu nähern gesucht haben würden. Die Stoffe von verschiedener Dichtigkeit, aus denen die Erde besteht, würden sich in

*) Diese Abstraction wird sehr unterstützt, wenn man bedenkt, dass die Höhe der höchsten Berge der Erde kaum $\frac{1}{1300}$ des Erddurchmessers beträgt, sodass ein solcher Berg auf einer Kugel von einem Meter Durchmesser, welche die Erde repräsentirt, nur etwa durch ein Sandkorn dargestellt werden dürfte.

ihrem flüssigen Zustande regelmässig in concentrischen Kugelschalen um den Mittelpunkt dieser Kugel gelagert haben, und die Resultante aller Anziehungen, welche ein Molekül auf der Oberfläche derselben erfahren haben würde, hätte, wie leicht zu sehen, nothwendig senkrecht auf der Oberfläche der Kugel stehen und folglich durch den Mittelpunkt derselben gehen müssen. Aber die Rotationsbewegung der Erde um ihre Axe, d. h. um die Linie, welche man sich durch ihre Pole gelegt denkt, hat sie verhindert, diese Kugelgestalt anzunehmen. Man sieht in der That, dass eine solche Bewegung, in Folge deren jeder Punkt in 24 Stunden den Umfang eines Kreises durchläuft, in jedem Molekül A, das nicht auf der Rotationsaxe PP′ (Fig. 345) gelegen ist, eine Centrifugalkraft AB hervorrufen muss, welche in jedem Augenblick nach dem Halbmesser des Kreises gerichtet ist, den das Molekül A durchläuft. Diese Kraft setzt sich mit der Resultante AC der Anziehungen, welche das Molekül von Seite aller andern erfährt, zusammen und nöthigt so die Flüssigkeitsmasse, eine andere Gestalt anzunehmen, als wenn die Resultante AC allein wirken würde. Wenn die Oberfläche dieselbe wäre wie in dem Fall, wo die Rotationsbewegung nicht vorhanden ist, so würde die Kraft AC nach dem Mittelpunkt dieser Oberfläche gerichtet sein; die Resultante AD der beiden Kräfte AB und AC könnte daher diese Richtung nicht haben und würde folglich nicht senkrecht auf der freien Oberfläche der Flüssigkeit stehen, was, wie wir wissen, nicht der Fall sein kann. In Folge der Wirkung der Centrifugalkraft also, welche die Rotationsbewegung in den verschiedenen Molekülen, welche nicht in der Rotationsaxe gelegen sind, entwickelt, wird die Oberfläche der flüssigen Masse gezwungen, sich an den Polen abzuplatten und dagegen in der Nähe des Aequators anzuschwellen und so die Form anzunehmen, wie sie die punktirte Linie *mm* in der Figur, in sehr übertriebener Weise gezeichnet, darstellt.

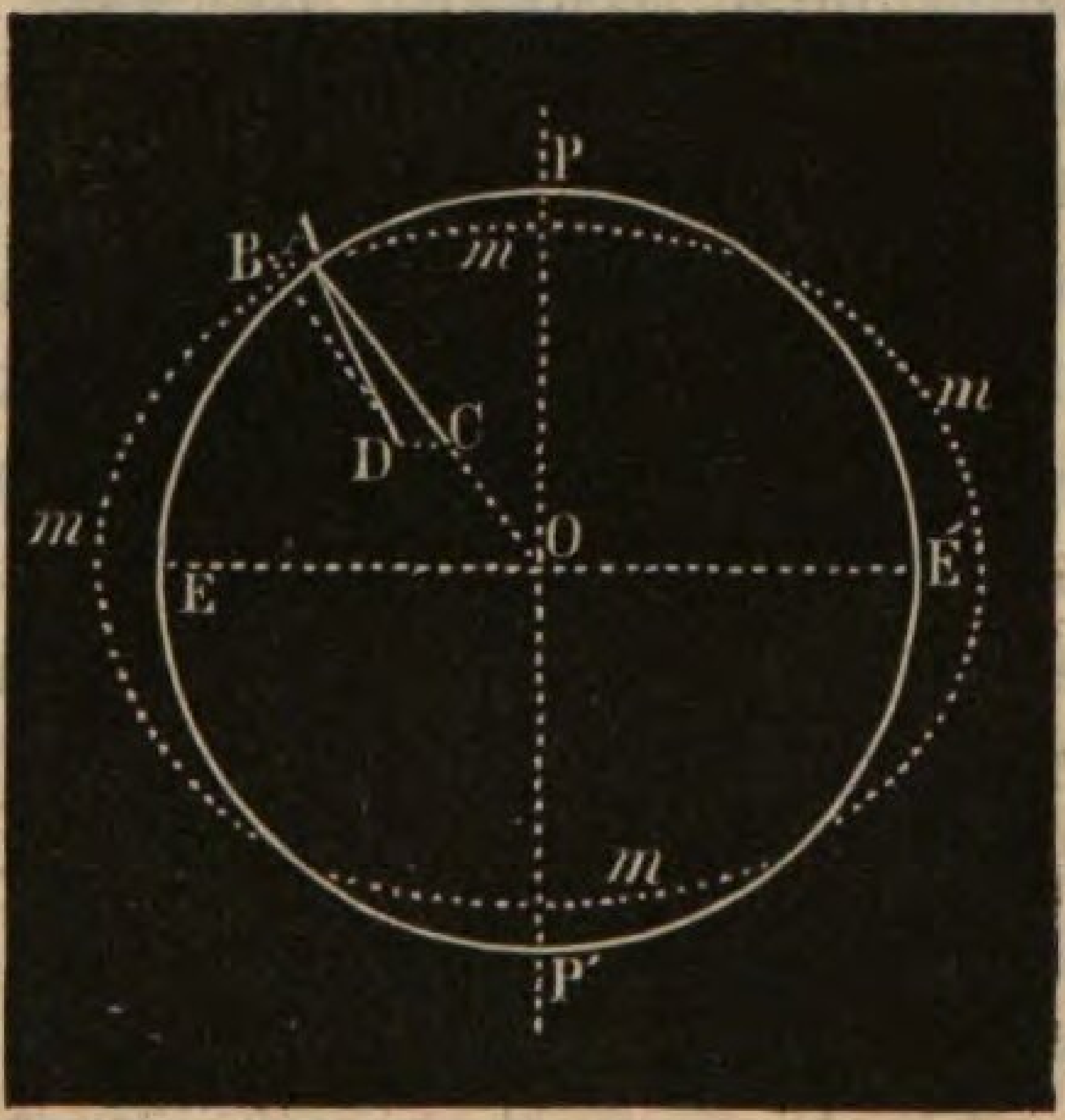


Fig. 345.

Indem die Oberfläche der Erde in Folge der Erkältung allmälig erstarrte, behielt die feste Rinde, welche auf diese Weise gebildet wurde, im Ganzen die abgeplattete Gestalt, welche die Oberfläche angenommen hatte, als sie sich noch im flüssigen Zustande befand. Was das Meer betrifft, welches einen grossen Theil der Erdober-

fläche bedeckt, so befindet es sich jetzt noch unter denselben Umständen, wie die flüssige Masse, aus welcher ursprünglich die ganze Erdkugel bestand; es ist daher an den Polen abgeplattet, während es sich gegen den Aequator hin mehr und mehr erhebt. Wenn die Erde aufhören würde sich um ihre Axe zu drehen und ihre feste Rinde in ihrer Gestalt dadurch nicht mehr geändert würde, so würden sich doch die Wasser des Meeres von dem Aequator zurückziehen und um die Pole her anhäufen, um die Kugelgestalt wenigstens annähernd wieder herzustellen.

In Folge der Abplattung der Erde an den Polen ist der Durchmesser derselben zwischen den letzteren um ungefähr $\frac{1}{300}$ kleiner als der am Aequator. Demnach ist ein Punkt der Erdoberfläche unter dem Aequator um $\frac{1}{300}$ des mittleren Halbmessers der Erde weiter von dem Mittelpunkt derselben entfernt als ein solcher unter den Polen, d. h. also um eine Grösse, welche mehr als doppelt so viel als die Höhe der höchsten Berge der Erde beträgt.

§. 250. Die Vertikale, deren Richtung durch das Bleiloth (§. 111) bestimmt wird, ist die Linie, nach welcher die Kraft auf den Körper wirkt, welche wir das Gewicht dieses Körpers genannt haben. Diese Kraft ist die Resultante der Anziehungen, welche alle Moleküle der Erde auf den Körper ausüben, und der Centrifugalkraft, welche durch die Rotationsbewegung der Erde entwickelt wird. Es folgt aus dem, was wir im §. 247 gesagt haben, dass das Bleiloth in jedem Punkt der Oberfläche einer ruhig stehenden Wassermasse senkrecht auf dieser Oberfläche stehen muss. Wenn wir oben gesagt haben, dass die freie Oberfläche einer schweren im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeit eben und horizontal sei (§§. 236 und 237), so haben wir dabei stillschweigend vorausgesetzt, dass die Vertikalen, welche durch die verschiedenen Punkte dieser Oberfläche gezogen werden, als unter sich parallel betrachtet werden können. Diess kann in der That auch ohne merklichen Fehler geschehen, so lange jene Oberfläche keine grosse Ausdehnung besitzt, wie es bei unseren Gefässen stets der Fall ist. Wenn dagegen die Oberfläche der Flüssigkeit zu gross wird, sodass man die Vertikalen, welche durch ihre verschiedenen Punkte gezogen werden, nicht mehr als parallel annehmen kann, so kann man auch nicht mehr sagen, dass diese Oberfläche eben sei, sondern man wird nur finden, dass sie durchweg senkrecht auf der Vertikalen steht. Die Oberfläche eines grösseren See's zeigt sehr merkbar die Krümmung, welche sie besitzt.

Wir haben oben gesagt, dass das Gewicht eines Körpers nichts anderes als die Resultante aus den Anziehungen, welche die Mole-

küle der Erde auf ihn ausüben, und der Centrifugalkraft, welche durch die Rotationsbewegung der Erde entwickelt wird, ist. Daraus folgt, dass aus zwei Gründen das Gewicht eines und desselben Körpers kleiner sein muss unter dem Aequator als unter den Polen: 1) weil er unter dem Aequator in Folge der Abplattung der Erde weiter von dem Mittelpunkt derselben, also weiter von ihrer Gesammtmasse entfernt ist als unter den Polen; und 2) weil die Centrifugalkraft, welche der Anziehungskraft der Erde entgegenwirkt, unter dem Aequator ihren grössten Werth hat, während sie an den Polen Null ist. Wenn man daher das Gewicht eines und desselben Körpers einmal an einem Pol, das anderemal unter dem Aequator bestimmen würde, so würde es in dem letzteren Fall kleiner gefunden werden als in dem ersteren. Von dem Aequator bis zu den beiden Polen hin würde es fortwährend und stetig zunehmen. Freilich darf man dabei nicht übersehen, dass diese Gewichtsbestimmung nicht mittelst einer Wage geschehen darf, zu welcher Gewichte gebraucht werden müssen, da diese ja denselben Einflüssen wie der Körper selbst unterliegen; man müsste vielmehr eine Federwage anwenden und mit dieser das Gewicht des Körpers auf die Weise bestimmen, wie es in §. 17 angedeutet wurde. Natürlich müsste ihre Eintheilung vorher an einem bestimmten Orte angefertigt worden sein. Die Verschiedenheit des Gewichts eines und desselben Körpers an verschiedenen Orten der Erde ist jedoch so gering, dass sie in der Praxis immer ausser Acht gelassen werden kann.

Nun ist aber das Gewicht eines Körpers die Kraft, in Folge deren er, wenn er losgelassen wird, in der Richtung der Vertikalen mit gleichförmig beschleunigter Bewegung herabfällt. Die Beschleunigung g des freien Falls (§. 98) ist also wie das Gewicht eines Körpers an verschiedenen Orten der Erde verschieden; sie ist kleiner unter dem Aequator und grösser unter den Polen. Die Zahl 9^m,8088, welche wir oben in §. 98 dafür angegeben haben, gilt streng genommen nur für Paris (48^0 50′ nördl. Breite). In St. Thomas (0^0 24′ nördl. Breite) ist die Beschleunigung der Schwere gleich 9^m,7819 und in Spitzbergen (79^0 50′ nördl. Breite) gleich 9^m,8305.

Mit der Beschleunigung der Schwere hängt nach §. 112 auf's innigste die Schwingungsdauer eines Pendels zusammen. Diese Schwingungsdauer wird grösser, wenn die Beschleunigung g kleiner wird, und umgekehrt. Ein und dasselbe Pendel wird also langsamer schwingen unter dem Aequator als unter den Polen. Eine Pendeluhr, die in unseren Breiten richtig geht, wird, unter den Aequator gebracht, nachgehen, unter den Polen dagegen vor. Die Länge des

Secundenpendels wird nach §. 114 um so grösser, je grösser die Beschleunigung der Schwere ist; sie ist also grösser unter den Polen als unter dem Aequator. Die in §. 114 angegebene Zahl für dieselbe, $0^{m},994$, genauer $993^{mm},8462$, gilt wieder für Paris; in St. Thomas beträgt sie nur $991^{mm},1109$, in Spitzbergen dagegen $996^{mm},0359$. Es wird daraus zugleich klar werden, wie man durch Bestimmung der Länge des Secundenpendels an verschiedenen Orten der Erde eine Vorstellung von der wirklichen Gestalt der Erde erhalten kann, und es ist diess in der That ein Weg, auf welchen man zur näheren Kenntniss der Gestalt des Erdkörpers, zur Bestimmung seiner Abplattung an den Polen, gelangt ist.

Wir haben bisher die Anziehung, welche der Mond und die Sonne auf die Erde ausüben, unbeachtet gelassen. Aber diese Anziehung hat gleichfalls Einfluss auf die Grösse und Richtung der Resultante der gesammten Wirkungen, welche ein Molekül an der Oberfläche der Erde überhaupt und insbesondere ein solches an der Oberfläche des Meeres erleidet. Sprechen wir zunächst blos von der Anziehung des Mondes, als der bei weitem grösseren von beiden, so hat diese die Wirkung, dass sich das Meer an der dem Monde zugekehrten Seite sowohl, wie auch auf der entgegengesetzten erhebt, auf der anderen dagegen senkt. In Folge der Axendrehung der Erde schreiten diese Hebungen und Senkungen in ungefähr 25 Stunden um die ganze Erde herum fort, sodass an einem bestimmten Punkt des Meeres oder dessen Ufern in ungefähr 25 Stunden zweimal Hebung und zweimal Senkung der Meeresfläche stattfindet. Dies ist die Erscheinung der Ebbe und Fluth. Ganz ähnlich wie der Einfluss des Mondes ist derjenige der Sonne, nur ist der letztere wegen der viel grösseren Entfernung der Sonne von der Erde bedeutend kleiner; er vermischt sich natürlich mit dem Einfluss des Mondes, denselben bald vergrössernd, bald verkleinernd. Zur Zeit des Neumonds und Vollmonds, wo Sonne und Mond auf derselben oder auf gerade entgegengesetzter Seite der Erde stehen, unterstützen sich dieselben in ihrer Wirkung gegenseitig, und dann sind die Fluthen am höchsten; beim ersten und letzten Viertel dagegen finden die Wirkungen der Sonne und des Mondes in entgegengesetztem Sinne statt: die Fluthen sind daher weniger hoch.

Bei kleineren Wassermassen, wie sie in Gefässen und selbst noch in grösseren Seeen enthalten sind, macht sich der Einfluss der Sonne und des Mondes natürlich gleichfalls geltend, und zwar in periodischen Neigungen der Oberfläche bald auf die eine, bald auf die andere Seite. Aber diese Neigungen sind so ungemein schwach, dass sie ganz unmerklich werden.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

ruis

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Bauschinger, Johann,

Die Schule der Mechanik für den Selbstunterricht, besonders des praktischen Mechanikers und Handwerkers, sowie für den Gebrauch an technischen Lehranstalten dargestellt und mit Zugrundelegung von Delaunay's 'Elementarbuch der theoretischen und angewandten Mechanik' bearbeitet

München 1861

Math.a. 16 p-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10138327-2